Instrumentation

Joseph Moerschell, Marc Nicollerat

3 Erreurs de mesure

- Quelles sont les sources d’erreurs
- Comprendre les spécifications des appareils
- Calculer les erreurs d’un système

3.1 Au menu des sources d’erreurs

Les sources d’erreur communes sont légions. Il s’agit de les identifier. Quelques sources possibles sont listées dans la Table 1.

Table 1: Quelques sources d’erreur.

Paramètre	**Description**	**Parade**
Offset	Lorsque la mesurande est null, l’offset apparaît comme une valeur non nulle à la sortie	Il peut être mesurés avant d’appliquer la mesurande et soustrait aux mesures
Précision	La précision donnée d’un capteur comprend toutes les erreurs	Choisir le capteur approprié
Erreur de linéarité	Cette erreur caractérise la relation entre la mesurande et la sortie, soit le gain	On peut calibrer l’appareil avec une mesurande connue
Stabilité	La stabilité représente la plage dans laquelle la sortie varie pour une même mesurande	Cette variation est liée à des facteurs d’influence ou au bruit de mesure. On peut prendre plusieurs mesures pour calculer une moyenne
Répétabilité	La répétabilité est la différence de sortie pour une même mesurande appliquée à plusieurs reprises	La procédure de mesure peut améliorer la répétabilité (on effectue les mesures toujours de la même façon)
Environnement	Les conditions de l’environnement (température) peuvent influencer la mesure	Contrôler l’environnement
Chaine d’acquisition	La sortie du capteur est mesurée par un appareil (un voltmètre par exemple)	La précision du système doit être adaptée.

3.2 Linéarité

Le principe utilisé pour la mesure n’a pas toujours une caractéristique linéaire. Ceci doit être compensé par l’instrument.

$$Y_{capteur} = ax^2 \implies Y_{sortie} = b\sqrt{Y_{Capteur}} \implies Y_{sortie} = b\sqrt{\overline{a}} \cdot x \qquad (1)$$

La correction n’est jamais parfaite, elle peut demander des calibrations. Un appareil peut utiliser un polynôme du genre de Equation 2.

$$T = T_0 \cdot \left(a0 + a1 * R + a2 * R^2\right) \qquad (2)$$

Les paramètres a_i doivent être identifiés précisément pour minimiser l’erreur. Si une influence n’est pas modélisée, une erreur va apparaître. On aura une **erreur de linéarité**.

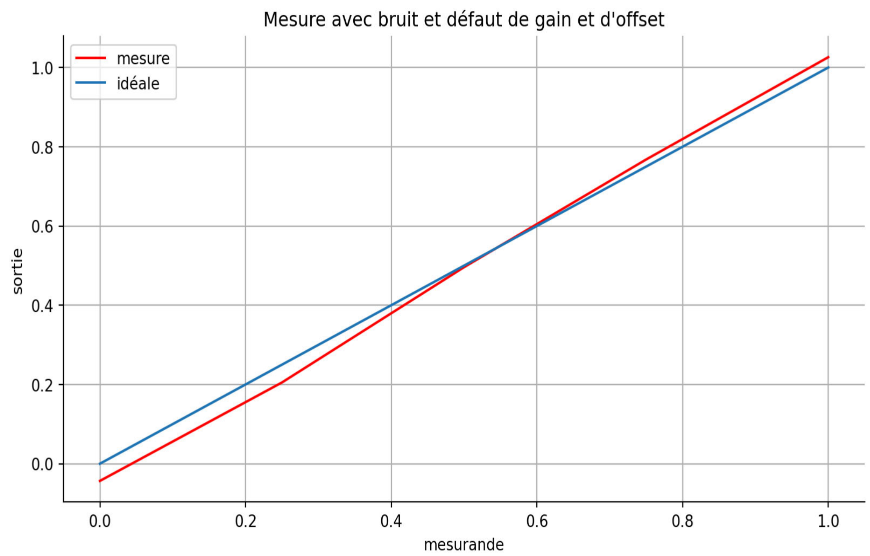


Figure 1: Mesure faussée par erreur de linéarité

3.3 Erreur d’offset et de gain

L’offset et le gain influencent la caractéristique comme le montre la Figure 2

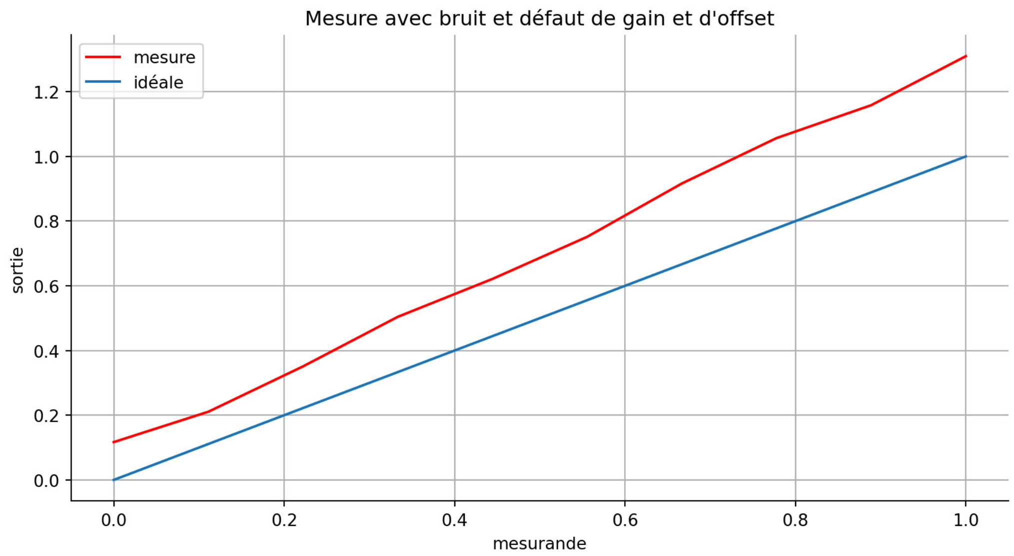


Figure 2: Mesure faussée par un offset et un gain

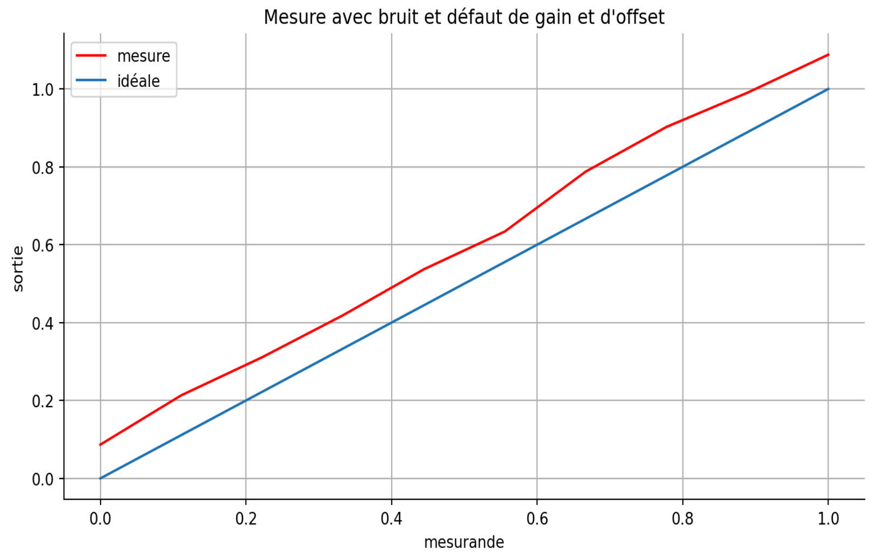


Figure 3: Mesure faussée par un offset

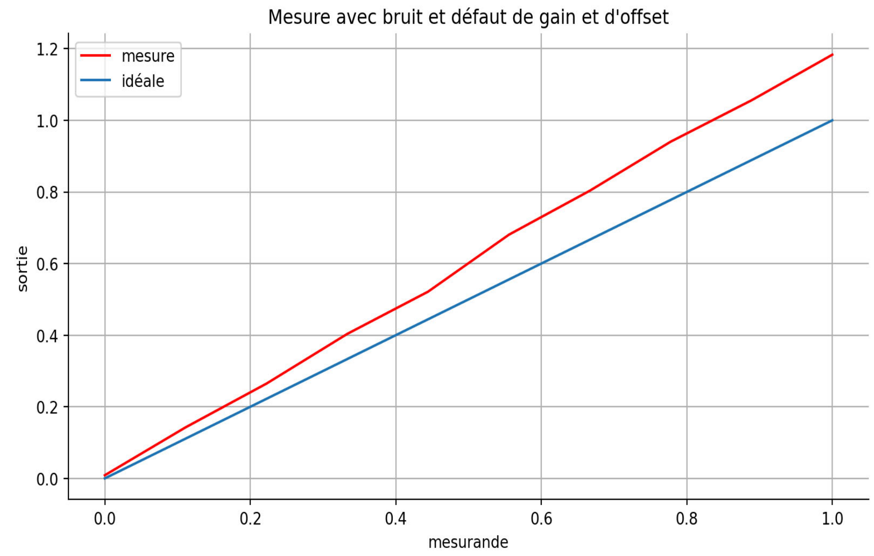


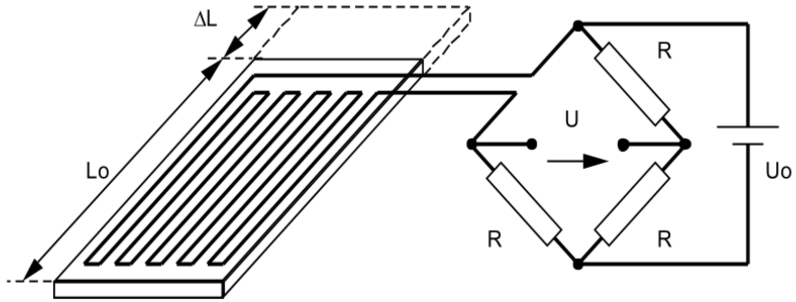
Figure 4: Mesure faussée par un gain imprécis

3.4 Exemple d'influence sur l'offset ou le gain

Les grandeurs interférentes sont des grandeurs qui s'ajoutent à la mesure. En analysant la structure d'un capteur et en comprenant comment il fonctionne, on peut détecter les interférences possibles.

Exemple du pont de Wheatstone. La grandeur mesurée U sera affectée de façon…

- *additive* par une erreur des résistances R,
- *multiplicative* par une erreur de la tension U_0



Jauge de contrainte mesurée par un 1/4 de pont.

$$R_{jauge} = R_0 + \Delta$$

$$\sigma = \epsilon \cdot E \left[\frac{N}{m^2}\right], \quad \Delta R = K \cdot R_0 \cdot \epsilon \, [\Omega$$

$$\epsilon = \frac{dL}{L} \approx \frac{\Delta L}{L} [1], \quad U \cong -\frac{K\epsilon}{4} U_0 \, [V$$

> **Note**
>
> Exemple de développemenet dans le notebook jupyter python/dev_2.1_erreur-add-mult.ipynb

3.5 Précision

Les sources d'erreurs possibles d'un capteur sont illustrées sur la Figure 5

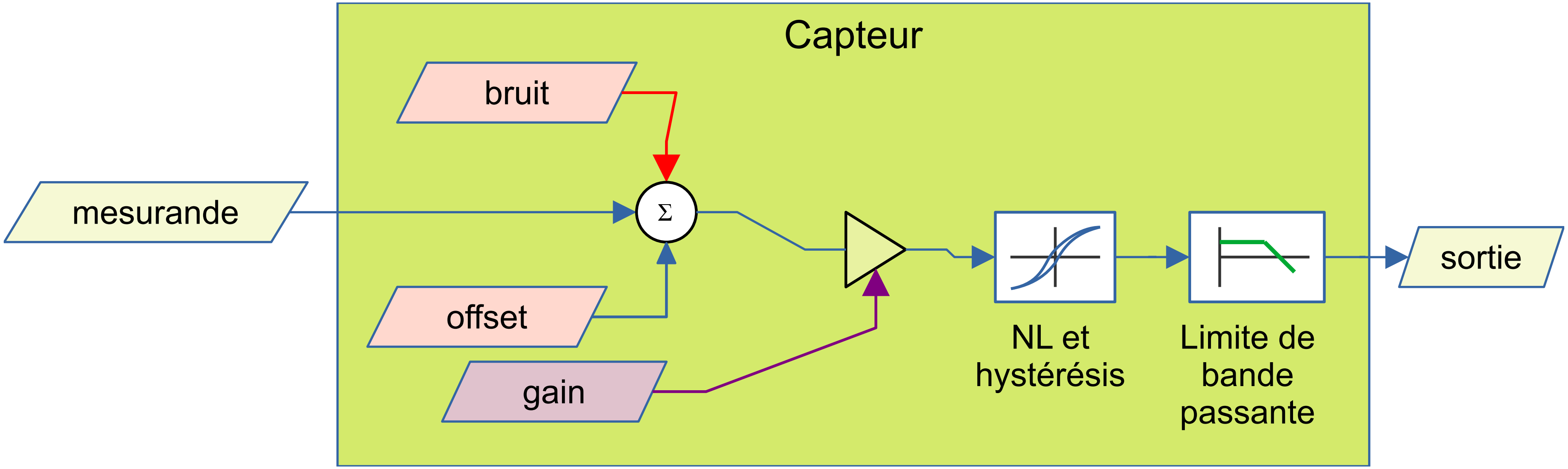


Figure 5: Différentes erreurs de mesures

3.6 Dérive

Pendant son fonctionnement, un appareil peut voir varier sa caractéristique changer, par exemple à cause de son échauffement.

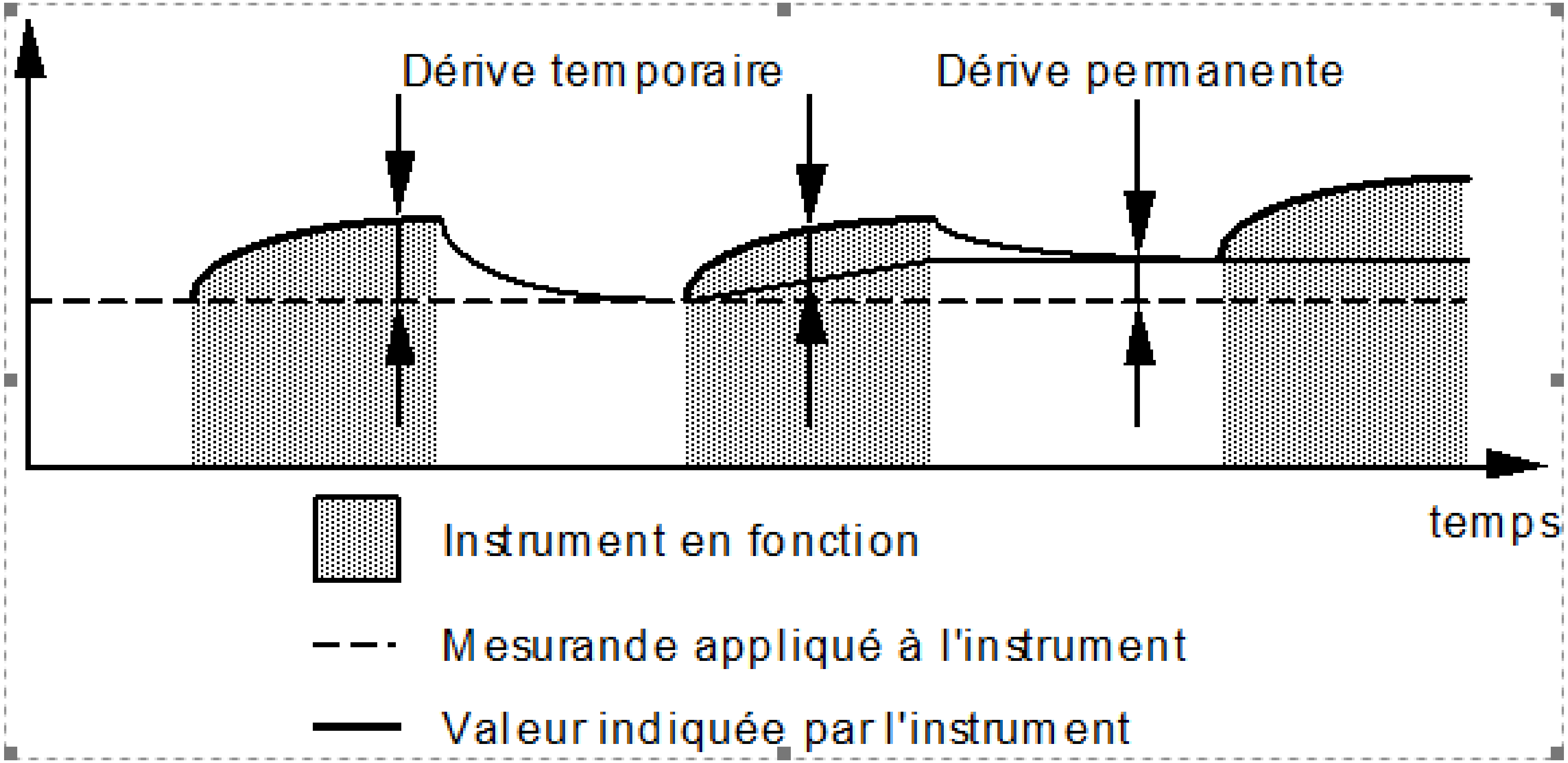


Figure 6: Dérive due à l'échauffement

3.7 Fidélité, justesse et précision

On peut qualifier un instrument selon sa justesse et sa fidélité. Un instrument juste et fidèle est précis.

Fidélité	Les mesures se ressemblent mais ne sont pas forcément justes
Justesse	Les mesures sont précises
Précision	Les mesures sont justes et fidèles

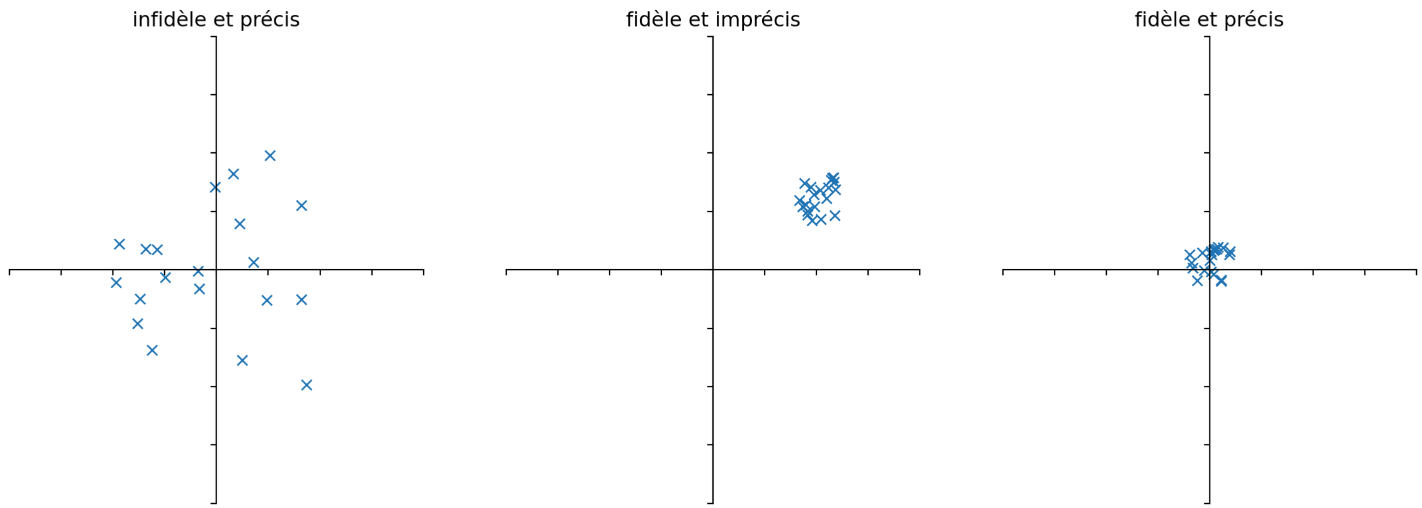


Figure 7: Variantes de fidélité et justesse

3.8 Précision constante, proportionnelle et combinée

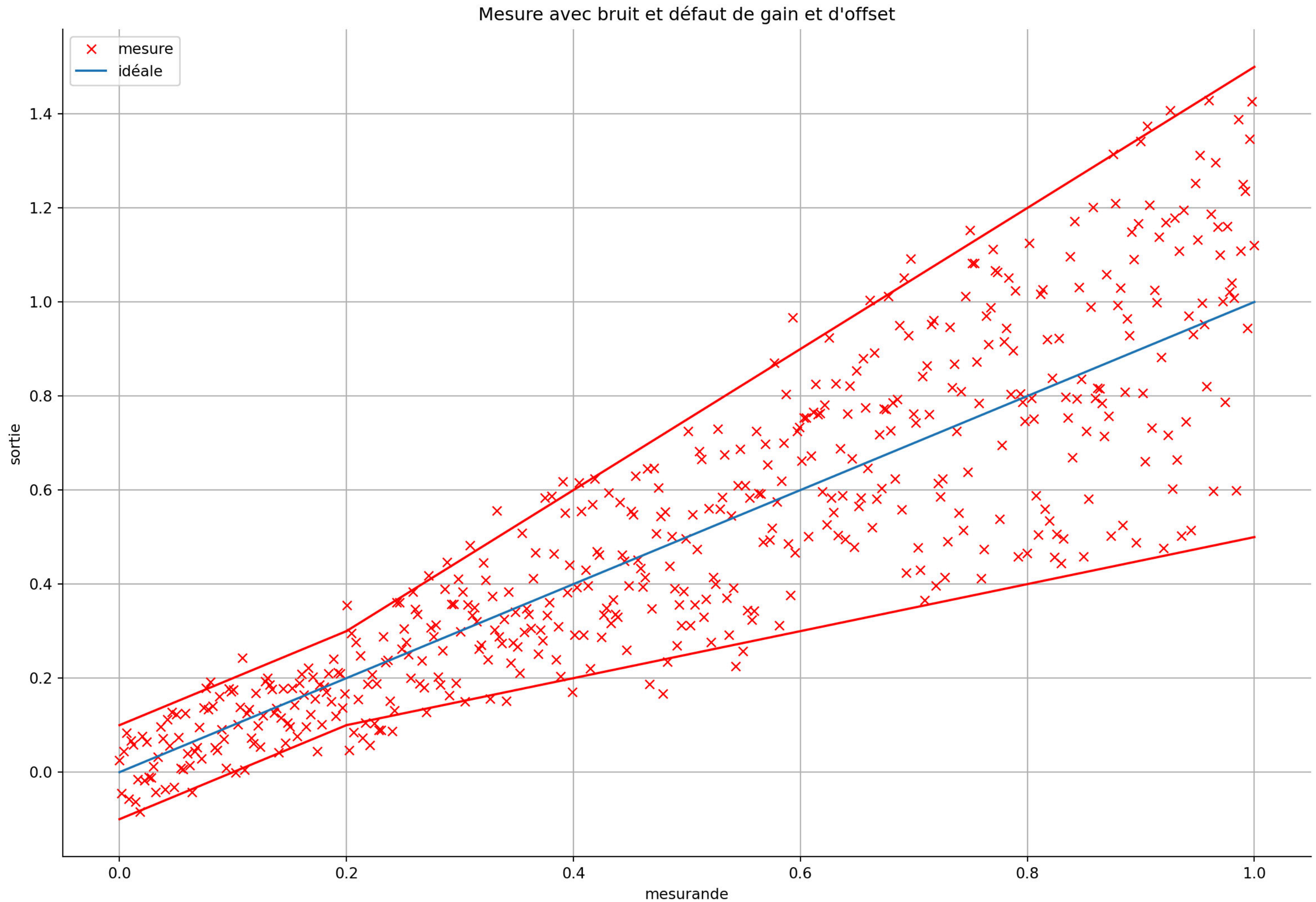


Figure 8: Précision combinée

On a les combinaisons possibles d'une erreur **absolue** $E_X = X - X_0$ et d'une erreur **relative** $\epsilon_X = E_X / X_0$.

3.9 Classes de précision

Spécification de précision d'instruments de mesure :

- Basée sur une erreur absolue constante sur toute la plage de mesure
- Exprimée relativement à la plage de mesure
- Classes courantes: 0.1 – 0.2 – 0.5 – 1 – 1.5 – 2.5 – 5
- Normes: IEC 60051 pour les mesures électriques, IEC 60751 pour la température, etc.

Classes de précision	Intensité en % de l'intensité Nominale					
	1%	5%	20%	50%	100%	120%
5				5%		5%
3				3%		3%
1		3%	1,5%		1%	1%
0,5		1,5%	0,75%		0,5%	0,5%
0,5S	1,5%	0,75%	0,5%		0,5%	0,5%
0,2		0,75%	0,35%		0,2%	0,2%
0,2S	0,75%	0,35%	0,2%		0,2%	0,2%

Exemple de classe de précision

3.10 Distribution d'erreurs aléatoires

Les distributions d'erreur suivent très souvent une courbe de Gauss. L'équation est donnée par :

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

La Figure 9 montre quelques traces pour les valeurs données dans le tableau.

Couleur	μ	σ
bleu	0.5	0.1
vert	0.7	0.3
magenta	0.8	0.05

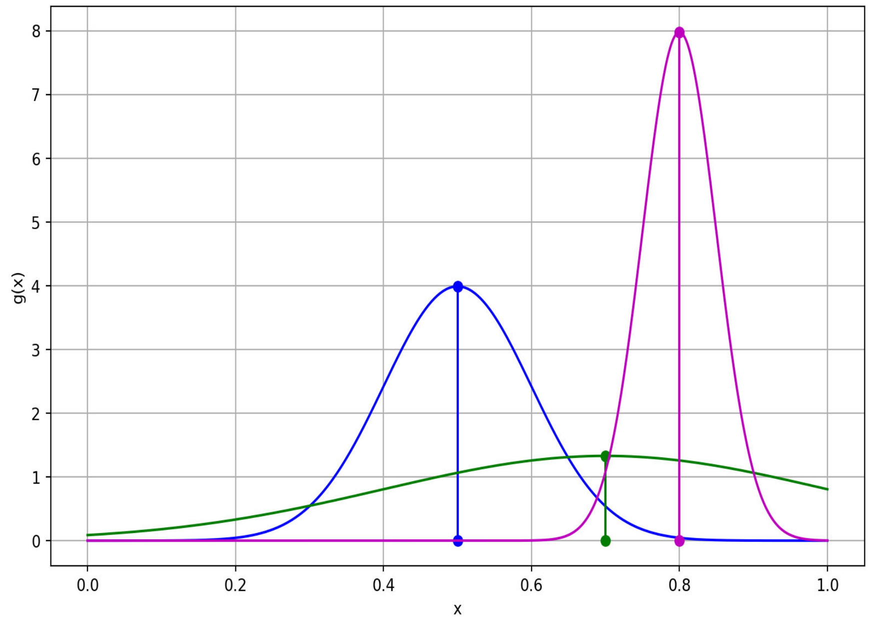


Figure 9: Quelques gaussiennes

> **Note**
>
> La distribution de Gauss est un modèle qui est souvent approximativement correct.
>
> La plage des valeurs de mesure de la fonction de Gauss est théoriquement infinie.
>
> En technique, nous travaillons souvent avec une plage de $\pm 3\sigma$ autour de μ.
>
> Elle n'est pas la seule distribution qui existe, mais elle permet des calculs analytiques simples.

3.11 Autres causes des erreurs de mesure

- Facteurs psychologiques
  - angle de lecture
  - fatigue
  - lecture d'une valeur instable
- Temps de réponse
  - Lecture trop rapide
- Crosstalk
  - Un canal de lecture peut influencer l'autre

> **Note**
>
> Plusieurs personnes mesurent une longeur avec un double-mètre.

3.12 Exemple de spécification

Exemple de données sur la précision d'un capteur de pression

Item*		Min.	Typ.	Max.	Unit
Accuracy	0bar ~ 1bar		0.25	0.5	%FS
	2bar ~ 35bar		0.25	0.5	
Zero Thermal error	0bar ~ 1bar		0.75	1.25	±%FS, @25 ℃
	2bar ~ 35bar		0.5	0.75	
FS Thermal error	0bar ~ 1bar		0.75	1.25	
	2bar ~ 35bar		0.5	0.75	
Stability	≤2bar	0.5			%FS/year
	≤35bar	0.2			
Static pressure effect		0.05			±%FS, each 1bar
Compensation temp.		0~50			℃
Operation temp.		-30~80 ; -10~70(Cable)			
Storage temp.		-40~120; -20 ~85(Cable)			

Données sur la précision pour un capteur de pression

Paramètre	Echelle	Graphique
Accuracy	%FS	NL
Zero Thermal error	%FS	offset
FS thermal error	%FS	gain(Température)
Stability	%FS	gain(temps)

Important

FS tient pour Full Scale. L'erreur est dépendante de la plage maximum du capteur. Si on utilise un capteur sur une plage réduite, cette erreur devient importante.

3.13 Exemple de spécification d’appareil de précision

Spécification du HP 3458, multimètre de précision

DC Voltage

Range	Full Scale	Maximum Resolution	Input Impedance	Temperature Coefficient (ppm of Reading + ppm of Range) /° C	
				Without ACAL[1]	With ACAL[2]
100 mV	120.00000	10 nV	>10 GΩ	1.2 + 1	0.15 + 1
1 V	1.20000000	10 nV	>10 GΩ	1.2 + 0.1	0.15 + 0.1
10 V	12.0000000	100 nV	>10 GΩ	0.5 + 0.01	0.15 + 0.01
100 V	120.000000	1 µV	10 MΩ ± 1%	2 + 0.4	0.15 + 0.1
1000 V	1050.00000	10 µV	10 MΩ ± 1%	2 + 0.04	0.15 + 0.01

Accuracy[3] (ppm of Reading (ppm of Reading for Option 002) + ppm of Range)

Range	24 Hour[4]	90 Day[5]	1 Year[5]	2 Year[5]
100 mV	2.5 + 3	5.0 (3.5)+ 3	9 (5)+ 3	14 (10)+ 3
1 V	1.5 + 0.3	4.6 (3.1)+0.3	8 (4)+ 0.3	14 (10)+0.3
10 V	0.5 + 0.05	4.1 (2.6) + 0.05	8 (4) + 0.05	14 (10)+0.05
100 V	2.5 + 0.3	6.0 (4.5) + 0.3	10 (6)+0.3	14 (10)+ 0.3
1000 V[6]	2.5 + 0.1	6.0 (4.5)+ 0.1	10 (6)+ 0.1	14 (10)+ 0.1

Transfer Accuracy/Linearity

Range	10 Min, Tref ± 0.5°C (ppm of Reading + ppm of Range)	Conditions
100 mV	0.5 + 0.5	• Following 4 hour warm-up. Full scale to 10% of full scale • Measurements on the 1000 V range are within 5% of the initial meausurement value and following measurement setting. • Tref is the starting ambient temperature. • Measurements are made on a fixed range (>4 min.) using accepted metrology practices
1 V	0.3 + 0.1	
10 V	0.05 + 0.05	
100 V	0.5 + 0.1	
1000 V	1.5+0.05	

Spécification pour la mesure de tension

3.14 Système multivariables

Une grandeur qu'on veut mesurer de façon indirecte dépend souvent de plusieurs autres grandeurs. On a alors un système multivariables. On peut écrire une formulation générale avec la notation *matricielle* :

$$Y = f(\mathbf{X}), \mathbf{X} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$$

Exemples

- le débit par un trou d'un récipient fermé dépend de la hauteur d'eau et de la pression atmosphérique.
- la masse d'air aspirée par le piston d'un moteur dépend de la pression, de la température et du régime du moteur.

3.15 Calcul d'erreur par opérations

L'erreur d'un système composé de plusieurs variables peut se calculer selon les opérations effectuées sur le signal.

Opération	Erreurs	Calcul
$C = A + B$	E_A, E_B, E_C	$C + E_C = A \pm E_A + B \pm E_B = C \pm (E_A + E_B) \implies E_C = E_A + E_B$
$C = A - B$	E_A, E_B, E_C	$C + E_C = A \pm E_A - (B \pm E_B) = C \pm (E_A + E_B) \implies E_C = E_A + E_B$
$C = A \cdot B$	$\epsilon_A = \frac{E_A}{A}, \epsilon_B = \frac{E_B}{B}, \epsilon_C = \frac{E_C}{C}$	$C + E_C = (A + E_A) \cdot (B + E_B) = A(1 + \epsilon_A) \cdot B(1 + \epsilon_B) = (A \cdot B)(1 + \epsilon_A + \epsilon_B + \epsilon_A \epsilon_B) \cong C \cdot (1 + \epsilon_A + \epsilon_B) \implies E_C = C \cdot (\epsilon_A + \epsilon_B)$
$C = A/B$	$\epsilon_A = \frac{E_A}{A}, \epsilon_B = \frac{E_B}{B}, \epsilon_C = \frac{E_C}{C}$	$C + E_C = (A + E_A)/(B + E_B) = \frac{A}{B} \frac{1 + \epsilon_A}{1 + \epsilon_B} = \frac{A}{B} \frac{(1 + \epsilon_A) \cdot (1 + \epsilon_B)}{1 - \epsilon_B^2} \cong C(1 + \epsilon_A + \epsilon_B) \implies E_C = C \cdot (\epsilon_A + \epsilon_B)$

3.16 Calcul d'erreur par linéarisation

Les erreurs étant petites, on peut linéariser autour des valeurs nominales.

Pour une fonction $Y = F(X_1, X_2, \ldots X_N) = Y(\mathbf{X})$, on peut écrire :

$$Y(\mathbf{X}) =$$

$$Y(\mathbf{X}_0) + \left\{ \left| \frac{\partial Y}{\partial X_1} \bigg|_{\mathbf{X}_0} \cdot E_{X1} \right| + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_2} \bigg|_{\mathbf{X}_0} \cdot E_{X2} \right| + \ldots + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_N} \bigg|_{\mathbf{X}_0} \cdot E_{X_N} \right| \right\}$$

$$= Y_0 \pm E_Y$$

3.17 Exercices et approfondissement

Exercices du Prof Moerschell (cyberlearn)

- 3.1 Précision d'un voltmètre
- 3.2 Circuit électronique

Les calculs sont proposés dans le document ex_3.2_erreur_diviseur_resistif_sol.ipynb

Dérive

Un instrument fournit une mesure. La mise en forme de la mesure effectue une amplification qui est assurée par un amplificateur opérationel, dont le gain est défini par 2 résistances :

$$g = R2/R1$$

Les résistances voient leur valeur changer avec la température selon la relation :

$$R_{temp} = R_{nom}(1 + \alpha \cdot (T - T_a)),\ \ R_{nom} \text{ est la valeur à température ambiante } T_a$$

Une fois mis en marche, l'appareil chauffe pour atteindre très lentement une température de fonctionnement T_f.

- Quelle sera la valeur du gain une fois que l'appareil a chauffé si les 2 résistances on le même coefficient α de 100ppm ?
- Après une réparation, la résistance R1 est remplacée par une résistance de précision qui n'est pas influencée par la température (coefficient α très bas). Quelle sera la valeur du gain après l'échauffement ?

cf document "résistance Vishay.pdf"