

Combinación de Pronóstico, Selección, Reducción y Destilación y Vectores Autoregresivos

Series de Tiempo para Pronósticos en Economía y Finanzas

Taller 4

Nicolas Lozano Huertas* Juan José Gutiérrez Sofía Prada Valentina Rondón

12 de mayo de 2025

1. Impulso-respuesta Univariados (Teoría):

1.1 Explique detalladamente el concepto de impulso-respuesta.

Solución 1.1

La función de impulso-respuesta es una herramienta que permite aprender sobre las propiedades dinámicas de vectores autorregresivos para hacer pronósticos. Específicamente, se quiere estudiar cómo una innovación/shock en la serie la puede afectar en el presente inmediato y en el futuro. Para esto, se interpretan los coeficientes de la representación MA del proceso. Suponga un proceso MA(q)

$$y_t = (b_0)(\varepsilon_t) + (b_1)(\varepsilon_{t-1}) + (b_2)(\varepsilon_{t-2}) + \dots, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

el cual se puede reescribir de la siguiente manera:

$$y_t = (b_0 m) \left(\frac{1}{m} \varepsilon_t \right) + (b_1 m) \left(\frac{1}{m} \varepsilon_{t-1} \right) + (b_2 m) \left(\frac{1}{m} \varepsilon_{t-2} \right) + \dots$$

ó

$$y_t = b'_0 \varepsilon'_t + b'_1 \varepsilon'_{t-1} + b'_2 \varepsilon'_{t-2} + \dots$$

$$\varepsilon'_t \sim WN(0, 1),$$

donde $b'_i = b_i \sigma$ y $\varepsilon'_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma}$. Tomando $m = \sigma$ transforma los shocks ε_t en “unidades desviaciones estándar,” porque un shock de ε'_t en una unidad corresponde a un shock de una desviación estándar de ε_t .

Considere el siguiente ejemplo planteado en Diebold (2024): para concretar las cosas, considere el proceso univariado AR(1),

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2).$$

La forma de media móvil es

$$y_t = \varepsilon_t + \phi \varepsilon_{t-1} + \phi^2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2),$$

*Universidad de los Andes

y la representación equivalente en unidades de desviación estándar es

$$y_t = b_0 \varepsilon'_t + b_1 \varepsilon'_{t-1} + b_2 \varepsilon'_{t-2} + \dots \quad \varepsilon'_t \sim WN(0, 1)$$

donde $b_i = \phi^i \sigma$ y $\varepsilon'_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma}$. La función de impulso-respuesta es $\{b_0, b_1, \dots\}$. El parámetro b_0 es el efecto contemporáneo de un choque unitario en ε'_t , o equivalentemente un choque de una desviación estándar en ε_t : como debe ser, $b_0 = \sigma$.

Nótese que b_0 da el efecto inmediato del choque en el momento t , cuando ocurre. El parámetro b_1 , que multiplica a ε'_{t-1} , da el efecto del choque un período después, y así sucesivamente. El conjunto completo de coeficientes de la función de impulso-respuesta, $\{b_0, b_1, \dots\}$, sigue la respuesta dinámica completa de y al choque.

- 1.2 Compute analíticamente las funciones de impulso-respuesta de los siguientes procesos. $\{\varepsilon_t\}$ es un proceso ruido blanco para todos los casos. Nota: en a. y c. estime la función de impulso-respuesta de las primeras diferencias del proceso original y_t y z_t .

a. $(1 - L)y_t = \phi_1(1 - L)y_{t-1} + \varepsilon_t$

Solución 1.2.a

El modelo se puede reescribir como $\Delta y_t = \phi_1 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$, y redefiniendo ($w_t := \Delta y_t$), notamos que entonces que el modelo $w_t = \phi_1 w_{t-1} + \varepsilon_t$ es un proceso AR(1). Así, calculamos los primeros coeficientes de la función impulso-reacción.

$$b_0 \rightarrow \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_t} (\phi_1 w_{t-1} + \varepsilon_t) = 0 + 1$$

$$b_1 \rightarrow \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_t} (\phi_1 w_t + \varepsilon_{t+1}) = \phi_1 \cdot \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} + 0 = \phi_1$$

$$b_2 \rightarrow \frac{\partial w_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 \cdot \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + 0 = \phi_1^2$$

$$b_3 \rightarrow \frac{\partial w_{t+3}}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 \cdot \frac{\partial w_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} + 0 = \phi_1^3$$

$$\Rightarrow (b_0, b_1, \dots) = (1, \phi_1, \phi_1^2, \dots)$$

Entonces, $b_t = \phi_1^t$ para $t \geq 0$. Esto se confirma al realizar la transformación AR(1) \rightarrow MA(∞):

$$w_t - \phi_1 w_{t-1} = \varepsilon_t$$

$$w_t(1 - \phi_1 L) = \varepsilon_t$$

$$w_t = \frac{1}{1 - \phi_1 L} \varepsilon_t = \sum_{i=0}^{\infty} (\phi_1 L)^i \varepsilon_t = \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \dots$$

b. $x_t = \alpha + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \phi_3 x_{t-3} + \varepsilon_t$

Solución 1.2.b

Tenemos que el modelo $x_t = \alpha + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \phi_3 x_{t-3} + \varepsilon_t$ presenta solo un choque ε_t , por lo cual choques unitarios se ven de la forma $\varepsilon_t = 1, \varepsilon_{t+1} = 0, \dots$

$$\begin{aligned}
b_0 &\rightarrow \frac{\partial x_t}{\partial \varepsilon_t} = 0 + \phi_1 \frac{\partial x_{t-1}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_2 \frac{\partial x_{t-2}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_3 \frac{\partial x_{t-3}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \varepsilon_t} = 1 \\
b_1 &\rightarrow \frac{\partial x_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} = 0 + \phi_1 \frac{\partial x_t}{\partial \varepsilon_t} + \phi_2 \frac{\partial x_{t-1}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_3 \frac{\partial x_{t-2}}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 \\
b_2 &\rightarrow \frac{\partial x_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} = 0 + \phi_1 \frac{\partial x_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_2 \frac{\partial x_t}{\partial \varepsilon_t} + \phi_3 \frac{\partial x_{t-1}}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 b_1 + \phi_2 b_0 = \phi_1^2 + \phi_2 \\
b_3 &\rightarrow \frac{\partial x_{t+3}}{\partial \varepsilon_t} = 0 + \phi_1 \frac{\partial x_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_2 \frac{\partial x_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_3 \frac{\partial x_t}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 b_2 + \phi_2 b_1 + \phi_3 b_0 \\
&\quad = \phi_1(\phi_1^2 + \phi_2) + \phi_2 \phi_1 + \phi_3 \\
b_4 &\rightarrow \frac{\partial x_{t+4}}{\partial \varepsilon_t} = 0 + \phi_1 \frac{\partial x_{t+3}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_2 \frac{\partial x_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} + \phi_3 \frac{\partial x_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 b_3 + \phi_2 b_2 + \phi_3 b_1 \\
&\quad = \phi_1 [\phi_1(\phi_1^2 + \phi_2) + \phi_2 \phi_1 + \phi_3] + \phi_2 [\phi_1^2 + \phi_2] + \phi_3 [\phi_1]
\end{aligned}$$

Tenemos que entonces la función de impulso-respuesta es:

$$\begin{aligned}
b_0 &= 1 \\
b_1 &= \phi_1 \\
b_2 &= \phi_1^2 + \phi_2 \\
b_3 &= \phi_1(\phi_1^2 + \phi_2) + \phi_1 \phi_2 + \phi_3 \\
b_k &= \phi_1 b_{k-1} + \phi_2 b_{k-2} + \phi_3 b_{k-3} \quad \text{para } k \geq 4.
\end{aligned}$$

c. $(1 - L)z_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$

Solución 1.2.c

Tenemos que el modelo se puede reescribir como $\Delta z_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$, y definiendo $w_t := \Delta z_t$, $w_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$. Tenemos entonces que w_t es un proceso MA(2). Luego, tendremos entonces que solo habrán respuestas a choques en el mismo periodo, y un periodo después, y luego estos desaparecerán. Calculamos entonces:

$$\begin{aligned}
b_0 &\rightarrow \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = 1 \\
b_1 &\rightarrow \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} = \theta \\
b_2 &\rightarrow \frac{\partial w_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} = 0 \\
&\vdots \\
b_k &\rightarrow \frac{\partial w_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} = 0
\end{aligned}$$

Entonces, la función impulso-respuesta está dada por:

$$b_0 = 1, \quad b_1 = \theta, \quad b_i = 0 \quad \forall i \geq 2$$

d. $w_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$

Solución 1.2.d

En el modelo $w_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$, tenemos que $\alpha + \beta t$ representa una tendencia determinística (no estocástica). Esto no afecta la respuesta de w_t a choques de ε_t . Calculamos entonces:

$$\begin{aligned} b_0 &\rightarrow \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = 1 \\ b_1 &\rightarrow \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} = 0 \\ &\vdots \\ b_k &\rightarrow \frac{\partial w_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} = 0 \end{aligned}$$

Entonces,

$$b_0 = 1, \quad b_i = 0 \quad \forall i \geq 1$$

e. $v_t = \beta + v_{t-1} + \varepsilon_t$

Solución 1.2.e

Este proceso no es estacionario, es caminata aleatoria con deriva) así que se reescribe recursivamente:

$$\begin{aligned} v_t &= (v_{t-2} + \beta + \varepsilon_{t-1}) + \beta + \varepsilon_t \\ &= v_{t-2} + 2\beta + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} \\ v_t &= (v_{t-3} + \beta + \varepsilon_{t-2}) + 2\beta + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} \\ &= v_{t-3} + 3\beta + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} \end{aligned}$$

y empezando desde una condición inicial v_0 ,

$$v_t = v_0 + t\beta + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j} = v_0 + t\beta + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} + \cdots + \varepsilon_1$$

Luego, note que,

$$\forall h, \quad \frac{\partial v_{t+h}}{\partial \varepsilon_t} = 1 \quad \Rightarrow \quad b_i = 1 \quad \forall i \geq 0$$

1.3 Estime la función de impulso-respuesta de los procesos y_t y z_t , establecidos previamente en los numerales a y c.

Solución 1.3

Proceso $\Delta y_t = \phi_1 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Para el proceso, definimos ($w_t := \Delta y_t$), así que este se vuelve $w_t = \phi_1 w_{t-1} + \varepsilon_t$. En 1.2.a) hallamos para w_t : $b_i = \phi_1^i$, $i \geq 0$. Reemplazamos recursivamente:

$$\begin{aligned} y_t - y_{t-1} &= w_t \quad \Rightarrow \quad y_t = w_t + y_{t-1} \\ y_{t-1} - y_{t-2} &= w_{t-1} \quad \Rightarrow \quad y_t = w_t + w_{t-1} + y_{t-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y_t &= w_t + w_{t-1} + w_{t-2} + \dots \\ \frac{\partial y_t}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_{t-1}}{\partial \varepsilon_t} + \dots\end{aligned}$$

Note que $\frac{\partial w_{t-i}}{\partial \varepsilon_t} = 0$ (pues los choques del presente no afectan el pasado), por lo cual

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{\partial y_t}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = 1 \quad (\text{según se calculó en 1.2.a}) \\ y_{t+2} &= w_{t+2} + w_{t+1} + w_t + \dots \\ \Rightarrow \frac{\partial y_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1 + 1 \\ y_{t+2} &= w_{t+2} + w_{t+1} + w_t + \dots \\ \Rightarrow \frac{\partial y_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = \phi_1^2 + \phi_1 + 1\end{aligned}$$

$$\text{En general, para el proceso } y_t: \quad b_i = \sum_{n=0}^i \phi_1^n, \quad \forall i \geq 0.$$

Proceso $\Delta z_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$.

Para el proceso , definimos ($w_t := \Delta z_t$), así que este se vuelve $w_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$.

En 1.2.c hallamos para w_t : $b_0 = 1$, $b_1 = \theta$, $b_i = 0 \quad \forall i \geq 2$. De nuevo reemplazamos recursivamente:

$$\begin{aligned}z_t - z_{t-1} &= w_t & \implies z_t &= w_t + z_{t-1} \\ z_{t-1} - z_{t-2} &= w_{t-1} & \implies z_t &= w_t + w_{t-1} + z_{t-2} \\ & & \implies z_t &= w_t + w_{t-1} + w_{t-2} + \dots \\ \Rightarrow \frac{\partial z_t}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_{t-1}}{\partial \varepsilon_t} + \dots = 1 + 0 + \dots = 1 \\ z_{t+1} &= w_{t+1} + w_t + w_{t-1} + \dots \\ \Rightarrow \frac{\partial z_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = \theta + 1 \\ z_{t+2} &= w_{t+2} + w_{t+1} + w_t + \dots \\ \Rightarrow \frac{\partial z_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_{t+2}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = 0 + \theta + 1 \\ &\vdots \\ \frac{\partial z_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} &= \frac{\partial w_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} + \dots + \frac{\partial w_{t+1}}{\partial \varepsilon_t} + \frac{\partial w_t}{\partial \varepsilon_t} = \theta + 1 \quad (k \geq 1)\end{aligned}$$

En general, para el proceso z_t : $b_0 = 1$, $b_i = 1 + \theta$, $\forall i \geq 1$

2. Combinación de Pronóstico (Teoría):

2.1 Considere la combinación de pronóstico:

$$y_{t+h,t}^c = \lambda y_{t+h,t}^a + (1 - \lambda) y_{t+h,t}^b$$

Compruebe las siguientes afirmaciones:

i. Los errores de pronóstico siguen la misma relación que la combinación de pronóstico:

$$e_{t+h,t}^c = \lambda e_{t+h,t}^a + (1 - \lambda) e_{t+h,t}^b$$

Solución 2.1.i

Por def., $e_{t+h,t}^c = y_{t+h} - y_{t+h,t}^c$

$$\Rightarrow e_{t+h,t}^c = y_{t+h} - (\lambda y_{t+h,t}^a + (1 - \lambda) y_{t+h,t}^b)$$

Sumamos $0 = \lambda y_{t+h} - \lambda y_{t+h}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow e_{t+h,t}^c &= y_{t+h} + \lambda y_{t+h} - \lambda y_{t+h} - \lambda y_{t+h,t}^a - (1 - \lambda) y_{t+h,t}^b \\ &= (1 - \lambda) y_{t+h} + \lambda (y_{t+h} - y_{t+h,t}^a) - (1 - \lambda) y_{t+h,t}^b \\ &= (1 - \lambda) (y_{t+h} - y_{t+h,t}^b) + \lambda (y_{t+h} - y_{t+h,t}^a) \end{aligned}$$

y con la definición de errores de pronóstico, $e_{t+h,t}^a$, $e_{t+h,t}^b$,

$$e_{t+h,t}^c = \lambda e_{t+h,t}^a + (1 - \lambda) e_{t+h,t}^b$$

ii. La varianza del error de pronóstico combinado es:

$$\sigma_c^2 = \lambda \sigma_{aa}^2 + (1 - \lambda) \sigma_{bb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda) \sigma_{ab}^2$$

Donde σ_{aa}^2 y σ_{bb}^2 son las varianzas no condicionales del pronóstico del modelo a y b. Por su parte σ_{ab}^2 , es su covarianza.

Solución 2.1.ii

Por lo anterior,

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_{t+h,t}^c) &= \text{Var}(\lambda e_{t+h,t}^a + (1 - \lambda) e_{t+h,t}^b) \\ &= \text{Var}(\lambda e_{t+h,t}^a) + \text{Var}((1 - \lambda) e_{t+h,t}^b) + 2 \text{Cov}(\lambda e_{t+h,t}^a, (1 - \lambda) e_{t+h,t}^b) \\ &= \lambda^2 \sigma_{aa}^2 + (1 - \lambda)^2 \sigma_{bb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda) \sigma_{ab}^2 \end{aligned}$$

Y entonces, $\sigma_c^2 = \lambda^2 \sigma_{aa}^2 + (1 - \lambda)^2 \sigma_{bb}^2 + 2\lambda(1 - \lambda) \sigma_{ab}^2$

iii. El peso de combinación de pronóstico, $[\lambda^*]$, que minimiza el error de varianza de pronóstico es:

$$\lambda^* = \frac{\sigma_{bb}^2 - \sigma_{ab}^2}{\sigma_{bb}^2 + \sigma_{aa}^2 - 2\sigma_{ab}^2}$$

Solución 2.1.iii

El problema de optimización está dado por

$$\min_{\lambda} \sigma_c^2$$

La condición de primer orden está dada por $\frac{d\sigma_c^2}{d\lambda} = 0$, y por el anterior inciso tenemos:

$$\Leftrightarrow 2\lambda \sigma_{aa}^2 - 2(1 - \lambda) \sigma_{bb}^2 + 2\sigma_{ab}^2(1 - 2\lambda) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda \sigma_{aa}^2 - (1 - \lambda) \sigma_{bb}^2 + (1 - 2\lambda) \sigma_{ab}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda \sigma_{aa}^2 + \lambda \sigma_{bb}^2 - 2\lambda \sigma_{ab}^2 = \sigma_{bb}^2 - \sigma_{ab}^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda (\sigma_{aa}^2 + \sigma_{bb}^2 - 2\sigma_{ab}^2) = \sigma_{bb}^2 - \sigma_{ab}^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{\sigma_{bb}^2 - \sigma_{ab}^2}{\sigma_{aa}^2 + \sigma_{bb}^2 - 2\sigma_{ab}^2}$$

Y entonces, $\lambda^* = \frac{\sigma_{bb}^2 - \sigma_{ab}^2}{\sigma_{aa}^2 + \sigma_{bb}^2 - 2\sigma_{ab}^2} \in \arg \min_{\lambda} \sigma_c^2$.

iv. Si alguno de los modelos, a ó b, contiene la información del otro, entonces:

$$\sigma_c^2 = \min(\sigma_{aa}^2, \sigma_{bb}^2)$$

Solución 2.1.iv

Suponga, s.p.g., que a incorpora a b ; esto quiere decir que a contiene toda la información de b , así que

$$e_{t+h,t}^b = e_{t+h,t}^a + u_t, \quad \text{y como } a \text{ contiene } b, \quad u_t \perp e_{t+h,t}^a.$$

Esto dado que, como a incorpora a b , debe ser entonces que b tiene más ruido en sus pronósticos.

Adicionalmente, tenemos

$$\begin{aligned} \sigma_{ab}^2 &= \text{Cov}[e_t^a, e_t^b] \\ &= \text{Cov}(e_t^a, e_t^a + u_t) \\ &= \sigma_{aa}^2, \end{aligned}$$

y

$$\sigma_{bb}^2 = \sigma_{aa}^2 + \sigma_u^2 \implies \sigma_{bb}^2 \geq \sigma_{aa}^2.$$

El converso ocurre si b incorpora a a .

De forma general,

$$\sigma_{ab}^2 = \min\{\sigma_{aa}^2, \sigma_{bb}^2\}.$$

Tomando λ^* hallado en 2.1.iii y suponga que a incorpora a b ; esto es, $\sigma_{ab}^2 = \sigma_{aa}^2$ y $\sigma_{aa}^2 \leq \sigma_{bb}^2$,

$$\begin{aligned} \lambda^* &= \frac{\sigma_u^2 - \sigma_{ab}^2}{\sigma_{aa}^2 + \sigma_{bb}^2 - 2\sigma_{ab}^2} \\ &= \frac{\sigma_{bb}^2 - \sigma_{aa}^2}{\sigma_{bb}^2 - \sigma_{aa}^2} = 1, \end{aligned}$$

y de 2.1.ii,

$$\sigma_c^2 = 1 \cdot \sigma_{aa}^2 + (1 - 1)\sigma_u^2 = \sigma_{aa}^2.$$

Similarmente, si b incorpora a a ($\sigma_{ab}^2 = \sigma_{bb}^2$ y $\sigma_{bb}^2 \leq \sigma_{aa}^2$),

$$\lambda^* = \frac{\sigma_u^2 - \sigma_{ab}^2}{\sigma_{aa}^2 + \sigma_{bb}^2 - 2\sigma_{ab}^2} = 0,$$

$$\sigma_c^2 = 0 \cdot \sigma_{aa}^2 + (1 - 0)\sigma_u^2 = \sigma_{bb}^2.$$

En cualquier caso, si un modelo incorpora a otro,

$$\sigma_c^2 = \min\{\sigma_{aa}^2, \sigma_{bb}^2\}.$$

3. Vectores Autorregresivos (Teoría):

- 3.1 Por favor, lean el documento titulado "Macroeconomic Shocks and Their Propagation", escrito por Valerie Ramey, y realicen un resumen de máximo tres páginas que destaque los principales mensajes presentados por Valerie en su trabajo.

Solución

Para Valerie Ramey, un shock se encuentra estrechamente relacionado con las perturbaciones estructurales en un sistema de ecuaciones simultáneas. Adoptó el concepto de shocks utilizado por Bernanke (1986). Para él, los shocks deben ser fuerzas primitivas exógenas que no están correlacionadas entre sí y deben tener un significado económico claro. A su vez, deben cumplir con que sean exógenos respecto a las demás variables endógenas actuales y rezagadas del modelo. Además, no deben estar correlacionados con otros shocks porque dada esta situación, no se podría identificar el efecto causal único de un shock exógeno en comparación con otro y finalmente, deben representar movimientos no anticipados en variables exógenas, o bien noticias sobre movimientos futuros de dichas variables. Además, propone métodos de identificación como el de Cholesky, al ser el método más común en macroeconomía para identificar shocks estructurales. Por otro lado, menciona al SVAR (VAR estructural con restricciones contemporáneas generales) por ser una extensión más flexible de Cholesky que permite imponer restricciones basadas en teoría económica o estimaciones externas. También expone métodos narrativos que utilizan documentos históricos para construir series de shocks o la Identificación de alta frecuencia que usa datos financieros y anuncios de política para capturar choques inesperados con precisión temporal diaria.

Una vez identificado el shock económico, surge la pregunta de cómo medir su efecto sobre las variables endógenas. Para ello, la autora propone estimar las funciones de impulso-respuesta utilizando funciones no lineales de los parámetros del VAR o mediante el método de proyecciones locales de Jordá (2005). Este último consiste en estimar regresiones separadas para cada horizonte temporal, en lugar de iterar sobre el sistema VAR. A diferencia de las funciones de impulso-respuesta derivadas directamente del VAR, las proyecciones locales permiten estimar respuestas de manera directa y son más robustas ante una posible mala especificación del modelo. Sin embargo, este enfoque puede presentar estimaciones menos precisas y, en ocasiones, inestables. Posteriormente, se plantea el problema de la anticipación, que puede distorsionar la identificación de amortiguadores en modelos VAR. Esto ocurre cuando los agentes ya sean privados o formuladores de política, ajustan su comportamiento antes de que el shock se materialice, generando un problema de no fundamentalidad en el que los errores del VAR no corresponden a verdaderos shocks estructurales.

Teniendo esto en mente, la autora plantea shocks en la política monetaria y hace énfasis en que aunque estos pueden tener una interpretación económica ambigua y probablemente no sean

una fuente principal de las fluctuaciones macroeconómicas, su identificación sigue siendo crucial porque permiten estimar efectos causales de la política monetaria sobre la economía. En este caso, también se presentan problemas de anticipación por parte de la Fed y del público. Si la Fed tiene mejor información que el público (información asimétrica), los shocks identificados no podrían ser verdaderamente exógenos mientras que debido al forward Oriented del público, muchos movimientos en la tasa de interés pueden ser previstos.

Asimismo, se realiza la exploración con tres tipos de shocks de política monetaria utilizando tres métodos distintos: el enfoque clásico de Christiano, Eichenbaum y Evans (CEE, 1999), el enfoque narrativo de Romer y Romer (2004), y la identificación de alta frecuencia de Gertler y Karadi (2015). El primero identifica shocks a partir de la asunción de recursividad, Ramey replica este modelo y encuentra que, al actualizar la muestra, los efectos esperados cambian radicalmente e incluso se invierten en algunos periodos, lo que sugiere que los resultados dependen mucho del período elegido y de la especificación del modelo. También destaca que, en general, los shocks monetarios explican poca variabilidad en la actividad económica, especialmente en periodos recientes y la inclusión o exclusión de ciertas variables (como M1 o reservas) puede alterar los resultados. En cuanto a Romer y Romer (2004) encuentran efectos mucho mayores de la política monetaria en comparación con Christiano, Eichenbaum y Evans (CEE, 1999), se utiliza un VAR mensual y en lugar de usar la tasa de interés, se usa el shock acumulado de RR como variable de política monetaria y se llega a la conclusión que incluso los shocks narrativos (Romer y Romer) requieren imponer supuestos fuertes como la recursividad para evitar resultados contradictorios como efectos expansionarios o acertijos de precios.

Después, se discuten los choques de identificación de alta frecuencia (HFI) y su uso para analizar los efectos de la política monetaria. Si bien muchos estudios se centran en tasas de interés y precios de activos, el trabajo de Gertler y Karadi (2015) combina HFI con un modelo SVAR proxy para estudiar los efectos de la política monetaria en fricciones financieras y el uso de la comunicación de la Fed para influir en las expectativas del mercado. Sus resultados muestran que un shock monetario (aumento de 100 puntos básicos en las tasas de fondos federales) reduce la producción industrial en un 2 %. Sin embargo, al usar diferentes métodos, como el marco de proyección local de Jordà, los resultados muestran una respuesta más lenta y prolongada del tipo de interés y la producción, con precios que caen lentamente. Se identifica también que el shock tiene una clasificación serial, y la discrepancia entre estimaciones puede atribuirse a diferencias en los métodos y periodos muestrales. Este análisis destaca las complejidades en la identificación de efectos de los shocks de política monetaria y los desafíos derivados de la orientación prospectiva.

Teniendo clara la teoría de los shocks monetarios, Ramey procede al análisis de los shocks fiscales. Para ella, a diferencia de los choques de política monetaria, los choques fiscales son conceptualmente más directos, ya que las decisiones fiscales (gasto e impuestos) a menudo responden a factores no relacionados con la coyuntura macroeconómica. Los métodos más comunes para identificarlos han sido los métodos estructurales (SVAR) con restricciones contemporáneas, de signo y de mediano plazo, los enfoques narrativos y los modelos DSGE estimados. Entre estos, se destacan trabajos como los de Ramey y Shapiro (1998) donde construyen una narrativa basada en "fechas de guerra", con la idea de que representan choques no anticipados. También, el de Ramey (2011a) que argumenta que los SVAR no capturan choques verdaderamente no anticipados debido a que los agentes económicos suelen anticipar la política fiscal. Por otro lado, Mountford y Uhlig (2009) aplican restricciones de signo y encuentran efectos débiles sobre el PIB y nulos sobre el consumo.

Posteriormente, Ramey realiza una comparación de los efectos de distintos shocks de gasto público utilizando el método de proyecciones locales de Jordà, lo que permite una comparación uniforme en términos de datos, especificaciones y forma de calcular los multiplicadores fiscales alcanzando tres conclusiones principales. La primera es que los multiplicadores fiscales oscilan entre 0,6 y 1,5 dependiendo del tipo de shock. La segunda, en línea con la literatura ya explicada, muestra que los shocks de "noticias" (como en Ramey y BZP) implican reducción en salarios

reales y consumo duradero, siendo sus efectos más fuertes sobre la inversión (particularmente en BZP). Finalmente, ningún shock logra explicar una fracción significativa de la variación del PIB.

Como conclusión general de esta sección, la autora señala que los métodos narrativos tienden a producir efectos más fuertes, ya que las estimaciones basadas en series externas encuentran impactos más grandes sobre el PIB que los enfoques tradicionales como los SVAR. Además, enfatiza que los efectos de anticipación son relevantes: los agentes económicos ajustan su comportamiento incluso antes de que se implemente formalmente la política fiscal. Por último, la comparación entre multiplicadores sigue siendo incierta, dado que, aunque existen estudios que los comparan directamente, los métodos actuales no permiten determinar con precisión ni robustez cuál de los dos (gasto o impuestos) tiene un mayor impacto.

Finalmente, la autora analiza los shocks tecnológicos, diferenciando entre aquellos neutrales, que afectan la productividad total, y los específicos a la inversión, así como entre shocks inesperados y anticipados (“news shocks”). Ramey inicia con el enfoque de los modelos de ciclos reales (RBC), como el de Kydland y Prescott (1982), donde los shocks tecnológicos son la fuente principal de fluctuaciones económicas. Esta idea tuvo respaldo temprano en Solow (1957), quien atribuyó gran parte del crecimiento de la productividad a factores tecnológicos. Posterior a esto, señala que la evidencia empírica sobre los efectos de estos shocks es ambigua y que estudios como (Galí, 1999; Basu et al., 2006) muestran que los shocks tecnológicos pueden reducir las horas trabajadas, mientras que otros (Francis y Ramey, 2005; Mertens y Ravn, 2010) sugieren que los efectos dependen del contexto histórico o del tratamiento de variables como los impuestos. Este debate ha impulsado el desarrollo de nuevas metodologías de identificación, ya que los resultados varían significativamente según cómo se midan y modelen los shocks. En la parte empírica, Ramey utiliza el método de proyecciones locales de Jordà para estudiar cómo distintos shocks estimados afectan variables macroeconómicas y encuentra que las respuestas de las variables macroeconómicas varían considerablemente dependiendo de la medida utilizada y que muchas estimaciones no cumplen criterios básicos de validez estadística, como la ausencia de autocorrelación o la independencia respecto a variables macroeconómicas. En cuanto a los resultados específicos se argumenta que algunos shocks TFP muestran efectos positivos inmediatos sobre el PIB, la productividad y el consumo, pero una caída inicial en las horas trabajadas. Además, los shocks IST tipo “news” generan respuestas más persistentes y explican una proporción significativa de la varianza del PIB y las horas trabajadas. Finalmente, los shocks MEI tienen efectos más transitorios y, en algunos casos, contradictorios.

4. Selección, Reducción y Destilación (Parte Empírica):

4.1 Siguiendo la base de datos de las tasas de cambio con respecto al dólar de más de 100 países que se encuentra en el archivo de Excel denominado TRM¹:

- i. Estime el retorno mensual de la TRM para cada uno de los países y regiones de la siguiente manera $r_t = (Ln(TRM_t) - Ln(TRM_{t-1})) \times 100$ donde TRM_t es la TRM promedio en el mes t .
- ii. De la forma como se hizo en la clase complementaria del 4 de abril de 2025, estandarice cada una de las series de retornos mensuales para cada uno de los países y regiones de la muestra.
- iii. A partir de los retornos estandarizados estime el coeficiente de correlación del retorno mensual estandarizado del peso colombiano con respecto a los retornos mensuales estandarizados de cada una de las monedas y/o países de la muestra. Haga un gráfico de barras en donde se muestre el valor de coeficiente de correlación en el (eje y) y en el (eje x) el país asociado al coeficiente de correlación estimado (el eje x debe tener los 30 países con los que más se correlaciona los retornos mensuales del peso colombiano, de mayor a menor². Ejemplo ilustrativo **y no real para 6 países:**

¹Esta base proviene del FMI. La TRM de Colombia de los talleres pasados provenían del Banco de la República.

²Les recomiendo hacerlo en Excel, es mucho más rápido y fácil.

Solución

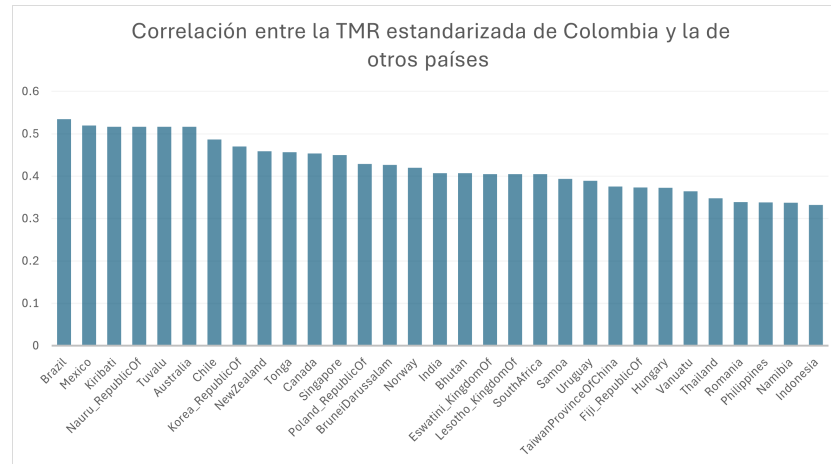


Figura 1: Países con los que más se correlacionan los retornos mensuales estandarizados del peso colombiano, de mayor a menor

- iv. ¿A partir de los coeficientes de correlación a cuáles economías en el mundo, además de la economía de Colombia, le harían seguimiento si su trabajo fuera entender los movimientos de la TRM en Colombia?

Solución

Según los coeficientes de correlación encontrados, para entender los movimientos de la TRM de Colombia, le haríamos seguimiento a las tasas de cambio estandarizadas de Brazil, México, Kiribati, la República de Nauru, Tuvalu, Australia y Chile.

- v. Por el punto III y IV usted sabe que hay muchas monedas que pueden estar correlacionadas con el peso colombiano; sin embargo, usted sabe que si hace una regresión con toda esta información puede tener problemas de sobre identificación. Para evitarlo usted hace el proceso de reducción tipo Lasso, de la misma forma que se hizo en la clase complementaria, y selecciona como variable endógena (y) los retornos estandarizados del peso colombiano. Como variables exógenas (x) selecciona los retornos mensuales estandarizados de las monedas de los demás países restantes de la muestra. Con base en esta estimación responda: ¿Las monedas de cuáles países fueron seleccionadas por este proceso de reducción? ¿Son estas las mismas monedas que usted habría seleccionado dados los coeficientes de correlación estimados en el punto III?

Solución

Luego de seguir el proceso de reducción tipo Lasso, se definen a las TRM estandarizadas de Uruguay, México, República de Corea, Brasil, Chile, Kiribati, Nueva Zelanda, Kazajistán, y Vanuatu como variables relevantes para explicar la variación de la TRM estandarizada de Colombia. 4 de estas 9 variables habían sido mencionadas previamente como variables clave para entender la TRM de Colombia dada su alto coeficiente de correlación. Esto nos permite concluir que el coeficiente de correlación sí es una medida diciente para seleccionar las variables relevantes en un amplio pool.

- vi. Usted cree que realizar una predicción a partir de tantas variables va a hacer muy difícil su interpretación de los pronósticos y quizás los problemas de sobre identificación podrían persistir. Teniendo en cuenta lo anterior, estime el primer componente principal de los retornos desestandarizados.

darizados de las monedas seleccionas en el punto 5. ¿Cuál es el coeficiente de correlación del factor estimado y los retornos estandarizados de la TRM en Colombia? ¿Al combinar (destilar) las variables el coeficiente de Correlación se incrementa respecto a las monedas individuales?

Solución

Los resultados afirman que el coeficiente de correlación del factor estimado de la TRM en Colombia es 0.6611. Por otra parte, este coeficiente junto a los retornos de la TRM en Colombia son mucho mayores a los coeficientes entre las monedas individuales, siendo este 0.6611 y el mayor de los coeficientes entre las variables siendo 0.53. Esto quiere decir que el factor combinado tiene mayor poder explicativo o informativo que las monedas por separado, por lo que la destilación fue exitosa para explicar la variabilidad de la TMR.

vii. Estimen el mejor modelo de predicción para los retornos de la TRM en Colombia de la forma³:

$$\Phi(L)r_t = \Theta(L)e_t$$

$$\Phi(L) = 1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p$$

$$\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_p L^p$$

Por su parte, el error e_t puede seguir un ruido blanco fuerte o débil:

Ruido Blando Fuerte: $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$

Ruido Blanco Débil: $e_t \sim D(0, \sigma_t^2)$

Tal y como lo habían hecho en el taller 2 y 3.

- a) i. Con el modelo seleccionado realice el pronóstico puntual un paso adelante los retornos mensuales de la TRM en Colombia desde enero de 2015 hasta diciembre de 2024.

Solución

Se seleccionó el modelo MA(1) GARCH(1,1) para pronosticar los retornos de la TMR luego de evaluar varios modelos ARIMA y concluir que el elegido era el mejor, según el criterio Bayesiano.

³Fíjense que aquí deben trabajar con los retornos sin estandarizar, tal como se hizo en los talleres 2 y 3. El primer componente principal proviene del punto VI.

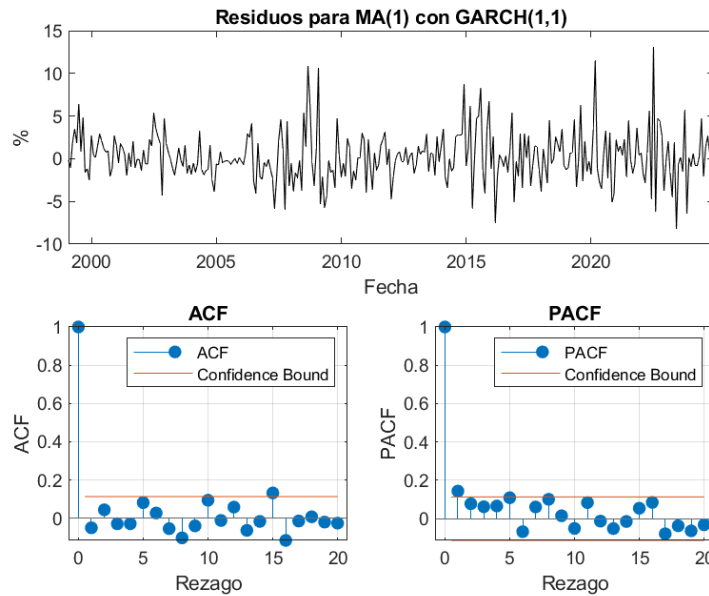


Figura 2: FAC y PACF de los residuos del modelo MA(1) con GARCH(1,1)

Al graficar los residuos del modelo, percibimos que estos oscilan alrededor de 0, lo que indicaría que el error sería ruido blanco. No obstante, sí se perciben picos de volatilidad que alejan al error de su media, lo que indicaría que el modelo no captura toda la varianza que debería. Al graficar la FAC y la PACF de los residuos del modelo, se percibe que la mayoría de los residuos se mantienen dentro de las bandas de confianza, de forma que se puede concluir que los errores no se autocorrelacionan entre sí.

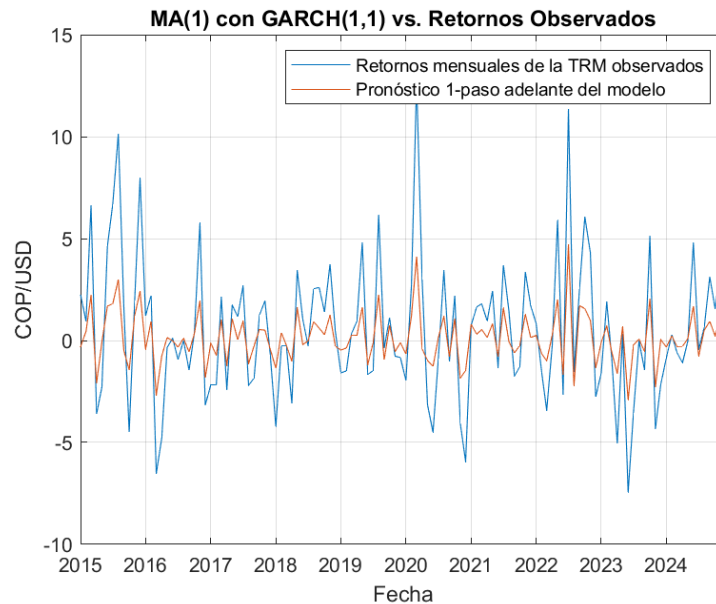


Figura 3: Pronóstico punto de los retornos mensuales de la TRM en Colombia desde enero de 2015 hasta diciembre de 2024

Al observar la gráfica del pronóstico punto con el modelo, observamos que los pronósticos modelan exitosamente la varianza de la serie, aunque la magnitud de los picos no es muy exacta.

- b) ii. Al modelo seleccionado, adiciónese como variable exógena el componente principal rezagado 1 periodo y realice el pronóstico puntual un paso adelante los retornos mensuales de la TRM en Colombia desde enero de 2015 hasta diciembre de 2024. Por **ejemplo, si su modelo fue un AR(1) sería así** $y_t = \alpha_0 y_{t-1} + \alpha_1 f_{t-1} + \varepsilon_t$, **donde “y”** son los retornos de la TRM de Colombia y “f” es el primer componente principal estimado en el punto VI⁴.

Solución

MA(1) con GARCH(1,1) y Componente Principal vs. Retornos Observados

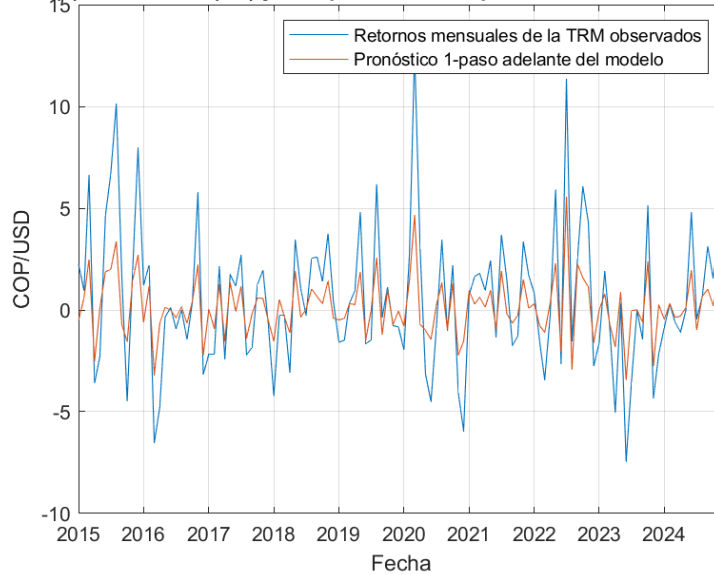


Figura 4: Pronóstico punto de los retornos mensuales de la TRM en COlombia desde enero de 2015 hasta diciembre de 2024, empleando el componente principal hallado

Al observar la gráfica del pronóstico punto con el modelo que incluye el primer componente principal, observamos que los pronósticos modelan exitosamente la varianza de la serie, aunque la magnitud de los picos sigue sin ser exacta. No obstante, no vemos una gran diferencia comparado a los pronósticos realizados sin el componente principal, lo que pone en duda la relevancia de su inclusión.

- c) iii. Compare los estándares relativos de los pronósticos punto del modelo propuesto sin el factor y el modelo al cual se le adiciona el primer componente principal rezagado.

⁴Los modelos AR con variables exógenas han sido estimados varias veces en diferentes clases complementarias, de igual forma ustedes ya se enfrentaron a este tipo de problemas en la tarea 2 en donde debían juntar componentes para pronosticar las remesas.

Solución

Modelo	MSE	RMSE	MAE	R ² _P	U
MA(1) con GARCH(1,1)	8.8923	2.9820	2.1910	-0.0454	0.4256
MA(1) con GARCH(1,1) y Componente Principal	8.9882	2.9980	2.1953	-0.0759	0.4089

Cuadro 1: Comparación de estándares relativos de pronóstico puntual

Al comparar los estándares relativos de los pronósticos puntuales de los modelos MA(1) con GARCH(1,1) y MA(1) con GARCH(1,1) que incluye el componente principal, se observa que el modelo sin el primer componente principal rezagado (sin factor) presenta en general un mejor desempeño frente al modelo al que se le adicionó el factor. Esto se puede concluir por varias razones. En primer lugar, el modelo sin factor alcanza un menor error cuadrático medio (MSE = 8.8923 frente a 8.9882), así como un menor error cuadrático medio corregido (RMSE = 2.9820 frente a 2.9980), lo que indica una mejor capacidad de predicción en términos de la magnitud de los errores. A su vez, ambos modelos, según su R-cuadrado predictivo negativo, predicen peor que una simple media de los datos. No obstante, según esta medida, el modelo sin el componente principal se desempeña mejor, pues es menos negativo. Finalmente, si bien el modelo con el factor tiene un valor ligeramente menor del estadístico U de Theil (0.4089 frente a 0.4256), lo que podría interpretarse como una ventaja relativa frente a un modelo ingenuo de caminata aleatoria, esta mejora no compensa el deterioro observado en el resto de métricas clave.

5. Vectores Autorregresivos (Parte Empírica):

Siguiendo la base de datos de recaudo tributario en Colombia y el precio del petróleo tipo Brent que se encuentran en el archivo excel denominado VAR:

- Calcule el logaritmo de los ingresos tributarios y del Brent. Responda con test de raíz unitaria las siguientes preguntas:
 - ¿Son las series estacionarias?

Solución

Variable	Estimación	Error estándar	t-valor	Pr(> t)
$\log(\text{ingresos})$	0.000626	0.000837	0.747	0.455
$\log(\text{brent})$	0.0001447	0.0015073	0.096	0.924
$\text{diff}(\log(\text{ingresos}))$	-2.11710	0.11069	-19.127	0.000***
$\text{diff}(\log(\text{brent}))$	-0.82803	0.07533	-10.993	0.000***

Cuadro 2: Dickey - Fueller Log Variables y Variables diferenciadas

Como se evidencia en las tablas anteriores, ni para la serie del logaritmo del recaudo ni para la serie del logaritmo del precio del petróleo Brent podemos rechazar la hipótesis de que tienen raíz unitaria, por lo que concluimos que ninguna de las series es estacionaria.

- ¿es el logaritmo de los ingresos tributarios de Colombia una serie integrada de orden 1 o de orden 2?

Solución

Al realizar la prueba Dickey - Fueller sobre la serie diferenciada en primer orden del logaritmo de los ingresos tributarios, podemos rechazar significativamente la hipótesis nula por lo que concluimos que es $I(1)$.

- c. ¿es el logaritmo del Brent una serie integrada de orden 1 o de orden 2?

Solución

Al realizar la prueba Dickey - Fueller sobre la serie diferenciada en primer orden del logaritmo del precio del barril Brent, podemos rechazar significativamente la hipótesis nula por lo que concluimos que es $I(1)$.

- ii. En la estimación de la forma reducida de los modelos VAR el orden de las series no afecta las estimaciones ni los pronósticos, pero si puede afectar la interpretación de los impulsos respuesta si se quiere hacer análisis estructurales. Comente de qué forma el orden de las variables en el VAR afecta las funciones de impulso-respuesta.

Solución

Al mirar las funciones de impulso respuesta, el orden de las variables afecta el resultado ya que choque en la variable que se incorpora primero puede afectar su realizaciones futuras pero también el presente de la otra(s) series, mientras que la otra serie puede afectar el futuro de la primera serie pero no el presente por lo que las formas de las funciones de impulso respuesta pueden variar.

- iii. En línea con su respuesta anterior determine el orden en el que debería incorporar sus variables si va a realizar análisis estructural de estas dos variables. Apoye su respuesta en la teoría económica.

Solución

En países como Colombia, donde las exportaciones dependen principalmente del petróleo, tiene sentido pensar que los ingresos del país se vean afectados contemporáneamente por el precio del petróleo, y no al revés. Debido a esto si se ca a realizar un análisis estructural de ambas variables se debería primero incorporar el precio del petróleo y posteriormente el recaudo.

- iv. Usando las variables transformadas del Brent y del recaudo tributario (i.e. las series estacionarias, que fueron definidas en el punto 1). Estime diferentes $VAR(p)$ donde p será igual a 2, 4, 8, 12 y seleccione el mejor modelo con el criterio de información de su preferencia.

Solución

Cuadro 3: Criterios AIC y BIC

p	AIC	BIC
2	-770.8433	-735.5888
4	-767.1738	-703.8596
8	-734.1968	-615.1540
12	-717.7758	-543.5359

Se escoge $p = 2$ ya que como se evidencia en las tablas anteriores, el valor mínimo tanto el criterio de Akaike como del Bayesiano se obtiene con este número de rezagos.

- v. Estime la causalidad de Granger en las dos direcciones. Interprete sus resultados.

Solución

Cuadro 4: Tests de causalidad de Granger entre Brent y Ingresos

Causa	Efecto	F-Statistic	df ₁	df ₂	p-valor
Brent	Ingresos	2.10	2	492	0.1236
Ingresos	Brent	0.2241	2	492	0.7993

En la imagen anterior se presentan los test de causalidad de Granger. La hipótesis nula es que la variable para la que se esta probando causalidad no causa la otra variable. Tanto R como Matlab para ambos casos arrojaron p-valores altos, por lo que no podemos rechazar ninguna de las hipótesis nulas, concluyendo que en este modelo ni la diferencia de logaritmo del recaudo aporta para pronosticar la diferencia del logaritmo del precio Brent, ni la diferencia de logaritmo del precio Brent aporta información para pronosticar la diferencia del logaritmo del precio Brent.

- vi. Presente gráficamente e interprete las funciones de impulso-respuesta 20 meses adelante.

Solución

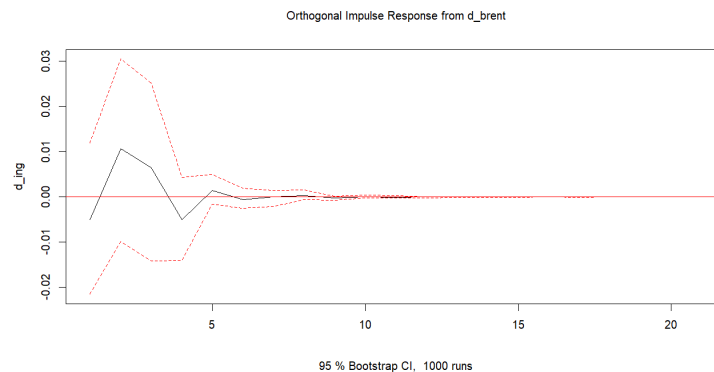


Figura 5: IRF diferencia Brent sobre diferencia Recaudo

En el caso de la función impulso respuesta del precio del petroleo sobre el recaudo podemos ver un primer efecto ligeramente negativo, con una tendencia creciente en los primeros periodos, posteriormente el efecto del choque vuelve a caer tomando nuevamente un valor negativo (pero con magnitud bastante pequeña) hacia el periodo 4. Tras el 5to mes, el efecto del choque es prácticamente 0.

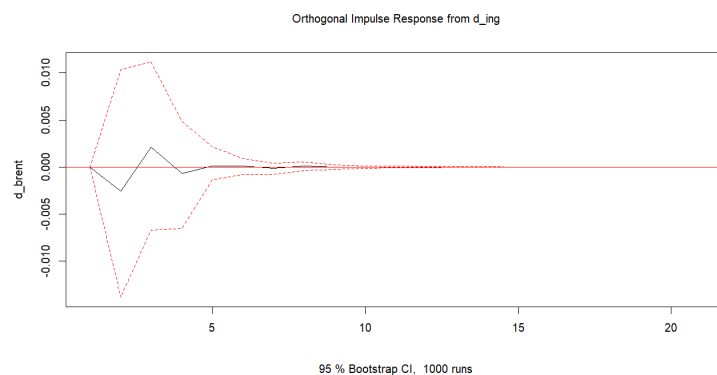


Figura 6: IRF diferencia Recaudo sobre diferencia Brent

Para la IRF del recaudo sobre el precio Brent, podemos ver magnitudes aun más pequeñas, que van disminuyendo y se convierten en 4 periodos despues del choque.

- vii. Presente e interprete gráficamente la descomposición de varianza del recaudo tributario. ¿Usted cree necesario que la regla fiscal tenga el componente petrolero, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en este punto?

Solución

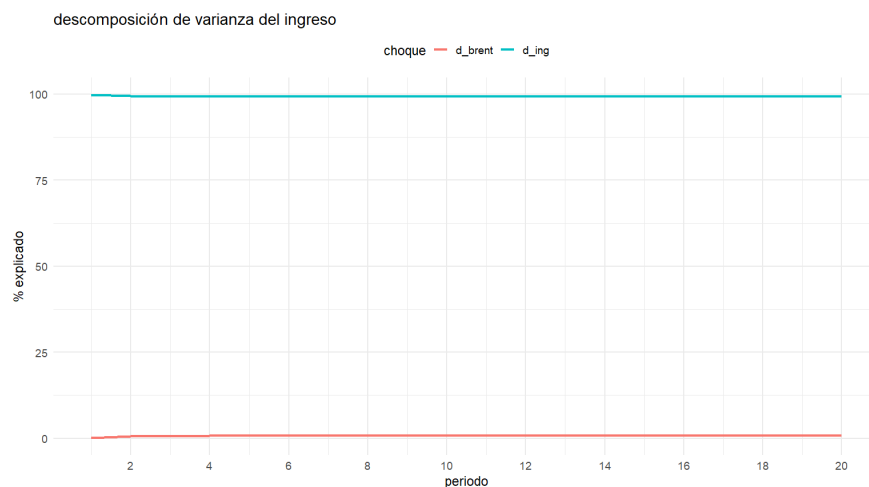


Figura 7: Descomposición de la Varianza del Recaudo

Los choques del petroleo sobre explican casi 0 % de la variación del recaudo según los resultados del modelo. Esto coincide con los resultados de las IRF y los tests de causalidad y por ende se concluye que no es necesario que la regla fiscal contemple el componente petrolero y debería centrarse en componentes que afecten de manera significativa el recaudo.

Referencias

Diebold, F. X. (2024, agosto). *Forecasting in Economics, Business, Finance and Beyond* (Edition 2024).
<https://www.sas.upenn.edu/~fdiebold/Teaching221/Forecasting.pdf>