Instrumentation

Marc Nicollerat

3 Messfehler

- Was sind die Quellen von Fehlern?
- Die Spezifikationen von Geräten verstehen
- Fehler eines Systems berechnen

3.1 Zum Menü der Fehlerquellen

Häufige Fehlerquellen gibt es viele. Es geht darum, sie zu identifizieren. Einige mögliche Quellen sind in der Table 1 aufgelistet.

Table 1: Einige Fehlerquellen.

Parameter	Beschreibung	Parade
Offset	Wenn die Messgröße Null ist, erscheint der Offset als Nicht-Null-Wert am Ausgang	Er kann vor der Anwendung der Messgröße gemessen und bei Messungen subtrahiert werden
Genauigkeit	Die angegebene Genauigkeit eines Sensors umfasst alle Fehler	Auswahl des richtigen Sensors
Linearitätsfehler	Dieser Fehler charakterisiert das Verhältnis zwischen Messgröße und Ausgabe, also die Verstärkung	Man kann das Gerät mit einer bekannten Messgröße kalibrieren
Stabilität	Die Stabilität stellt den Bereich dar, in dem die Ausgabe bei gleicher Messgröße variiert	Diese Variation hängt mit Einflussfaktoren oder dem Messrauschen zusammen. Man kann mehrere Messungen vornehmen, um einen Mittelwert zu berechnen
Wiederholbarkeit	Die Wiederholbarkeit ist die Differenz der Ausgabe für dieselbe Messgröße, die mehrmals angewendet wird	Das Messverfahren kann die Wiederholbarkeit verbessern (man führt die Messungen immer auf die gleiche Weise durch)
Umgebung	Die Umgebungsbedingungen (Temperatur) können die Messung beeinflussen	Kontrollieren Sie die Umgebung
Erfassungskette	Die Ausgabe des Sensors wird von einem Gerät (z. B. einem Voltmeter) gemessen	Die Genauigkeit des Systems muss angepasst werden.

3.2 Linearität

Das für die Messung verwendete Prinzip hat nicht immer eine lineare Charakteristik. Dies muss vom Messgerät kompensiert werden.

$$Y_{capteur} = ax^2 \implies Y_{sortie} = b\sqrt{Y_{Capteur}} \implies Y_{sortie} = b\sqrt{\overline{a}} \cdot x \tag{1}$$

Die Korrektur ist nie perfekt und kann Kalibrierungen erfordern. Ein Gerät kann ein Polynom der Art Equation 2 verwenden.

$$T = T_0 \cdot \left(a0 + a1 * R + a2 * R^2\right) \tag{2}$$

Die Parameter a_i müssen genau identifiziert werden, um den Fehler zu minimieren. Wenn ein Einfluss nicht modelliert wird, wird ein Fehler auftreten. Es wird ein **Linearitätsfehler** auftreten.

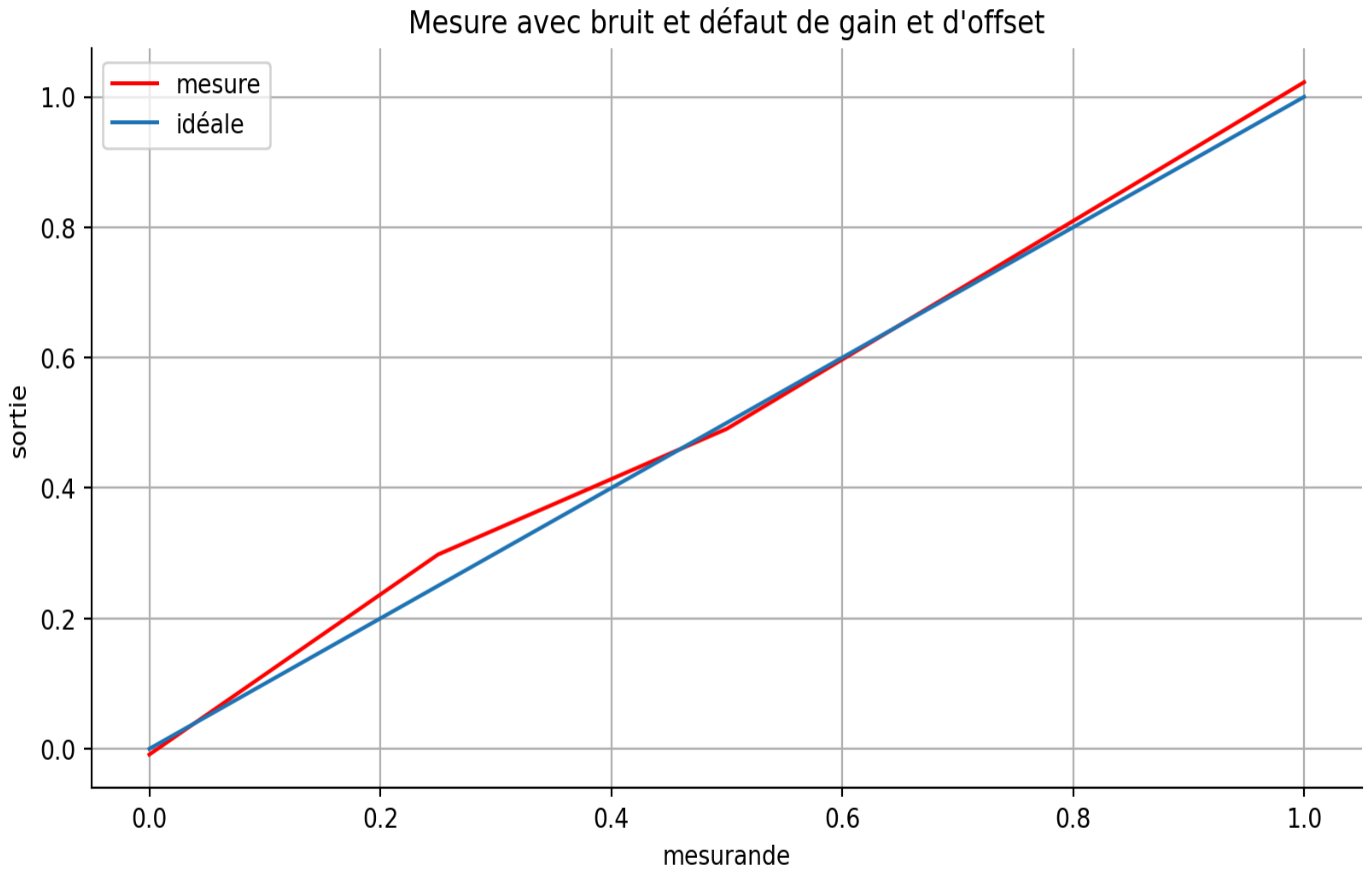


Figure 1: Mesure faussée par erreur de linéarité

3.3 Offset- und Verstärkungsfehler

Offset und Verstärkung beeinflussen die Kennlinie, wie die Figure 2

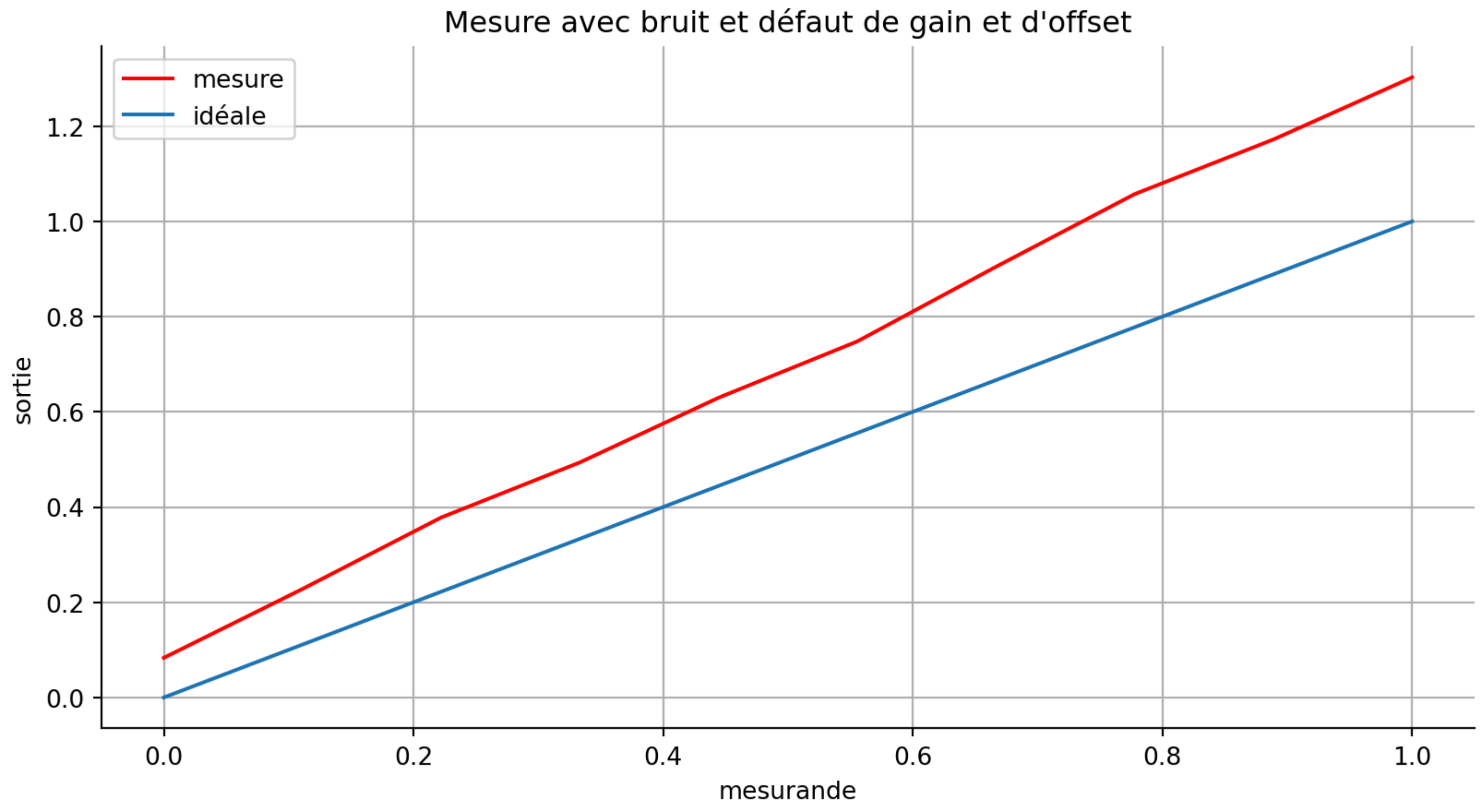


Figure 2: Mesure faussée par un offset et un gain

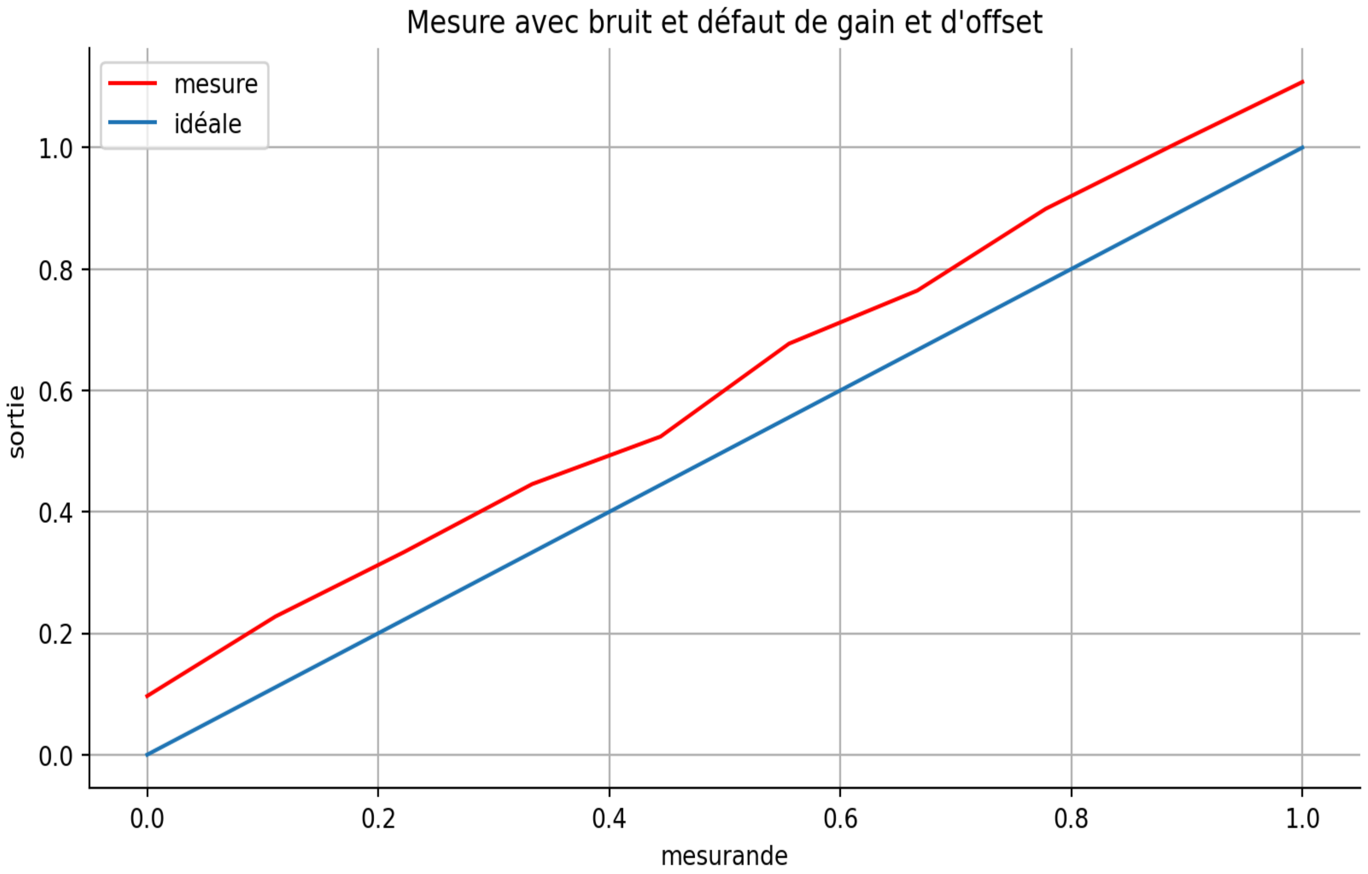


Figure 3: Mesure faussée par un offset

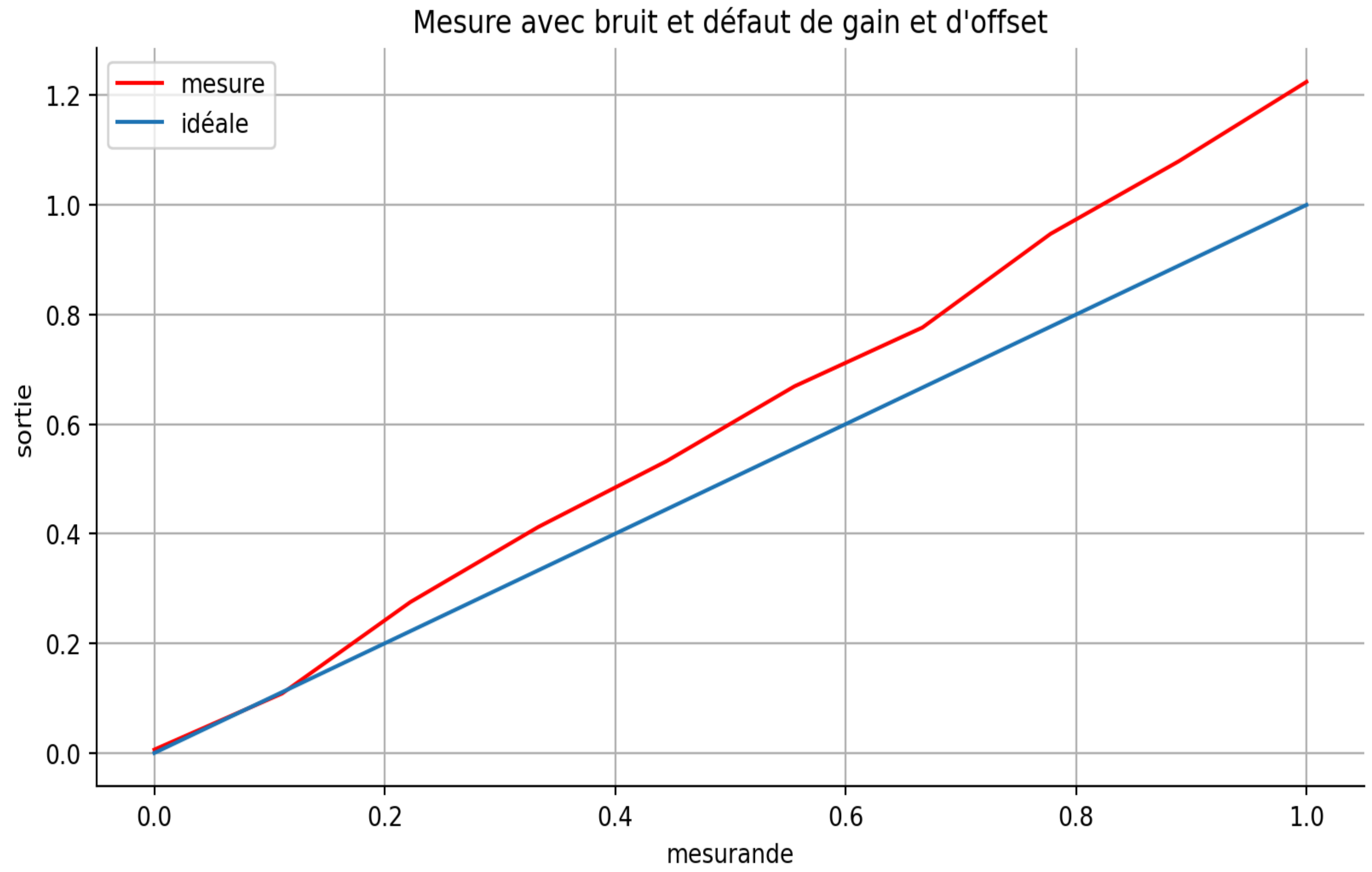


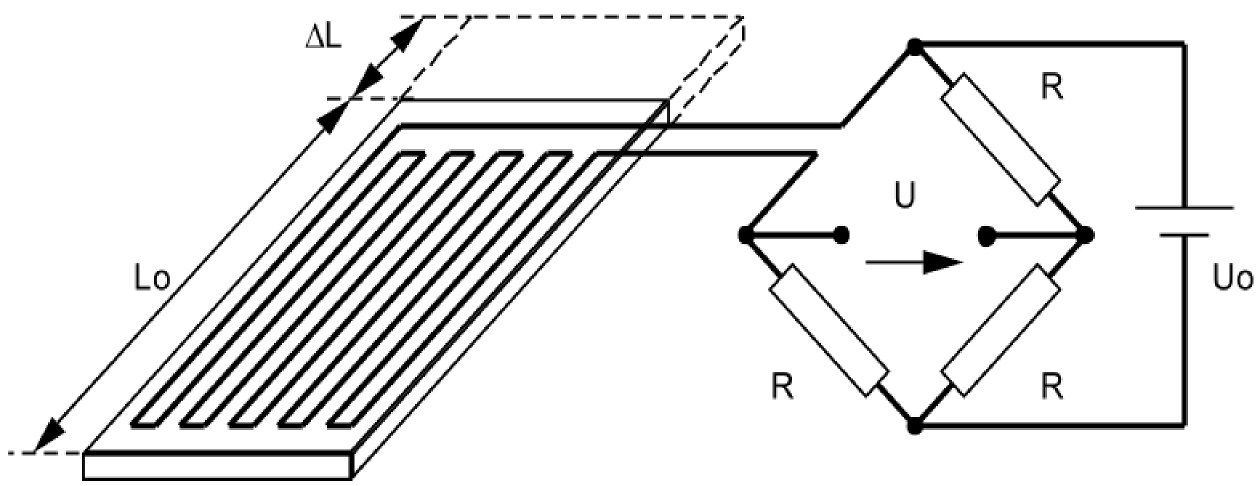
Figure 4: Mesure faussée par un gain imprécis

3.4 Beispiel für die Beeinflussung des Offsets oder der Verstärkung

Interferierende Größen sind Größen, die zur Messung hinzukommen. Wenn man den Aufbau eines Sensors analysiert und versteht, wie er funktioniert, kann man mögliche Störgrößen erkennen.

Beispiel der Wheatstone-Brücke. Die gemessene Größe U wird auf eine Weise beeinflusst…

- *additiv* durch einen Fehler der Widerstände R,
- *multiplikativ* durch einen Fehler der Spannung U_0



.

$$R_{jauge} = R_0 + \Delta$$

$$\sigma = \epsilon \cdot E \left[\frac{N}{m^2}\right], \quad \Delta R = K \cdot R_0 \cdot \epsilon \, [\Omega$$

$$\epsilon = \frac{dL}{L} \approx \frac{\Delta L}{L} [1], \quad U \cong -\frac{K\epsilon}{4} U_0 \, [V$$

> **Note**
>
> Beispiel für eine Entwicklung im jupyter-Notebook python/dev_2.1_erreur-add-mult.ipynb

3.5 Genauigkeit

Die möglichen Fehlerquellen eines Sensors sind auf der Figure 5

Figure 5: Verschiedene Messfehler

3.6 Drift

Während des Betriebs eines Geräts kann sich seine Kennlinie verändern, z. B. durch Erwärmung.

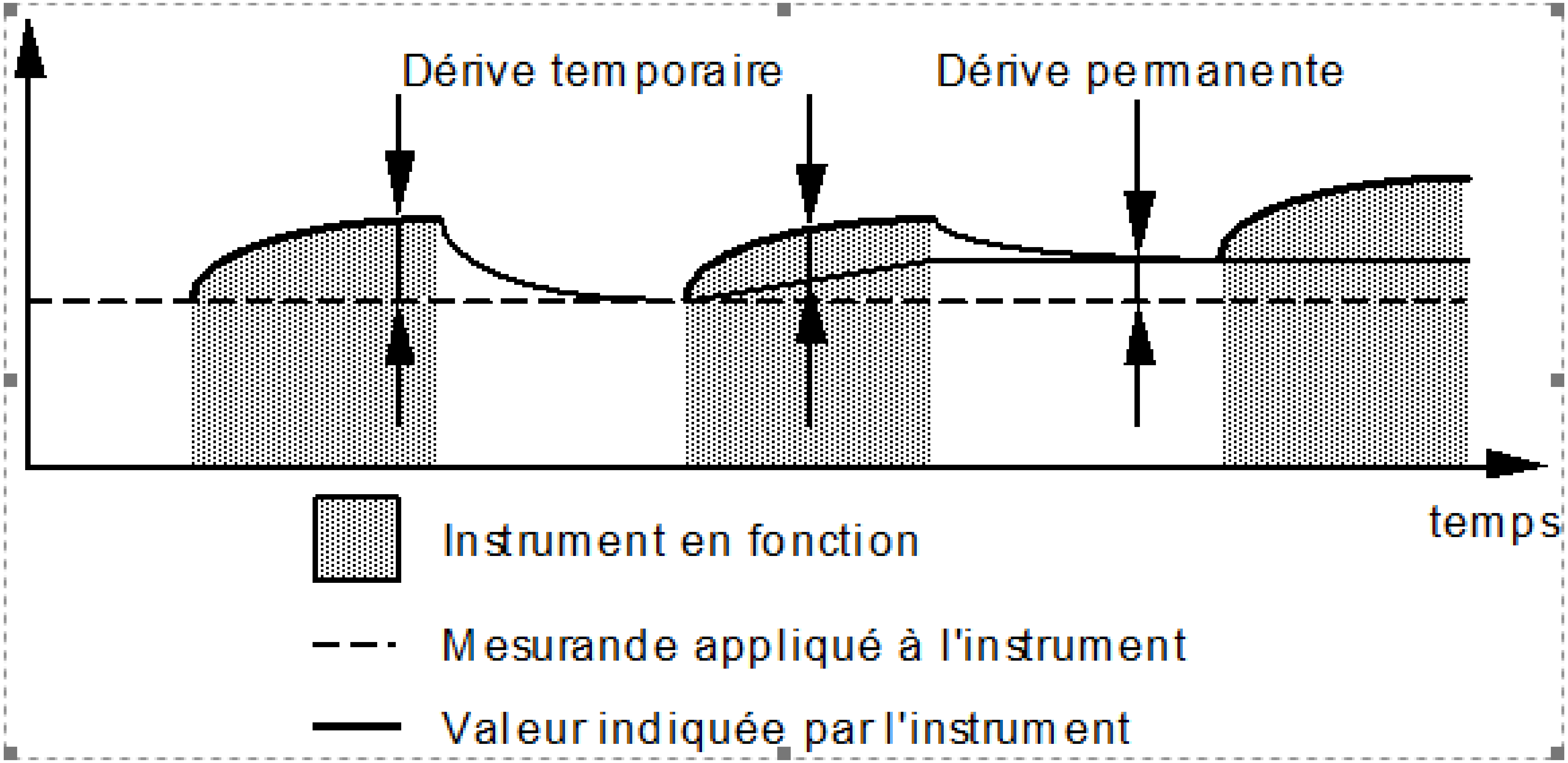


Figure 6: Drift aufgrund von Erwärmung

3.7 Treue, Richtigkeit und Präzision

Man kann ein Instrument nach seiner Richtigkeit und Treue bezeichnen. Ein Instrument, das richtig und treu ist, ist genau.

Treue	Die Messungen ähneln sich, sind aber nicht unbedingt richtig
Richtigkeit	Die Messungen sind präzise
Genauigkeit	Die Messungen sind richtig und treu

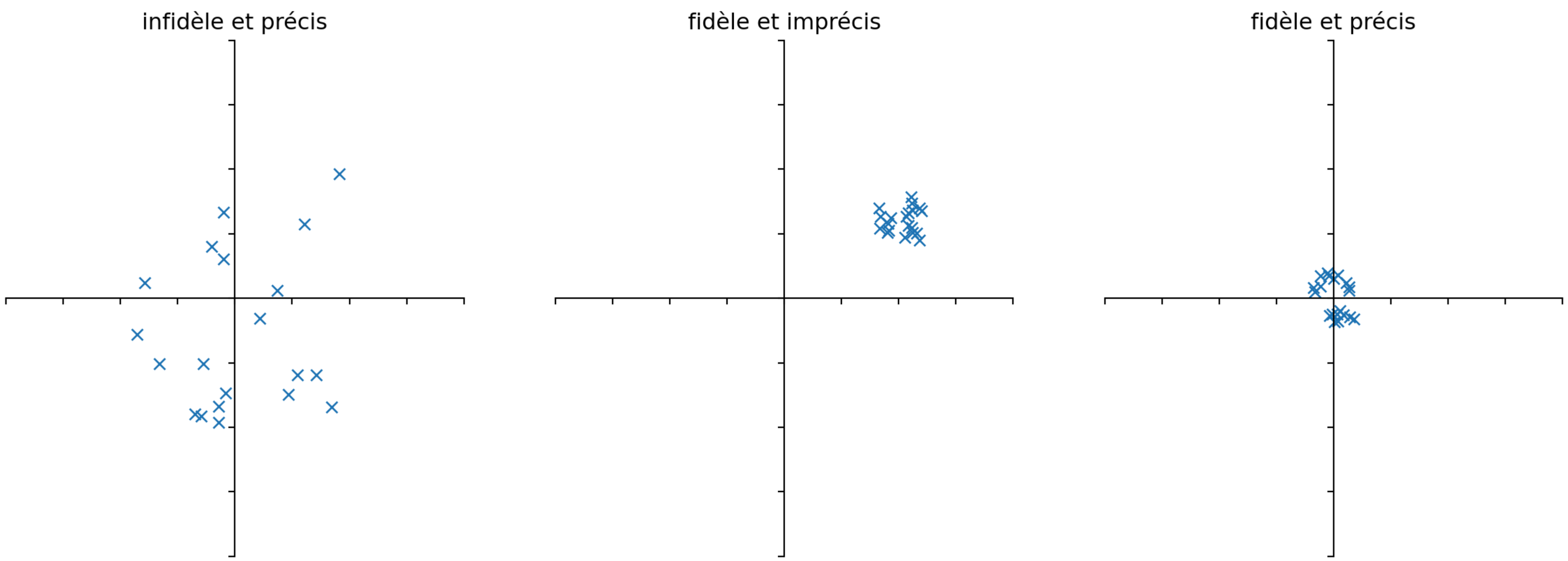


Figure 7: Variantes de fidélité et justesse

3.8 Konstante, proportionale und kombinierte Genauigkeit

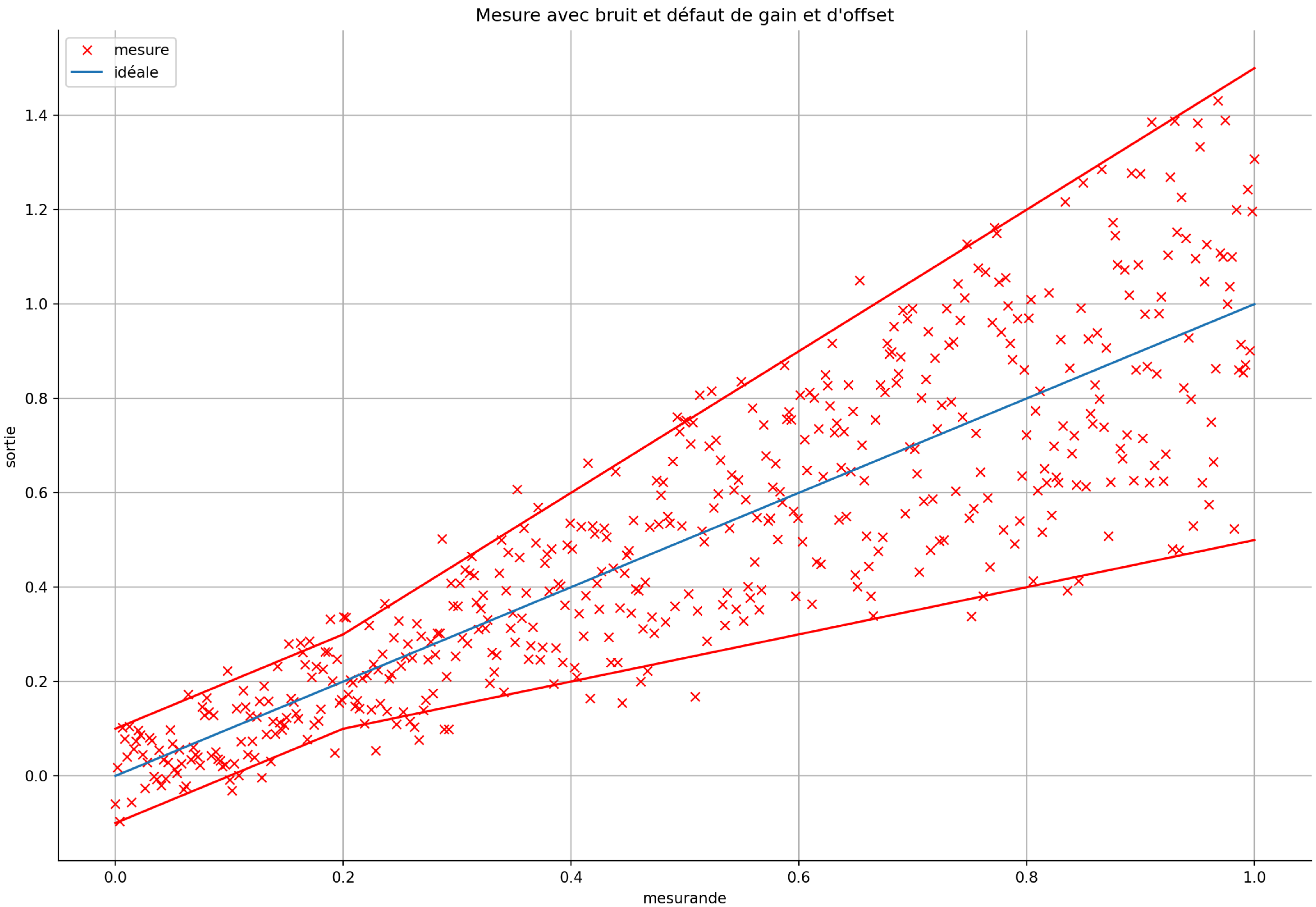


Figure 8: Précision combinée

Man hat die möglichen Kombinationen aus einem **absoluten** Fehler $E_X = X - X_0$ und einem **relativen** Fehler $\epsilon_X = E_X / X_0$.

3.9 Genauigkeitsklassen

Spezifikation der Genauigkeit von Messgeräten :

- Basierend auf einem konstanten absoluten Fehler über den gesamten Messbereich.
- Ausgedrückt in Bezug auf den Messbereich
- Gängige Klassen: 0,1 - 0,2 - 0,5 - 1 - 1,5 - 2,5 - 5
- Normen: IEC 60051 für elektrische Messungen, IEC 60751 für Temperaturmessungen usw.

Classes de précision	Intensité en % de l'intensité Nominale					
	1%	5%	20%	50%	100%	120%
5				5%		5%
3				3%		3%
1		3%	1,5%		1%	1%
0,5		1,5%	0,75%		0,5%	0,5%
0,5S	1,5%	0,75%	0,5%		0,5%	0,5%
0,2		0,75%	0,35%		0,2%	0,2%
0,2S	0,75%	0,35%	0,2%		0,2%	0,2%

Beispiel für eine Genauigkeitsklasse

3.10 Zufällige Fehlerverteilung

Fehlerverteilungen folgen sehr häufig einer Gaußschen Kurve. Die Gleichung ist gegeben durch :

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

Die Figure 9 zeigt einige Spuren für die in der Tabelle angegebenen Werte.

Farbe	μ	σ
blau	0.5	0.1
grün	0.7	0.3
magenta	0.8	0.05

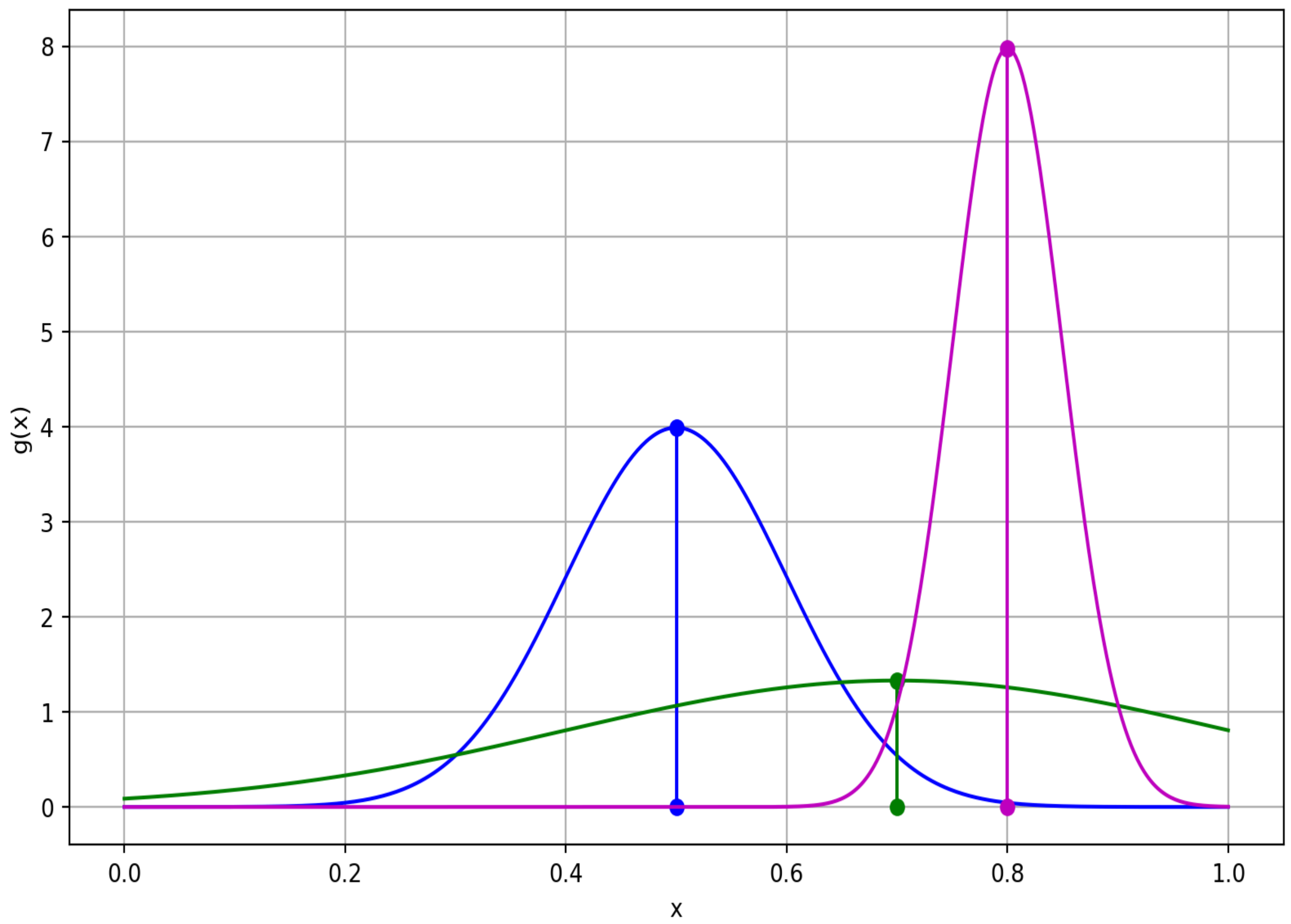


Figure 9: Quelques gaussiennes

> **Note**
>
> Die Gauß-Verteilung ist ein Modell, das oft annähernd richtig ist.
>
> Der Bereich der Messwerte der Gaußfunktion ist theoretisch unendlich groß.
>
> In der Technik arbeiten wir oft mit einem Bereich von ±3σ um μ.
>
> Sie ist nicht die einzige Verteilung, die es gibt, aber sie ermöglicht einfache analytische Berechnungen.

3.11 Andere Ursachen für Messfehler

- Psychologische Faktoren
  - Lesewinkel
  - Müdigkeit
  - Ablesen eines instabilen Wertes
- Zeit der Reaktion
  - Zu schnelles Ablesen
- Nebensprechen (Crosstalk)
  - Ein Wiedergabekanal kann den anderen beeinflussen

Note

Mehrere Personen messen eine Längenangabe mit einem Doppelmeter.

3.12 Beispiel für eine Spezifikation

Beispiel für die Angaben zur Genauigkeit eines Drucksensors

Item*		Min.	Typ.	Max.	Unit
Accuracy	0bar ~ 1bar		0.25	0.5	%FS
	2bar ~ 35bar		0.25	0.5	
Zero Thermal error	0bar ~ 1bar		0.75	1.25	±%FS, @25 ℃
	2bar ~ 35bar		0.5	0.75	
FS Thermal error	0bar ~ 1bar		0.75	1.25	
	2bar ~ 35bar		0.5	0.75	
Stability	≤2bar	0.5			%FS/year
	≤35bar	0.2			
Static pressure effect		0.05			±%FS, each 1bar
Compensation temp.		0~50			℃
Operation temp.		-30~80 ; -10~70(Cable)			
Storage temp.		-40~120; -20 ~85(Cable)			

Daten zur Genauigkeit für einen Drucksensor

Parameter	Skala	Grafik
Accuracy	%FS	NL
Zero Thermal error	%FS	offset
FS thermal error	%FS	gain(Temperature)
Stability	%FS	gain(time)

FS steht für Full Scale. Der Fehler ist abhängig vom maximalen Bereich des Sensors. Wenn man einen Sensor in einem kleineren Bereich verwendet, wird dieser Fehler erheblich.

3.13 Beispiel für die Spezifikation eines Präzisionsgeräts

Spezifikation des HP 3458, Präzisionsmultimeter

DC Voltage

Range	Full Scale	Maximum Resolution	Input Impedance	Temperature Coefficient (ppm of Reading + ppm of Range) /° C	
				Without ACAL[1]	With ACAL[2]
100 mV	120.00000	10 nV	>10 GΩ	1.2 + 1	0.15 + 1
1 V	1.20000000	10 nV	>10 GΩ	1.2 + 0.1	0.15 + 0.1
10 V	12.0000000	100 nV	>10 GΩ	0.5 + 0.01	0.15 + 0.01
100 V	120.000000	1 µV	10 MΩ ± 1%	2 + 0.4	0.15 + 0.1
1000 V	1050.00000	10 µV	10 MΩ ± 1%	2 + 0.04	0.15 + 0.01

Accuracy[3] (ppm of Reading (ppm of Reading for Option 002) + ppm of Range)

Range	24 Hour [4]	90 Day [5]	1 Year [5]	2 Year [5]
100 mV	2.5 + 3	5.0 (3.5)+ 3	9 (5)+ 3	14 (10)+ 3
1 V	1.5 + 0.3	4.6 (3.1)+0.3	8 (4)+ 0.3	14 (10)+0.3
10 V	0.5 + 0.05	4.1 (2.6) + 0.05	8 (4) + 0.05	14 (10)+0.05
100 V	2.5 + 0.3	6.0 (4.5) + 0.3	10 (6)+0.3	14 (10)+ 0.3
1000 V[6]	2.5 + 0.1	6.0 (4.5)+ 0.1	10 (6)+ 0.1	14 (10)+ 0.1

Transfer Accuracy/Linearity

Range	10 Min, Tref ± 0.5°C (ppm of Reading + ppm of Range)	Conditions
100 mV	0.5 + 0.5	• Following 4 hour warm-up. Full scale to 10% of full scale • Measurements on the 1000 V range are within 5% of the initial meausurement value and following measurement setting. • Tref is the starting ambient temperature. • Measurements are made on a fixed range (>4 min.) using accepted metrology practices
1 V	0.3 + 0.1	
10 V	0.05 + 0.05	
100 V	0.5 + 0.1	
1000 V	1.5+0.05	

Spezifikation für die Spannungsmessung

3.14 Multivariables System

Eine Größe, die man indirekt messen möchte, hängt oft von mehreren anderen Größen ab. Dann haben wir ein multivariates System. Eine allgemeine Formulierung kann man mit der *matrizischen* Notation schreiben:

$$Y = f(\mathbf{X}), \mathbf{X} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$$

Beispiele

- der Durchfluss durch ein Loch in einem geschlossenen Behälter hängt von der Wasserhöhe und dem Luftdruck ab.
- die Luftmasse, die vom Kolben eines Motors angesaugt wird, hängt vom Druck, der Temperatur und der Drehzahl des Motors ab.

3.15 Fehlerberechnung durch Operationen

Der Fehler eines Systems, das aus mehreren Variablen besteht, lässt sich anhand der Operationen berechnen, die mit dem Signal durchgeführt werden.

Operation	Fehler	Berechnung
$C = A + B$	E_A, E_B, E_C	$C + E_C = A \pm E_A + B \pm E_B = C \pm (E_A + E_B) \implies E_C = E_A + E_B$
$C = A - B$	E_A, E_B, E_C	$C + E_C = A \pm E_A - (B \pm E_B) = C \pm (E_A + E_B) \implies E_C = E_A + E_B$
$C = A \cdot B$	$\epsilon_A = \frac{E_A}{A}, \epsilon_B = \frac{E_B}{B}, \epsilon_C = \frac{E_C}{C}$	$C + E_C = (A + E_A) \cdot (B + E_B) = A(1 + \epsilon_A) \cdot B(1 + \epsilon_B) = (A \cdot B)(1 + \epsilon_A + \epsilon_B + \epsilon_A \epsilon_B) \cong C \cdot (1 + \epsilon_A + \epsilon_B) \implies E_C = C \cdot (\epsilon_A + \epsilon_B)$
$C = A/B$	$\epsilon_A = \frac{E_A}{A}, \epsilon_B = \frac{E_B}{B}, \epsilon_C = \frac{E_C}{C}$	$C + E_C = (A + E_A)/(B + E_B) = \frac{A}{B} \frac{1 + \epsilon_A}{1 + \epsilon_B} = \frac{A}{B} \frac{(1 + \epsilon_A) \cdot (1 + \epsilon_B)}{1 - \epsilon_B^2} \cong C(1 + \epsilon_A + \epsilon_B) \implies E_C = C \cdot (\epsilon_A + \epsilon_B)$

3.16 Fehlerberechnung durch Linearisierung

Da die Fehler klein sind, kann man um die nominalen Werte linearisieren.

Für eine Funktion $Y = F(X_1, X_2, \ldots X_N) = Y(\mathbf{X})$, kann man schreiben :

$$Y(\mathbf{X}) =$$

$$Y(\mathbf{X}_0) + \left\{ \left| \frac{\partial Y}{\partial X_1} \right|_{\mathbf{X}_0} \cdot E_{X1} \right| + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_2} \right|_{\mathbf{X}_0} \cdot E_{X2} \left| + \ldots + \left| \frac{\partial Y}{\partial X_N} \right|_{\mathbf{X}_0} \cdot E_{X_N} \right| \right\}$$

$$= Y_0 \pm E_Y$$

3.17 Übungen und Vertiefung

Übungen separates Blatt (cyberlearn)

- 3.1 Genauigkeit eines Voltmeters
- 3.2 Elektronischer Schaltkreis

Die Berechnungen werden im Dokument ex_3.2_erreur_diviseur_resistif_sol.ipynb vorgeschlagen.

Drift

Ein Instrument liefert eine Messung. Die Formung des Messwerts führt eine Verstärkung durch, die von einem Operationsverstärker übernommen wird, dessen Verstärkung durch zwei Widerstände definiert wird :

$$g = R2/R1$$

Die Widerstände ändern ihren Wert mit der Temperatur gemäß der Beziehung :

$$R_{temp} = R_{nom}(1 + \alpha \cdot (T - T_a)),\ \ R_{nom} \text{ est la valeur à température ambiante } T_a$$

Nach dem Einschalten heizt sich das Gerät auf, um sehr langsam eine Betriebstemperatur zu erreichen T_f.

- Wie hoch ist die Verstärkung, nachdem sich das Gerät aufgeheizt hat, wenn beide Widerstände denselben Koeffizienten α von 100ppm haben?
- Nach einer Reparatur wird der Widerstand R1 durch einen Präzisionswiderstand ersetzt, der nicht von der Temperatur beeinflusst wird (sehr niedriger Koeffizient α). Wie hoch ist die Verstärkung nach dem Aufwärmen?

siehe Dokument “Widerstand Vishay.pdf”.