

# Instrumentation

Pr. Joseph Moerschell, Dr. Marc Nicollerat

# 4 Régression linéaire et calibration

# 4.1 Calcul de la meilleure droite

Calcul de la meilleure droite de la fonction

$$signal = f(mesurande)$$

L'étalonnage du capteur fournit à l'expérimentateur un certain nombre de points associés  $(x_i, y_i)$  qui, même pour un capteur théoriquement linéaire, ne sont pas forcément tous alignés du fait de l'imprécision des mesures ou des imperfections dans la réalisation du capteur.

**Solution :** Le Calcul De La “meilleure droite” !

## 4.2 Meilleure droite

On cherche une droite qui minimise l'erreur entre les mesures et les points calculés. Ceci revient à chercher  $a$  et  $b$  dans l'équation de la droite :

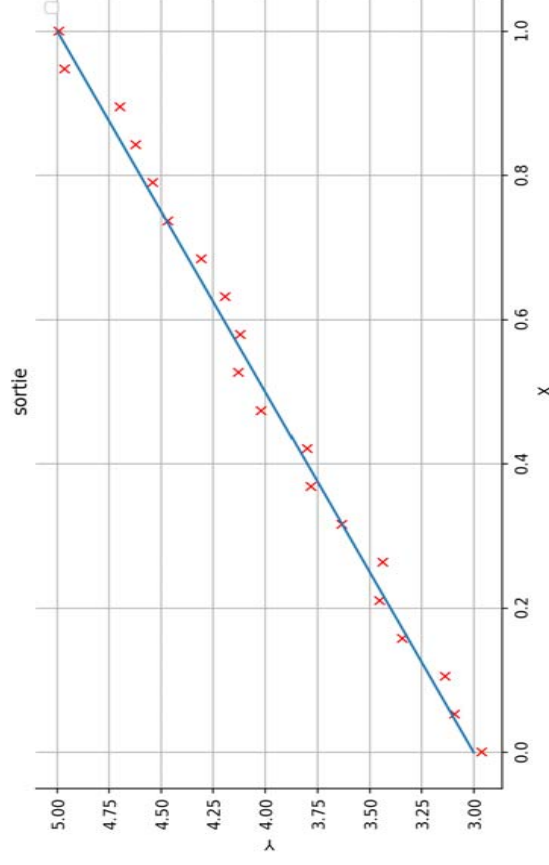
$$y = a \cdot x + b$$

Si on mesure  $N$  points  $x_i, y_i$ , on aura  $N$  erreurs de mesure  $\sigma_i = y(x_i) - y_i$ .

On définit :

$$S = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2$$

qu'on veut minimiser.



⚠ Important

Il s'agit d'une droite de **régression linéaire** basée sur la méthode des moindres carrés.

## 4.3 Calcul des coefficients de la meilleure droite

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2}$$

$$S_x = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_i^2}$$

$$S_y = \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\sigma_i^2}$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^N \frac{x_i \cdot y_i}{\sigma_i^2}$$

$$D = S_1 \cdot S_{xx} - S_x^2$$

$$a = \frac{S_1 \cdot S_{xy} - S_x \cdot S_y}{D}$$

$$b = \frac{S_y \cdot S_{xx} - S_x \cdot S_{xy}}{D}$$

ou

### ▼ Code

```
1 import numpy as np
2 poly=np.polyfit(Gs, RSs,1)
3 poly
```

```
array([1.99408294, 2.98905853])
```

# 4.4 Exercice

Soient les trois points suivants de calibration :

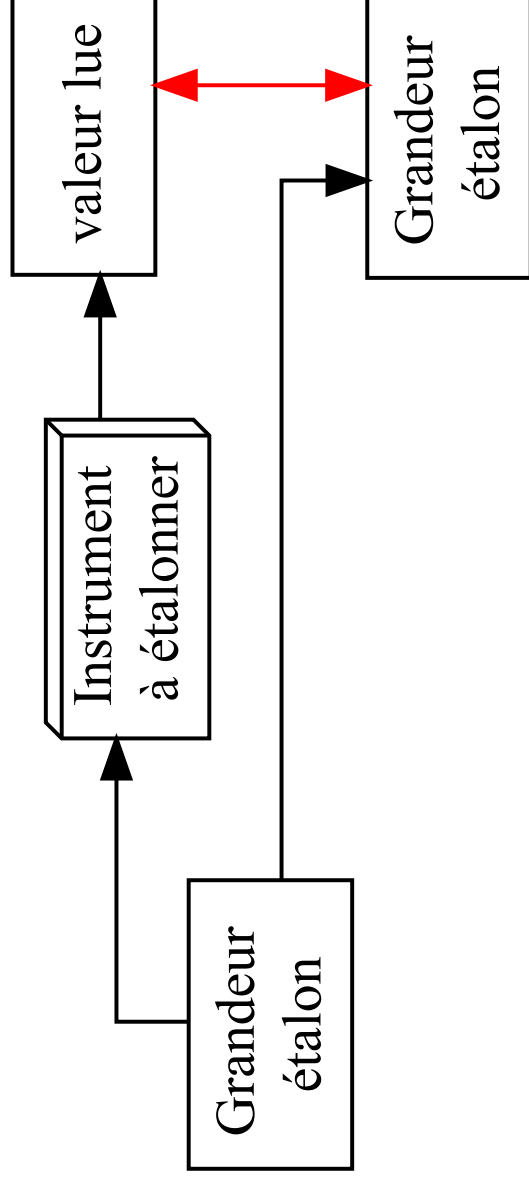
- $x$  correspond à la mesurande (mesurée en °C).
- $y$  correspond au signal (mesuré en volts).

i	x	y	$\sigma$
1	1	2	1.0
2	3	3	0.1
3	5	5	0.1

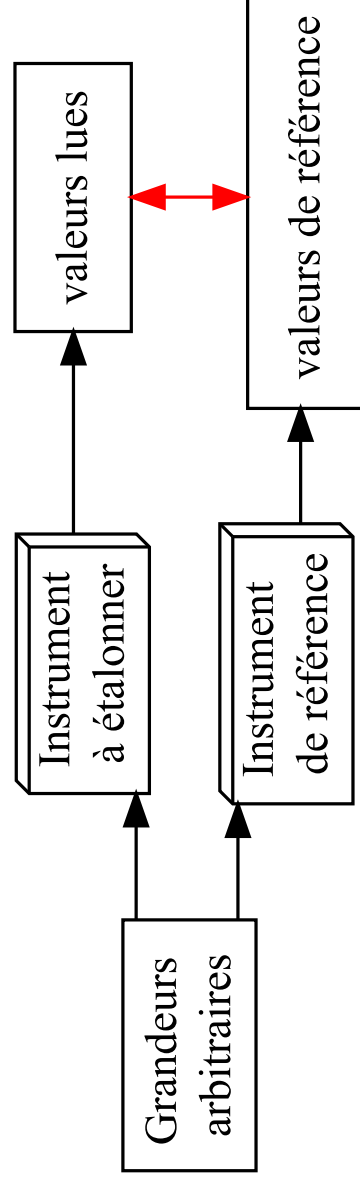
1. Déterminer  $a$  et  $b$  de la meilleure droite passant par les points de calibration (sans tenir compte de l'erreur)
2. Déterminer  $a$  et  $b$  de la meilleure droite passant par les points de calibration (en tenant compte de l'erreur)
3. Quelle est la sensibilité de ce capteur

## 4.5 Etalonnage

### 4.5.1 Comparaison à une référence



### 4.5.2 Comparaison avec un instrument de référence



## 4.6 Exercice : Etalonnage par comparaison

- Selon documents Pr. Joseph Moerschell (cyberlearn)
- ex-etalonnage-par-comparaison.ipynb



