

Blatt_01

March 13, 2025

Nicole Omari (01611825)

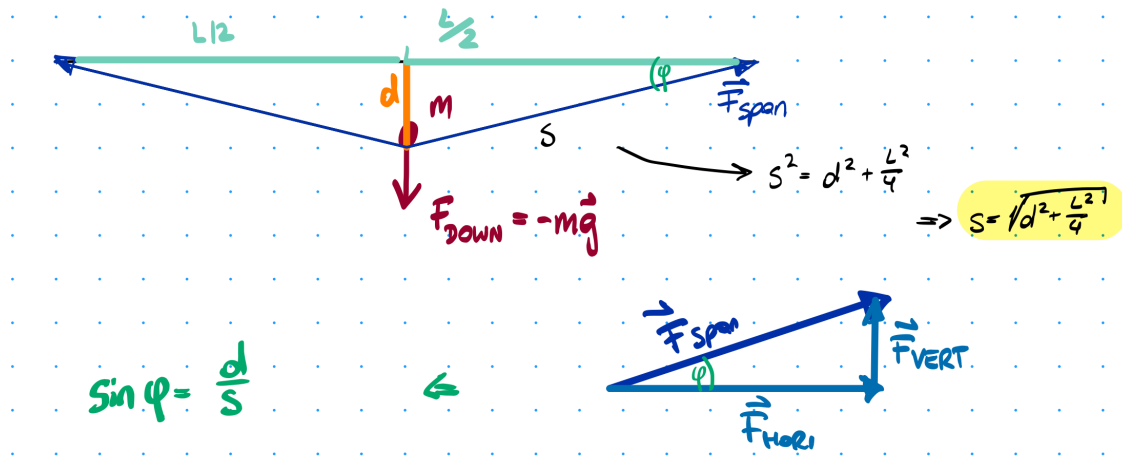
0.1 Aufgabe 1.1

Slackline. Eine Slackline der Länge L ist zwischen zwei Bäumen gespannt, ein Mensch (*Masse m*) balanciert genau in der Mitte, wobei die Slackline so durchhängt, dass die Füße um den Abstand d tiefer sind als die Aufhängung. Welchen Betrag hat die Kraft, mit der die Slackline gespannt ist? Gib die allgemeine Formel an, und berechne den Zahlenwert für $m = 70 \text{ kg}$, $L = 6 \text{ m}$, $d = 40 \text{ cm}$.

```
[6]: from IPython.display import Image
```

```
Image(filename="/workspaces/T1-UE/images/1.1.png")
```

[6]:



```
[1]: import math
```

```
m = 70 #kg
L = 6 #m
d = 40*pow(10,-2) #m
g = 9.81 #m/s^2

F_down = m*g
```

```

#F_spann muss in vertikale und horizontale Komponenten geteilt werden
# durch Dreieck und Pythagoras auf s schließen
s = math.sqrt(pow(d,2)+pow(L/2,2))
# vertikale Komponente durch den sin()
sin_phi = d/s

# F_vert ist doppelt, links & rechts da
# 2*F_vert*sin_phi == m*g
F_vert = F_down/(2*sin_phi)

print(f'F_down = {F_down} N\ns = {s} m\nF_vert = {F_vert} N')

```

```

F_down = 686.7 N
s = 3.026549190084311 m
F_vert = 2597.914161038621 N

```

0.2 Aufgabe 1.2

Bewegungen. Bestimme für **eine** der folgenden eindimensionalen, durch $x(t)$ beschriebenen Bewegungen die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Beschleunigung $a(t)$, skizziere die entsprechenden Graphen und diskutiere die Bewegung qualitativ.

Plan: Geschwindigkeit $v(t)$ durch erste Ableitung von $x(t)$ und Beschleunigung $a(t)$ durch zweite Ableitung von $x(t)$.

Aufgabe (a) $x_1(t) = e^{-t} \cos t$

[

$$v(t) = -e^{-t} \cos t - e^{-t} \sin t$$

]

[

$$\begin{aligned}
 a(t) &= (e^{-t} \cos t + e^{-t} \sin t) - (-e^{-t} \sin t + e^{-t} \cos t) = \\
 &= e^{-t} \cos t + e^{-t} \sin t + e^{-t} \sin t - e^{-t} \cos t = \\
 &= 2e^{-t} \sin t
 \end{aligned}$$

]

Aufgabe (b) $x_2(t) = \ln(2 - e^{-t})$

Aufgabe (c) $x_3(t) = \sqrt{1 - t^2}$

0.3 Aufgabe 1.3

Gravitationsbeschleunigung.

(a) Ein Planet habe eine mittlere Massendichte $\bar{\rho}$ und den Radius R . Gib die Gravitationsbeschleunigung g_{Planet} an der Oberfläche des Planeten an.

Gravitationsgesetz allgemein: [

$$\overrightarrow{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

]

Allgemeiner Zusammenhang Masse, Dichte, Volumen:

[

$$\rho = \frac{m}{V}$$

]

Volumen einer Kugel: [

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} r^3 \pi$$

]

- Formel für Masse durch umformen erhalten: $m = \rho V$
- Formel für Volumen einer Kugel einsetzen
- Daraus ergibt sich Formel für m_{Planet}

[

$$m_{Planet} = \frac{4}{3} \bar{\rho} R^3 \pi$$

]

Gravitationsbeschleunigung g_{Planet} für Körper mit beliebiger Masse m_K berechnen

[

$$\begin{aligned} m_K g_P &= G \frac{m_K m_P}{R} & | : m_K \\ g_P &= G \frac{m_P}{R^2} \end{aligned}$$

]

m_{Planet} einsetzen

[

$$\begin{aligned} g_P &= G \frac{m_P}{R} & = G \frac{1}{R^2} \bar{\rho} \frac{4}{3} R^3 \pi \\ g_P &= \frac{4G\bar{\rho}\pi R}{3} \end{aligned}$$

]

- (b) Welche Masse M müsste ein schwarzes Loch haben, damit die Gravitationsbeschleunigung in einer Entfernung von $r = 1mm$ genauso groß wie die Erdbeschleunigung g ist?

g wird mit $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ angenommen

[

$$g_P = G \frac{m_P}{R^2}$$

$$g = G \frac{m}{r^2}$$

]

[

$$m = \frac{gr^2}{G}$$

$$m = \frac{9.81 \cdot (10^{-3})^2}{6.67 \cdot 10^{-11}}$$

$$m = \frac{9.81}{6.67} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{11}$$

$$m = \frac{9.81}{6.67} \cdot 10^5$$

]

```
[2]: g = 9.81
      G = 6.67*pow(10,-11)
      r = pow(10,-3)

      def Masse_Erdbeschl(g,G,r):
          return (g*r*r)/G
      M = Masse_Erdbeschl(g,G,r)
      print(f'Masse M müsste {M:.10} kg bzw. {M/1000:.6} t haben')
```

Masse M müsste 147076.4618 kg bzw. 147.076 t haben

0.4 Aufgabe 1.4

Bremswege. Im Folgenden betrachten wir den Bremsweg eines Fahrzeugs. Der Betrag $|\vec{F}_R|$ der Reibungskraft ist dabei proportional zum Betrag $|\vec{N}|$ der Kraft \vec{N} , mit der das Fahrzeug auf die Oberfläche gedrückt wird (Normalkraft),

[

$$|\vec{F}_R| = \mu |\vec{N}|$$

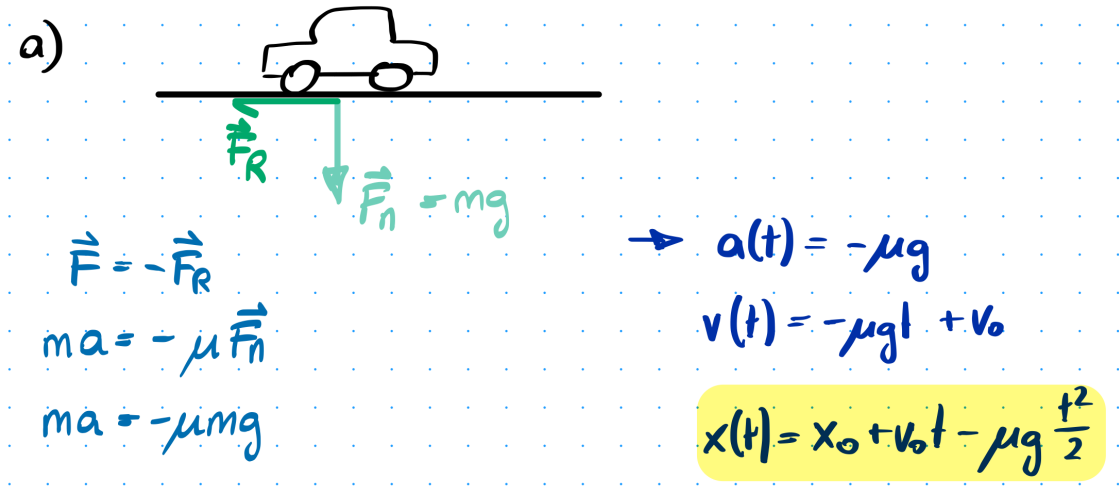
]

mit einem Reibungskoeffizienten μ . Die Reibungskraft wirkt entgegengesetzt zur Geschwindigkeit.

Aufgabe (a) Stelle die eindimensionale Bewegungsgleichung für ein Fahrzeug auf, das sich in positiver x-Richtung bewegt, wobei die Normalkraft durch die Gravitationsbeschleunigung g zustande kommt.

```
[3]: from IPython.display import Image
Image(filename="/workspaces/T1-UE/images/1.4a.png")
```

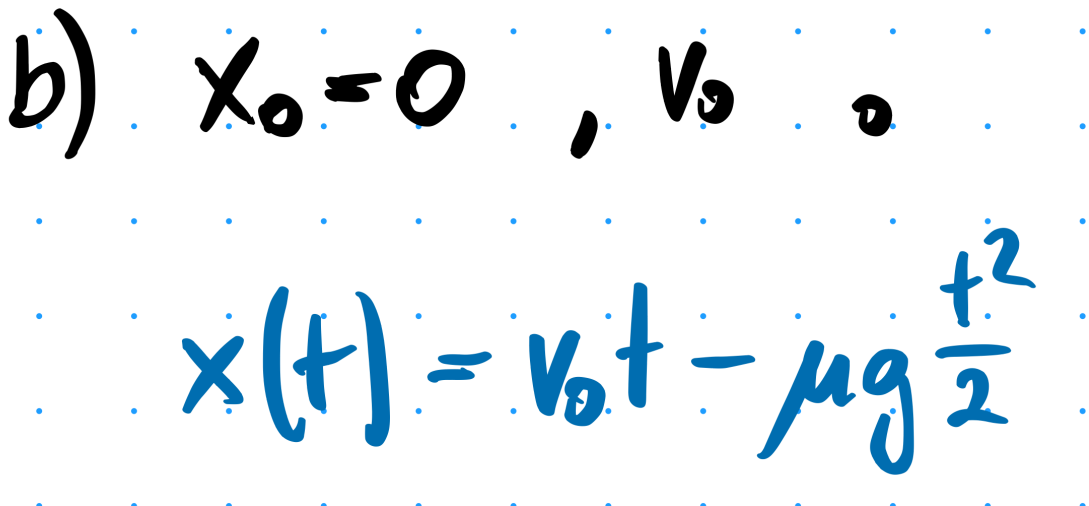
[3]:



Aufgabe (b) Gib die Lösung $x(t)$ für die Anfangsbedingung $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_0$ an.

```
[4]: Image(filename="/workspaces/T1-UE/images/1.4b.png")
```

[4]:



Aufgabe (c) Bestimme den Bremsweg in Abhängigkeit von v_0 , g und μ .

[5]: Image(filename="/workspaces/T1-UE/images/1.4c.png")

[5]:

c) Bremsweg $\hat{=}$ keine Geschwindigkeit mehr $\rightarrow v(\tau) \stackrel{!}{=} 0$
 $\hookrightarrow \tau?$

$$v(t) = v_0 - \mu g t$$
$$v(\tau) \stackrel{!}{=} 0 = v_0 - \mu g \tau$$
$$\rightarrow \tau = \frac{v_0}{\mu g}$$
$$\hookrightarrow x(\tau) = \frac{v_0^2}{\mu g} - \frac{v_0^2}{2\mu g}$$
$$x(\tau) = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

Aufgabe (d) Was ist der Bremsweg für $v_0 = 100 \text{ km/h}$, $\mu = 0.8$ und $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$? Welche Geschwindigkeit müsste ein Fahrzeug auf dem Mars ($g_{\text{Mars}} \approx 3.7 \text{ m/s}^2$) haben für den gleichen Bremsweg?

```
[8]: v0 = 100*3.6 #km/h in m/s
mu = 0.8
g = 9.81 #m/s^2
g_mars = 3.7 #m/s^2

def Bremsweg(v0,mu,g):
    return (v0*v0)/(2*mu*g)

def Bremsweg_Mars(v0,mu,g_mars):
    return (v0*v0)/(2*mu*g_mars)

print(f'Bremsweg auf der Erde (bei 100km/h): {Bremsweg(v0,mu,g):.2f} m
      ↪m\nBremsweg auf dem Mars (bei 100km/h): {Bremsweg_Mars(v0,mu,g_mars):.2f} m')

s = Bremsweg(v0,mu,g)

def Geschw_abh_Bremsweg(s,mu,g):
    return math.sqrt(2*mu*g*s)

print(f'Um innerhalb von {Bremsweg(v0,mu,g):.2f} m am Mars zum Stehen zu
      ↪kommen, muss die Geschwindigkeit {Geschw_abh_Bremsweg(s,mu,g_mars):.2f} m/s
      ↪betragen')
```

Bremsweg auf der Erde (bei 100km/h): 8256.88 m

Bremsweg auf dem Mars (bei 100km/h): 21891.89 m

Um innerhalb von 8256.88 m am Mars zum Stehen zu kommen, muss die Geschwindigkeit 221.09 m/s betragen