

# Matemática Discreta 2023

Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getulio Vargas

Professora Maria Soledad Aronna

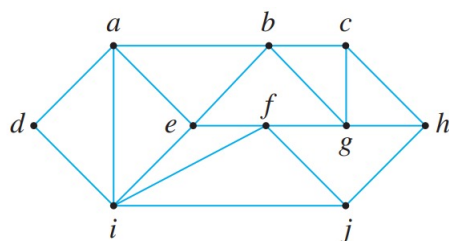
Monitores José Arthur e Nicole dos Santos

30 de agosto de 2023

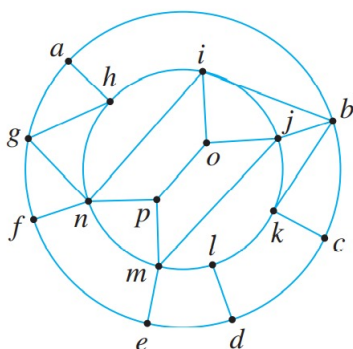
## Lista 3

**Exercício 1** Encontre um ciclo hamiltoniano em cada grafo abaixo:

(a)

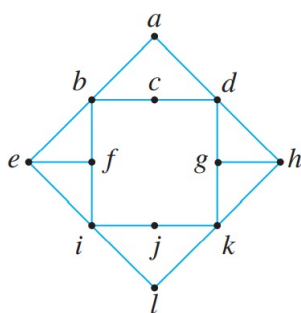


(b)

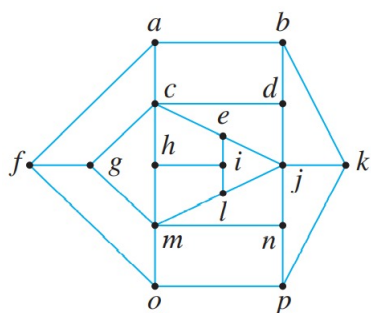


**Exercício 2** Mostre que nenhum dos grafos a seguir contém um ciclo hamiltoniano

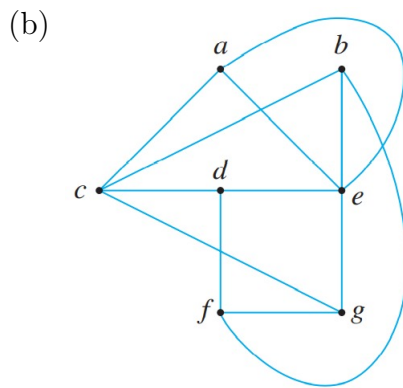
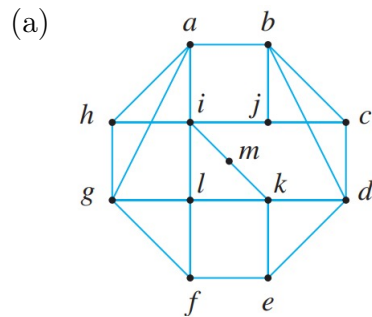
(a)



(b)



**Exercício 3** Determine se cada grafo a seguir contém um ciclo hamiltoniano ou não. Se existir um ciclo hamiltoniano, exiba-o. Caso contrário, dê um argumento que prove que não existe um ciclo hamiltoniano.



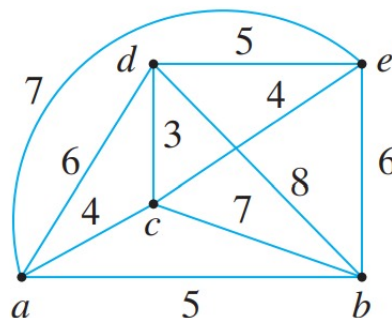
**Exercício 4** Dê um exemplo de um grafo que tem um ciclo euleriano mas não contém um ciclo hamiltoniano.

**Exercício 5** Dê um exemplo de um grafo que tem um ciclo euleriano e um ciclo hamiltoniano que não são idênticos.

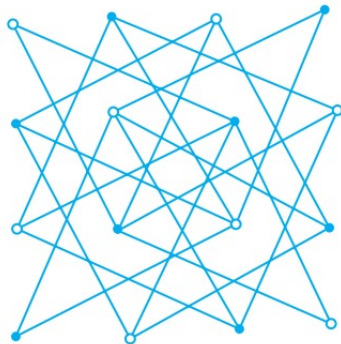
**Exercício 6** Para que valores de  $m$  e  $n$  o grafo do **Exercício 7** da **Lista 2** contém um ciclo hamiltoniano?

**Exercício 7** Quando o grafo bipartido completo  $K_{m,n}$  contém um ciclo hamiltoniano?

**Exercício 8** Mostre que o ciclo  $(e, b, a, c, d, e)$  é uma solução para o Problema do Caixeiro Viajante para o grafo a seguir:



**Exercício 9** No xadrez, o movimento do cavalo consiste em se mover duas casas horizontalmente ou verticalmente e daí mover uma casa na direção perpendicular. A partir disso, definimos o grafo  $GK_n$ , um grafo com  $n \times n$  vértices, cada um representando uma casa do tabuleiro  $n \times n$ . As arestas deste grafo seguem a seguinte regra: dois vértices estão ligados por uma aresta se for possível fazer um movimento de cavalo entre as casas representadas. Veja como fica  $GK_4$ :



Encontre um ciclo hamiltoniano em  $GK_6$ .

**Exercício 10** Descreva um modelo gráfico apropriado para resolver o seguinte problema: As permutações de  $\{1, 2, \dots, n\}$  podem ser arrumadas em uma sequência tal que permutações adjacentes

$$p : p_1, \dots, p_n,$$

$$q : q_1, \dots, q_n$$

satisfaçam  $p_i \neq q_i$ , para  $i = 1, \dots, n$ ?

**Exercício 11** Resolva o problema do exercício anterior para  $n = 1, 2, 3, 4$ .

**Definição.** Um *caminho hamiltoniano* em um grafo  $G$  é um caminho simples que passa por todos os vértices uma única vez. (Um caminho hamiltoniano começa e termina em vértices diferentes.)

**Exercício 12** Responda às perguntas:

- (a) Se um grafo tem um ciclo hamiltoniano, ele deve ter um caminho hamiltoniano? Explique.
- (b) O grafo do **Exercício 3 (b)** desta lista tem um caminho hamiltoniano?
- (c) Para que valores de  $m$  e  $n$  o grafo do **Exercício 7** da **Lista 2** tem um caminho hamiltoniano?