

Tamara Nicole Rodríguez Luna

2021077818

Instituto Tecnológico de Costa Rica

IC-3002 Análisis de Algoritmos

Tarea 02 – Relaciones de Recurrencia.

10 de agosto del 2023.

Profesor: José Helo.

Ejercicios.

Pregunta 1.

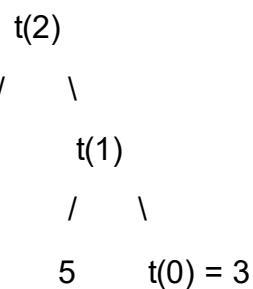
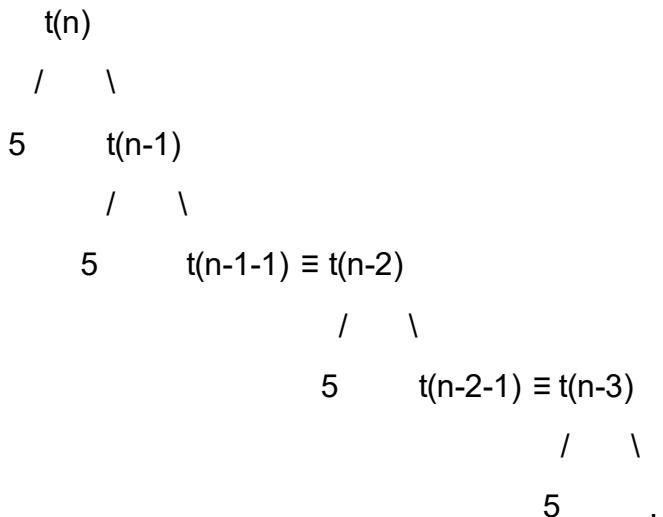
Resuelva mediante un árbol de sustición hacia adelante la siguiente relación de recurrencia.

Recuerde mostrar todos los pasos de su respuesta.

$$t(0) = 3$$

$$t(n) = t(n-1) + 5$$

Solución:



Sumatoria: $5+5+5+\dots+5+5+3$

Respuesta: $t(n) = 3+5n$.

Prueba:

$$t(0) = 3+5 \cdot 0 = 3.$$

$$t(3) = 3+5 \cdot 3 = 3+15 = 18.$$

————— Pregunta 2.

Resuelva la siguiente relación de recurrencia.

Recuerde mostrar todos los pasos de su respuesta.

$$t(1) = 1$$

$$t(2) = 2$$

$$t(n) = 2*t(n-1) + 3*t(n-2)$$

Solución:

$$t(1) = 1$$

$$t(2) = 2$$

$$t(n) = 2*t(n-1) + 3*t(n-2)$$

$$t(4) = 2*t(4-1) + 3*t(4-2)$$

$$t(4) = 2*t(3) + 3*t(2)$$

$$t(4) = 2*(2*t(3-1) + 3*t(3-2)) + 3*2$$

$$t(4) = 2*(2*t(2) + 3*t(1)) + 6$$

$$t(4) = 2*(2*2 + 3*1) + 6$$

$$t(4) = 2*(4 + 3) + 6$$

$$t(4) = 2*(7) + 6$$

$$t(4) = 14 + 6$$

$$t(4) = 20.$$

$$t(n) = 2*t(n-1) + 3*t(n-2)$$

$$t(n) - 2*t(n-1) - 3*t(n-2) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4*1*-3}}{2*1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{2+4}{2} = \text{Solución } X_1$$

$$x = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 = X_1$$

Solución X_2

$$x = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 = X_2$$

$$X_1 = 3 \quad y \quad X_2 = -1$$

$$t(n) = a^*(3)^n + b^*(-1)^n$$

$t(1) = 1$

$t(2) = 2$

$$a(3)^1 + b * (-1)^1 = 1$$

$$a*3+b*-1 = 1$$

$$a*3-b = 1$$

$$a*3 = 1+b$$

$$a = \frac{1+b}{3}$$

$$a = \frac{1+\frac{-1}{4}}{3}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$a(3)^2 + b * (-1)^2 = 2$$

$$\frac{1+b}{3} * 9 + b = 2$$

$$(1+b)*3+b = 2$$

$$3+3b+b = 2$$

$$4b = 2-3$$

$$4b = -1$$

$$b = \frac{-1}{4}$$

Respuesta:

$$t(n) = \frac{1}{4} * (3)^n + \frac{-1}{4} * (-1)^n$$