

Metodi matematici per l'Informatica - Eserciziario 1

(Nota: ciascun quiz può ammettere più di una risposta giusta)

1. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia A e B di insiemi:

- a) $(A \times B) = (B \times A)$ se e solo se $A = B$
- b) se $A \cap B = B$ allora $A = B$
- c) se $A \cup B = B$ allora $A = B$
- d) se $A \cup B = B$ e $A \cap B = B$ allora $A = B$

2. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia A e B di insiemi:

- a) $(A \times B) \neq (B \times A)$ se e solo se $A \neq B$
- b) se $A - B = \emptyset$ allora $A = B$
- c) se $B - A = \emptyset$ allora $A = B$
- d) se $A - B = \emptyset$ e $B - A = \emptyset$ allora $A = B$

3. Indichiamo con \emptyset l'insieme vuoto e con $\wp(A)$ l'insieme dei sottoinsiemi di A. Quale delle seguenti proposizioni è vera per ogni coppia A e B di insiemi?

- a) $(A \times B) \cup (B \times A) = (A \cup B) \times (B \cup A)$
- b) se $A = \wp(A)$ allora $A = \emptyset$
- c) se $A \subseteq \wp(A)$ allora $A = \emptyset$
- d) se $A \in \wp(A)$ allora $A = \emptyset$

4. Indichiamo con \emptyset l'insieme vuoto e con $\wp(A)$ l'insieme dei sottoinsiemi di A. Quale delle seguenti proposizioni è vera per ogni coppia A e B di insiemi?

- a) $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$
- b) se $A = \wp(A)$ allora $\wp(A) = \emptyset$
- c) se $A \subseteq \wp(A)$ allora $\wp(A) = \emptyset$
- d) se $A \in \wp(A)$ allora $\wp(A) = \emptyset$

5. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni tripla di insiemi A, B e C:

- a) $A \cap (B \cup A) = A$
- b) $A \cup (B \cap A) = A$
- c) $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$
- d) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

6. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia A e B di insiemi:

- a) se $A \cup B = B$ e $A \cap B = B$ allora $A = B$
- b) se $A - B = \emptyset$ allora $A = B$
- c) se $B - A = \emptyset$ allora $A = B$
- d) se $A - B = \emptyset$ e $B - A = \emptyset$ allora $A = B$

7. Indicando con A e B generici sottoinsiemi di un universo U non vuoto, con \bar{A} il complemento di A rispetto ad U, e rispettivamente con S, I e T le seguenti opzioni: S = *esistono A e B per i quali la proposizione è vera*, I = *non esistono A e B per i quali la proposizione è vera*, T = *la proposizione è vera per ogni A e B*, indicare le opzioni corrette (possono essere più d'una) per ciascuna delle seguenti proposizioni:

- a) se $A \subseteq B$ allora $A \cap B \subseteq B$
- b) se $A \subseteq B$ allora $A \cup B \subseteq A$
- c) $B \subseteq A \cup (B \cap \bar{A})$
- d) $A \subseteq \bar{A}$
- e) $A \cup (A \cap B) = \bar{A} \cup (\bar{A} \cap B)$

8. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni tripla di insiemi A, B e C:

- a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ se e solo se $C \subseteq A$
- b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ solo se $C \subseteq A$
- c) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ se e solo se $C = A$
- d) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$ solo se $C = A$

9. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni tripla di insiemi A, B e C:

- $A \cup (B \cap C) = (A \cup C) \cap B$ se e solo se $A \subseteq B$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup C) \cap B$ se e solo se $A = B$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup C) \cap B$ solo se $A \subseteq B$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup C) \cap B$ solo se $A = B$

10. Siano A, B e C tre insiemi tali che $A \cap C = A$ e $B \cup C = C$; quale delle seguenti proposizioni è vera?

- a) $C - (C - A) = A$
- b) $C - (C - B) = B$
- c) $C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$
- d) $C - (A \cap B) = (C - A) \cup (C - B)$

11. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia di insiemi A e B:

- a) $\mathcal{P}(A \times B) \subseteq \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$
- b) $\mathcal{P}(A \cup B) \subseteq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$
- c) $\mathcal{P}(A \cap B) \subseteq \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
- d) $\mathcal{P}(A - B) \subseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B)$

12. Quale delle seguenti proposizioni è vera? Per ogni coppia di insiemi A e B:

- a) $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \times B)$
- b) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$
- c) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cap B)$
- d) $\mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A - B)$

13. Dati due insiemi A e B, indichiamo con $\langle A, B \rangle$ l'insieme $\{A, \{A, B\}\}$ e con \emptyset l'insieme vuoto. Quale delle seguenti proposizioni è vera per ogni coppia A e B di insiemi?

- a) $B \in \langle A, B \rangle$
- b) $A \subseteq \langle A, B \rangle$
- c) $\langle A, B \rangle = \langle B, A \rangle$
- d) $\langle A, \emptyset \rangle = \langle \emptyset, A \rangle$
- e) $\langle A, B \rangle = \langle B, A \rangle$ solo se $A = B$

14. Indicando con $\mathcal{P}(A)$ l'insieme delle parti di un insieme A, quale delle seguenti proposizioni è vera per ogni coppia di insiemi A e B?

- a) se $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$ allora $A \subseteq B$
- b) se $\mathcal{P}(A) \in \mathcal{P}(B)$ allora $A \in B$
- c) se $A \in \mathcal{P}(A \cap B)$ allora $A \in \mathcal{P}(B)$
- d) se $A \cup B \in \mathcal{P}(B)$ allora $A \in \mathcal{P}(B)$

15. Sia A l'insieme $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$; quale delle seguenti proposizioni è vera?:

- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq A$
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))))$
- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))))$

Risposte

1. d)
2. d)
3. b)
4. a) b)
5. a) b) d)
6. a) d)
7. a) ST, b) S, c) ST, d) S, e) I
8. a) b)
9. a) c)
10. a) b) c) d)
11. c)
12. b) c)
13. e)
14. a) b) c) d)
15. a) c) d)