

Matemática Discreta 2023

Escola de Matemática Aplicada, Fundação Getulio Vargas

Professora Maria Soledad Aronna

Monitores: José Arthur e Nicole dos Santos

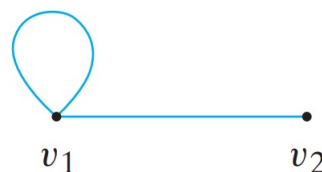
12 de setembro de 2023

Seleção de exercícios

A entrega destes exercícios deverá ser feita pelo E-Class e é opcional. Caso feitos corretamente, valerão 5% da nota da A1.

Exercício 1 Um *caminho fechado* é um caminho de v a v . Mostre que um grafo conexo G é bipartido se e somente se todo caminho fechado em G tem tamanho par.

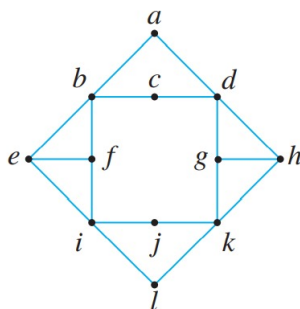
Exercício 2 Mostre que o número de caminhos começando e terminando em v_1 que têm comprimento n no grafo a seguir é igual ao $(n + 1)$ -ésimo número de Fibonacci f_{n+1} .



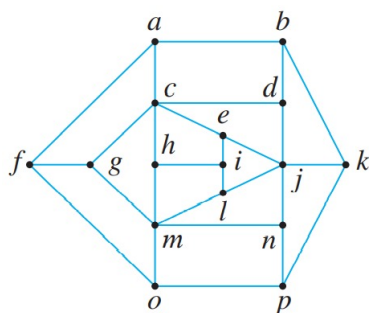
Exercício 3 Quando o grafo bipartido completo $K_{m,n}$ contém um ciclo hamiltoniano?

Exercício 4 Mostre que nenhum dos grafos a seguir contém um ciclo hamiltoniano

(a)



(b)



Exercício 5 Verdadeiro ou falso? Quando um grafo com pesos conexo e dois vértices a e z são dados como entradas para o algoritmo a seguir, ele retorna o tamanho do menor caminho de a a z . Se o algoritmo estiver correto, demonstre. Caso contrário, dê um exemplo de um grafo conexo com pesos e um par de vértices a e z para os quais o algoritmo falha.

```
algor( $w, a, z$ ) {  
    length = 0  
     $v = a$   
     $T =$  conjunto de todos os vértices  
    while( $v \neq z$ ) {  
         $T = T - \{v\}$   
        escolha  $x \in T$  com menor  $w(v, x)$   
         $length = length + w(v, x)$   
         $v = x$   
    }  
    return length  
}
```