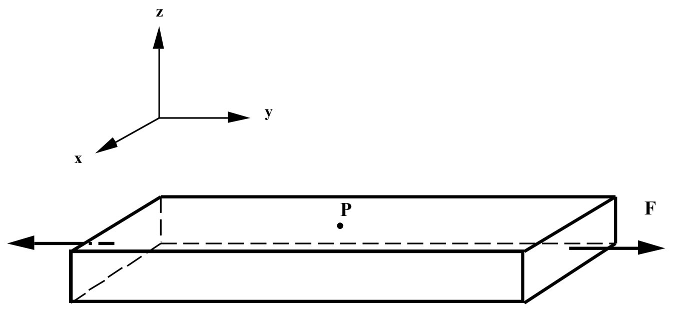
Jauge de contrainte

La contrainte mécanique au point P à la surface d'une pièce en acier doit être mesurée à l'aide de jauges de contrainte (JDC).

Mit Hilfe von Dehnungsmesstreifen (DMS) sollen die Beanspruchungen eines Stabelementes aus Stahl in einem Punkt P auf seiner Oberfläche gemessen werden.



Section de la pièce :	$S = 20\left[cm^2\right]$	Stabelementquerschnitt
Module d'élasticité	$E_{Stahl} = 21'000\left[\frac{daN}{mm^2}\right]$	Elastizität:
Coefficient de contraction (Coefficient de Poisson)	$\nu = 0.3\,[-]$	Querkontraktionszahl (Poisson-koeffizient):
Facteur de jauge	$K = 2\,[-]$	DMS K-Faktor:
Tension d'alimentation du pont	$U_0 = 10\,[V]$	Speisespannung der Brücke

La contrainte σ_y provoquée par la force F doit être mesurée à l'aide de deux JDC. Les deux jauges sont construites de la même façon et possèdent les mêmes caractéristiques.

On admet qu'il n'existe ni couple de flexion ni couple de torsion.

Dans un premier temps on colle une jauge sur la pièce et une autre sous la pièce, dans la même direction y. Elles mesurent la même déformation, et nous supposons qu'elles se trouvent à la même température.

Mittels zwei DMS und einer Brückenschaltung soll die Beanspruchung in y-Richtung σ_y, die durch eine Normalkraft F bewirkt wird, gemessen werden, und zwar so, dass eine allfälligeTemperaturänderung kompensiert wird. Dabei wird angenommen, dass kein Biegemoment und Drehmoment vorhanden ist.

Zunächst wird ein Messstreifen auf dem Bauteil und einer unter dem Bauteil aufgeklebt, in derselben y-Richtung. Diese messen die gleiche Verformung, und wir nehmen an, dass sie die gleiche Temperatur besitzen.

1) Wie müssen die DMS an die Brückenschaltung angeschlossen werden? Zeichnen Sie ein vollständiges Annschlussschema und skizzieren Sie wie und wo die DMS fixiert werden müssen und begründen Sie ausführlich, weshalb damit Temperaturänderungen kompensiert werden.

Comment faut-il connecter les JDC avec le circuit de mesure en pont ? Tracer un schéma de connexion complet et esquisser à quel endroit et comment il faut placer les JDC. Expliquez pourquoi les changements de température sont compensés.

2) Wie lässt sich die Beanspruchung σ_y in Funktion der Brückenspannung U_m, die mit einem Voltmeter abgelesen wird, der Speisespannung U_0 der Brückenschaltung und des k-Faktors (vom Hersteller angegeben) des DMS bestimmen?

Comment peut-on déterminer la contrainte σ_y en fonction de la tension du pont U_m, qui est relevée avec un voltmètre, de la tension d'alimentation U_0 du circuit en pont et du facteur k de la JDC (indiqué par le fabricant).

Dans un second temps, la deuxième JDC est collée sur la pièce <u>perpendiculairement à la première jauge.</u> Les changements de température éventuels sont compensés.

In einem zweiten Schritt wird das zweite DMS <u>senkrecht zum ersten</u> auf das Stabelement geklebt. Allfällige Temperaturschwankungen werden so kompensiert.

3) Wie müssen nun die DMS an die Brückenschaltung angeschlossen werden? Zeichnen Sie ein vollständiges Annschlussschema und skizzieren Sie wie und wo die DMS fixiert werden müssen und begründen Sie ausführlich, weshalb damit allfällige Temperaturänderungen kompensiert werden.

Comment faut-il maintenant connecter les JDC avec le circuit en pont ? Tracer un schéma de connexion complet et esquisser à quel endroit et comment il faut placer les JDC. Expliquez pourquoi les changements de température éventuels sont compensés.

4) Wie lässt sich die Beanspruchung σ_y in Funktion der Brückenspannung U_m, die mit einem Voltmeter abgelesen wird, der Speisespannung U_0 der Brückenschaltung, des K-Faktors der DMS (vom Hersteller angegeben) und der Querkontraktionszahl *v* des Stahls bestimmen.

Comment peut-on déterminer la contrainte σ_y en fonction de la tension du pont U_m, qui est relevée avec un voltmètre, de la tension d'alimentation U_0 du circuit en pont, du facteur K de la JDC (indiqué par le fabricant) et du coefficient de Poisson v de l'acier.

5) Wie gross wäre für den Fall 1 und für den Fall 2 die Spannung, die das Voltmeter anzeigen würde, falls das Stabelement mit einer Normalkraft von $10\,[kN]$ gedehnt wird?

Es wird angenommen, dass innerhalb des Stabelementes die Dehnungen bezüglich der Normalrichtung homogen sind, d.h. konstant bleiben, wenn man den Messpunkt P in Längsrichtung verschiebt.

Quelle tension indiquera le voltmètre dans le premier cas et dans le second cas, si la barre est étirée par une force de $10\,[kN]$?

Nous admettons que l'allongement relatif dans la barre est homogène par rapport à la direction normale c'est-à-dire qu'il reste constant si l'on déplace le point de mesure P dans le sens longitudinal.

CAPTEUR DE FORCE PIÉZOÉLECTRIQUE

Gegeben sei ein Quarzquader mit den Abmessungen $a = b = c = 1\,[cm]$ und einem Elastizitätsmodul $E_{Quartz} = 8 \cdot 10^{12}\left[\frac{N}{m^2}\right]$. Dieser Quarzquader soll als Messfühler für eine Druck-, Kraft- oder Beschleunigungsmessung dienen. Die piezoelektrische Konstante beträgt $\beta = 2.26 \cdot 10^{-11}\left[\frac{C}{daN}\right]$ und die relative Dielektrizitätszahl beträgt $\varepsilon_r = 4.5$.

Soit un quartz cubique dont les dimensions sont $a = b = c = 1\,[cm]$ et dont le module d'élasticité vaut $E_{Quartz} = 8 \cdot 10^{12}\left[\frac{N}{m^2}\right]$. Deux faces opposées ont été recouvertes d'une fine couche métallique. En mesurant la tension entre les couches métalliques on peut déterminer la pression, la force ou l'accélération qui agit sur ce capteur. La constante piézo-électrique de ce quartz vaut $\beta = 2.26 \cdot 10^{-11}\left[\frac{C}{daN}\right]$ et sa constante diélectrique relative vaut $\varepsilon_r = 4.5$.

1) Wie gross ist die Empfindlichkeit des Messfühlers für den longitudinalen Effekt (in $\left[\frac{V}{N}\right]$) ?

   Quelle est la sensibilité du capteur par rapport à une force (en $\left[\frac{V}{N}\right]$)?

2) Wie gross ist die Empfindlichkeit des Messfühlers für den longitudinalen Effekt, falls zur Eigenkapazität des Messquarzes die äussere Kapazität $C" = 100\,[pF]$ (herrührend vom Gehäuse des Messwandlers, den Verbindungsleitungen und des Messgerätes) hinzugerechnet wird?

   Quelle est la sensibilité du capteur par rapport à une force, lorsqu'on ajoute la capacité extérieure $C" = 100\,[pF]$ (provenant du châssis du capteur, du câble et de l'appareil de mesure) à la capacité propre du capteur ?

3) Wie gross ist die Verformung des Quarzquaders für den longitudinalen Effekt, falls man annimmt, dass die Spannung zwischen den zwei Quarzseiten $0.1\,[V]$ beträgt.

   Quelle est la déformation du quartz cubique lorsque la tension entre les électrodes vaut $0.1\,[V]$.

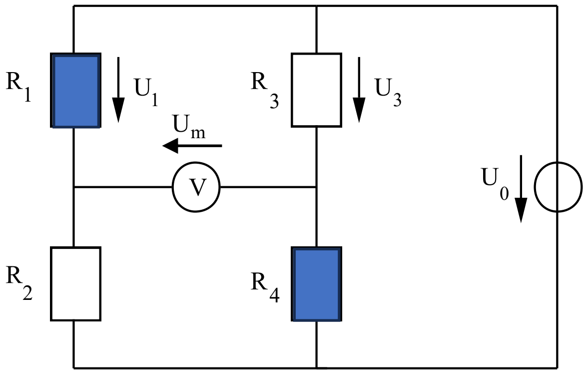
4) Wie kann die Empfindlichkeit der Messvorrichtung verbessert werden?

   Comment peut-on améliorer la sensibilité de ce dispositif de mesure ?

SOLUTION JAUGE DE CONTRAINTE

1) Anschluss der Dehnungsmessstreifen an die Brückenschaltung (Anschlussschema):

Connexion des jauges de contrainte au pont de mesure (schéma de connexion):



Die DMS sind an den Positionen 1 und 4 angebracht.

Les JDC se trouvent aux positions 1 et 4.

$R_2 = R_3$

Kompensation von Temperaturänderungen:

Compensation des changements de la température:

Im Arbeitspunkt (ohne mechanische Belastung) gelte:

Au point de fonctionnement (sans charge mécanique):

$R_{DMS1} = R_{DMS4} = R_{DMS0}$

Eine Temperaturänderung ΔT bewirkt bei beiden DMS ungefähr die gleiche Widerstandsänderung ΔR_{DMST} , falls die beiden DMS vom gleichen Typ sind und entsprechend obiger Zeichnung fixiert werden.

Un changement de la température ΔT entraîne approximativement la même variation de résistance ΔR_{DMST} dans les deux jauges de contrainte si elles sont de même type et posées en-dessus et en-dessous de la même pièce métallique.

Eine Kraft bewirkt in beiden DMS eine Widerstandsänderung ΔR_{DMSF} .

Une force entraine seulement dans les deux JDC une variation de résistance ΔR_{DMSF} .

Der Widerstand R_1 im ersten Zweig der Brückenschaltung beträgt also:

La résistance R_1 dans la première branche du circuit en pont vaut donc:

–> $R_1 = R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}$

Der Widerstand R_4 im zweiten Zweig der Brückenschaltung beträgt also:

La résistance R_4 dans la deuxième branche du circuit en pont vaut donc:

–> $R_4 = R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF} = R_1$

$$U_m = U_3 - U_1 = U_0 \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} - U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

Die Widerstände R_2 und R_3 müssen den gleichen Temperaturgang haben wie die Dehnungsmessstreifen:

Les résistances R_2 et R_3 doivent avoir la même dérive en température que les jauges de contrainte :

$$R_2 = R_3 = R_{DMS0} + \Delta R_{DMST}$$

$$U_m = U_0 \cdot \frac{R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}}{2 \cdot R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}} - U_0 \cdot \frac{R_{DMS0} + \Delta R_{DMST}}{2 \cdot R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}}$$

$$U_m = U_0 \cdot \frac{\Delta R_{DMSF}}{2 \cdot R_{DMS0} + 2 \cdot \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}}$$

Mit : $\Delta R_{DMST},\ \Delta R_{DMSF} << R_{DMS0}$ findet man :

Sachant que : *on trouve :*

$$U_m \approx U_0 \cdot \frac{\Delta R_{DMSF}}{2 \cdot R_{DMS0}}$$

–> ΔT **beeinflusst U_m nicht !** ΔT ***n'influence donc pas U_m !***

2) $\sigma_y = E \cdot \varepsilon_{yF}$ mit ε_{yF} : Relative Verlängerung, die durch die Kraft erzeugt wird.

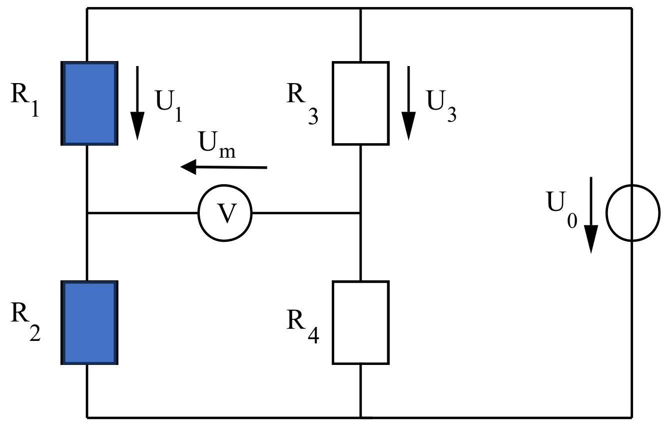
Avec ε_{yF} : allongement relatif dû la force.

Andererseits / *D'autre part* : $\Delta R_{DMSF} = K \cdot R_{DMS0} \cdot \varepsilon_{yF}$ und / *et* $R_{L0} << R_{DMS0}$

$$\Rightarrow U_m \approx -\frac{K \cdot \varepsilon_{yF}}{2} \cdot U_0 \Rightarrow \sigma_y \approx -\frac{2 \cdot E \cdot U_m}{K \cdot U_0} \quad \Rightarrow \quad \sigma_y \approx -2.1 \cdot 10^{10} \cdot U_m\ [Pa]$$

3) Anschluss der Dehnungsmessstreifen an die Brückenschaltung (Anschlussschema):

Connexion des jauges de contrainte au pont de mesure (schéma de connexion):



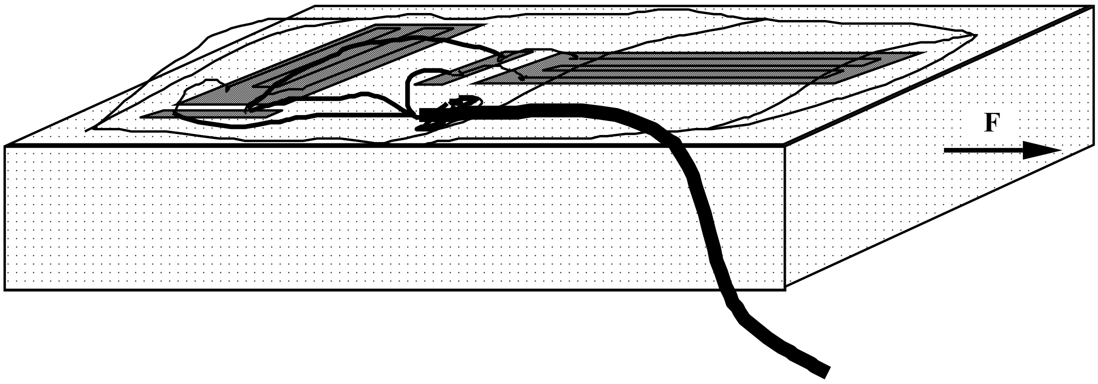
Die Dehnungsmessstreifen befinden sich nun in den Positionen 1 (in y-Richtung) und 2 (senkrecht dazu, in x-Richtung) der Brücke.

Les jauges de contrainte se trouvent maintenant dans les positions 1 (en direction y) et 2 (à la perpendiculaire, en direction x) du pont.

$R_3 = R_4$

Fixierung der Dehnungsmessstreifen:

Fixation des jauges de contrainte:



Kompensation von Temperaturänderungen:

Compensation des changements de la température:

Im Arbeitspunkt (ohne mechanische Belastung) gelte:

Au point de fonctionnement (sans charge mécanique):

$$R_{DMS1} = R_{DMS2} = R_{DMS0}$$

Eine Temperaturänderung ΔT bewirkt bei beiden DMS ungefähr die gleiche Widerstandsänderung ΔR_{DMST}, falls die beiden DMS vom gleichen Typ sind und entsprechend obiger Zeichnung aufgebracht werden.

Un changement de la température ΔT entraîne approximativement la même variation de résistance ΔR_{DMST} dans les deux jauges de contrainte si elles sont de même type et posées selon la figure ci-dessus.

Eine Kraft bewirkt im ersten DMS eine Widerstandsänderung ΔR_{DMSF} und im zweiten DMS eine Widerstandsänderung $-\nu \cdot \Delta R_{DMSF}$.

Une force entraine dans la première JDC une variation de résistance ΔR_{DMSF} et dans la seconde JDC une variation de résistance $-\nu \cdot \Delta R_{DMSF}$.

Der Widerstand R_1 im ersten Zweig der Brückenschaltung beträgt also:

La résistance R_1 dans la première branche du circuit en pont vaut donc:

–> $R_1 = R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}$

Der Widerstand R_2 im zweiten Zweig der Brückenschaltung beträgt also:

La résistance R_2 dans la deuxième branche du circuit en pont vaut donc:

–> $R_2 = R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} - \nu \cdot \Delta R_{DMST}$

$$U_m = U_3 - U_1 = \frac{U_0}{2} - U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$U_m = \frac{U_0}{2} - U_0 \cdot \frac{R_{DMS0} + \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF}}{2 \cdot R_{DMS0} + 2 \cdot \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF} \cdot (1-\nu)}$$

$$U_m = U_0 \cdot \frac{\Delta R_{DMSF} \cdot (1+\nu)}{2 \cdot [2 \cdot R_{DMS0} + 2 \cdot \Delta R_{DMST} + \Delta R_{DMSF} \cdot (1-\nu)]}$$

Mit : $\Delta R_{DMST},\ \Delta R_{DMSF} << R_{DMS0}$ findet man :

Sachant que : $\Delta R_{DMST},\ \Delta R_{DMSF} << R_{DMS0}$ *on trouve :*

$$U_m \approx -U_0 \cdot \frac{\Delta R_{DMSF} \cdot (1+\nu)}{4 \cdot R_{DMS0}}$$

–> ΔT **beeinflusst** U_m **nicht !** ΔT ***n'influence donc pas*** U_m ***!***

4) $\frac{\Delta R_{DMSF}}{R_{DMS0}} = K \cdot \varepsilon_{yF} \Rightarrow U_m \approx -U_0 \cdot \frac{K \cdot (1+\nu) \cdot \varepsilon_{yF}}{4}$ wenn / *si* $R_{L0} << R_{DMS0}$

$$\sigma_y = E \cdot \varepsilon_{yF} \approx -\frac{4 \cdot E \cdot U_m}{K \cdot (1+\nu) \cdot U_0} \approx 3.23 \cdot 10^{10} \cdot U_m\ [Pa]$$

5) Fall 1: / *Cas 1:* $U_m \approx \frac{F_y \cdot K \cdot U_0}{2 \cdot S \cdot E} = 242.6\ [\mu V]$

Fall 2: / *Cas 2:* $U_m \approx \frac{F_y \cdot K \cdot (1+\nu) \cdot U_0}{4 \cdot S \cdot E} = 157.8\ [\mu V]$

SOLUTION CAPTEUR DE FORCE PIEZOELECTRIQUE

1) Empfindlichkeit des Messfühlers ohne äussere Kapazität:

Sensibilité du capteur sans capacité extérieure:

$Q = \beta \cdot F$ und / *et* $Q = C' \cdot U$ mit / *avec* C' : Kapazität des Quarzes

capacité du quartz

$$\Rightarrow S_{UF} = \frac{dU}{dF} = \frac{U}{F} = \frac{\beta}{C'}$$

$C' = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{b \cdot c}{a} \approx 0.4\,[pF]$ mit / *avec* $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{A \cdot s}{V \cdot m}\right]$

$$\Rightarrow S_{UF} = \frac{\beta}{C'} = \frac{2.26 \cdot 10^{-11}}{0.4 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \approx 5.8 \left[\frac{V}{N}\right]$$

2) Empfindlichkeit des Messfühlers mit externer Kapazität:

Sensibilité du capteur avec capacité extérieure:

Gesamte Kapazität des Messfühlers: / capacité totale du capteur:

$C = C' + C''$ mit / *avec* C'' : externe Kapazität

capacité extérieure

$$C' << C'' \quad \Rightarrow \quad C \approx C''$$

In den meisten Fällen ist die Eigenkapazität des Messfühlers C' vernachlässigbar.

Dans la plupart des cas la capacité du quartz C' est négligeable.

$$\Rightarrow S_{UF} = \frac{\beta}{C''} = \frac{2.26 \cdot 10^{-11}}{100 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \approx 23 \left[\frac{mV}{N}\right]$$

3) Verformung Δx des Quarzes in Kraftrichtung:

Déformation Δx du quartz dans la direction de la force:

$\sigma = E \cdot \varepsilon$ und / *et* $\varepsilon = \frac{\Delta x}{a} \Rightarrow \Delta x = \frac{F \cdot a}{b \cdot c \cdot E}$

$$Q = C \cdot U = \beta \cdot F \Rightarrow F = \frac{C \cdot U}{\beta} \Rightarrow \Delta x = \frac{C \cdot U \cdot a}{\beta \cdot b \cdot c \cdot E}$$

Fall 1 ($C = C'$ siehe Uebung 1) / ***Cas 1*** *($C = C'$ voir exercice 1)*

$$C' = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{b \cdot c}{a} \approx 0.4\,[pF] \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot U}{\beta \cdot E} \approx 2.2 \cdot 10^{-13}\,[m] \qquad (1)$$

Die Verformung Δx hängt also nicht von den Dimensionen des Quarzes ab.

La déformation Δx ne dépend pas des dimensions du quartz.

Fall 2 ($C = C' + C''$ siehe Uebung 2) / ***Cas 2*** *($C = C' + C''$ voir exercice 2)*

$$\Delta x = \frac{(C' + C'') \cdot U \cdot a}{\beta \cdot b \cdot c \cdot E} \approx 5.4 \cdot 10^{-11}\ [m]$$

<u>Ergänzung: / *Supplément:*</u>

Die Verformung Δx lässt sich auch ohne E-Modul berechnen:

On peut calculer la déformation Δx sans connaître le module E:.

Energieerhaltungssatz: / *Conservation de l'énergie:*

$$\frac{1}{2} \cdot F \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U \qquad \text{und / et} \qquad Q = \beta \cdot F$$

$$\Rightarrow \Delta x = \beta \cdot U \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \Delta x \approx 2.3 \cdot 10^{-13}\ [m]$$

Übrigens: / *A propos:*

(1) (2) $\Rightarrow \beta = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{E}}$

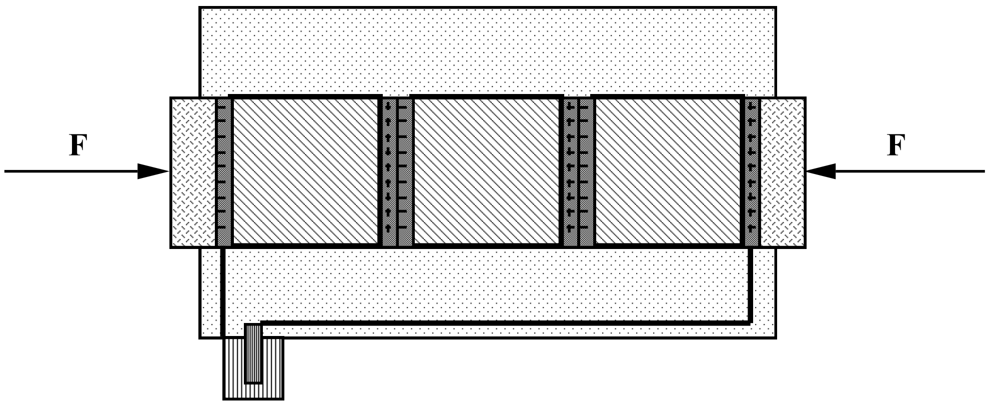
4) Verbesserung der Empfindlichkeit der Messvorrichtung:

Amélioration de la sensibilité de ce dispositif de mesure:

Vorschlag 1: *Proposition 1:*

Verkleinerung von C : / *Diminution de* C : $\quad S_{UF} = \dfrac{\beta}{C} \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow S_{UF} \uparrow$

Serieschaltung der Quarze: / *Mettre en série les quartz:*



$$\rightarrow \frac{1}{C_T'} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C'} + \frac{1}{C'} + \frac{1}{C'} + \ldots = n \cdot \frac{1}{C'} \quad \Rightarrow \quad C_T' = \frac{C'}{n}$$

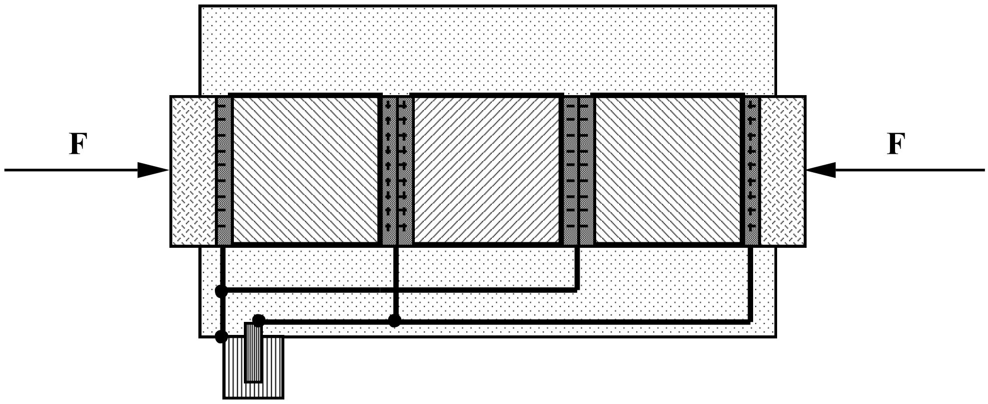
(z.B. *p.e.* $n = 3 \quad \Rightarrow \quad C \downarrow = C_T' + C''$)

Die Verkleinerung von C' verbessert jedoch die Empfindlichkeit nicht wesentlich, da $C' << C''$ ist. Eine Verkleinerung von C'' wäre einfacher. (z.B. Zuleitungskabel wenn möglich verkürzen).

La diminution de C' n'améliore pas beaucoup la sensibilité parce que $C' << C''$.

Une diminution de C'' serait meilleure.(p.e. diminuer la longueur du câble si possible).

Vorschlag 2 (besser): / *Proposition 2 (meilleure):*



$Q = n \cdot \beta \cdot F$ (z.B. *p.e.* $n = 3$)

und / *et* $Q = C \cdot U$ (siehe Aufgabe 2 / *voire exercice 2*)

$$\Rightarrow \quad S_{UF} = \frac{U}{F} = \frac{n \cdot \beta}{C}$$