## ERREURS DE MESURE (COURS 3)

### 3.1. Précision

*1)* Soit un voltmètre dont la fiche technique donne :

Précision: 1%
Précision proportionnelle à la mesure: 1.5 %
Résolution: 100 [mV]
Etendue de mesure: 200 [V]

1.1) Quel est l'écart maximal entre la tension appliquée et la tension lue, si cette dernière est 150 [V]?

1.2) Pour quelle valeur du mesurande la précision passe-t-elle de la forme proportionnelle à la forme constante?

1.3) Tracer le graphique : erreur maximale (positive et négative) en fonction de la valeur du mesurande, pour un appareil dont la valeur d'offset n'a pas été réglée correctement (l'appareil indique 1 [V] lorsque aucune tension ne lui est appliquée).

*2)* On dispose d'un appareil de mesure à indication numérique dont l'affichage se fait sur 2 digit (+ le signe).

2.1) Son fabricant indique une précision de 1 %. Cette valeur est-elle vraisemblable ou mensongère? Pourquoi?

2.2) Son fabricant indique une précision de 0.5 %. Cette valeur est-elle vraisemblable ou mensongère? Pourquoi?

3) On dispose de deux ampèremètres A et B, dont les caractéristiques techniques sont les suivantes :

**Multimètre A**

| Gamme ( AC Voltage) | Précision proportionnelle | Résolution |
|---|---|---|
| **200 [mA]** | **$\pm$ 1 % de la valeur lue +10 x dernier digit** | **0.1 [mA]** |
| **2 [A]** | **$\pm$ 1.5 % de la valeur lue +10 x dernier digit** | **1 [mA]** |
| **20 [A]** | **$\pm$ 2 % de la valeur lue +10 x dernier digit** | **10 [mA]** |

**Multimètre B**

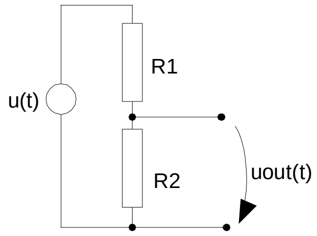
| Gamme (AC Voltage) | Précision constante | Résolution |
|---|---|---|
| **200 [mA]** | **$\pm$ 1.5 % + 5 x dernier digit** | **10 [$\mu$A]** |
| **2 [A]** | **$\pm$ 2 % + 5 x dernier digit** | **0.1 [mA]** |
| **20 [A]** | **$\pm$ 2 % + 5 x dernier digit** | **1 [mA]** |

3.1) Représenter dans un graphe l'erreur des 2 multimètres pour chaque gamme de mesure.

3.2) Quel est l'appareil le plus précis et pour quelles valeurs ? Justification.

## 3.2. <u>Circuit électronique</u>

Le circuit électronique suivant :




reçoit la tension alternative :

$u(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$

1) Déterminez l'évolution de la sortie $uout(t)$ au cours du temps.

2) Avec : $R1 = 1'000 \pm 20\ [\Omega]$, $R2 = 3'000 \pm 40\ [\Omega]$, $A = 240 \pm 15\ [V]$ $\omega = 314 \pm 2 \left[\frac{rad}{s}\right]$,

calculez la valeur maximale de la sortie par les 3 méthodes suivantes :

a) Calcul exact

b) Linéarisation

c) Utilisation des règles pour les quatre opérations « +, -, x, : »

## SOLUTIONS

### 3.1. Précision

1)

1.1) Ecart en précision constante:

1% de 200 [V] = 2 [V]

Ecart en précision proportionnelle:

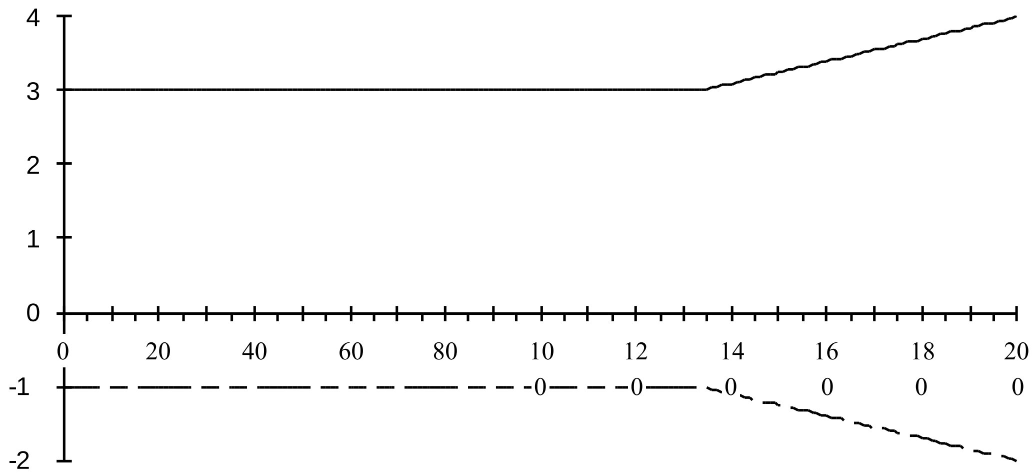
1.5 % de 150 [V] = 2.25 [V]

Donc l'écart maximal est de: ± 2.25 [V]

1.2) L'écart constant doit être égal à l'écart proportionnel:

$$\frac{200V \cdot 1\%}{100\%} = \frac{x \cdot 1.5\%}{100\%} \quad -> \quad x = 133.33 \text{ [V]}$$

1.3) Erreur maximale en fonction de la valeur du mesurande:

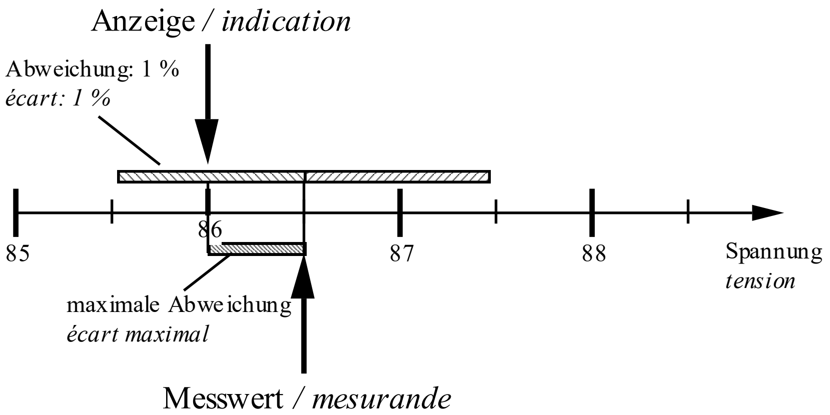



2) 2 digit => indications de -99 à +99

La plage de mesure est donc égale à 99 [V].

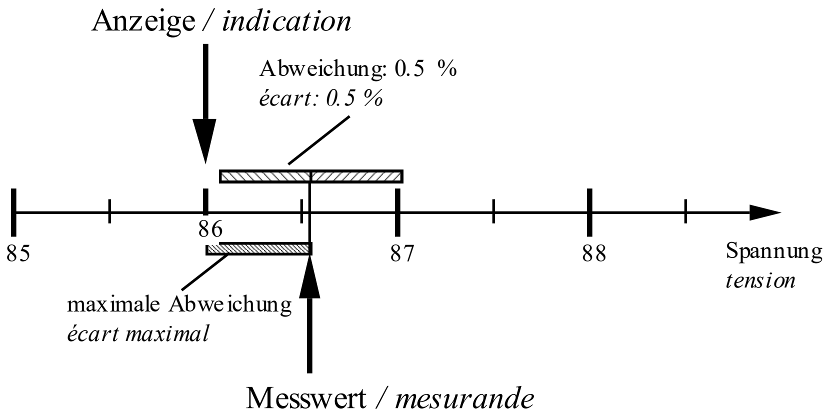
2.1) 1 % de 99 [V] = 0.99 [V]

Chaque indication doit être précise à 0.99 [V] près:




Il n'y a pas de valeur du mesurande qui tombe en dehors de la précision de 1 %. L'indication de la précision de 1 % n'est donc vraisemblablement pas mensongère.

2.2) Une précision de 0.5 % n'est pas vraisemblable, car il ne reste plus de marge d'erreur possible pour le reste de l'appareil de mesure:




3)

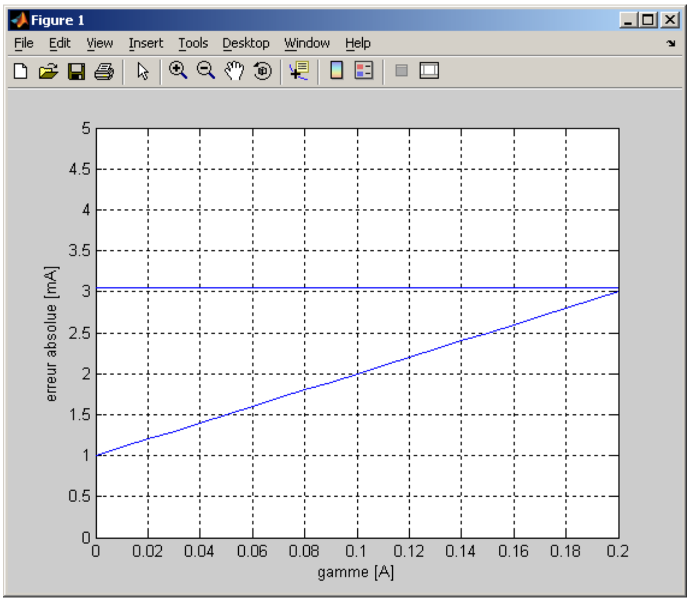
*Multimètre A*

| *Gamme ( AC Voltage)* | *Erreur absolue **max.*** | *Résolution* |
|---|---|---|
| *200 [mA]* | *± 1 % (200 [mA]) + 10 (0.1 [mA]) = 3 [mA]* | *0.1 [mA]* |
| *2 [A]* | *± 1.5 % (2 [A]) + 10 (1mA) = 40 [mA]* | *1 [mA]* |
| *20 [A]* | *± 2 % (20 [A]) + 10 (10 [mA])= 500 [mA]* | *10 [mA]* |

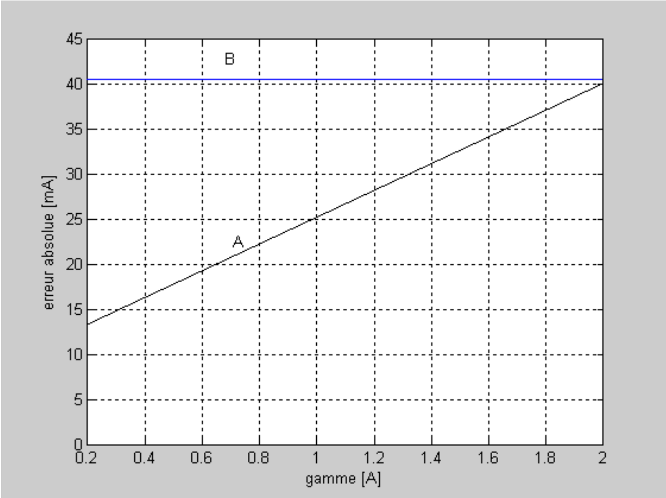
*Multimètre B*

| *Gamme (AC Voltage)* | *Erreur absolue (cte)* | *Résolution* |
|---|---|---|
| *200 [mA]* | *± 1.5 % (200 [mA]) + 5 (10 [µA] )=3.05 [mA]* | *10 [µA]* |
| *2 [A]* | *± 2 % (2 [A]) + 5 (0.1 [mA]) = 40.5 [mA]* | *0.1 [mA]* |
| *20 [A]* | *± 2 % (20 [A]) + 5 (1 [mA])= 405 [mA]* | *1 [mA]* |

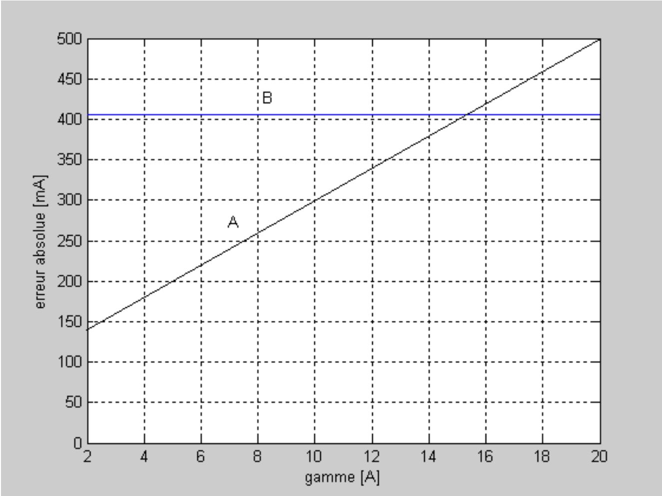
Pour la gamme 0..200 [mA], le multimètre A est meilleur.




Pour la gamme 200 [mA] .. 2 [A], le multimètre A est toujours meilleur.




Pour la gamme 2 [A] .. 20 [A], le multimètre A est meilleur pour des valeurs x inférieure à 15.25 [A].




$2\%\ x + 100\ [mA] = 405\ [mA] \rightarrow x = 15.25\ [A]$

## 3.2. Circuit électronique

1) La sortie est donnée par : $u_{out}(t) = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t)$

2) Le sinus oscillant entre –1 et +1, il n'est pas nécessaire de s'en occuper. On s'intéresse donc uniquement à l'amplitude.

a) Par calcul de la valeur maximale exacte :

Ne sachant pas a priori si $R_2$ doit être petite ou grande on doit calculer les deux cas. On trouve que la tension de sortie est maximale quant la valeur de $R_2$ est maximale :

$$\hat{u}_{out\,\max} = \frac{R_{2\,\max} \cdot A_{\max}}{R_{1\,\min} + R_{2\,\max}} = \frac{3040 \cdot 255}{980 + 3040} = 192.83$$
$$\Rightarrow E_{uout} = 12.83$$
$$\Rightarrow \varepsilon_{uout} = 0.0713$$

b) Par linéarisation :

$$\hat{u}_{out} = \frac{R_2 \cdot A}{R_1 + R_2} \approx \frac{R_{20} \cdot A_0}{R_{10} + R_{20}} + \frac{R_{20}}{R_{10} + R_{20}} \cdot E_A - \frac{R_{20} \cdot A_0}{(R_{10} + R_{20})^2} \cdot E_{R1} + \frac{R_{10} \cdot A_0}{(R_{10} + R_{20})^2} \cdot E_{R2}$$
$$= 180 + 0.75 \cdot E_A - 0.045 \cdot E_{R1} + 0.015 \cdot E_{R2}$$
$$\Rightarrow E_{uout} = |0.75 \cdot E_A| + |-0.045 \cdot E_{R1}| + |0.015 \cdot E_{R2}| = 11.25 + 0.9 + 0.6 = 12.75$$
$$\Rightarrow \varepsilon_{uout} = 0.0708$$
$$\Rightarrow u_{out\,\max} = 192.75$$

c) Par méthode approchée (+, -, x, :), en appliquant les règles établies dans le cours il vient :

$$E_{(R1+R2)} = E_{R1} + E_{R2} = 20 + 40 = 60\ [\Omega] \Rightarrow \varepsilon_{R1+R2} = \frac{60}{4'000} = 0.015$$
$$\varepsilon_{uout} = \varepsilon_{R1+R2} + \varepsilon_{R2} + \varepsilon_A = 0.015 + 0.01333 + 0.0625 = 0.0908$$
$$\Rightarrow E_{uout} = 16.35$$
$$\Rightarrow u_{out\,\max} = 196.35\ [V]$$

***Dans le cas particulier de cet exercice, la méthode simplifiée basée sur les règles des 4 opérations donne un résultat exagéré !*** *Ceci provient du fait que la résistance $R_2$ intervient deux fois dans la fonction : une fois dans le calcul du numérateur et une autre fois dans celui du dénominateur. Or, dans le cas de la division, la règle de calcul part du principe que le numérateur est maximum et que le dénominateur est minimum. La résistance $R_2$ est donc supposée être simultanément grande pour le numérateur (erreur positive) et petite pour le dénominateur (erreur négative), ce qui est évidemment aberrent : les valeurs de $R_2$ du numérateur et du dénominateur doivent être égales !*

L'approximation b) basée sur la linéarisation ne présente pas cet inconvénient ! Le résultat obtenu est très proche de la valeur réelle calculée en a) !

A noter que la méthode a) est difficile à appliquer lorsque des paramètres d'entrée interviennent plusieurs fois dans l'équation de la grandeur de sortie (comme c'est le cas pour $R_2$ dans cet exercice). La méthode par linéarisation, même si elle est relativement longue à appliquer, est alors nettement plus simple à utiliser. Elle ne donne toutefois qu'un résultat approximatif qui n'est valable que si les erreurs sur les paramètres d'entrée sont petites.

Signalons aussi que l'on devrait s'assurer que la sortie est bien maximale lorsque les écarts sur les entrées sont extrêmes, c'est à dire minimaux ou maximaux. Dans le cas d'une fonction fortement non linéaire il arrive que cette condition ne soit pas remplie. Il faut alors rechercher les extremums de la fonction ce qui est loin d'être évident pour une fonction à plusieurs variables…