DIDATTICA SPECIALE:
CODICI DEL LINGUAGGIO LOGICO E MATEMATICO

Prof. A. Girolami

Percorsi Art. 6 – 40 CFU
Specializzazione Sostegno

In attuazione del D.L. 71/2024 convertito dalla L. 106/2024 e del D.M. 24 aprile 2025 n. 75, attiva per l'a.a. 2024/2025 i percorsi di specializzazione per le attività di sostegno didattico agli alunni con disabilità, della durata di 40 CFU, sono riservati a docenti in possesso di tre annualità di servizio su sostegno nello stesso grado di istruzione maturate entro il 31 agosto 2024.

Inquadra il QR Code o clicca sul link per accedere al materiale didattico.

https://padlet.com/angelogirolami/didattica-speciale-codici-del-linguaggio-logico-e-matematico-1pypmjjwoaafhtbr

OBIETTIVI FORMATIVI DEL LABORATORIO

Al termine del percorso, il corsista sarà in grado di:

Progettare percorsi matematici inclusivi utilizzando strategie multimodali (canale visivo, uditivo, cinestetico, simbolico, narrativo) per rispondere ai diversi stili di apprendimento degli alunni.

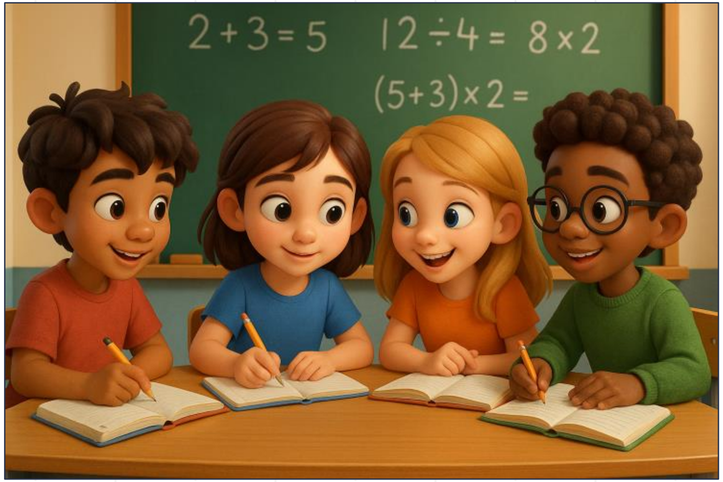
Applicare i principi della didattica speciale alla matematica, favorendo l'accesso ai contenuti disciplinari per studenti con BES e DSA attraverso misure compensative, strumenti e adattamenti metodologici.

Promuovere il pensiero logico e il linguaggio matematico attraverso attività graduali che sviluppino capacità di argomentazione, problem solving, inferenza e rappresentazione.

Utilizzare la matematica in chiave interdisciplinare, progettando UdA e compiti di realtà che connettano la disciplina con: scienze, tecnologia, educazione civica, cittadinanza digitale e vita quotidiana.
Integrare la matematica con l'Educazione civica, sviluppando consapevolezza su temi quali sostenibilità, uso dei dati, statistica per leggere il mondo, pensiero critico e cittadinanza responsabile.
Analizzare e affrontare misconcezioni ed errori, riconoscendoli come segnali cognitivi e leve didattiche per ristrutturare concetti matematici, utilizzando evidenze di ricerca e feedback formativi.
Progettare ambienti di apprendimento attivi e motivanti, in cui la matematica sia vissuta come esperienza significativa, concreta e legata alla realtà, attraverso laboratorio, gioco, narrazione, manipolazione e tecnologie.

Qualche premessa…

Nel corso degli anni, il mondo della scuola italiana ha subito numerosi cambiamenti, ancor più nell’ultimo periodo di emergenza sanitaria che ha sottolineato l’importanza dell’ambito educativo.



La scuola insegna ai giovani il «saper stare al mondo» ed i docenti so dei co-protagonisti di un sistema che ha il compito di formare ed educare nell’odierna «società a rischio».

Nella progettazione di un intervento didattico occorre un cambio di prospettiva ed un lavoro a monte, incentrato sulla promozione di un ambiente inclusivo, a prescindere dalle difficoltà ed efficace in ogni caso, in cui strategie e strumenti siano adottati come prima scelta e non in maniera compensativa (La Prova e Scataglini, 2018).

Pertanto, l’insegnante assume un ruolo centrale, in particolare nel sostenere gli studenti nei momenti in cui i processi di apprendimento si rivelano più complessi e ostacolanti.

Qualche premessa…

- Nessuno può insegnare ciò che non conosce davvero.
- Una delle dimensioni essenziali della **professione docente** consiste nel possedere una solida conoscenza dei contenuti disciplinari oggetto di insegnamento.
- Tale conoscenza implica anche la **consapevolezza dei criteri di selezione** che portano a considerare certi contenuti più rilevanti o significativi di altri.
- **Conoscere** i contenuti di una disciplina non coincide con il **saperli tradurre** in esperienze didattiche efficaci e adatte agli studenti: si tratta di due competenze distinte.
- Il **sapere** e il **saper insegnare** rappresentano, infatti, due dimensioni profondamente diverse.
- Allo stesso modo, **immaginare come un contenuto potrebbe essere insegnato** non significa necessariamente **essere in grado di insegnarlo in modo realmente efficace e coerente** con i bisogni formativi degli allievi.

Indicazione nazionali del primo ciclo d’istruzione
Indicazioni nazionali per i Licei e Linee guida per la secondaria di secondo grado

Le Indicazioni Nazionali e le Linee guida rientrano nel più ampio progetto di riconoscimento dell’autonomia di istituzioni scolastiche. Infatti, a partire dall’approvazione del *Regolamento dell’autonomia* delle istituzioni scolastiche, il DPR n. 275/1999, ogni istituzione scolastica ha visto riconosciuta una propria *autonomia* funzionale.

Ciò ha rivoluzionato anche l’impostazione didattica e metodologica, dal momento che siamo passati dai classici programmi calati dall’alto, definiti dal Ministero, alle Indicazioni nazionali per ogni ordine di scuola, del primo ciclo e della secondaria di secondo grado.

Le Indicazioni nazionali sono un orizzonte entro il quale ogni istituzione scolastica deve discutere ed approvare un proprio curricolo d’istituto da inserire nel piano dell’offerta formativa, diventato triennale dopo l’approvazione della legge 107 del 2015.

DM 184/2023 adotta le Linee Guida per le Discipline STEM

Le Linee guida intendono promuovere, all'interno dell'offerta formativa delle scuole (infanzia, primo e secondo ciclo), azioni e metodologie che rinforzino le **competenze STEM** (matematica, scienze, tecnologia, ingegneria) e digitali, integrando teoria e pratica in modo interdisciplinare.

Metodologie raccomandate

Per favorire l'apprendimento STEM, le Linee guida suggeriscono:

- **Laboratorialità e learning by doing**: apprendimento esperienziale, attivo e centrato sugli studenti.
- **Problem solving e metodo induttivo**: partire da dati, osservazioni o situazioni reali per formulare ipotesi, sperimentare e generalizzare.

- **Intelligenza sintetica e creativa**: stimolare la capacità di collegare fenomeni, proporre soluzioni alternative, sperimentare in modo divergente.

- **Apprendimento cooperativo**: favorire interazione tra pari, comunicazione, decision-making condiviso.

- **Utilizzo delle risorse digitali e pensiero critico**: impiego di simulazioni, piattaforme digitali, attività di raccolta e interpretazione dati con argomentazioni fondate.

- **Didattica attiva**: proporre situazioni reali, contesti autentici, stimolare curiosità, permettere errori e correzioni.

Indicazioni specifiche per i diversi ordini scolastici

Sistema “zerosei” (educazione 0-6 anni): mettere a disposizione ambienti stimolanti, favorire esplorazione sensoriale, manipolazione di oggetti, esperienze che suscitino il desiderio di conoscere.
Primo ciclo di istruzione: apprendimento per esperienza, uso critico della tecnologia, didattica inclusiva, attività laboratoriali.
Secondo ciclo di istruzione: enfatizzare le attività pratiche, metodologie collaborative, uso degli strumenti tecnologici, affrontare problemi applicativi, promuovere progetti **PCTO** (Percorsi per le Competenze Trasversali e per l’Orientamento)* nell'ambito STEM.
Educazione degli adulti: adattamento della didattica all’esperienza pregressa, uso consapevole della tecnologia e sviluppo di competenze trasversali.
Ruolo delle competenze digitali
Le Linee guida STEM si inseriscono in un panorama più ampio di promozione delle competenze digitali (es. Piano Nazionale Scuola Digitale, Piano Scuola 4.0). L’idea è formare cittadini capaci non solo di utilizzare la tecnologia, ma di comprenderla criticamente, interpretarla e contribuire all’innovazione.

*A partire dall’anno scolastico 2025/2026, i **Percorsi per le Competenze Trasversali e per l’Orientamento** (PCTO) diventano ufficialmente **“Formazione Scuola-Lavoro”** (DL n.127 del 2025)

Su cosa ci soffermeremo?

- La matematica: i nuclei fondanti e il ruolo nella Cittadinanza
- La matematica e l’apprendimento
- Le diverse visioni ed interpretazioni della matematica
- I misconcetti e le misconcezioni nella matematica
- La matematica e il problem solving
- La didattica dell’errore
- Il pensiero logico e il pensiero narrativo nella matematica.

La matematica e la cittadinanza

L'**educazione matematica** deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla **formazione culturale** del **cittadino**, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica.

"…considerata l'importanza centrale delle matematica e delle sue ***applicazioni nel mondo odierno nei riguardi della scienza, della tecnologia, delle comunicazioni, dell'economia e di numerosi altri campi****; consapevole che la matematica ha profonde radici in molte culture e che i più importanti* ***pensatori per migliaia di anni hanno portato contributi significativi al suo sviluppo****, e che il* ***linguaggio e i valori della matematica sono universali*** *e in quanto tali ideali per incoraggiare e realizzare la cooperazione internazionale; si sottolinea il ruolo chiave dell'educazione matematica, in particolare al livello della scuola primaria e secondaria sia per la comprensione dei concetti matematici, sia per lo* ***sviluppo del pensiero razionale****".*

La matematica e l’Educazione Civica (L. n. 92 del 2019; Decreto Ministeriale n. 183 del 7 settembre 2024)

La **Legge 92/2019** ha introdotto l’insegnamento obbligatorio di **Educazione civica** in tutte le scuole, a partire dal 2020/21, per un minimo di **33 ore annuali** trasversali alle discipline e con **valutazione dedicata**. Le **Linee guida ministeriali** indicano tre nuclei fondanti: **Costituzione**, **Sviluppo sostenibile** e **Cittadinanza digitale**, con l’obiettivo di formare cittadini responsabili, consapevoli dell’ambiente e capaci di un uso critico dei media.

La matematica e l’Educazione Civica (L. n. 92 del 2019; Decreto Ministeriale n. 183 del 7 settembre 2024)

In questo quadro si inserisce anche la **Matematica**, che – come richiamato nelle *Indicazioni nazionali e nuovi scenari* (2018) – offre strumenti per leggere la realtà in modo razionale, interpretare fenomeni, analizzare dati e argomentare con rigore. L’educazione alla logica, al confronto delle idee e al controllo delle fonti rende la matematica un supporto essenziale allo sviluppo delle **competenze di cittadinanza attiva**, aiutando lo studente a riconoscere informazioni attendibili, discutere in modo rispettoso e contrastare la diffusione di notizie false. In questo modo la matematica partecipa pienamente alla finalità dell’Educazione civica: **formare cittadini critici, consapevoli e partecipi della vita democratica**.

La matematica e la cittadinanza

https://blog.matematica.deascuola.it/aree_disciplinari/educazione-civica/

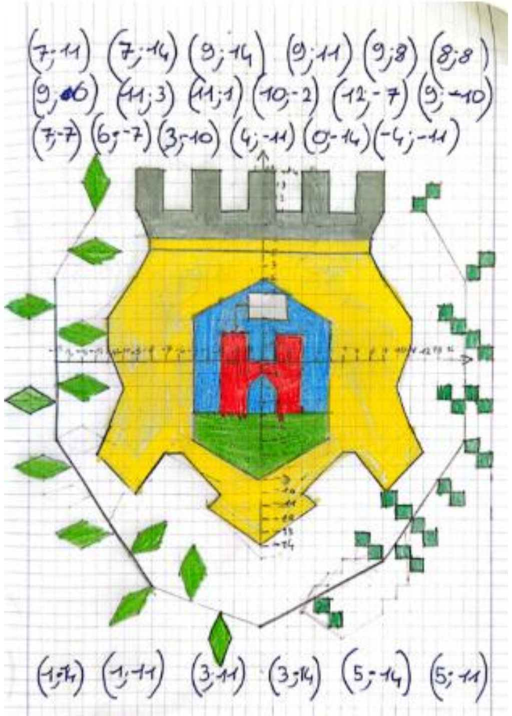
https://www.rizzolieducation.it/news/educazione-civica-e-matematica/

https://area-matematica-ss2g.hubscuola.it/primo-biennio/educazione-civica/#/

La matematica
e la cittadinanza

Per creare un collegamento tra la geometria e l'Educazione civica, con attenzione alla conoscenza del territorio, è possibile proporre un'attività destinata alle classi prime della scuola secondaria di primo grado. In un contesto in cui gli studenti provengono da più Comuni, si può chiedere a ciascun alunno di svolgere una breve ricerca sullo stemma del proprio paese, individuandone l'immagine online e riportandola sul quaderno o tramite stampa.

Tale proposta, assegnata come compito a casa nell'ambito del percorso di geometria, può costituire un'introduzione motivante al lavoro sul piano cartesiano, favorendo al tempo stesso il senso di appartenenza e la valorizzazione del territorio.



La matematica è uno strumento per comprendere la realtà

Le **competenze strumentali** come eseguire calcoli, risolvere equazioni, leggere dati, misurare una grandezza, calcolare una probabilità, sposano sempre l’aspetto culturale, che collega tali competenze alla complessa realtà in cui viviamo.

Comprendere l’**analisi strutturale** della disciplina attraverso la quale si individuano:

- I nuclei fondanti (**concetti fondamentali che ricorrono in vari luoghi di una disciplina e hanno valore strutturante e generativo di conoscenze)** possono definirsi tali quando assumono un esplicito *valore formativo* rispetto alle competenze di cui sono i supporti»
- Le relazioni e connessione fra i vari argomenti.

NUCLEI FONDANTI E COMPETENZE

USA	CREM, 1999 BELGIO	PORTOGALLO	ITALIA
Numeri e Operazioni	Numeri	Numeri e calcolo	Il numero
Algebra	Algebra	Algebra e funzioni	Le relazioni
Geometria	Geometria	Geometria	Lo spazio e le figure
Analisi dei dati e Probabilità	Statistica e Probabilità	Statistica e Probabilità	I dati e le previsioni
Misure	Grandezze		.
	Analisi		
Problem solving Ragionamento e Dimostrazione Comunicazione Collegamenti Rappresentazione			Argomentare e congetturare Misurare Risolvere e porsi problemi

Percorso didattico fondato su competenze e nuclei

L'impianto didattico di un percorso di matematica si basa su:

- Le ***competenze*** disciplinari e trasversali;
- La scelta dei ***nuclei fondanti.***

«Capacità di far fronte a un compito, o a un insieme di compiti, riuscendo a mettere in moto e a orchestrare le proprie risorse interne, cognitive, affettive e volitive, e a utilizzare quelle esterne disponibili in modo coerente e fecondo»

(M. Pellerey, Le competenze individuali e il Portfolio, La Nuova Italia, Milano, 2004,)

IL CURRICOLO DI MATEMATICA, NUCLEI FONDANTI E PROCESSI

- **Nuclei fondanti**

  - Il numero;
  - Lo spazio e le figure;
  - Le relazioni;
  - I dati e le previsioni.

- **Processi**

  - Argomentare e congetturare;
  - Misurare;
  - Risolvere e porsi problemi.

Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica

Commissione Permanente dell'Unione Matematica Italiana

UMI - CIIM

NUCLEI FONDANTI DELLA MATEMATICA

- ***Numeri***
- ***Spazio e figure***
- ***Relazioni***
- ***Dati e previsioni***

Tali nuclei vengono identificati sulla base delle loro caratteristiche:

- ***Verticalità*****:** sviluppo per l'intero arco di studi;
- ***Orizzontalità***: possibilità di evidenziare collegamenti tra un nucleo e l'atro;
- ***Profondità*****:** evitare che gli studenti commettano errori dovuti ad applicazioni meccaniche di procedure algoritmiche;
- ***Avvicinamento graduale alla teoria*****:** si giunge alla teorizzazione ed alla definizione delle proprietà fondamentali per approfondimenti successivi.

PROCESSI DELLA MATEMATICA

- <u>**Argomentare e congetturare (nuclei di processo)**</u>

  Contiene anche alcuni contenuti di tipo logico e caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni intuitive a forme di pensiero più rigoroso e sistematico, in particolare alla dimostrazione, cuore del pensiero matematico stesso.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze:**

- **osservare, individuare e descrivere regolarità**
- **produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte**
- **riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e l’importanza delle definizioni che le descrivono**
- **giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni**

PROCESSI DELLA MATEMATICA

- **Misurare**

Consente un approccio esperienziale e teorico alle grandezze Per ricavare relazioni tra le grandezze esperite e costruire modelli di fenomeni studiati.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze:**

- **Misurare grandezze**
- **Leggere, scrivere e rappresentare misure**
- **Stimare misure**
- **risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura**

- **Risolvere e porsi problemi**

Offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi, per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza e per giungere all'uso di modelli matematici in contesti vari.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze:**

- **riconoscere e rappresentare situazioni problematiche**
- **impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione**
- **Individuare modelli matematici e saper operare per risolvere problemi in contesti vari**

FOCUS SUL PROBLEM SOLVING

Con il termine **Problem Solving** facciamo riferimento alla **capacità di una persona di utilizzare i propri processi cognitivi per far fronte e risolvere situazioni reali per le quali la soluzione non è immediatamente evidente**.

- la risoluzione del problema si ottiene quando si comprende la situazione problematica, la si divide in tappe pianificate e si arriva alla soluzione (**comprendere il problema, identificare le caratteristiche, pianificare la strategia, monitorare, valutare**).

- **Duncker** descrisse il **problem solving** in termini di analisi **mezzi-fini,** ossia un processo di ricerca dei passi (mezzi) grazie ai quali si riduce la differenza tra la situazione attuale e l'obiettivo finale.

- Se un problema è simile ad un altro, tendiamo a risolverlo utilizzando lo stesso meccanismo che abbiamo applicato in precedenza (**risolvere un problema per analogia**). A volte, però, l'utilizzo di strategie precedenti può impedire la riorganizzazione degli elementi del nuovo problema e non portare alla sua soluzione. Un esempio è dato dalla **fissità funzionale** ossia la tendenza a percepire le funzioni degli oggetti come fisse.

PISA 2015 Collaborative Problem Solving

Il **problem solving collaborativo** è una competenza centrale per gli studenti nel contesto di valutazioni internazionali come PISA.

Viene presentata come la capacità di **risolvere problemi in contesti sociali**, ovvero collaborando con altri attori, negoziando strategie e comunicando efficacemente.

Alcuni passaggi importanti:

Il problem solving collaborativo è definito come il processo in cui due o più persone (studenti) lavorano insieme per **(a) definire un problema**, **(b) pianificare un modo per risolverlo**, **(c) eseguire la soluzione** e **(d) riflettere sui risultati**, con la cooperazione e la negoziazione come elementi chiave. Uno degli obiettivi del PISA 2015 è misurare non solo le competenze individuali nel problem solving, ma anche come gli studenti interagiscono, si coordinano e contribuiscono in gruppi. Viene sottolineato che il problem solving collaborativo richiede non solo abilità cognitive (analisi, pianificazione, esecuzione, verifica) ma anche **abilità interpersonali e sociali**: comunicazione, coordinamento, leadership, ascolto, negoziazione.

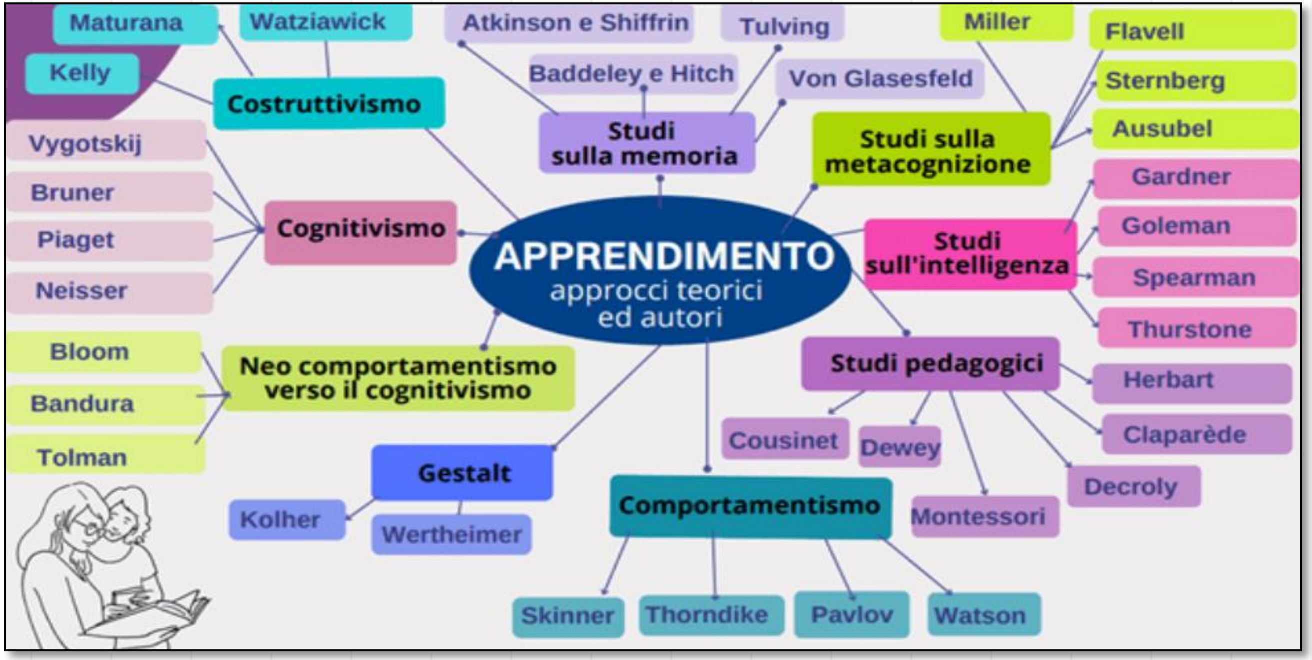
COMPETENZE TRASVERSALI

Le **competenze trasversali**, comuni alla matematica e alle altre discipline, che la matematica concorre a perseguire possono essere:

- Leggere l'informazione nelle varie forme espressive in cui può comparire;
- Produrre informazione, facendo uso di diverse forme espressive;
- Rappresentare informazione;
- Porsi e risolvere problemi;
- Utilizzare consapevolmente i processi logici, ossia saper condurre un ragionamento in un ambito teorico più o meno elevato, con argomentazioni e giustificazioni;
- Utilizzare consapevolmente gli strumenti tecnologici.

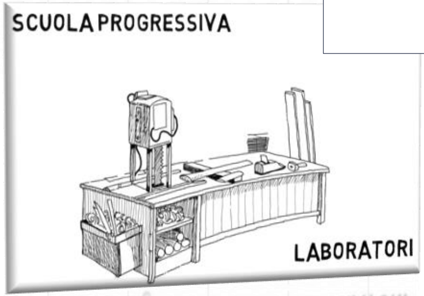
La competenza matematica: come promuoverla

Le teorie dell'apprendimento



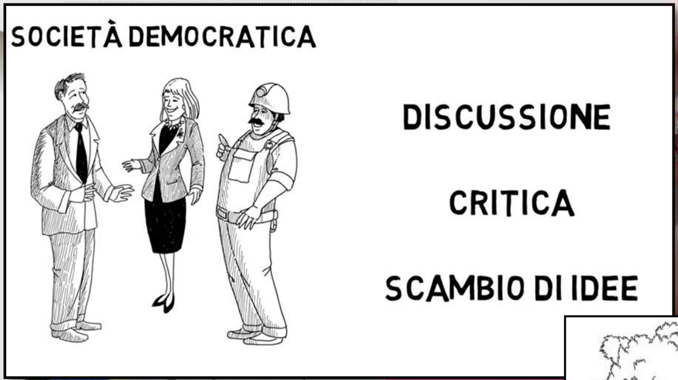
Le teorie dell'apprendimento

John Dewey
(Burlington, 20 ottobre 1859 – New York, 1° giugno 1952)



Célestin Baptistin Freinet
(Gars, 15 ottobre 1896 – Saint-Paul-de-Vence, 8 ottobre 1966)

Jean-Ovide Decroly
(Ronse, 23 luglio 1871 – Uccle, 10 settembre 1932)



«Il **maestro orienta il fanciullo** nell'esperienza indicando i contenuti che promuovono **esperienze** ulteriori, permettendogli di essere protagonista dei rapporti sociali e le leggi di natura, con i quali è portato a interagire, diventando così capace di autogovernarsi. I programmi vanno concepiti in modo da facilitare lo sviluppo autonomo del pensiero e della coscienza e da offrire all'alunno quelle conoscenze, informazioni, abilità indispensabili per interpretare e muoversi nella società contemporanea in cui vive e agisce.

John Dewey
(Burlington, 20 ottobre 1859 – New York, 1º giugno 1952)

Una scuola democratica permeata da spirito scientifico

John Dewey (1859-1952), nel suo scritto *Il mio credo pedagogico* (1897), pone le basi della **scuola attiva** e dell'**educazione progressiva**, centrata sull'esperienza e sulla partecipazione sociale dell'alunno.

Riassume la sua concezione in cinque principi fondamentali:

- **L'educazione nasce dalla vita sociale**: ogni individuo cresce partecipando alla coscienza collettiva dell'umanità.
- **La scuola è un'istituzione sociale**, microcosmo della società, dove si apprendono valori, regole e cooperazione.
- **La vita sociale del bambino** costituisce il punto di partenza di ogni processo educativo.
- **Il metodo educativo** deve seguire lo sviluppo naturale degli interessi e delle capacità del fanciullo.
- **L'educazione è il motore del progresso sociale**, strumento di trasformazione e miglioramento della comunità.

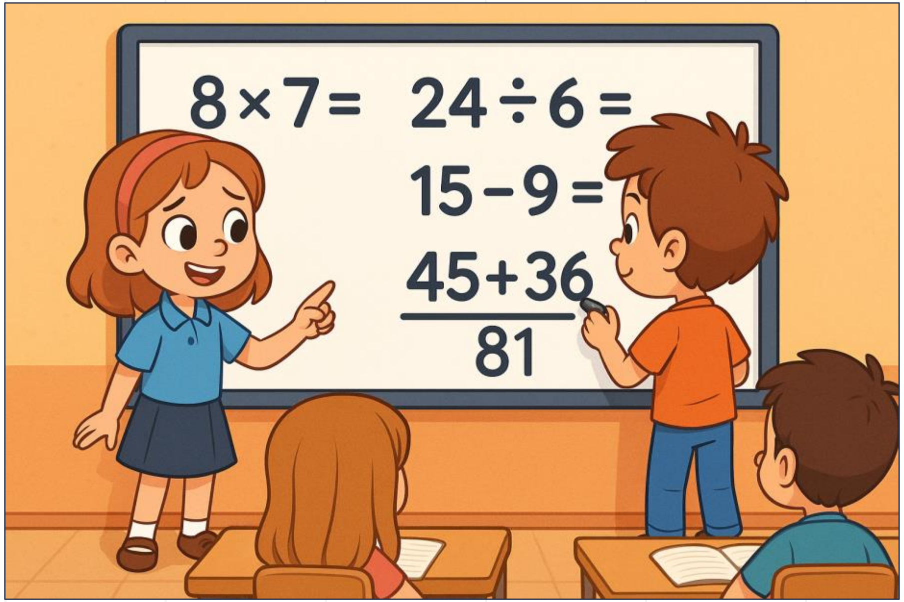
MODELLO COSTRUTTIVISTA

Il **modello costruttivista** vede nell'allievo un *soggetto attivo* che **costruisce la propria conoscenza** e che interpreta l'**esperienza**. Questo punto di vista permette di spiegare molti **errori in matematica** in modi alternativi rispetto a quello tradizionale, secondo il quale l'errore è semplicemente frutto di mancanza di conoscenze o abilità.

Le teorie coerenti con tale modello forniscono, infatti, nuovi strumenti per interpretare i comportamenti degli allievi ed aprono, quindi, uno scenario di possibilità cui far riferimento quando cerchiamo di capirne le risposte per poi intervenire con maggiore efficacia.

MODELLO COSTRUTTIVISTA

- **Superamento del modello del travaso**
- La conoscenza è costruita dal **discente**
- L’individuo è **protagonista attivo** che interpreta l’**esperienza**
- Il bambino sin da piccolo **costruisce convinzioni sul mondo** degli oggetti fisici, degli organismi viventi, degli essere umani.
- **Teorie ingenue**



Classi del biennio istituti Professionali/Tecnici
Alta percentuale di studenti stranieri
Alta percentuale di studenti non ammessi alla classe successiva
Alta percentuale di abbandoni

Diventa necessario
Ricostruzione e scoperta della conoscenza
Insegnare agli alunni a pensare criticamente per **appropriarsi della conoscenza e del suo utilizzo**

Unità di Apprendimento

- ✓ Come si struttura un’Unita di apprendimento?
- ✓ Qual è la differenza tra Unità di Apprendimento e Unità Didattica?

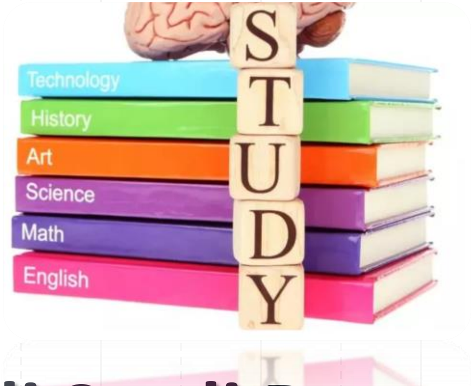
RIFERIMENTI NORMATIVI

L. **53/2003** Riforma Moratti	**PIANI DI STUDIO PERSONALIZZATI**
D. Lgs 59/2004 e allegati	**Unità di Apprendimento**
D.Lgs 226/2005	**Unità di apprendimento per il II ciclo**

INSEGNAMENTO → APPRENDIMENTO

…non si tratta di una mera innovazione terminologica ma di una novità sostanziale dal punto di vista pedagogico.

Il concetto di *insegnamento* pone al centro del processo educativo il docente, mentre quello di *apprendimento* pone al centro il **discente**.



Piano di Studi Personalizzato

L. **53/2003** “Riforma Moratti”

Indica il **percorso didattico** che la scuola costruisce per ogni discente, **personalizzandolo** nella progettazione, nello svolgimento (Unità di Apprendimento) e nella verifica (Portfolio delle competenze).

INDIVIDUALIZZAZIONE

Strategie didattiche che mirano ad assicurare a tutti gli studenti il raggiungimento delle competenze fondamentali del curricolo, attraverso una **diversificazione dei percorsi di insegnamento (obiettivi comuni)**

DSA

Per gli alunni con DSA si predispone un Piano Didattico ***Personalizzato***

PERSONALIZZAZIONE

Strategie didattiche finalizzate a garantire ad ogni discente una propria forma di **eccellenza cognitiva**, attraverso possibilità elettive di coltivare le proprie potenzialità intellettive

Alunni con disabilità

Per gli alunni con disabilità si predispone un Piano Educativo ***Individualizzato***

Pensiamo al contrario…

L'UA prevede la definizione di
OBIETTIVI FORMATIVI – e non meramente didattici – volti a formare la persona nella sua globalità.

Pertanto, è importante rievocare…

Teorie dell'apprendimento significativo
(Piaget, Ausubel, Bruner e Vygotskij)

DIFFUSIONE DELL' UdA NELLA SCUOLA ITALIANA A PARTIRE DALLA RIFORMA MORATTI

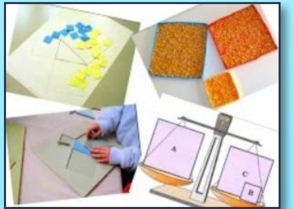
UNITA' DI APPRENDIMENTO (UA – UdA)

Approccio olistico al sapere - interdisciplinare

Focalizzata sul **discente** e sulle sue **esperienze (Learning by doing)**

Metodologie attive

Risponde ad un bisogno educativo

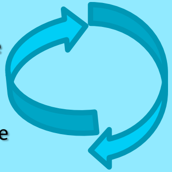


Obiettivi formativi

Acquisizione/mobilitazione delle **conoscenze** e delle **abilità**

Orizzonte di senso più ampio che motiva tutti – in maniera intrinseca - all'apprendimento

Risponde ai **bisogni** dei discenti e si sviluppa in maniera **flessibile** (in divenire), considerando i **cambiamenti** e i **feedback** da parte dei **discenti**



Ideazione

progettazione

sperimentazione

monitoraggio

rielaborazione

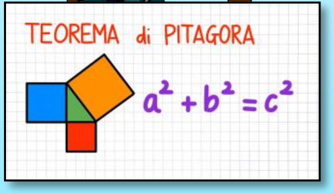
UNITA' DIDATTICA (UD)

Parcellizzazione della conoscenza

Focalizzata sul **formatore (docente)**

Ancoraggio al **programma** (il docente sceglie un argomento)

Obiettivi didattici scelti dal docente (**conoscenze**)



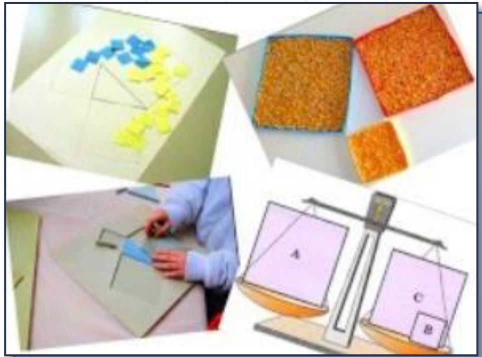
$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

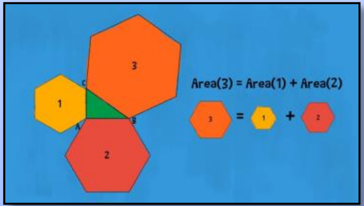
$$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$$

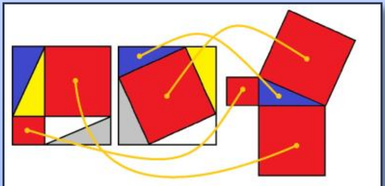
$$c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$

Ideazione – progettazione - applicazione

UNITA' DI APPRENDIMENTO (UA – UdA)



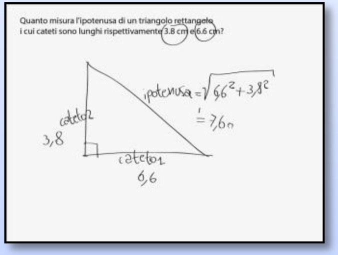


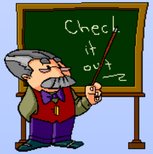


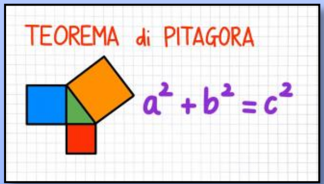
Pitagora e Mondrian, un ponte tra arte e matematica.

L'Unità di Apprendimento, UdA, è un elemento chiave della programmazione didattica per la scuola secondaria. Infatti, l'UdA sviluppa **competenze, abilità e conoscenze** in cui è organizzato il percorso formativo degli studenti.

UNITA' DIDATTICA (UD)







$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

$$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$$

$$c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$

Indicazioni nazionali per i Piani di Studio Personalizzati (allegate al D. Lgs. 59/2004)

Si legge nel **DECRETO LEGISLATIVO 19 FEBBRAIO 2004, N. 59 (IN SO N. 31 ALLA GU 2 MARZO 2004, N. 51)**:

Le **Unità di Apprendimento, individuali, di gruppi di livello, di compito o elettivi oppure di gruppo classe**, sono costituite dalla **progettazione**:

- ❑ di **uno o più obiettivi formativi tra loro integrati** (definiti anche con i relativi standard di apprendimento, riferiti alle conoscenze e alle abilità coinvolte);
- ❑ delle **attività educative e didattiche unitarie, dei metodi, delle soluzioni organizzative** ritenute necessarie per concretizzare gli obiettivi formativi formulati;
- ❑ delle **modalità con cui verificare sia i livelli delle conoscenze e delle abilità acquisite**, **sia se e quanto tali conoscenze e abilità si sono trasformate in competenze personali di ciascuno**.

MISCONCETTI E MISCONCEZIONI

MISCONCETTI e MISCONCEZIONI

A partire dagli anni Ottanta, anche sotto l'influenza degli studi sulla **fisica ingenua** e sui processi decisionali, il termine *misconception* si ritrova, sistematicamente, in educazione matematica, assumendo sempre più la connotazione di un nuovo costrutto.

In italiano viene tradotto in più modi: **concezioni errate, misconcezioni e, soprattutto, misconcetti.**

(Zan, 2000 a; D'Amore e Sbaragli, 2005)

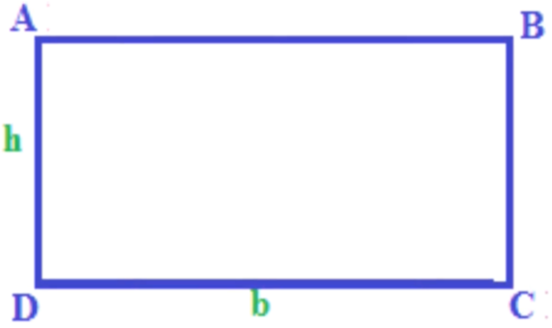
Rosetta Zan, *docente di Didattica della Matematica presso l'Università di Pisa. Esperta in processi di insegnamento e apprendimento della matematica.*

MISCONCEZIONE

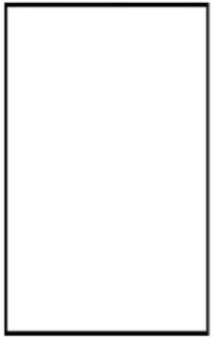
Concezione errata di un concetto matematico

Una *misconcezione evitabile* è

causata da scelte scorrette da parte dell'insegnante

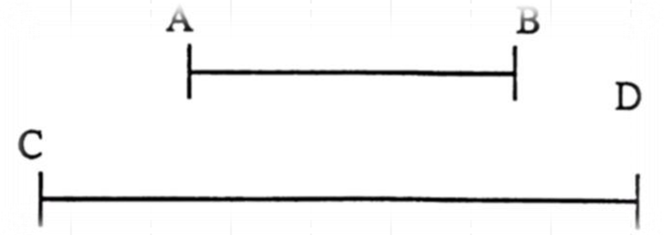


"si tratta di un rettangolo in piedi ☹"



MISCONCEZIONE

Quale tra i due segmenti ha più punti?



MISCONCEZIONE

Quale tra i due angoli è più grande?

MISCONCETTI e MISCONCEZIONI

Nel contesto scolastico l'allievo interpreta i messaggi dell'insegnante alla luce delle proprie conoscenze, convinzioni ed esperienze.

INTERPRETAZIONE DISTORTA DELLA REALTA' ☹

La perpendicolarità al lato opposto viene trasformata in verticalità ☹

MISCONCETTI e MISCONCEZIONI

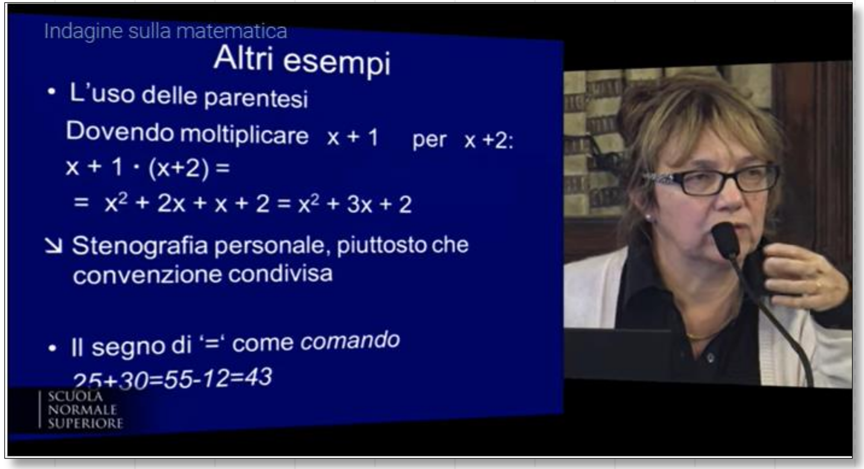
Nel contesto scolastico l'allievo *interpreta i messaggi dell'insegnante* alla luce delle proprie conoscenze, convinzioni, esperienze.

INTERPRETAZIONE DISTORTA DELLA REALTA' ☹

Gli studenti omettono le parentesi

… e spesso si esprimono così: “25 + 30 fa 55”

Che significato ha il segno “=“?



Se il *misconcetto* non viene sradicato si amplifica in altri contesti…

MISCONCETTI

I discenti inseriscono le parentesi anche quando non servono

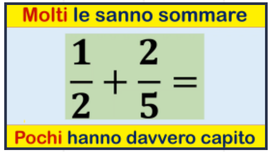
$$(7+2^5)+3^2$$

…non inserendole, invece, quando invece servono.

(1) $\dfrac{(b+B)\cdot h}{2}$

(2) $\dfrac{b+B\cdot h}{2}$

Quando il soggetto si trova in forte incertezza di fronte a un problema da risolvere, è portato a trasformare un certo nucleo di informazioni da un dominio ben conosciuto ad un altro meno noto tramite un **trasferimento per analogia.**



$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$$

Può avvenire allora che si assumano per valide **corrispondenze analogiche** che, invece, non sono plausibili per quei particolari sistemi.

$$\frac{3}{4} + \frac{6}{7} = \frac{9}{11} \qquad \frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{7}{10}$$

Si parla di analogie tacite che possono inserirsi nel processo cognitivo e perturbarlo».

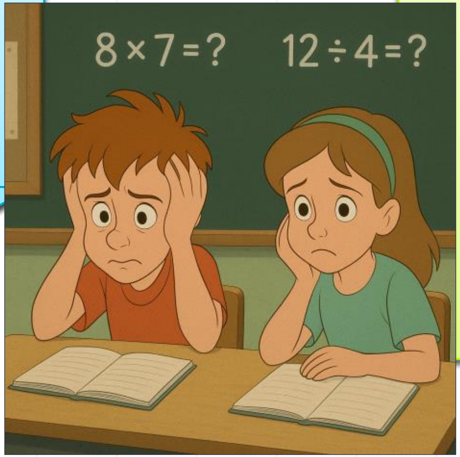
*In un testo del 1998, **Rosetta Zan** parla di misconcezioni come "causa di errori": «Le convinzioni specifiche scorrette ("misconceptions") sulla Matematica sono quelle responsabili di errori, che si presentano in forme diverse e in contesti diversi. Si tratta spesso di convinzioni implicite, di cui cioè il soggetto non è consapevole. Pertanto, agiscono in modo ancora più subdolo e sottile» (Zan, 1998).*

La visione della matematica

Due modi diversi di vedere la matematica

Io odio la matematica.[…] Non mi piace perché ci sono un mare di regole anche per fare un operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai!

Anna (1M)



Imparare le cose a memoria (a parte qualche formula) non mi é mai piaciuto e questa materia, insieme alla Fisica, mi offrono motivo di ragionamento e di discussione. Essa mi piace perché è una materia dove bisogna ragionare, e se non lo fai diventa difficile e molto faticosa, per non dire impossibile. (…) Questa é una materia dove bisogna prima capire il problema, cosa chiede e dove vuole arrivare.

Danilo (3S)

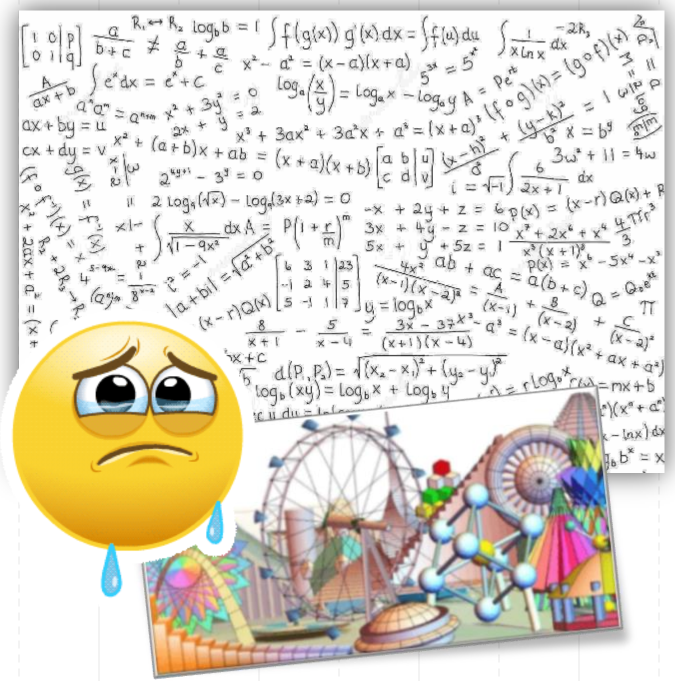
Le regole nella matematica

La matematica e le regole

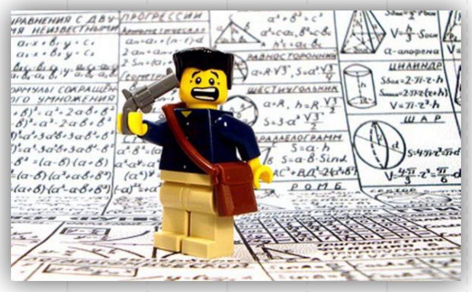
La concezione della matematica come un insieme di regole fisse e di problemi da risolvere applicandole meccanicamente condiziona profondamente i **processi decisionali** e i **comportamenti** degli studenti.

In una simile prospettiva, di fronte a un problema per il quale non si ricorda la “regola giusta”, si tende a **rinunciare**, ritenendo impossibile trovare una soluzione.

L’insegnante, in questo senso, **contribuisce alla formazione di un ridotto senso di autoefficacia** negli alunni, quando propone la matematica come un sapere chiuso, privo di spazio per l’esplorazione e il ragionamento personale.



Uno studente non nasce con le “**convinzioni patogene” relative alla matematica**, ma le struttura attraverso l’esperienza.

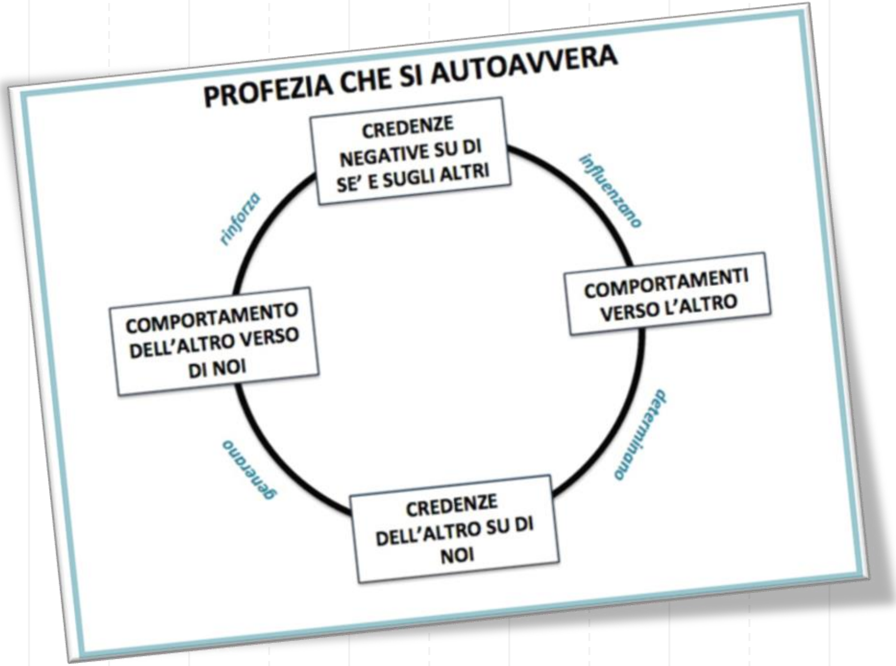


Se lo studente ha ricevuto un insegnamento che dava molta enfasi alle *regole* invece che ai *perché* (quindi agli esercizi invece che ai problemi, alla memoria invece che al ragionamento, al ‘dovere’ invece che al ‘potere’,…), **non possiamo stupirci della visione della matematica che ha costruito e delle “convinzioni patogene” che ha sviluppato.**

“Tu non sai le regole”

L’**effetto Pigmalione** o **effetto Rosenthal** è un meccanismo di **suggestione psicologica** per il quale i risultati di una persona vengono influenzati dalle aspettative di chi gli sta intorno.

L’effetto Pigmalione spiega, dunque, il fenomeno della cosiddetta “**profezia che si auto-avvera**”, nel quale le aspettative proprie e altrui finiscono per trasformarsi in realtà.



La matematica e le espressioni: dal problema alla regola

La didattica delle espressioni: dal problema alla regola

La costruzione di nuove conoscenze , abilità e competenze nelle Unità di apprendimento relative alla **didattica delle espressioni** ha come prerequisiti la semantica delle quattro operazioni.

La metodologia dal problema alla regola:

- ❑ Partire da una situazione di vita quotidiana
- ❑ Seguire passo per passo il ragionamento, che procede per prove ed errori
- ❑ Ricavare una procedura ragionata a partire dal procedimento
- ❑ Operare una formalizzazione condivisa

L’alunno, in tal modo, costruisce in prima persona il **concetto di espressione**.

(P. Demarchi, C. Bertolli, R. Arghetti, A. Campisano, A. Di Martino)

La didattica delle espressioni: dal problema alla regola

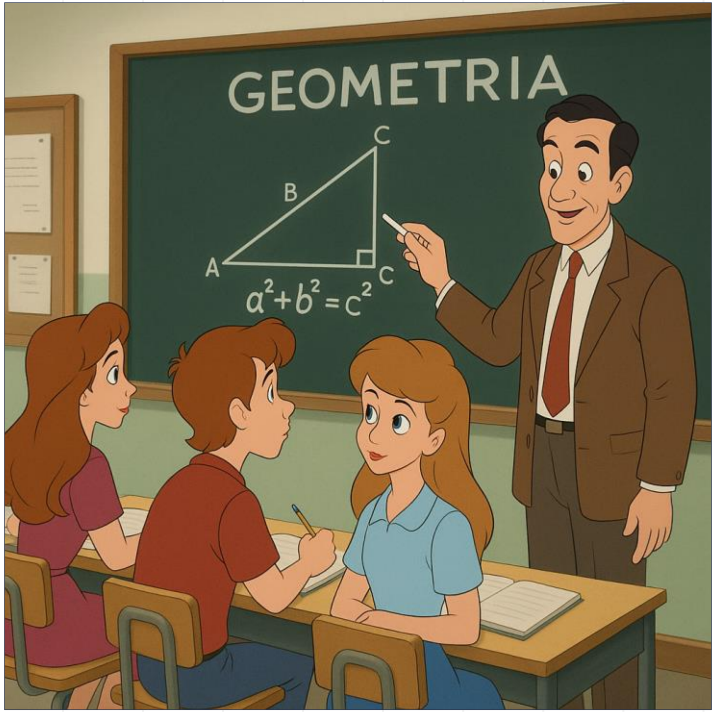
- ❑Predisporre una situazione problema facilmente rappresentabile (e risolvibile tramite espressioni con numeri interi);
- ❑Accogliere le proposte degli studenti e “correggere il tiro” con la formulazione di domande che attivino il ragionamento e la metacognizione;
- ❑Registrare sulla LIM le operazioni proposte, chiedendo – in itinere – il significato di quanto scritto;
- ❑Aiutare con domande adatte la verbalizzazione o la schematizzazione anche grafica (più inclusiva data la presenza di studenti con DSA;
- ❑Valorizzare il contributo di tutti gli studenti
- ❑Non scoraggiare percorsi non funzionali: *è utile sperimentare la strada sbagliata!*;
- ❑Mettere in luce il pensiero creativo e divergente degli studenti.

(P. Demarchi, C. Bertolli, R. Arghetti, A. Campisano, A. Di Martino)

La matematica e i problemi

Se un soggetto non riconosce un problema:

- attiva comportamenti automatici, anziché strategici;
- non ritiene di dover prendere decisioni;
- non si assume la responsabilità dei propri processi decisionali.



COMPRENSIONE DI UN PROBLEMA

L’uso adeguato del linguaggio matematico richiede la consapevolezza del fatto che **contesti diversi** – in particolare problemi di natura diversa e quindi **discipline diverse** – possono richiedere **linguaggi diversi**.

Questa consapevolezza è una **competenza linguistica** (anzi, metalinguistica) di importanza cruciale.

Competenze linguistiche fondamentali sono chiamate in cause anche nella comprensione di un testo, in particolare di quei particolari testi dei problemi propri della matematica.

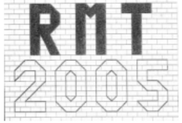
La comprensione di un problema è legata alla **fase di rappresentazione** del problema stesso, che dovrebbe precedere la **fase di soluzione**. In effetti, ricercatori e insegnanti concordano sul fatto che molte delle difficoltà osservate nell’ambito dell’attività di risoluzione di problemi provengono da un **“inadeguata rappresentazione del problema piuttosto che da procedure risolutive scorrette”**.

Perché l’allievo si possa rappresentare un problema espresso attraverso un testo scritto (come sono i problemi scolastici standard) deve innanzitutto **comprendere tale testo**.

I problemi espressi in forma verbale poi sono spesso densi di ***impliciti.***

Problema del Rally Matematico Transalpino

Sul muro della scuola è stata pitturata la parte interna delle lettere R, M e T, preparate per la prossima finale del Rally Matematico Transalpino. Rimane da dipingere la parte interna delle quattro cifre del 2005.



Sofia dipinge il «2» e il primo «0». Mauro dipingerà l'altro «0» e il «5».
Chi userà più pittura?
Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

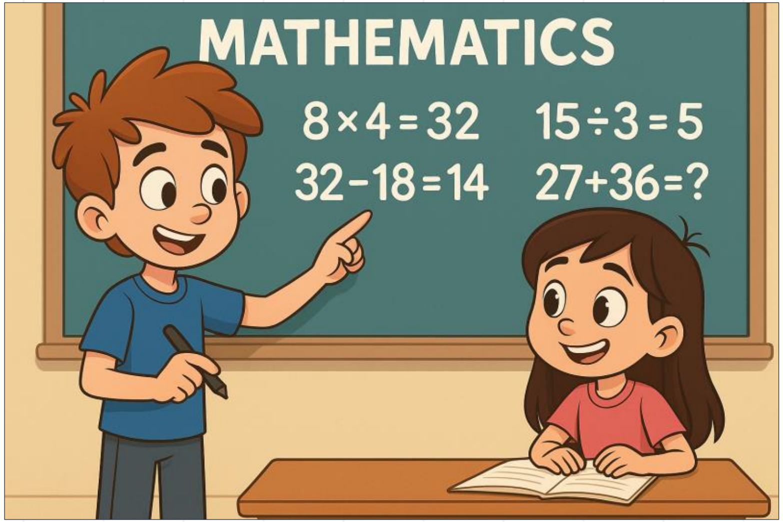
Rimane implicito non solo che la quantità di pittura dipende dalla superficie da tingere, ma anche che piccole variazioni di superficie porteranno a variazioni analoghe della quantità di tinta. Quest'ultima assunzione, necessaria per dare la risposta ritenuta corretta, non è affatto realistica, come ben sa chiunque si sia cimentato da dilettante nella tinteggiatura di un oggetto.

PROBLEMI AUTOPOSTI VS PROBLEMI ETEROPOSTI

PROBLEMI REALI	PROBLEMI SCOLASTICI
Sono **autoposti**: chi pone il problema è la stessa persona che lo deve (vuole) risolvere.	Sono eteroposti: chi pone il problema non è la stessa persona che lo deve risolvere.

LEZIONE EFFICACE e MULTIMODALE

Una **didattica efficace** nasce da uno stile di insegnamento che **non uniforma**, ma **valorizza le differenze individuali**, rendendo i contenuti accessibili attraverso **canali molteplici** e rispettando le **diverse modalità preferenziali di apprendimento** degli studenti.



Durante la lezione, il docente stimolerà la partecipazione attiva favorendo il confronto collettivo: ad esempio, potrà accogliere le risposte solo quando il numero di mani alzate supererà cinque, per incoraggiare un clima cooperativo e di coinvolgimento diffuso.

Gli studenti con **Disturbi Specifici dell'Apprendimento (DSA)** possono mostrare reticenza a partecipare alla costruzione corale, a causa di esperienze scolastiche precedenti segnate da **impotenza appresa**. Il **processo di empowerment** si attiva quando il docente, con uno stile **non direttivo ma facilitante**, orienta il gruppo verso la **collaborazione**, restituendo fiducia e senso di competenza.

È fondamentale che il docente **valorizzi tutte le forme espressive** degli studenti: le **argomentazioni verbali**, le **rappresentazioni grafiche o schematiche**, e ogni altro tipo di prodotto che esprima il percorso di comprensione e rielaborazione personale del sapere.

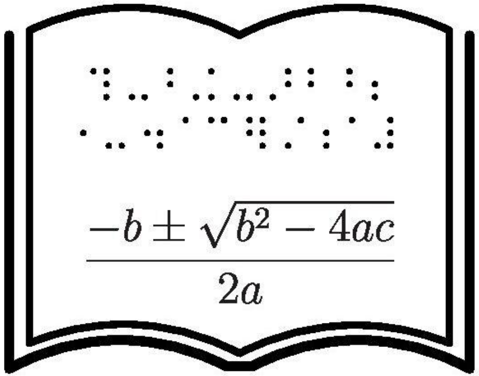
Per introdurre il concetto di frazione, l’insegnante parte da un’esperienza concreta: si mostra una **torta di cartoncino** e la si divide davanti alla classe in **parti uguali**, chiedendo: *“Se la divido in 4 parti e ne prendo 1, quanta torta ho?”*. Successivamente, gli alunni osservano un **breve video** che mostra oggetti del quotidiano divisi in frazioni (cerchi, mele, cioccolate). A seguire, lavorano in **coppia** con materiale manipolativo (fogli divisi in spicchi, barrette di carta, mattoncini) per rappresentare **1/2, 1/3, 1/4**.

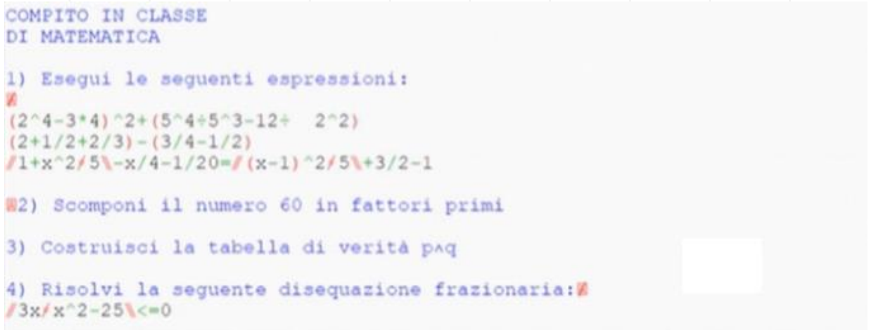
L’insegnante registra insieme alla classe le scoperte alla LIM, costruendo una **mappa visiva** della frazione come *parte di un intero*. In seguito, ogni alunno completa un **esercizio sul quaderno**, disegnando un oggetto e colorandone una frazione. Conclusione: **gioco interattivo** alla LIM (drag & drop) per riconoscere la parte colorata. La lezione termina con una **restituzione orale**: ciascun bambino spiega con parole proprie *che cos’è una frazione*.

Lambda 2.0 è un software per Windows progettato per permettere a studenti e insegnanti **non vedenti** di leggere, scrivere e svolgere esercizi di **matematica in modo accessibile**, utilizzando il **Braille** e gli screen reader (in particolare **JAWS**).

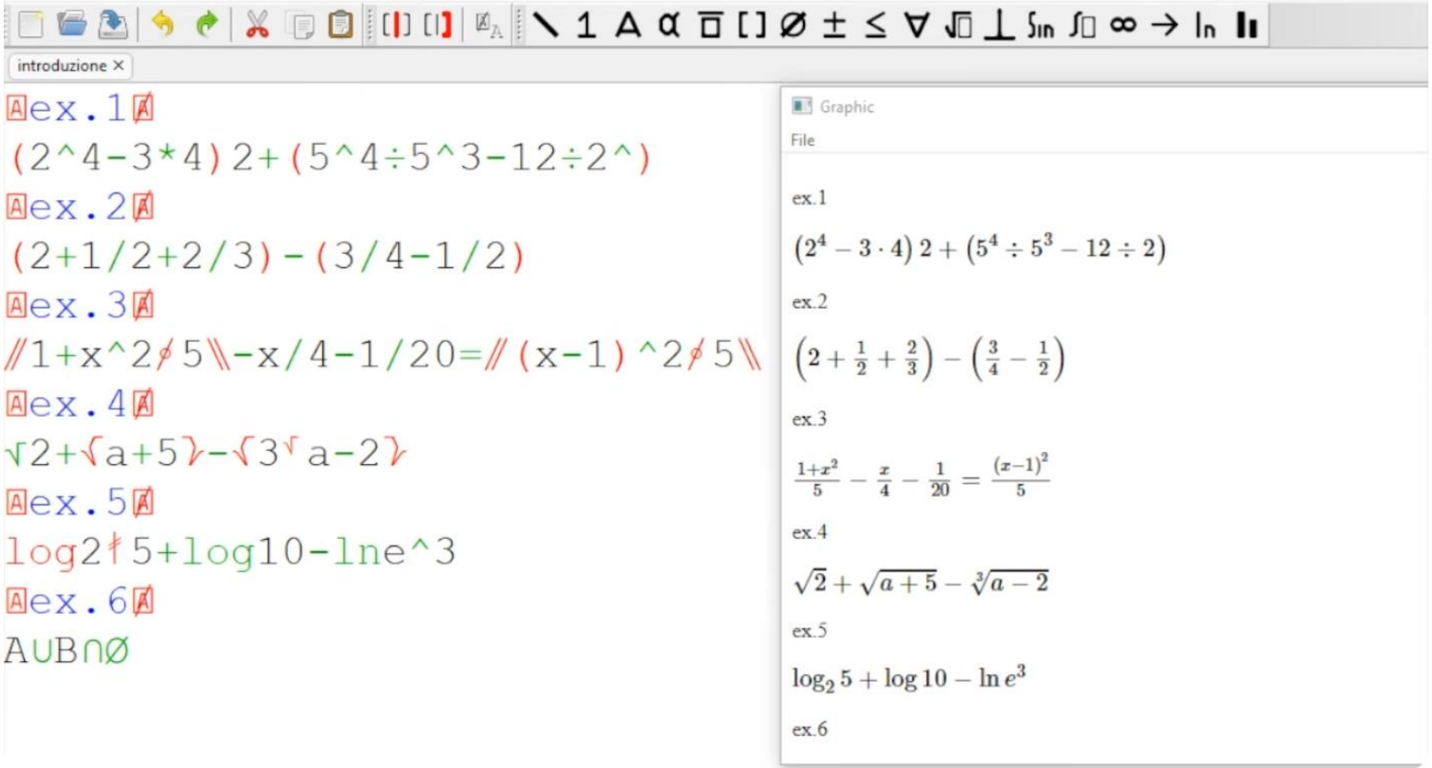
La versione 2.0 nasce dalle esigenze espresse dagli utenti ed è pensata per la didattica della matematica nella scuola.

Il programma permette di scrivere formule, eseguire calcoli, produrre verifiche e compiti in un formato leggibile vocalmente e tattile.





```
COMPITO IN CLASSE
DI MATEMATICA

1) Esegui le seguenti espressioni:

(2^4-3*4)^2+(5^4÷5^3-12÷  2^2)
(2+1/2+2/3)-(3/4-1/2)
/1+x^2/5\-x/4-1/20=/(x-1)^2/5\+3/2-1

2) Scomponi il numero 60 in fattori primi

3) Costruisci la tabella di verità p^q

4) Risolvi la seguente disequazione frazionaria:
/3x/x^2-25\<=0
```


introduzione
ex.1
(2^4-3*4)2+(5^4÷5^3-12÷2^)
ex.2
(2+1/2+2/3)-(3/4-1/2)
ex.3
1+x^2 5-x/4-1/20= (x-1)^2 5
ex.4
√2+√a+5-√3 a-2
ex.5
log2 5+log10-lne^3
ex.6
A∪B∩Ø
Graphic
File
ex.1
$(2^4 - 3 \cdot 4)\,2 + (5^4 \div 5^3 - 12 \div 2)$
ex.2
$\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$
ex.3
$\frac{1+x^2}{5} - \frac{x}{4} - \frac{1}{20} = \frac{(x-1)^2}{5}$
ex.4
$\sqrt{2} + \sqrt{a+5} - \sqrt[3]{a-2}$
ex.5
$\log_2 5 + \log 10 - \ln e^3$
ex.6

UNA LEZIONE DEDICATA ALLA RISOLUZIONE DI PROBLEMI

Nella didattica della matematica è importante evitare un approccio **troppo algoritmico**, in cui gli studenti si limitano ad applicare regole senza comprendere davvero la situazione proposta.

Nei problemi, infatti, **non tutti i dati sono numerici**: alcuni sono **impliciti** e richiedono riflessione e interpretazione. Per questo, invitare gli studenti solo a "evidenziare i dati" può far perdere di vista il senso complessivo del problema. Le **parole chiave** non sempre corrispondono a una sola operazione: la stessa parola può assumere significati diversi a seconda del contesto.

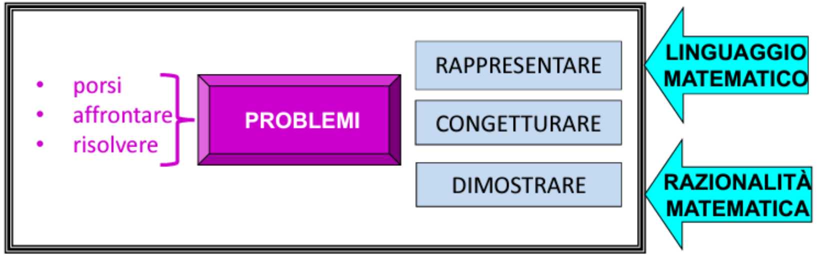
È utile, quindi, aiutare gli studenti a **visualizzare le azioni** che le operazioni rappresentano, magari **costruendo la storia del problema a partire da immagini** o da situazioni concrete. Una didattica efficace dovrebbe proporre **varie situazioni-problema**, in cui sperimentare, confrontare e discutere i diversi percorsi risolutivi.

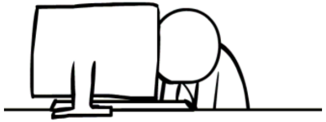
In questo modo, l'attenzione si sposta dalla ricerca automatica di numeri e parole note alla **comprensione semantica delle operazioni**, favorendo la **capacità di argomentare** e spiegare le proprie scelte.

PROBLEM SOLVING

“In cosa consiste realmente la matematica? (…) il motivo principale di esistenza per il matematico è risolvere problemi, e dunque, quello in cui consiste veramente la matematica sono problemi e soluzioni”

(Paul Halmos, The heartof mathematics, 1980)





Le fasi del problem solving

- Identificare il **problema**;
- definire e rappresentare il **problema**;
- Formulare una strategia per la soluzione;
- Organizzare le informazioni;
- controllare il processo di soluzione;
- Valutare l’efficacia della soluzione.

L’allievo, se stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.

Gli errori

L’ERRORE

La paura di sbagliare nasce già nella scuola primaria, come paura associata alla valutazione e può diventare, nel tempo, *paura di non capire, di imparare, …addirittura paura di aver paura:*

“In 1a elementare avevo paura della matematica perché avevo paura di sbagliare. Già all'inizio della terza cominciò a non piacermi più. A me le operazioni in colonna non riescono tanto bene. Infatti, quando c'è matematica vorrei tornare a casa”.

[Giada, 4.P]

In altre parole, l**a paura degli errori** è prima di tutto una **paura dell'insegnante**, associata ad una **visione della matematica come disciplina fatta di risposte corrette**, **disciplina della certezza e del rigore**, aspetti che l'insegnante stesso spesso percepisce come inconciliabili con l'errore.

Questa connotazione dell'errore in matematica è molto pericolosa per gli effetti che ha sugli allievi e sul rapporto che essi costruiscono con la disciplina.

Nella sua attività il matematico, infatti, si pone ed affronta problemi e, quindi, esplora, congettura, sbaglia, torna indietro, cambia strada.

…*non procede in modo lineare e pulito.*

Abilità metacognitive

La ricerca sulla risoluzione di problemi (di qualsiasi tipo) ha messo in luce che **il bravo solutore di problemi è caratterizzato da un'abilità di carattere trasversale rispetto alle conoscenze necessarie per risolvere un problema specifico: l'abilità nel gestire tali conoscenze.**

Questa abilità, detta metacognitiva, si articola in due momenti distinti anche se correlati:

- ❑la consapevolezza delle proprie risorse
- ❑l'attivazione di strategie per ottimizzare tali risorse

(i cosiddetti processi di controllo).

CHE COS'È LA METACOGNIZIONE?

Il termine "metacognizione" è nato negli anni '70 con gli studi di Flavell sulla memoria e può essere definito come l'insieme delle attività psichiche che sovrintendono il funzionamento cognitivo.

Apprendistato cognitivo

La consegna di **esercizi svolti** rimanda alla *teoria dell'apprendistato di Collins*, che prevede il **controllo del processo meta-cognitivo**, del processo di apprendimento e la consapevolezza degli errori commessi, oltre alla costruzione dell'autonomia personale (A. Matteo).

Negli esercizi somministrati, si giustificano i passaggi che portano al risultato.

*L'allievo, così, mantiene il controllo sia sul **processo**, sia sul **risultato**.*

La valutazione della *gravità degli errori*

POSSIBILI CAUSE

QUANDO E' STATO COMMESSO

QUANTE VOLTE

POSSIBILI CONSEGUENZE

QUALE LIVELLO DI SCUOLA

IMPORTANZA DELL'ARGOMENTO

DIFFICOLTA' DELL'ARGOMENTO

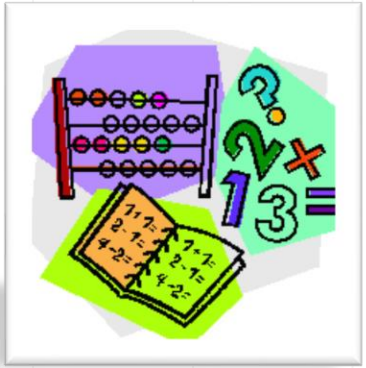
POSSIBILITA' DI CORREGERLO

Possiamo considerare l’errore come un indicatore oggettivo?

- In quale contesto è stato commesso l’errore?
- Chi ha costruito la verifica?
- Chi ha stabilito gli obiettivi?
- Chi ha stabilito che l’esercizio proposto permette di riconoscere il raggiungimento degli obiettivi?
- Cosa c’è di oggettivo nei vincoli che si impongono o meno agli allievi? (tempo / numero di esercizi / uso dei testi, della calcolatrice…)

Errori sistematici

“L’allievo interpreta **procedure.**



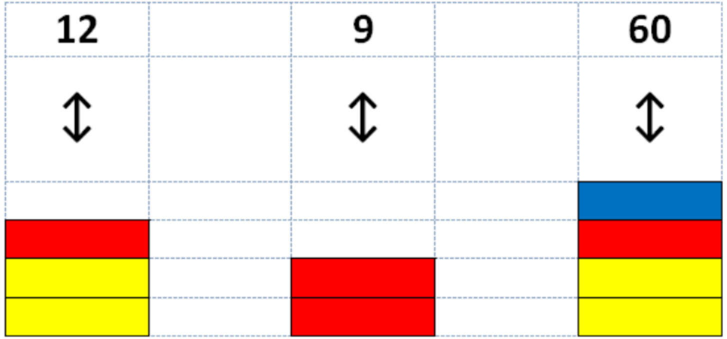
Molti **allievi** sbagliano non perché applicano in modo scorretto procedure corrette ma perché **applicano (in modo corretto) procedure scorrette**”

Attività didattiche da includere all’interno di Unità di Apprendimento (UdA)

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

Ogni numero primo (minore di 20) viene associato ad un diverso colore. Unendo insieme più pezzi di lego la costruzione ottenuta rappresenta il prodotto dei valori di tutti i pezzi di lego della costruzione stessa.

Colore			
Numero	2	3	5



Ruoli assegnati ai dicenti nel Cooperative Learning

- Un discente prende la consegna del lavoro/quesito.
- Un discente scrive su una apposita scheda i risultati del gruppo
- Un discente disegna i prodotti di lego costruiti per ciascuna scheda
- Un discente tiene il tempo

nome del gruppo: Le menti infuocate

Assemblate la costruzione corrispondente al numero 72

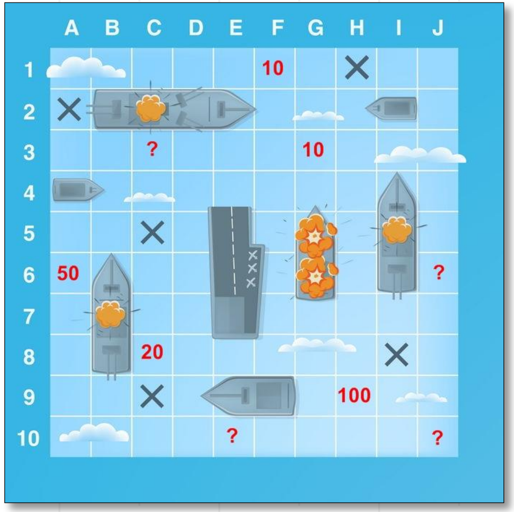
Rappresentate la costruzione colorando i cubetti qui sotto, se ci sono troppi cubetti nel disegno lasciate bianchi quelli in eccesso o cancellateli.

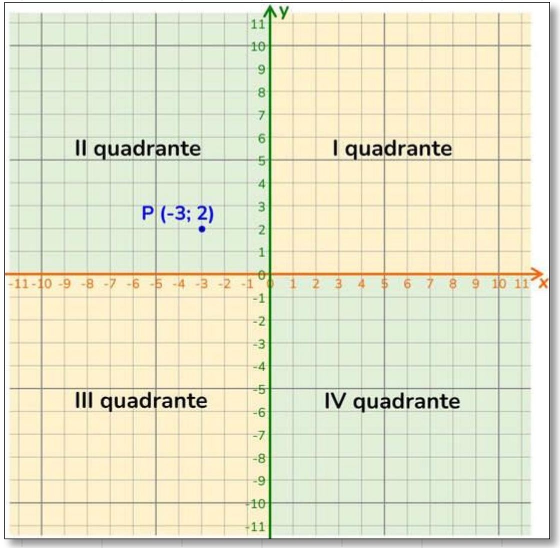
Qual è la scomposizione in fattori primi del numero 72?

72= $2^3 \cdot 3^2$

PIANO CARTESIANO

BATTAGLIA NAVALE: si propone agli allievi di sfidarsi al gioco della battaglia navale utilizzando un piano cartesiano. Gli allievi dovranno riunirsi in coppia e costruire il gioco su carta quadrettata. Dovranno rivelarsi fantasiosi, creativi, in modo da utilizzare tutti i quadranti del piano cartesiano.

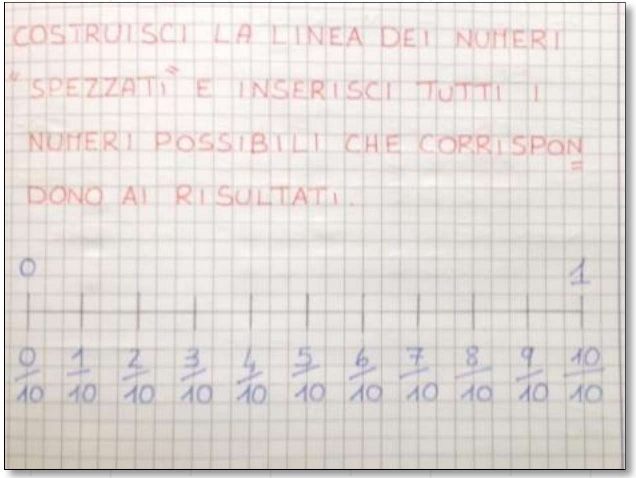


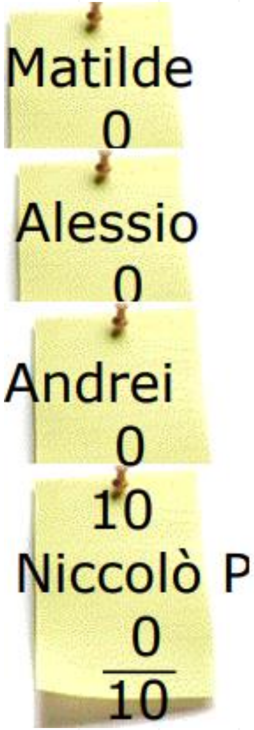


FRAZIONI

dalla rappresentazione all'operazione

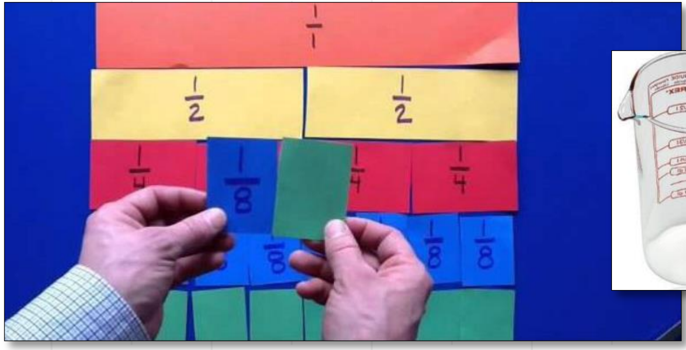
Tiro alla frazione: sulla base dei bicchieri caduti, segnare il punteggio (produrre un cartellone con post -it)

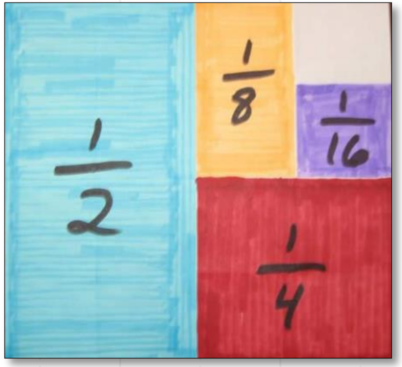


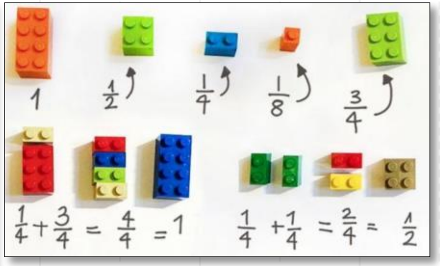


FRAZIONI

dalla rappresentazione all'operazione





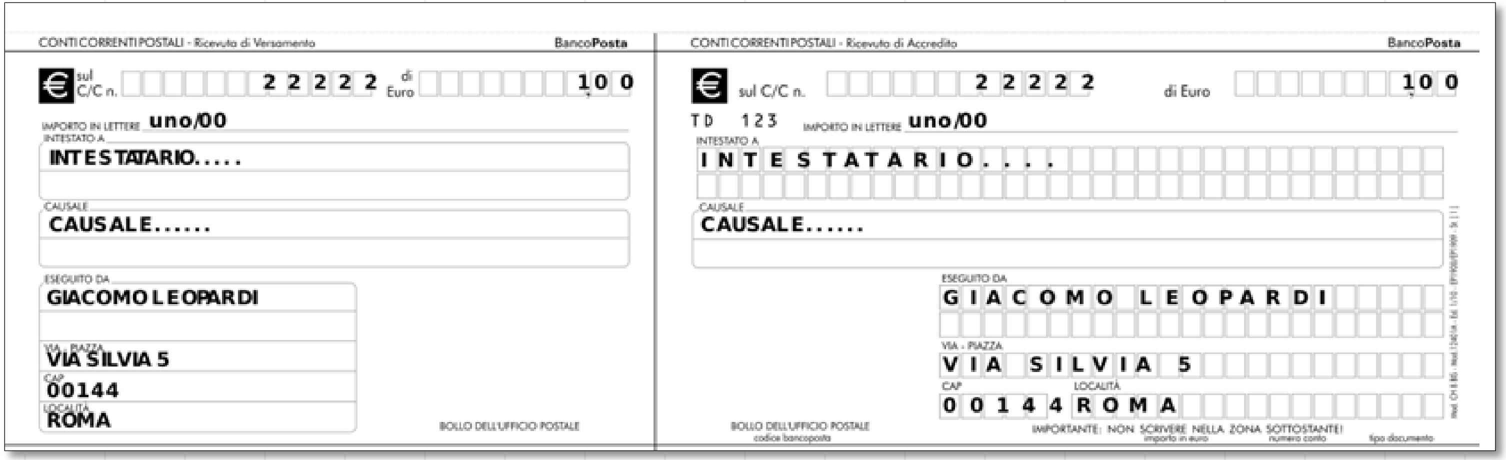


POS	SQUADRA	PUNTI	G	V	N	P	GF	GS
1	Juve	51	21	17	0	4	44	16
2	Roma	47	22	15	2	5	44	21
3	Napoli	45	22	13	6	3	48	25
4 ↓	Inter	42	22	13	3	6	37	23
5 ↑	Lazio	40	22	12	4	6	35	25
6	Atalanta	39	22	12	3	7	34	25
7	Milan	37	21	11	4	6	32	26
8	Fiorentina	34	21	9	7	5	36	28
9	Torino	31	22	8	7	7	39	32
10 ↓	Udinese	28	22	8	4	10	27	29
11 ↓	Chievo	28	22	8	4	10	22	30

Si propone la lettura di una classifica calcistica. I discenti possono interpretare la leggenda (posizione, squadra, punti, partite giocate, partite vinte, partite con pareggio, sconfitte, gol fatti e gol subiti) e leggere i punteggi usando le frazioni.

FRAZIONI E NUMERI DECIMALI

Compilazione di un conto corrente postale


CONTI CORRENTI POSTALI - Ricevuta di Versamento BancoPosta

€ sul C/C n. 22222 di Euro 100

IMPORTO IN LETTERE uno/00

INTESTATO A

INTESTATARIO.....

CAUSALE

CAUSALE......

ESEGUITO DA

GIACOMO LEOPARDI

VIA - PIAZZA

VIA SILVIA 5

CAP

00144

LOCALITÀ

ROMA

BOLLO DELL'UFFICIO POSTALE

CONTI CORRENTI POSTALI - Ricevuta di Accredito BancoPosta

€ sul C/C n. 22222 di Euro 100

TD 123 IMPORTO IN LETTERE uno/00

INTESTATO A

INTESTATARIO....

CAUSALE

CAUSALE......

ESEGUITO DA

GIACOMO LEOPARDI

VIA - PIAZZA

VIA SILVIA 5

CAP LOCALITÀ

00144 ROMA

BOLLO DELL'UFFICIO POSTALE

codice bancoposta

IMPORTANTE: NON SCRIVERE NELLA ZONA SOTTOSTANTE!

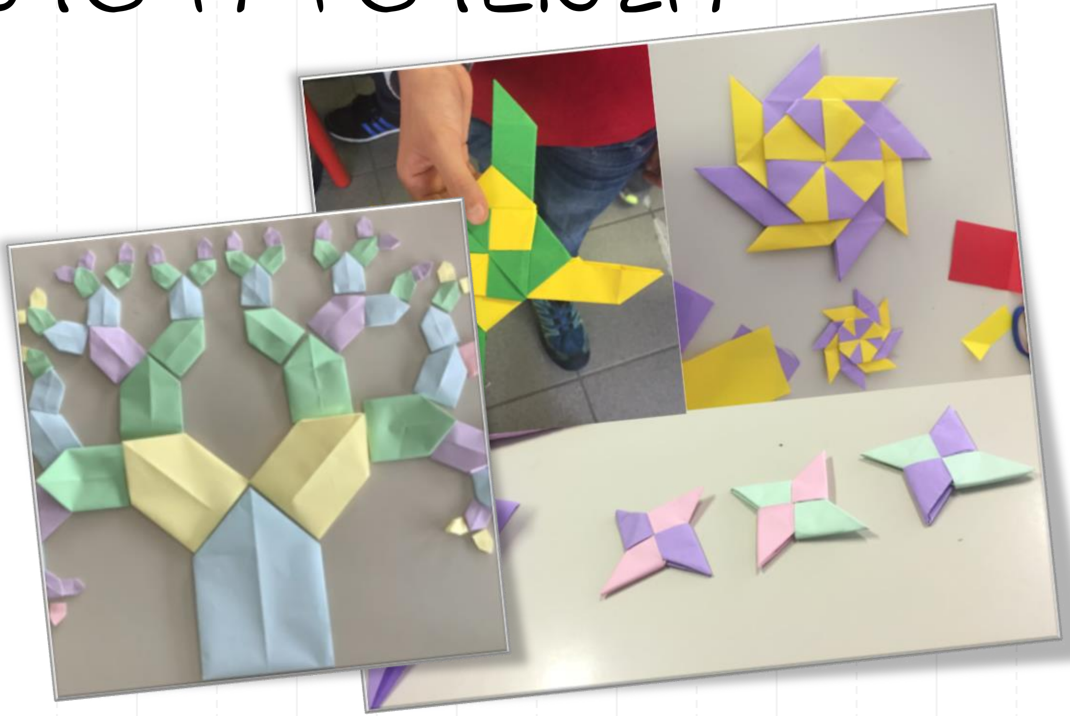
importo in euro numero conto tipo documento

ELEVAMENTO A POTENZA

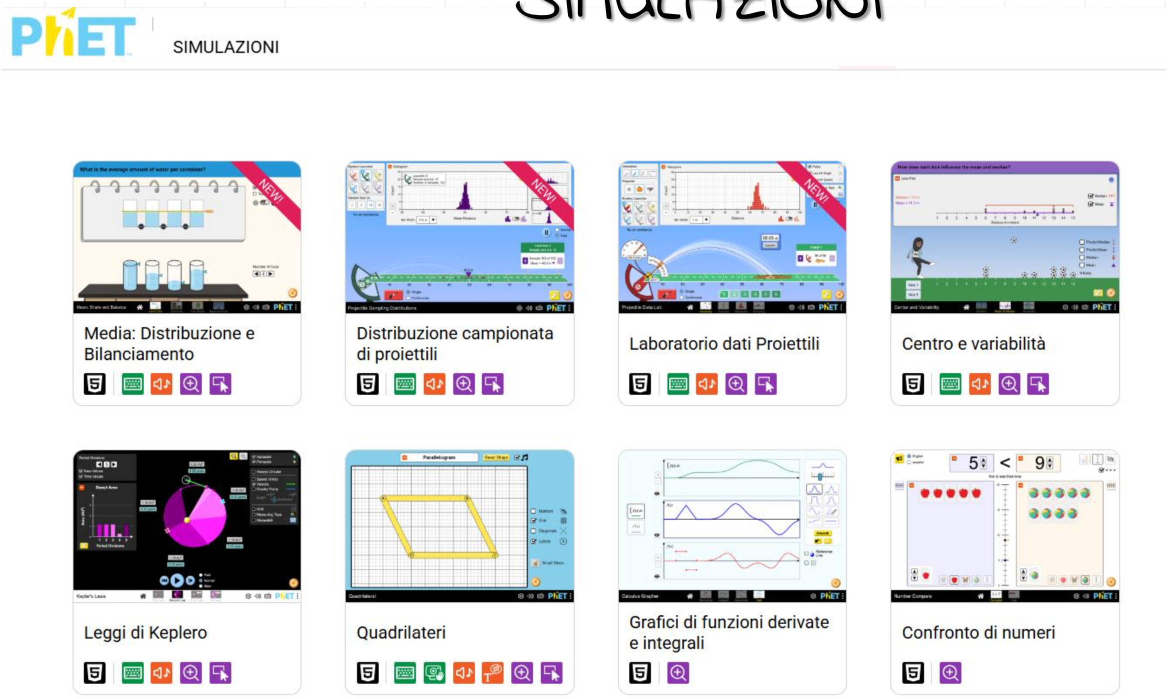
Attività: Origami e Potenze
Durata: 30-40 min
Obiettivo: visualizzare il concetto di potenza attraverso la piegatura della carta.
Materiali: fogli quadrati di carta (uno per studente).
Fasi dell'attività:
Introduzione (5 min)
Spiega il concetto di potenza
Collega le potenze alla crescita esponenziale.

Origami delle potenze (15-20 min)
Passo 1: Prendi un foglio quadrato.
Passo 2: Piegalo a metà e aprilo → ora ha **2 parti** (212^1).
Passo 3: Piegalo di nuovo a metà → ora ha **4 parti** (222^2).
Passo 4: Continua a piegare e conta le sezioni → **8 parti** (232^3), **16 parti** (242^4)…
Passo 5: Dopo 6-7 pieghe, discuti la crescita veloce dei numeri.

Discussione e riflessione (10 min)
Quanto rapidamente aumenta il numero di sezioni?
Perché dopo poche pieghe diventa difficile continuare? (Limiti fisici ed esponenziali)
Dove troviamo le potenze di 2 nella vita reale? (Cellule, tecnologia, scacchiera di Sissa)



SIMULAZIONI



PhET Colorado è una piattaforma che offre simulazioni interattive di scienze e matematica, sviluppata dall'Università del Colorado. Le simulazioni permettono agli studenti di esplorare concetti complessi in modo visivo e pratico, favorendo l'apprendimento attivo. Utilizzabile gratuitamente, PhET copre una vasta gamma di argomenti, dalla fisica alla biologia, dalla chimica alla matematica.

“Conta, abbina e costruisci”
Materiale:
tappi colorati o mattoncini (10–20 pezzi)
carte con numeri 1–5
cartoncini con immagini (1 mela, 2 fiori, 3 palloncini, 4 stelle, 5 cuori)
Svolgimento:
L’insegnante dispone sul tavolo le **carte dei numeri** e le **carte delle quantità**.
I bambini, a turno, devono **associare il numero alla quantità corretta**.
Una volta eseguito l’abbinamento, costruiscono con i tappi la stessa quantità (es.: numero 4 → 4 tappi).
Con i tappi si crea una **piccola torre**: vince chi la fa stare in piedi! (mette in gioco attenzione e motricità fine).
In cerchio, l’insegnante guida una breve **verbalizzazione**: *“Quanti tappi hai usato? Qual è il numero più grande? Quale torre è più alta?”*.

PRODOTTI NOTEVOLI

Per la spiegazione dei prodotti notevoli si può ricorrere a **modelli geometrici** che possono rappresentare il prodotto notevole. Tali modelli e il loro sviluppo sono equivalenti. Esiste, quindi, un legame tra formule e modelli geometrici. **RUBICON RIVER** è un kit didattico facilitatore che permette agli allievi – in piena autonomia – di acquisire competenze sui prodotti notevoli e scomposizione in fattori di polinomi, senza ricorrere ad apprendimenti di tipo mnemonico, come spesso accade nel percorso di apprendimento tradizionale.

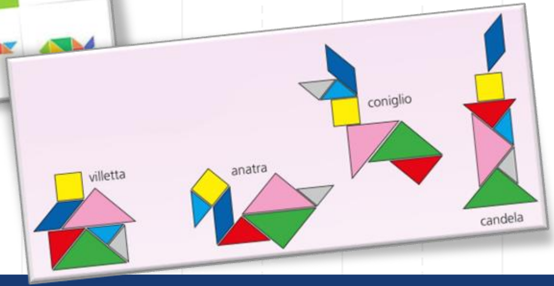
CALCOLO DELLE AREE

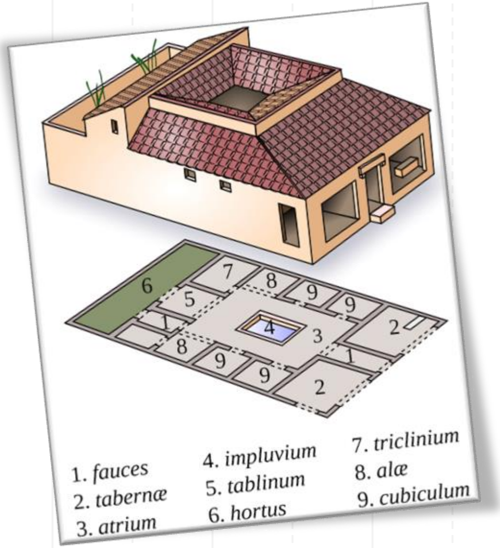
EQUIESTENSIONE

Invitare gli allievi a giocare con lo Stomachion di Archimede, un gioco di incastri sulla equiestensione.

Calcolo dell’area di una abitazione romana

TANGRAM e figure equiscomponibili

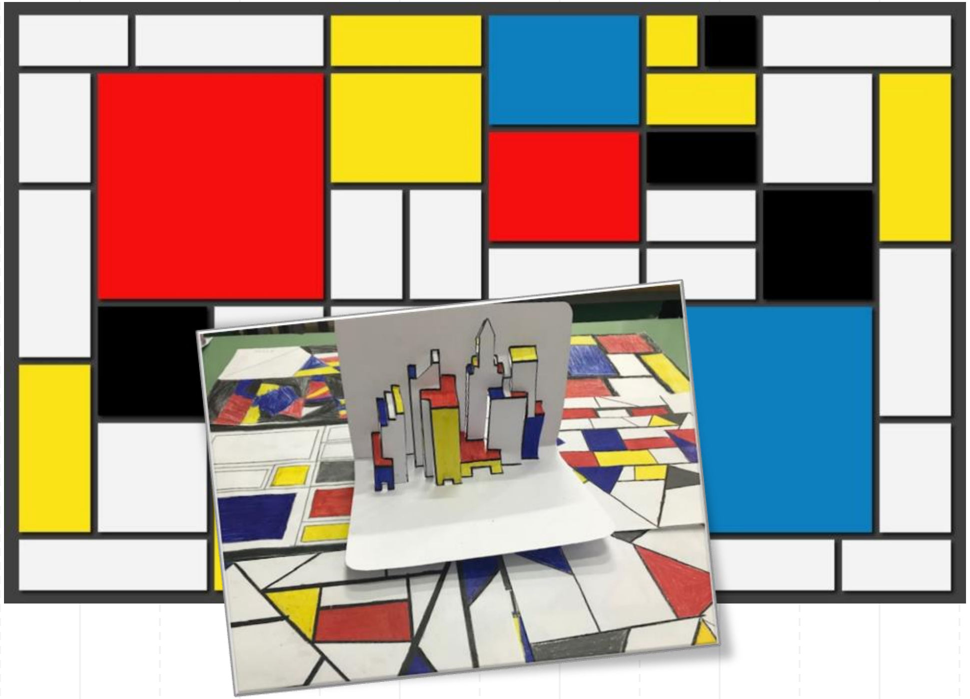




POLIGONI REGOLARI E NON REGOLARI

Attività didattica: Geometria e Arte di Mondrian

Obiettivo: Conoscere le forme geometriche e applicarle nell'arte ispirandosi a Mondrian.
Presentare un'immagine di un'opera di Piet Mondrian, come "Composizione con rosso, blu e giallo".
Chiedere agli studenti di riprodurre un’opera simile su foglio, utilizzando solo linee rette, quadrati e rettangoli.
Invitare gli studenti a colorare le forme con i colori primari (rosso, blu, giallo) e il bianco, esplorando l’uso delle proporzioni.
Discutere come Mondrian usava la geometria per creare equilibrio e armonia nelle sue composizioni.



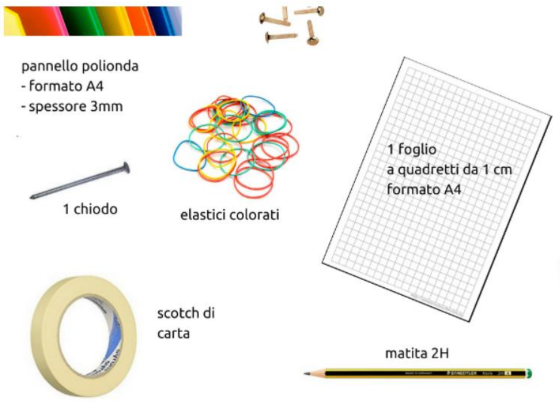
IL GEOPIANO

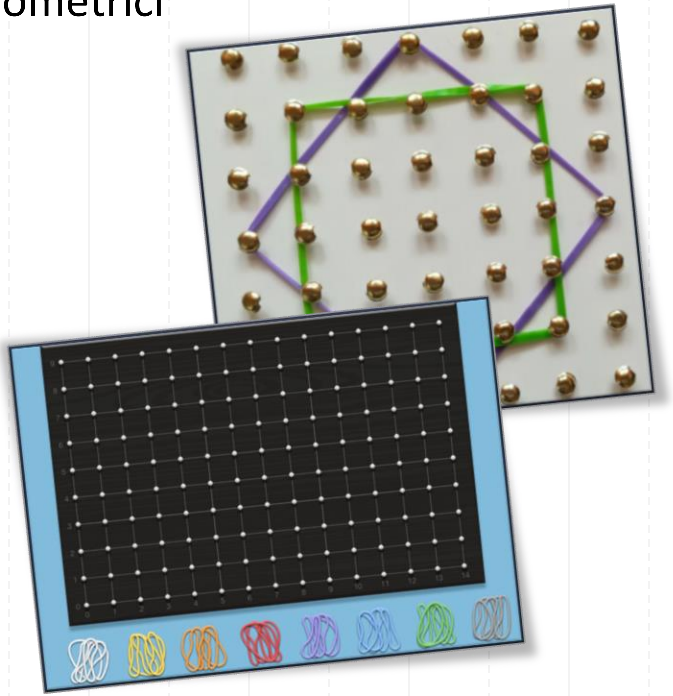
Per la conoscenza degli enti geometrici

Attività sul Geopiano

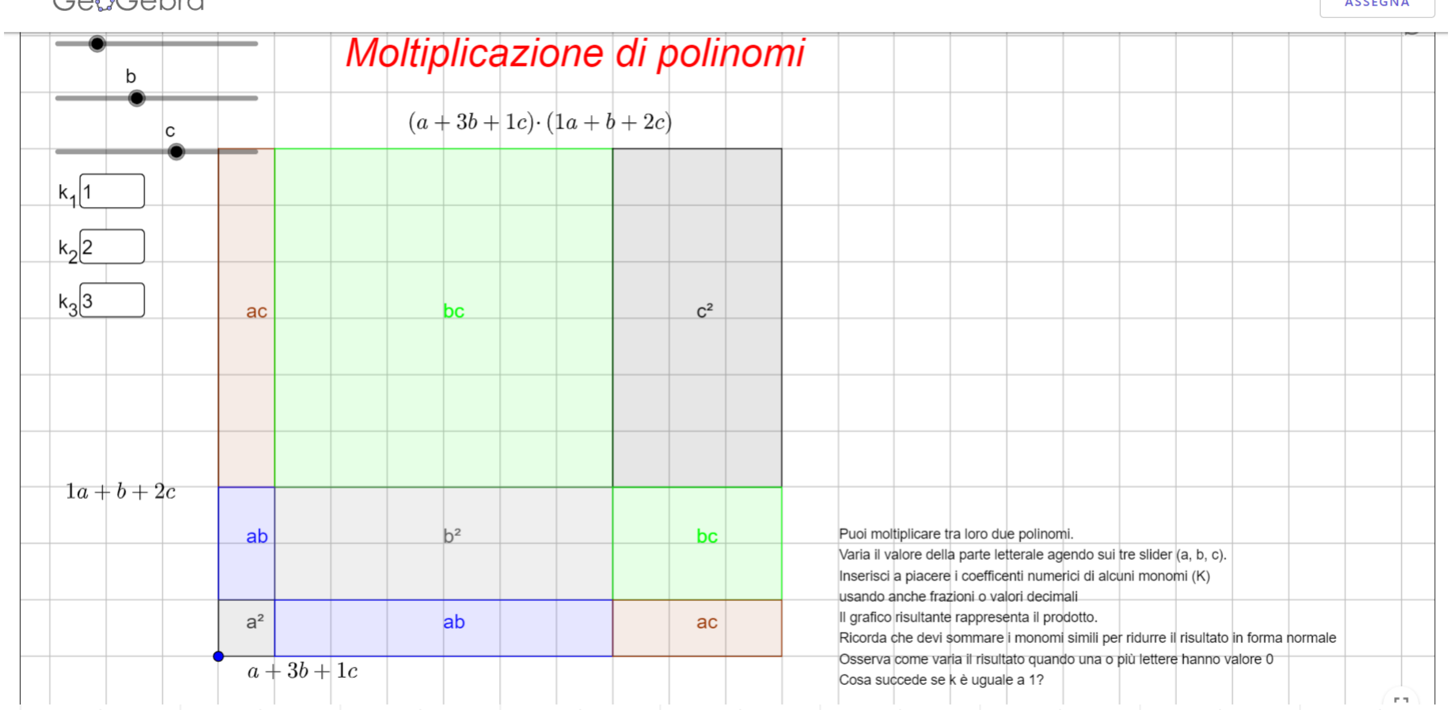
Obiettivo: esplorare le coordinate cartesiane e la geometria piana.

Distribuire a ciascuno studente un geopiano e dei gommini.
Chiedere agli studenti di posizionare i gommini sui punti di un quadrato di lato 4, evidenziando i vertici e le diagonali.
Invitarli a disegnare e identificare figure come triangoli, rettangoli e parallelogrammi, osservando le loro proprietà geometriche.
Discutere brevemente la relazione tra le coordinate dei punti e le distanze tra i gommini.
Terminare l'attività chiedendo agli studenti di calcolare la distanza tra due punti scelti a caso sul geopiano.

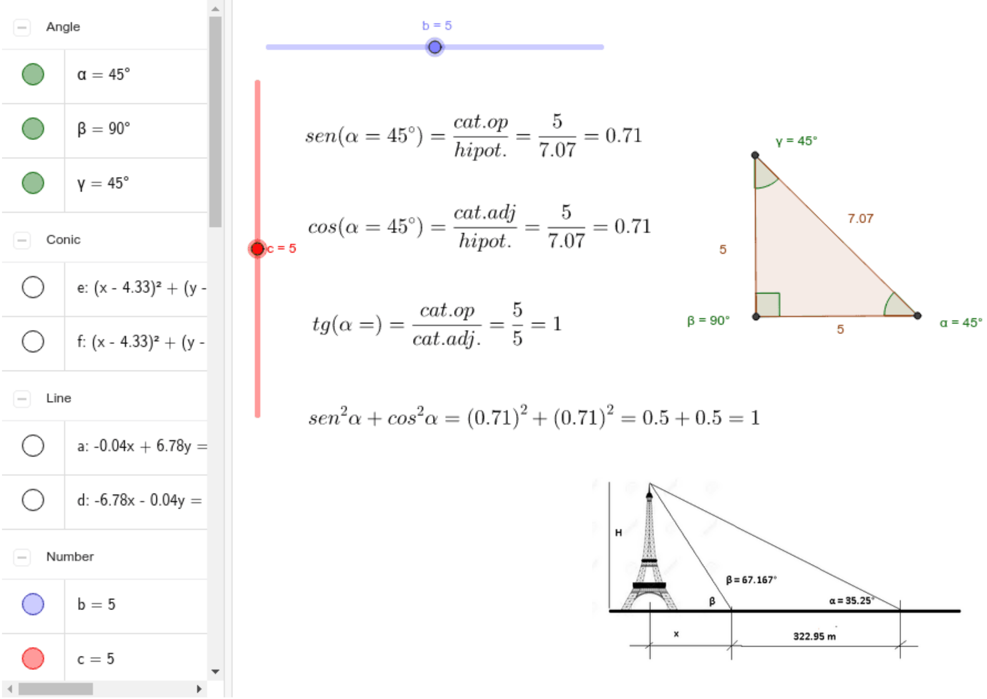




MONOMI E POLINOMI



Trigonometria



GeoGebra

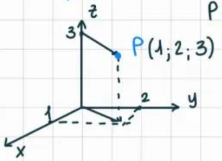
GeoGebra è un software di matematica dinamica che unisce algebra, geometria, calcolo, statistica e analisi in un unico strumento interattivo. Permette agli utenti di creare grafici, esplorare curve, risolvere equazioni e visualizzare concetti matematici in modo dinamico. Utilizzato sia in ambito scolastico che universitario, GeoGebra è ideale per l'apprendimento attivo della matematica, consentendo agli studenti di esplorare e comprendere meglio teoremi e concetti attraverso simulazioni visive e interattive. È disponibile sia online che come applicazione desktop.

Geometria analitica

① COORDINATE CARTESIANE NELLO SPAZIO

Un punto e' dato da una terna ordinata di numeri che rappresentano le coordinate x (ascissa), y (ordinata) e z (quota)

$P(x; y; z)$



$x=0 \Rightarrow$ piano yOz
$y=0 \Rightarrow$ piano xOz
$z=0 \Rightarrow$ piano xOy
(piano usato fin ora)

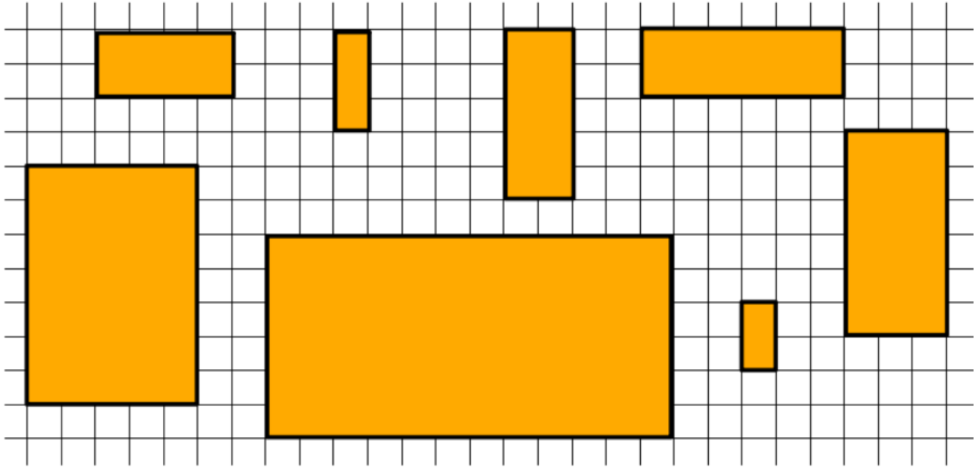
Dati due punti generici $A(x_A; y_A; z_A)$ e $B(x_B; y_B, z_B)$ si ha:

- Distanza tra punti: $\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$
- Punto medio: $M(x_M; y_M; z_M)$
  con $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$; $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$; $z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2}$

ESEMPIO: traccia il segmento che ha per vertici $A(1; 2; 4)$ e $B(0; 3; -2)$; trovane la lunghezza e il punto medio

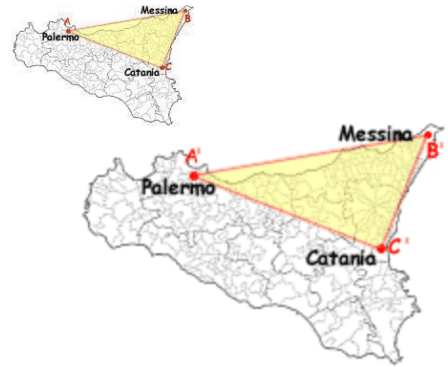
SIMILITUDINE

Per verificare la comprensione dei concetti scaturiti dall'osservazione e dalla discussione, si propone un esercizio più complesso in cui tra tanti rettangoli sparsi si debbano individuare quelli tra loro simili



k = 2

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = 2$$

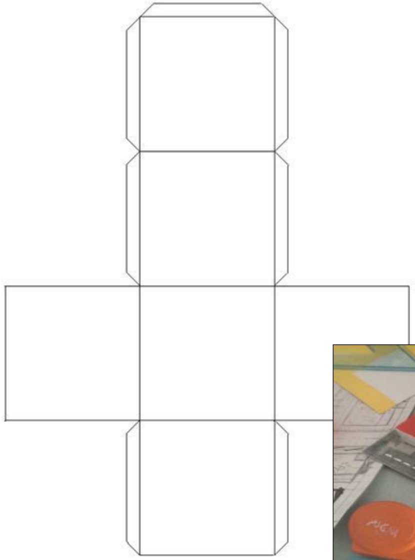


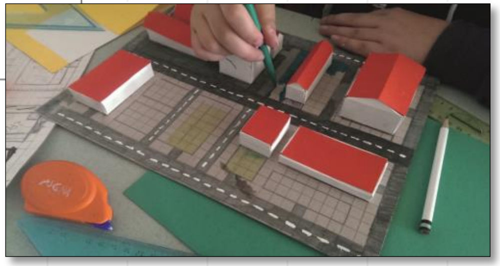
GEOMETRIA SOLIDA

PACKING: si chiede agli allievi di utilizzare la tecnica del packing per progettare sviluppi particolari e creativi di solidi. Gli allievi dovranno calcolare la quantità di carta necessaria per realizzare contenitori particolari da vendere in occasione di un mercatino scolastico.

SOLIDI – RAPPRESENTAZIONE SU SCALA Si invitano gli allievi a fotografare il proprio quartiere, focalizzando l'attenzione sugli spazi, servizi e gli edifici essenziali per la rappresentazione su una mappa in scala e per la costruzione di un plastico. Gli allievi dovranno munirsi della planimetria del quartiere (ufficio tecnico del comune). Si ricercano sul web le immagini satellitari del quartiere (google Heart – google maps). Gli allievi dovranno realizzare una mappa in scala del quartiere, utile per la realizzazione del plastico. La mappa verrà incollata su un piano di compensato. Gli allievi dovranno definire la tipologia di solidi da utilizzare. Realizzeranno lo sviluppo sul cartoncino. Al termine monteranno il plastico che verrà confrontato con le foto precedentemente scattate. Il plastico, al termine, sarà valutato collettivamente. Si chiede agli allievi di inserire nuovi elementi architettonici. I nuovi plastici saranno argomentati dai componenti di ogni gruppo con la spiegazione delle scelte effettuate e dei nuovi inserimenti realizzati. Saranno scattate alcune fotografie e saranno appese su un cartellone. Gli allievi saranno premiati con un diploma di architetto.

Cubo

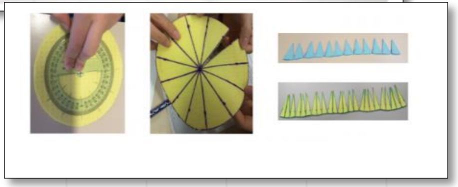


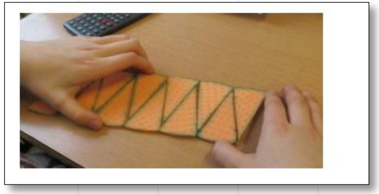


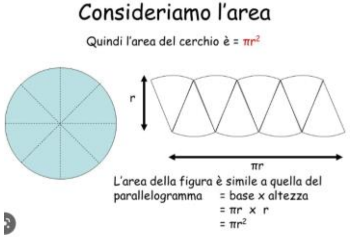
CIRCONFERENZA E CERCHIO

L’attività vede i discenti alle prese con le misurazioni che servono per calcolare l’area di una fetta di arancia che viene srotolata in modo da approssimarla ad una serie finita di triangoli.

Per calcolare l’area dovranno suddividere il disco in tanti spicchi uguali, ritagliarli e, successivamente, affiancarli – incastrandoli uno nell’altro - per creare un parallelogramma. In tal modo dovranno riconoscere che, nella nuova figura, la dimensione maggiore corrisponde a metà della circonferenza (semiperimetro), mentre quella minore al raggio. Conoscendo la formula della lunghezza della circonferenza, riusciranno a ricavare quella relativa all’area del cerchio.





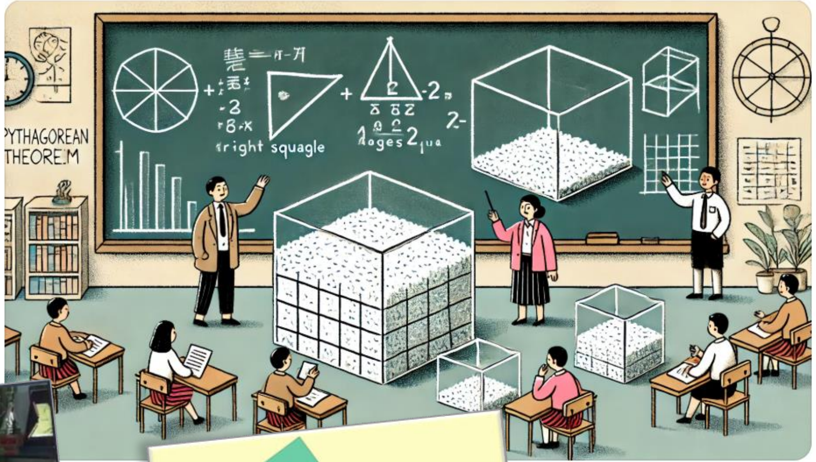


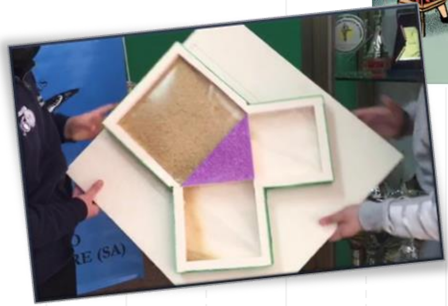
PI GRECO: Attività per la comprensione e dimostrazione del valore di pi greco

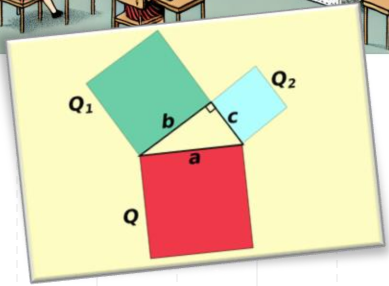
Gli allievi dovranno costruire una disco di carta di cui misureranno il valore del diametro con uno spago, realizzandone altri 3 segmenti della stessa lunghezza. Successivamente, dovranno disporre i 4 pezzi di spago lungo il bordo della circonferenza, verificando che sarà possibile disporre solo pezzi di spago poiché una piccola parte rimarrà scoperta non permettendo l’inserimento completo del quarto pezzo di spago. La stessa operazione sarà ripetuta su dischi di superficie diversa, verificando che il pi greco ha valore di costante.

TEOREMA DI PITAGORA

1. **Introduzione (5 min)**
   - Spiega il Teorema di Pitagora: $a^2 + b^2 = c^2$.
   - Mostra il triangolo rettangolo e i quadrati costruiti sui suoi lati.
2. **Esperimento pratico (15-20 min)**
   - Riempi con riso le due scatole più piccole (che rappresentano a^2 e b^2).
   - Versa il contenuto in quella più grande (c^2).
   - Osserva che il riso delle due scatole minori riempie esattamente quella maggiore, dimostrando il Teorema di Pitagora visivamente.
3. **Discussione e riflessione (10 min)**
   - Perché questo esperimento conferma il teorema?
   - Potremmo usare altri materiali o metodi per dimostrarlo?
   - Applicazioni del Teorema di Pitagora nella vita reale.







TEOREMA DI PITAGORA

Costruzione con il cartoncino Agli studenti si fa costruire su un cartoncino un triangolo rettangolo scaleno e i quadrati corrispondenti ai lati del triangolo, indicando con Q1 e Q2 quelli costruiti sui cateti e con Q3 quello costruito sull'ipotenusa, e ritagliare i quadrati ottenuti (dare indicazioni sulle misure dei cateti che devono essere maggiori di 5 cm). Su una bilancia a piatti, ciascun gruppo mette su un piatto i due quadrati relativi ai cateti e sull'altro quello relativo all'ipotenusa: l'equilibrio della bilancia verifica che l'osservazione della precedente attività vale per tutti i triangoli rettangoli.

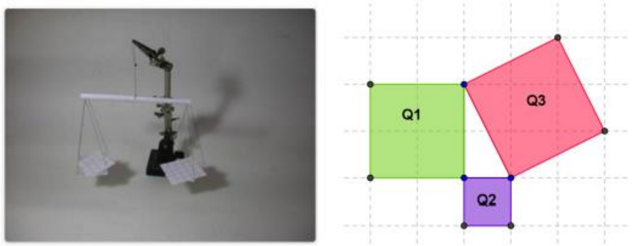
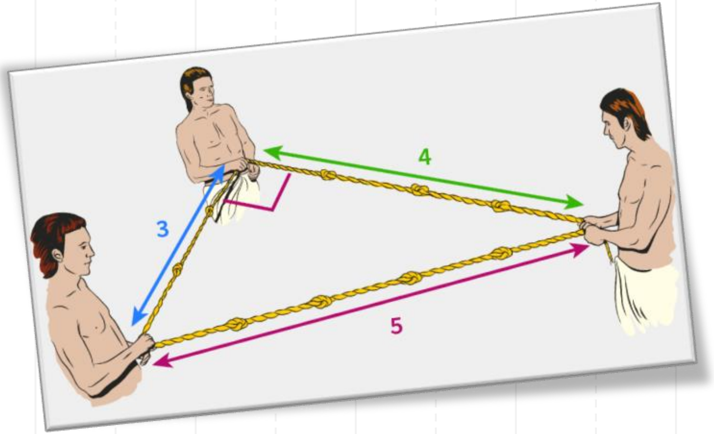


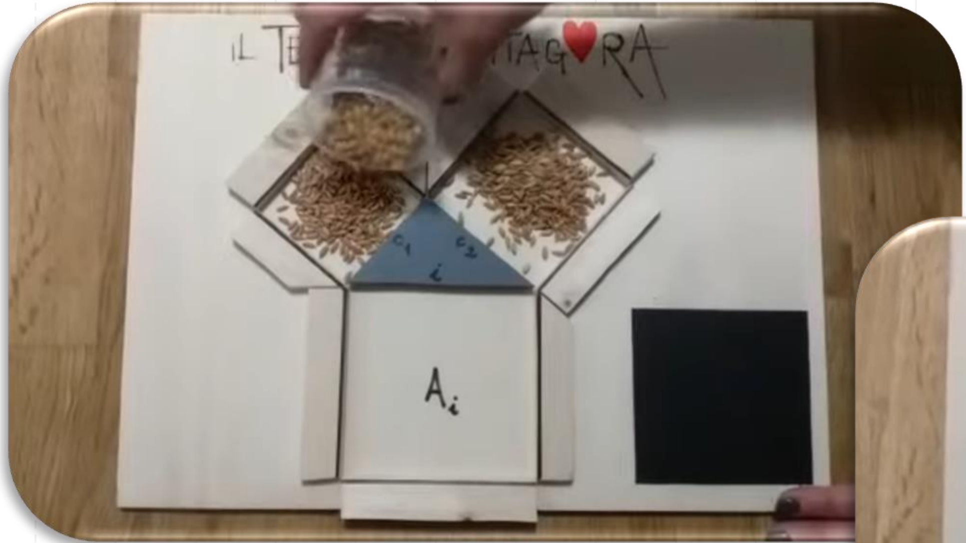
Figura 4. Bilancia a piatti per la verifica del teorema di Pitagora

"Gli Egiziani, per costruire la base quadrata delle piramidi, cioè per fare in modo che gli angoli fossero proprio retti, si valevano del metodo della corda. Nel 3000 a.C. il metodo adottato era questo: si prende una corda lunga, per esempio, 12 unità di lunghezza e si divide con dei nodi in tante parti uguali: una parte si fa di 3 nodi, una di 4 e una di 5. Si tende la parte di 4 nodi tra due paletti ficcati per terra, e si tirano le altre due parti, lunghe 3 e 5, in modo che i loro estremi s'incontrino. Si ottiene così un triangolo; e questo triangolo ha un angolo retto. Gli Egiziani notarono che i numeri 3, 4, 5, lunghezze dei lati del triangolo, erano tali che: $3^2 + 4^2 = 5^2$."

(da: "Matematica 1. Numeri e figure", E. Castelnuovo, La Nuova Italia, Firenze)




TEOREMA DI PITAGORA "dimostrazione con i chicchi di riso"
Guarda più...
Condividi


IL TE
ITAGORA
c_1
c_2
i
A_i


IL TEOREMA DI PITAGORA
A_{c_1}
A_{c_2}
c_1
c_2
i

Traguardi per lo sviluppo della competenza – Scuola dell’infanzia (DM 254/2012)

Il bambino raggruppa e ordina oggetti e materiali secondo criteri diversi, ne identifica alcune proprietà, confronta e valuta quantità; utilizza simboli per registrare; esegue misurazioni usando strumenti alla sua portata.

Sa collocare le azioni quotidiane nel tempo della giornata e della settimana.

Riferisce correttamente eventi del passato recente; sa dire cosa potrà succedere in un futuro immediato e prossimo.

Osserva con attenzione il suo corpo, gli organismi viventi e il loro ambiente, i fenomeni naturali, accorgendosi dei cambiamenti.

Si interessa a macchine e strumenti tecnologici, sa scoprirne le funzioni e i possibili usi.

Ha familiarità sia con le strategie del contare e dell’operare con i numeri sia con quelle necessarie per eseguire le prime misurazioni di lunghezze, pesi e altre quantità.

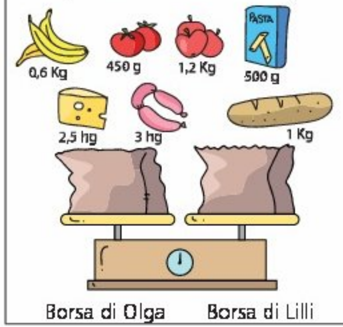
Individua le posizioni di oggetti e persone nello spazio, usando termini come avanti/dietro, sopra/sotto, destra/sinistra, e segue correttamente un percorso sulla base di indicazioni verbali.

PROBLEMI... AL SUPERMERCATO

• **Risolvi.**

Olga e Lilli sono appena uscite dal supermercato con due borse della spesa che hanno esattamente lo stesso peso. Che cosa ha comprato Olga? Che cosa ha comprato Lilli?
Usando delle frecce, metti i prodotti nelle borse.

Ecco i prodotti che hanno comprato:	Spazio per i calcoli



• **Risolvi.**

Clara ha trovato una vera offerta! Una confezione che contiene 6 merendine costa 3 euro. Anche Anna pensa di fare un affare comprando una confezione con 12 merendine dello stesso tipo a 4 euro. Chi fa l'acquisto più conveniente? Perché? Formula la tua ipotesi, poi verifica con i calcoli.

Ipotesi: ....

Verifica: ....

Traguardi per lo sviluppo delle competenze – Matematica (fine scuola primaria)
Alla fine della scuola primaria l'alunno:

Calcolo e numero
Utilizza con sicurezza il calcolo mentale e scritto con i numeri naturali.
Sa scegliere consapevolmente se usare o meno la calcolatrice.
Riconosce e utilizza diverse rappresentazioni dei numeri (frazioni, decimali, percentuali, scale).

Geometria
Riconosce, descrive e classifica figure geometriche del piano e dello spazio, individuandone le caratteristiche.
Determina misure e grandezze, progetta e realizza modelli concreti.
Usa correttamente riga, squadra, compasso, goniometro e i principali strumenti di misura.

Dati e previsioni
Ricerca e raccoglie dati, li organizza in tabelle e grafici.
Legge e interpreta rappresentazioni già fornite (tabelle, grafici, schemi).
Riconosce e quantifica situazioni semplici di incertezza.

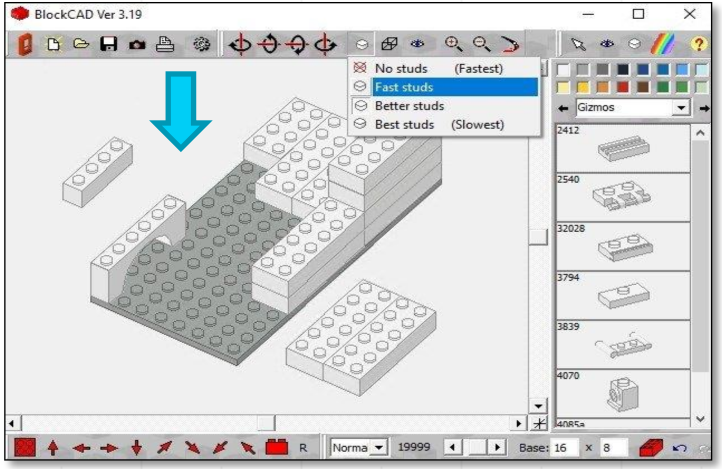
Problemi e logica
Legge e comprende testi che contengono informazioni logico-matematiche.
Risolve problemi in tutti gli ambiti, descrivendo e controllando il procedimento seguito.
Confronta strategie diverse, formula ipotesi e sostiene le proprie idee nel dialogo con gli altri.

Atteggiamento e consapevolezza
Sviluppa un atteggiamento positivo verso la matematica.
Comprende l'utilità degli strumenti matematici nella realtà quotidiana.

FRAZIONI

dalla rappresentazione all'operazione

BlockCAD



Scuola Secondaria di I grado: Indicazioni Nazionali 2012 (dal 26/27 IN 2025)

SSIIG:
Indicazioni Nazionali per i Licei
Linee guida Istituti Tecnici (I biennio) + II biennio e V anno
Linee guida Istruzione Professionale (v. cartella allegato C)
Linee guida CPIA

DOCUMENTI DA CONSULTARE
Definizione degli obiettivi

Documento utile per traguardi profilo di uscita Scuola secondaria:
Primo ciclo di istruzione: Scuola Secondaria di I grado
Secondo ciclo di istruzione: Scuola Secondaria di II grado

Documenti utili per macro-ambiti competenza:
riferimenti Europei – Apprendimento permanente

riferimenti Italiani – C. chiave di cittadinanza

Per consultare in modo strategico i documenti, cercare il nome della disciplina di interesse e leggere la tabella con Traguardi per lo sviluppo delle competenze e/o con Obiettivi Specifici di Apprendimento. Per la prova non si chiede di imparare a memoria i contenuti dei documenti ministeriali, ma di acquisirne padronanza al fine di elaborare obiettivi con essi coerenti.

Nelle UdA è possibile lavorare trasversalmente anche su competenze chiave come la comunicazione, la collaborazione, la dimensione digitale, etc. Se di proprio interesse, si può elaborare una frase di sintesi per farlo presente, ma in questo spazio NON andrebbe scritto l'elenco delle competenze chiave riprese dalla normativa.

Il pensiero logico e il pensiero narrativo

Pensiero logico e pensiero narrativo

La **comprensione di un problema** richiede un tipo di pensiero specifico: quello che **Jerome Bruner** (1986, 1990) definisce *pensiero narrativo*, distinto dal *pensiero logico-scientifico*. Il **pensiero logico** tende a classificare la realtà, a ricercare regolarità e cause generali, utilizzando argomentazioni dimostrative; tuttavia, risulta poco adatto a cogliere il nesso tra **azioni, intenzioni, desideri, convinzioni e sentimenti**, e quindi a comprendere pienamente il significato delle esperienze umane.

Il **pensiero narrativo**, invece, permette di interpretare e dare senso ai fatti attraverso la costruzione di **racconti plausibili e coerenti**.

Per questo, esso svolge un ruolo fondamentale nella **comprensione dei problemi**: aiuta gli studenti a entrare nel contesto della situazione, a comprenderne le relazioni e a sostenere, successivamente, l’attivazione del **pensiero logico** necessario alla loro soluzione.

Un tema da proporre alla classe:
'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica (dalle elementari ad oggi).

Una didattica esclusivamente algoritmica rischia di inibire il pensiero narrativo, portando lo studente a concentrarsi solo su parole chiave o numeri.

L'insegnante può invece favorire un **approccio narrativo alla matematica**:

- invitando gli studenti a **raccontare il problema con parole proprie**;
- **costruendo storie-problema** o utilizzando immagini e contesti realistici;
- valorizzando la **discussione** e l'**argomentazione collettiva**.

Tale approccio si inserisce pienamente nella prospettiva del **costruttivismo** e del **problem solving situato** (Vygotskij, 1978; Polya, 1945), in cui l'apprendimento è un processo di costruzione condivisa di significati.

CONCLUDENDO...

Facciamo in modo che l'allievo non perda la sua naturale curiosità e non si trasformi da una "*curiosity machine*" in un "*mathematical idiot*", ma possa invece **scoprire il valore umano e culturale della matematica**.

Riconosciamo tempestivamente i **segnali di avversione o demotivazione**, cercando **vie alternative** per favorire la comprensione attraverso strategie e metodologie diversificate.

Educare alla matematica significa anche **educare all'uso consapevole delle regole e dell'errore**, affinché lo studente impari ad applicare in modo significativo le procedure e a comprendere il *perché* dei passaggi.

Promuoviamo infine la **valenza del pensiero narrativo** come sostegno al **pensiero logico**, perché comprendere un problema significa prima di tutto **dare senso alla situazione**, e solo dopo individuare la soluzione.

Bibliografia e sitografia

Bruner, J. S. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
(Trad. it. *La mente a più dimensioni*. Bari: Laterza, 2003).
D'Amore, B., Franchini, D., Gabellini, G., Mancini, M., Masi, F., Pascucci, N., & Sandri, P. (1995). La riformulazione dei testi dei problemi scolastici standard. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, *18A*(2), 131–146.
Eco, U. (1994). *Six walks in the fictional woods*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
(Trad. it. *Sei passeggiate nei boschi narrativi*. Milano: Bompiani, 2000).
Ferrari, P. L. (2003). *Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore*. [Manoscritto non pubblicato].
Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica: Osservare, interpretare, intervenire*. Milano: Springer.
Zan, R. (2016). *I problemi di matematica: Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Roma: Carocci.
Unione Europea. (2018). *Raccomandazione del Consiglio del 22 maggio 2018 relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente* (2018/C 189/01).
https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)
Zan, R. (2017, settembre). *Difficoltà in matematica: intervista alla prof.ssa Rosetta Zan (parte 1)*. *Math is in the Air*.
https://www.mathisintheair.org/wp/2017/09/difficolta-in-matematica-intervista-alla-prof-ssa-rosetta-zan-parte1/
Zan, R. (2016). *L'errore in matematica: alcune riflessioni*. Liceo Capece.
https://www.liceocapece.edu.it/wp-content/uploads/2016/10/R.Zan-Lerrore-in-matematica-alcune-riflessioni.pdf