

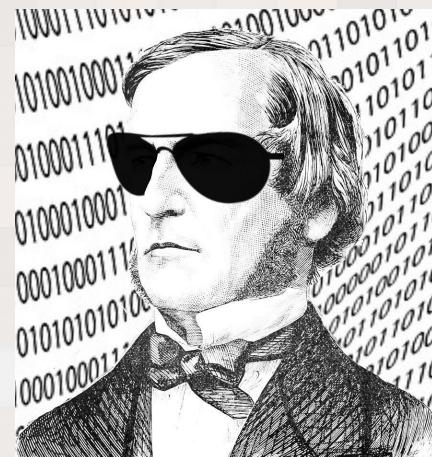
MINECRAFT BOOLEAN EDITION

Algebra booleana giocando



Sommario

	Operatori logici, porte logiche, funzioni	4 - 10
	Circuiti elettrici, esempi pratici ed analisi	11 - 21
	Minecraft, circuiti di base, cenni storici	22 - 35
	Esercizi nel villaggio e nella miniera	36 - 47



George Boole

TRUE or FALSE that is the question

Contesto scolastico

Liceo Scienze applicate: **inizio triennio**

L'obiettivo della lezione/laboratorio è quello di introdurre l'algebra booleana e di osservare, in modo pratico e non convenzionale, le sue applicazioni, sfruttando l'apprendimento "learn by doing" tramite il videogioco Minecraft.

Le tematiche principali riguardano gli aspetti delle variabili e funzioni booleane nonché la loro applicazioni in campo elettronico nei circuiti logici di base, il loro impiego e tecniche di semplificazione circuitali.

Al termine del percorso di durata minima di **4h** gli studenti avranno imparato come realizzare e valutare semplici espressioni booleane utilizzando gli operatori essenziali **AND**, **OR** e **NOT**.

Algebra booleana

Algebra in cui le variabili sono binarie ovvero possono assumere solo valori **{0, 1}**.
Le funzioni a variabili binarie restituiscono un risultato binario.

Esempio di variabili: **A, B, C, D, E ...**

Operatori di base: **AND (A•B), OR (A+B), NOT (¬A)**

Algebra booleana

A AND B

A	B	A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A OR B

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOT A

A	\bar{A}
0	1
1	0

Algebra booleana - proprietà

A AND B

Vero solo se **entrambi** gli input sono veri

$$A \cdot 0 = 0$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$A \cdot A = A$$

$$\overline{A} \cdot A = 0$$

A OR B

Vero solo se **almeno uno** dei due input è vero

$$A + 0 = A$$

$$A + 1 = 1$$

$$A + A = A$$

$$\overline{A} + A = 1$$

NOT A

Vero solo se l'input è falso

$$\overline{0} = 1$$

$$\overline{\overline{1}} = 1$$

Algebra booleana - funzioni

Le funzioni in forma esplicita $f(\text{variabili})$ sono equivalenti alle tabelle di verità: la tabella mostra i valori della funzione valutati per tutte le configurazioni degli input. Sono richieste 2^n righe dove n è il numero delle variabili.

A	B	OUT
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

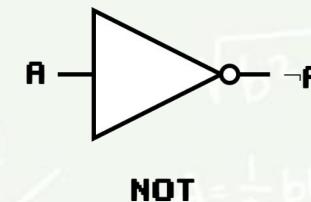
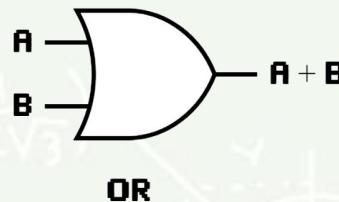
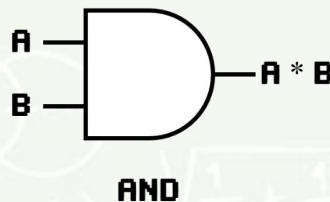
$$\text{OUT} = \neg A \cdot B + A$$

Nota $\bar{A} = \neg A$

Come verifichiamo la suddetta equivalenza?

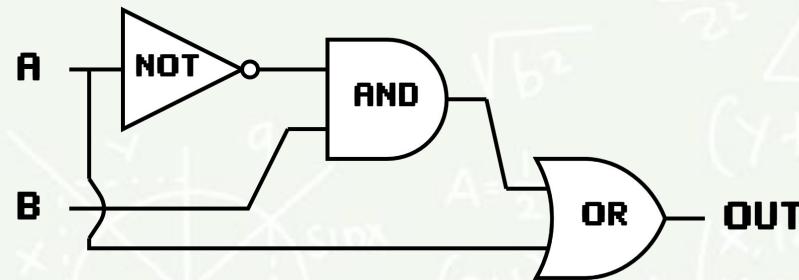
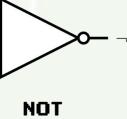
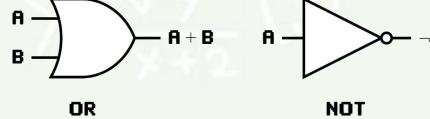
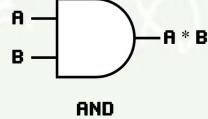
Porte logiche

Circuiti hardware logici elementari che gestiscono variabili binarie. Seguono le stesse regole dell'algebra booleana. Utilizzano uno o più ingressi e restituiscono un output.



Vero = Tensione positiva = 1
Falso = Tensione nulla = 0

Circuiti logici



$$y^2 = \frac{\sqrt{y}}{x+2}$$

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$X - y^2 = \frac{a}{b+c}$$

$$x_1 = \left(\frac{a+\beta+r}{\beta^2} \right)$$

$$\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}$$

$$\times \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{z+x}}$$

$$A = \begin{pmatrix} X, 1+x^2, 1 \\ Y, 1+y^2, 1 \\ Z, 1+z^2, 1 \end{pmatrix}$$

$$(X)^2$$

$$x^2$$

$$y^2 = \frac{\sqrt{y}}{x+2}$$

$$(Y)^2$$

$$\sqrt{x}$$

$$x-y$$

$$\sqrt{\frac{x^2 - y^2}{z+x}}$$

$$(y+b)^2$$

$$b$$

$$z$$

$$x$$

$$a$$

$$\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}$$

$$(y^2 + y^2) -$$

$$\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$$

$$(x+y)$$

$$a$$

$$b+y$$

$$b$$

$$c$$

$$x^2$$

$$X - y^2 = \frac{a}{b+c}$$

$$x_1 = \left(\frac{a+\beta+r}{\beta^2} \right)$$

$$(y-x)$$

$$a$$

$$b$$

$$c$$

$$x^2$$

INCURIOSITI O ANNOIATI

$$(x,y,z) \times \frac{x}{z^2}$$

$$(y+a+b)$$

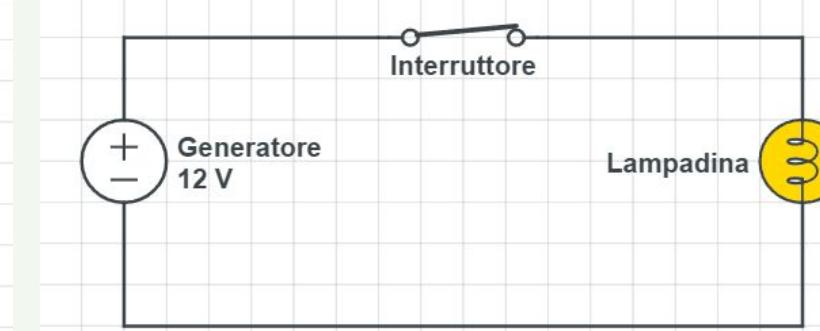
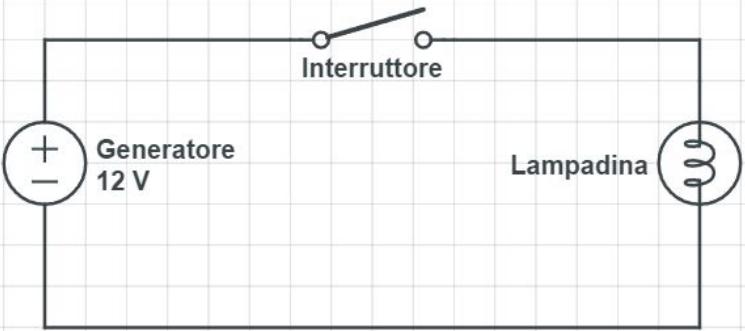
$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$(a+b)$$

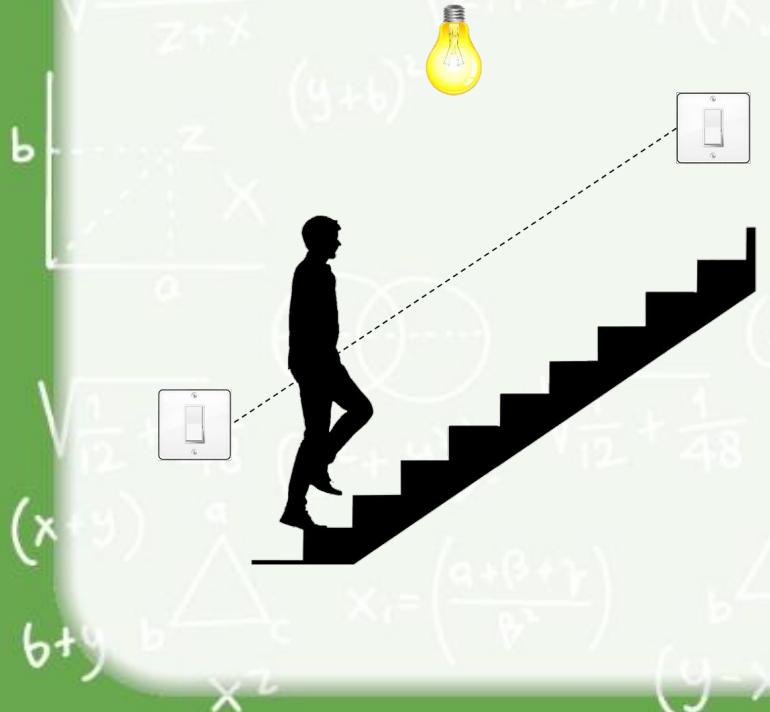
$$A = \begin{pmatrix} X, 1+x^2, 1 \\ Y, 1+y^2, 1 \\ Z, 1+z^2, 1 \end{pmatrix}$$

$$(1,0) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \right)$$

Elementi essenziali di un circuito elettrico



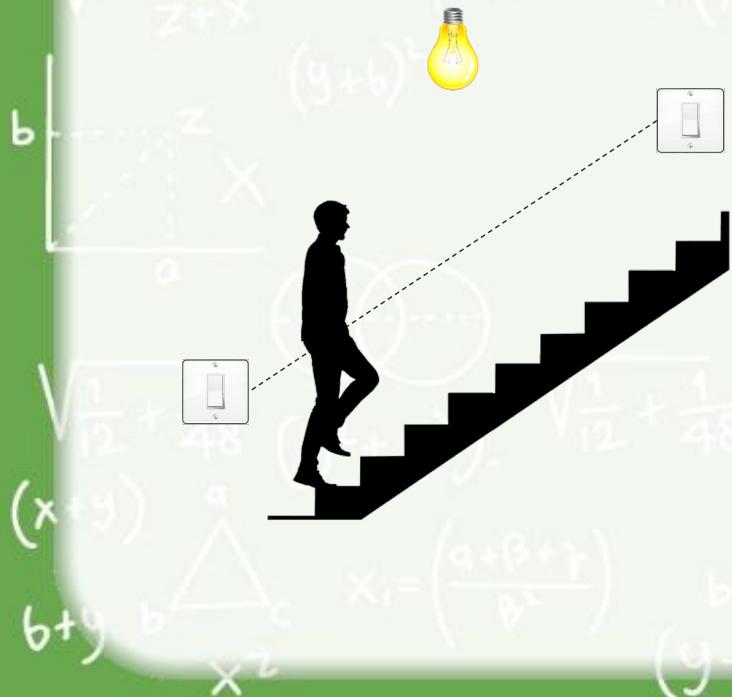
Una situazione familiare



L'accensione della luce è comandata da due interruttori posti all'estremità della scala.

Pensiamo a quali sono gli effetti dei pulsanti. Come viene gestito lo stato **{ACCESO - SPENTO}**?

Una situazione familiare

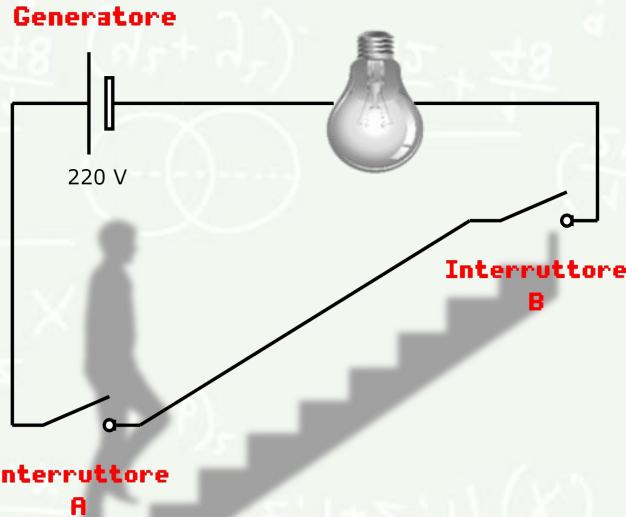


L'algebra booleana utilizza variabili a due valori esattamente come i due stati possibili della lampadina.

L'analogia ci permette di modellare la situazione con un'opportuna funzione.

Il modo per ricavarla lo vedremo in seguito.

Analisi di un possibile circuito



Provate a realizzare la tabella di verità. Il valore della variabile *OUT* si ricava osservando come l'input (*A* e *B*) modifica il circuito. Notate qualcosa di strano?

Proviamo insieme ad analizzare il circuito

Variabili:

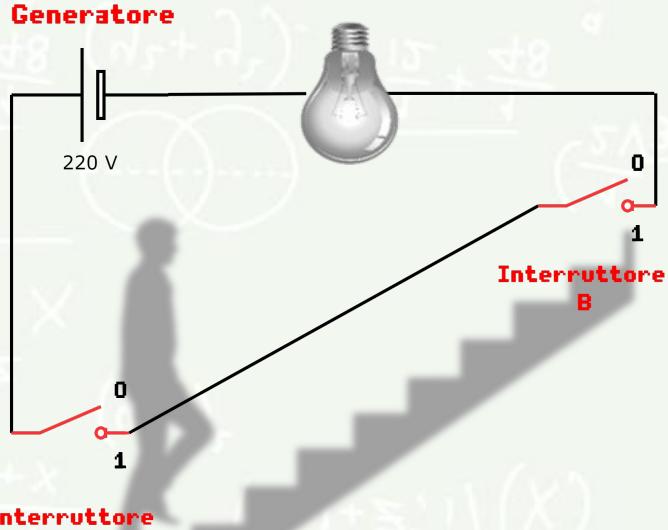
- Interruttore A -> *variabile A*
- Interruttore B -> *variabile B*
- Lampadina -> *variabile OUT*

Stati:

- Interruttore aperto -> **0**
- Luce spenta -> **0**



Analisi di un possibile circuito - soluzione



A	B	OUT
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Il modello **non funziona**: dobbiamo accendere entrambi gli interruttori affinché la lampadina illumini, scomodo non credete?

Soluzione - nota

- La tabella ottenuta è quella dell'**AND** logico tra le due variabili A e B. Sarebbe corretta se il problema fosse stato il seguente:

“La lampadina deve accendersi quando entrambi gli interruttori vengono accesi”

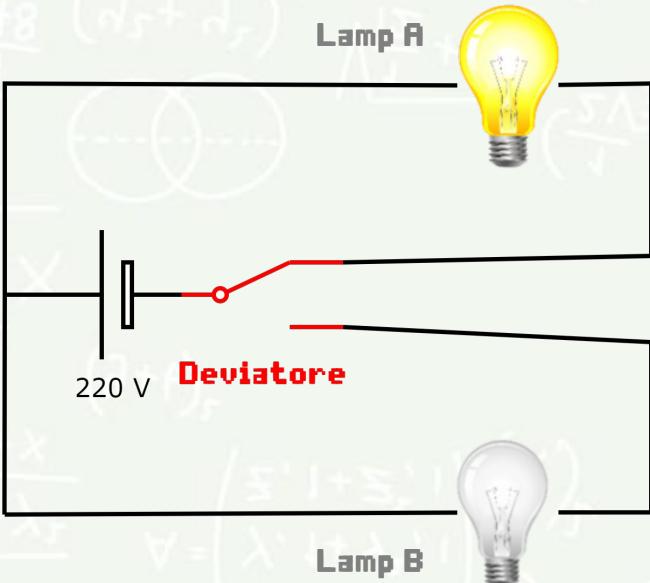
- In realtà il funzionamento che ci aspettiamo segue la seguente regola:

“La lampadina deve accendersi alla pressione dell’uno o l’altro interruttore”

A	B	OUT
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Deviatori



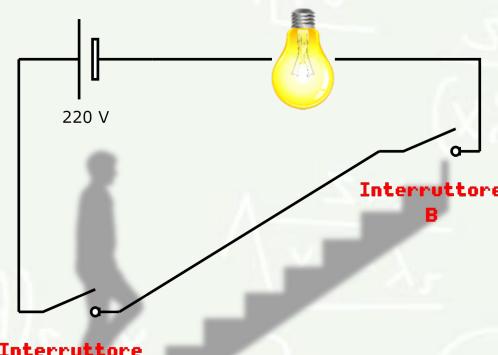
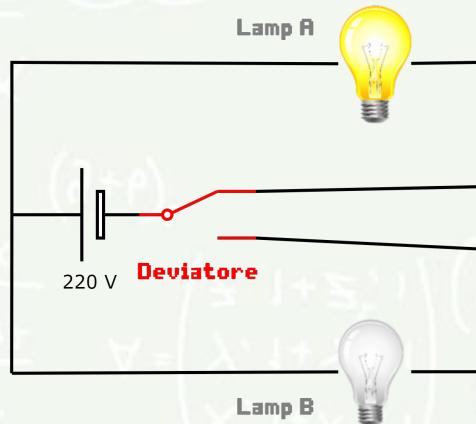
Il deviatore è un interruttore che alla pressione permette di spostare il flusso di corrente da una linea all'altra.

Come si può osservare solo il circuito della lampada A è chiuso.

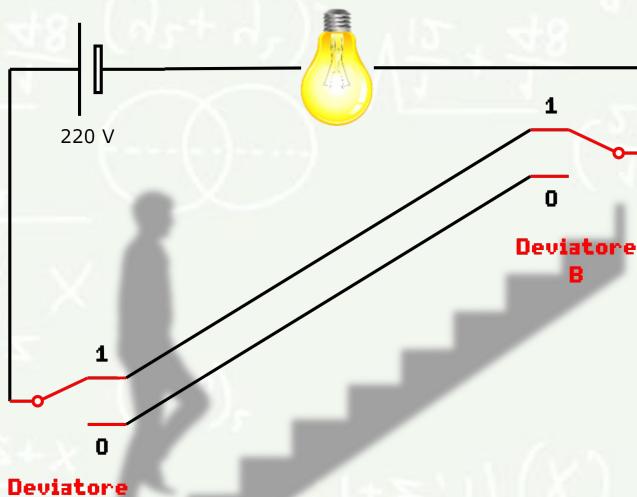
Tocca a voi!

Provate a combinare i due schemi realizzando un circuito che rispecchia il comportamento realistico dell'accensione delle luci delle scale.

Suggerimento: sostituire tutti gli interruttori con deviatori!



Soluzione



A	B	OUT
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Anche le vostre luci scale si comportano allo stesso modo?

Funzioni in forma standard

Al fine di realizzare un vero circuito integrato è necessario ricavare dalla tabella di verità la funzione associata in forma standard.

A	B	OUT
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\rightarrow \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\rightarrow A \cdot B$$

Procedimento:

1. Considerare le righe il cui output è 1
2. Per ogni riga individuata scrivere i prodotti delle variabili (AND)
3. Sommare i prodotti tra loro

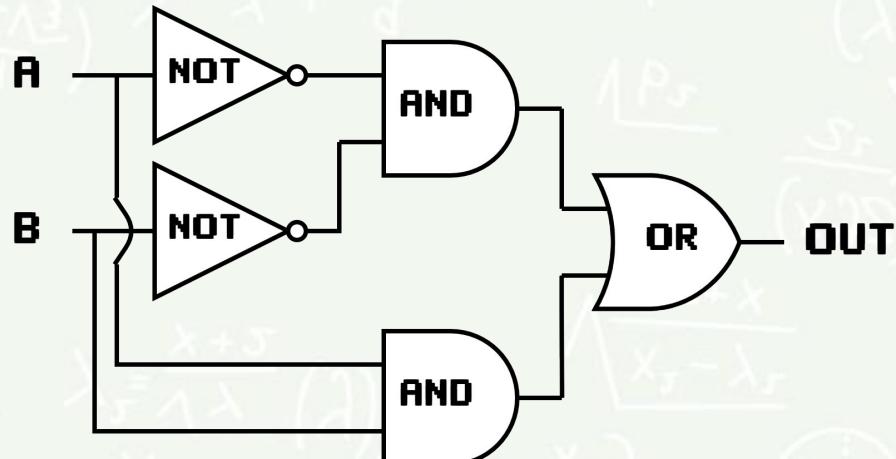
$$OUT = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$$

Circuito logico delle lampadine

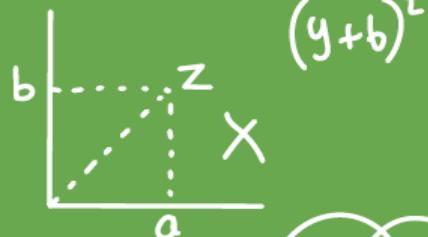
Abbiamo ricavato tre forme equivalenti della stessa funzione booleana!

$$OUT = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$$

A	B	OUT
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



$$y^2 = \frac{\sqrt{y}}{x+2}$$



$$\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}} (y^2 + y^2) -$$

$$(x+y) \quad a \\ b+y \quad b \quad c \\ x^2$$

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \begin{pmatrix} X, 1+x^2, 1 \\ Y, 1+y^2, 1 \\ Z, 1+z^2, 1 \end{pmatrix}$$

$$X-y^2 = \frac{a}{b} \quad b+a$$

$$(X)^2 \quad X^2 \quad X_1 = \left(\frac{a+\beta+r}{\beta^2} \right)$$

**Iniziamo ad avviare
l'ambiente di gioco**

$$\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}} \quad \frac{(2\sqrt{3})}{2} \\ (y-x) \quad a \\ b \quad c$$



$$x_1 = \left(\frac{a+\beta+r}{\beta^2} \right)$$

$$Y^2 = \frac{\sqrt{y}}{x+2}$$

$$(Y)^2 \quad (Y)^2 \quad \sqrt{x}$$

$$\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}} \quad x-y$$

$$\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}$$

$$\sqrt{x} \quad \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \right)$$

$$\frac{(x,y,z)}{2^2} \times \sqrt{b^2}$$

$$(Y+a+b)$$

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$(a+b)$$

$$A = \begin{pmatrix} X, 1+x^2, 1 \\ Y, 1+y^2, 1 \\ Z, 1+z^2, 1 \end{pmatrix}$$

$$(1,0) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \right)$$



Minecraft



In Minecraft i giocatori possono esplorare liberamente un mondo procedurale 3D costituito da blocchi, andare alla ricerca di minerali grezzi, fabbricare strumenti ed oggetti vari e costruire strutture. A seconda della modalità di gioco è possibile combattere entità controllate dalla CPU, ma anche cooperare o lottare contro altri giocatori reali nella modalità multiplayer.

Da [Wikipedia](#)

Minecraft



Cosa possiamo realizzare?



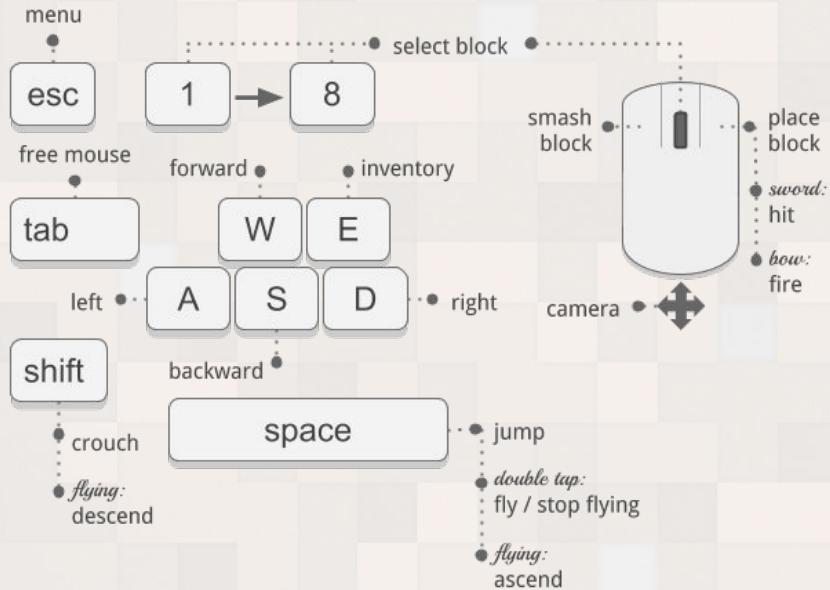
Obiettivi

- Acquisire familiarità con l'ambiente di gioco
- Comprendere come realizzare e valutare semplici circuiti booleani

Le competenze saranno sviluppate attraverso le seguenti attività:

-  Fare visita al museo del carbone
-  Aiutare gli abitanti del villaggio a risolvere i loro problemi
-  Raggiungere la casa del sindaco
-  Raggiungere la miniera

LIVE SESSION



Museo del carbone



- All'interno della mappa di gioco vi sarà un museo contenente tutti gli elementi che abbiamo visto precedentemente.
- Potete trovare tutti gli strumenti base utilizzati dai minatori all'interno dei punti di estrazione.
- Nella stanza a destra potete trovare e provare tutti gli esempi di porte logiche e i loro effetti sulle lampade a redstone.
- A sinistra invece troviamo i vari esempi di Kart e binari che troveremo all'interno della miniera.



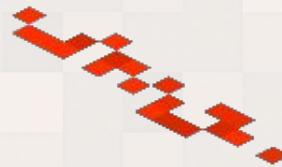
I circuiti su Minecraft



Le **leve** rappresentano i nostri valori di input. Posizione 0 e posizione 1 vengono definite nel momento in cui questo componente viene attaccato al circuito.



Questo è l'elemento costitutivo di ogni circuito: **il filo di redstone**. Questo elemento propaga il segnale in entrata e permette di collegare più elementi tra di loro.



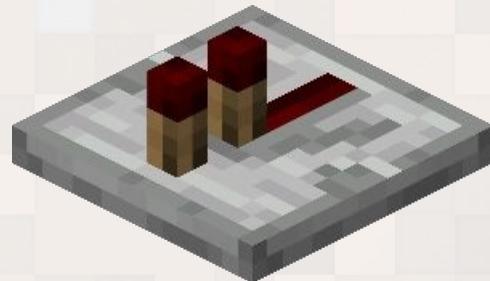
I circuiti su Minecraft



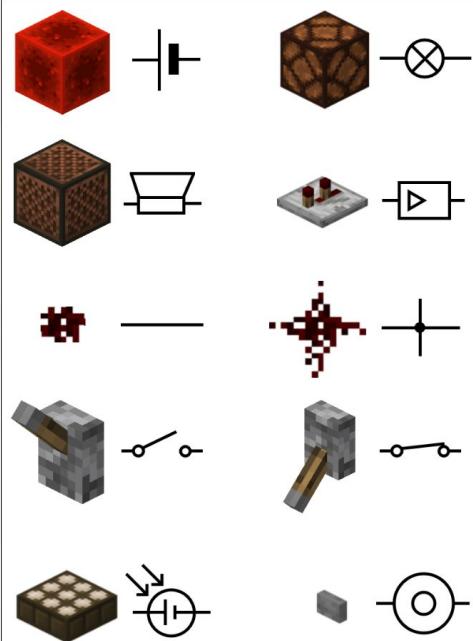
Le **torce** a redstone sono in grado di accendere un circuito al quale sono collegate. Se posizionate dietro ad un blocco possono funzionare da negazione dell'input.



Il **ripetitore** a redstone è in grado di propagare ed intensificare il segnale, offrendo anche la possibilità di inserire un ritardo nella propagazione.



I circuiti su Minecraft

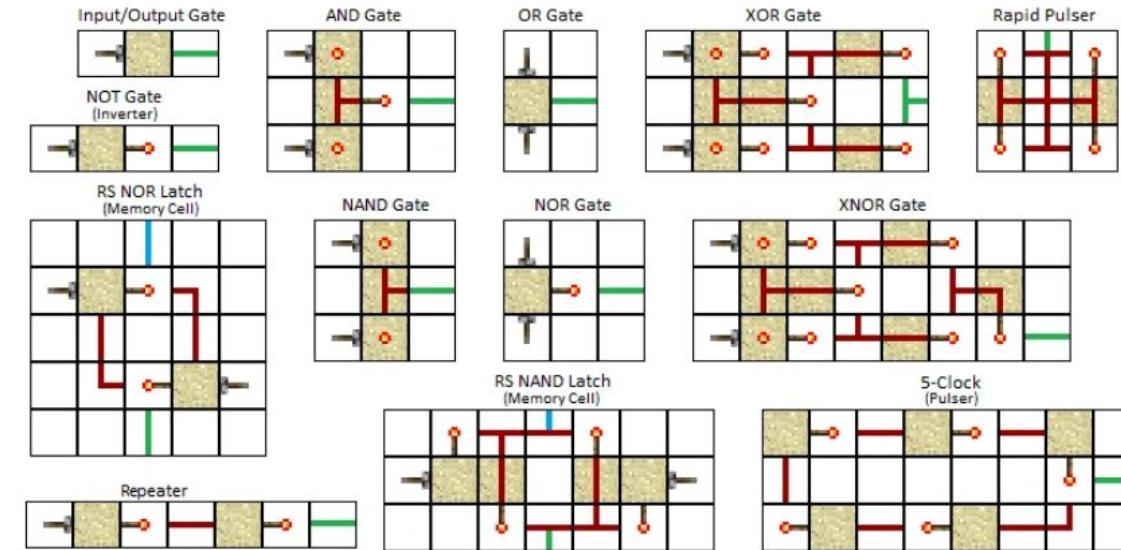


I classici elementi dei circuiti del mondo reale hanno un corrispettivo all'interno di Minecraft.



Non useremo tutti questi elementi, ma è utile sapere che possiamo usarli per modellare circuiti virtuali.

MineCraft Logic Gates



Vediamo qualche
applicazione nel
dettaglio...

Ma prima un po' di storia!



Porto Flavia e le miniere in Sardegna



A partire dai primi anni del Novecento in Sardegna si iniziò a sfruttare in maniera consistente le miniere già esistenti dell'isola.



Le più importanti risultano essere quelle di Masua (piombo e argento) e di Carbonia (carbone appunto)



Porto Flavia rappresenta un importante punto di interesse legato alle miniere.



Prima e unica installazione portuale realizzata scavando una montagna a picco sul mare.



Permise di abbattere costi di imbarco di materiali che fino ad allora venivano caricati su piccole imbarcazioni a mano.

Aiutiamo gli abitanti



Utilizzando l'algebra booleana cercate di aiutare gli abitanti a risolvere i loro problemi



Alcuni di loro utilizzano dei meccanismi per semplificare il lavoro nei campi o la gestione del bestiame



Gli esercizi sono a difficoltà incrementale, vi saranno molto utili per familiarizzare con i circuiti booleani su Minecraft. Le istruzioni sono sui cartelli.



Una situazione familiare... su Minecraft!

La casa del sindaco



Le luci della casa funzionano come nell'esempio visto in precedenza. Gli interruttori si comportano come deviatori. Il sindaco non ha capito quale sia la logica dietro tale comportamento.



Vi è un cortile, nei pressi della casa, qua troverete l'elettricista fidato del sindaco con un problema da risolvere...



Siete in grado di aiutare l'elettricista a riparare il circuito? Hint: applicate tutto ciò che abbiamo visto all'interno del museo e nei problemi visti precedentemente.



Primo interruttore



Se siete curiosi potete provare tutte le combinazioni della slide 16 per verificare se corrispondono!

Il circuito applicato alla casa



Nella casa il circuito è funzionante. Nella parte posteriore dell'edificio si nasconde la sua realizzazione, complicata?



Gli interruttori, proprio come nelle nostre case, regolano il funzionamento mutuato della lampada.

Lampada a redstone

Secondo interruttore



Le miniere di Carbonia



Le miniere di Carbonia sono profonde ed intricate e ci servirà l'algebra Booleana per ripristinare l'impianto e far funzionare il trasporto dei materiali e procedere con gli scavi.



Il vostro compito è quello di riparare i circuiti in disuso presenti nella cava.



Attraverso un accurato utilizzo dei pistoni è possibile instradare correttamente il vagone che trasporta i minerali.



E' possibile utilizzare i vagoni per spostarsi all'interno della miniera

Le miniere di Carbonia



- Ogni sezione delle miniere è regolata da una cloche di comandi (input 0-1).
- Le leve sono tutte vicine in modo da facilitare l'organizzazione della miniera.
- Il carico deve arrivare sano e salvo fino all'uscita senza fermarsi. Se i pistoni non sono attivati il vagone si fermerà dove si interrompono le rotaie.

Primo Esercizio



In modo da far avanzare il vagone nel primo pezzo del tracciato è necessario riparare un circuito che è stato manomesso



L'unica configurazione delle leve in grado di far funzionare il tutto è **X=0, Y=1, Z=0** (le variabili a 1 avranno la luce accesa)



Il vostro compito è dedurre la tabella di verità e dalla tabella di verità ottenere il circuito.

Nota:

per riparare il circuito è necessario prestare attenzione a come sono posizionati i blocchi. Ricordatevi di usare il foglio dove sono riportate tutte le porte logiche su Minecraft.

Secondo Esercizio



Eccoci alla seconda parte del tracciato, provate a trovare una configurazione per cui è possibile avanzare.



Provate tutte le possibili combinazioni delle leve e descrivete il comportamento del circuito tramite tabella di verità



Implicazione logica

$A \Rightarrow B$ si legge A implica B ed è un'affermazione sempre vera tranne per il caso in cui B è falso

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Esempi pratici:

Se nevica allora fa freddo

Consideriamo A vero se nevica, B vero se fa freddo.

Se $X > 10$ allora $X > 5$

Consideriamo A vero se X maggiore di 10, B vero se X è maggiore di 5.

Implicazione logica - dettagli

Qual'è il significato dell' implicazione? Perché è falsa solo in un caso?

Consideriamo l'esempio precedente in cui
"Se nevica allora fa freddo"

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Quando A è falsa (ovvero l'ipotesi), allora possiamo concludere quello che vogliamo.
Se non nevica, posso dire se è freddo o no?

Se nevica, (l'ipotesi è vera), dovrebbe far freddo ma in questo caso non è così.

Implicazione logica - Attenzione!

L'implicazione ha un verso!

B non ha implicazioni su A.

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Potrebbe tranquillamente far freddo (B vero) ma non nevicare in un certo momento (A falso). Per cui il valore di B non ha un'implicazione su A.

Capolinea



Alla fine della miniera possiamo trovare due circuiti diversi, entrambi in grado di muovere un pistone allo stesso modo.



Riuscite a trovare delle similitudini sul come gestiscono gli input?



Ragioniamo sul concetto di similarità

La legge dell'assorbimento



Cosa siete riusciti a scoprire?



Tramite la **legge dell'assorbimento** le funzioni dei due circuiti si possono semplificare.



I due circuiti sono equivalenti, abbiamo mostrato che è possibile ottenere una versione “semplificata” di una funzione booleana.



**Grazie a tutti per l'attenzione,
speriamo vi siate divertiti e che
abbiate imparato qualcosa di
interessante!**

