MR - Trabajo

Alicia Losada | alicia.losada.sanchez@udc.es María Cardoso | m.cardoso@udc.es
Nicolás Muñiz | nicolas.muniz@udc.es

11/12/2024

Regresión Lineal Múltiple

- Antes de empezar, cargamos los datos *OzonoLA.rda*

```
load("Datos/OzonoLA.rda")
attach(OzonoLA)
```

1. Análisis descriptivo

Para el análisis descriptivo de las variables podemos comenzar con una visión general de las variables mediante las funciones `str()` y `summary()`.

```
str(OzonoLA)
```

```
## 'data.frame':    203 obs. of  13 variables:
##  $ Mes        : int  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
##  $ DiaMes     : int  5 6 7 8 9 12 13 14 15 16 ...
##  $ DiaSemana  : int  1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 ...
##  $ Ozono      : num  5.34 5.77 3.69 3.89 5.76 6.39 4.73 4.35 3.94 7 ...
##  $ Pres_Alt   : int  5760 5720 5790 5790 5700 5720 5760 5780 5830 5870 ...
##  $ Vel_Viento : int  3 4 6 3 3 3 6 6 3 2 ...
##  $ Humedad    : int  51 69 19 25 73 44 33 19 19 19 ...
##  $ T_Sandburg : int  54 35 45 55 41 51 51 54 58 61 ...
##  $ T_ElMonte  : num  45.3 49.6 46.4 52.7 48 ...
##  $ Inv_Alt_b  : int  1450 1568 2631 554 2083 111 492 5000 1249 5000 ...
##  $ Grad_Pres  : int  25 15 -33 -28 23 9 -44 -44 -53 -67 ...
##  $ Inv_T_b    : num  57 53.8 54.1 64.8 52.5 ...
##  $ Visibilidad: int  60 60 100 250 120 150 40 200 250 200 ...
```

La salida de `str()` nos dice que los datos constan de 203 observaciones de 13 variables:

- `Mes`: Número del mes en el que se hicieron las observaciones (Entero)
- `DiaMes`: Número del día del mes en el que se hicieron las observaciones (Entero)
- `DíaSemana`: Número del día de la semana en el que se hicieron las observaciones (Entero)
- `Ozono`: Nivel de Ozono medido (Numérica)
- `Pres_Alt`: Altura en metros a la que se alcanza una presion de 500 milibares (Entero)
- `Vel_Viento`: Velocidad del viento en millas por hora en el Aeropuerto Internacional de Los Angeles (Entero)
- `Humedad`: Humedad en porcentaje en LAX (Entero)
- `T_Sandburg`: Temperatura (F) en Sandburg, CA (Entero)

- `T_ElMonte`: Temperatura (F) en El Monte, CA (Numérica)
- `Inv_ALt_b`: Inversion de la altura base (en pies) en LAX (Entero)
- `Grand_Pres`: Gradiente de presion de LAX a Daggett, CA (Entero)
- `Inv_T_b`: Inversion de la temperatura base (F) en LAX (Numérica)
- `Visibilidad`: Visibilidad (millas) evaluada en LAX (Entero)

```
summary(OzonoLA)
```

```
##       Mes             DiaMes       DiaSemana         Ozono          Pres_Alt
##  Min.   : 1.000   Min.   : 1.0   Min.   :1.000   Min.   : 0.72   Min.   :5320
##  1st Qu.: 3.000   1st Qu.: 9.0   1st Qu.:2.000   1st Qu.: 4.77   1st Qu.:5690
##  Median : 6.000   Median :15.0   Median :3.000   Median : 8.90   Median :5760
##  Mean   : 6.522   Mean   :15.7   Mean   :3.005   Mean   :11.37   Mean   :5746
##  3rd Qu.:10.000   3rd Qu.:23.0   3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:16.07   3rd Qu.:5830
##  Max.   :12.000   Max.   :31.0   Max.   :5.000   Max.   :37.98   Max.   :5950
##    Vel_Viento        Humedad        T_Sandburg      T_ElMonte
##  Min.   : 0.000   Min.   :19.00   Min.   :25.00   Min.   :27.68
##  1st Qu.: 3.000   1st Qu.:46.00   1st Qu.:51.50   1st Qu.:49.64
##  Median : 5.000   Median :64.00   Median :61.00   Median :56.48
##  Mean   : 4.867   Mean   :57.61   Mean   :61.11   Mean   :56.54
##  3rd Qu.: 6.000   3rd Qu.:73.00   3rd Qu.:71.00   3rd Qu.:66.20
##  Max.   :11.000   Max.   :93.00   Max.   :93.00   Max.   :82.58
##    Inv_Alt_b      Grad_Pres         Inv_T_b       Visibilidad
##  Min.   : 111   Min.   :-69.00   Min.   :27.50   Min.   :  0.0
##  1st Qu.: 869   1st Qu.:-14.00   1st Qu.:51.26   1st Qu.: 60.0
##  Median :2083   Median : 18.00   Median :60.98   Median :100.0
##  Mean   :2602   Mean   : 14.43   Mean   :60.69   Mean   :122.2
##  3rd Qu.:5000   3rd Qu.: 43.00   3rd Qu.:70.88   3rd Qu.:150.0
##  Max.   :5000   Max.   :107.00   Max.   :90.68   Max.   :350.0
```

Ahora realizaremos un análisis descriptivo de cada variable:

Análisis descriptivo de la variable `Mes` :

```
summary(Mes)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   1.000   3.000   6.000   6.522  10.000  12.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Mes)
```

```
## [1] 3.594998
```

```
IQR(Mes)
```

```
## [1] 7
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Mes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.03220505
```

```
kurtosis(Mes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.671129
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis menor que tres, las colas de la variable comparadas con una normal son más ligeras.

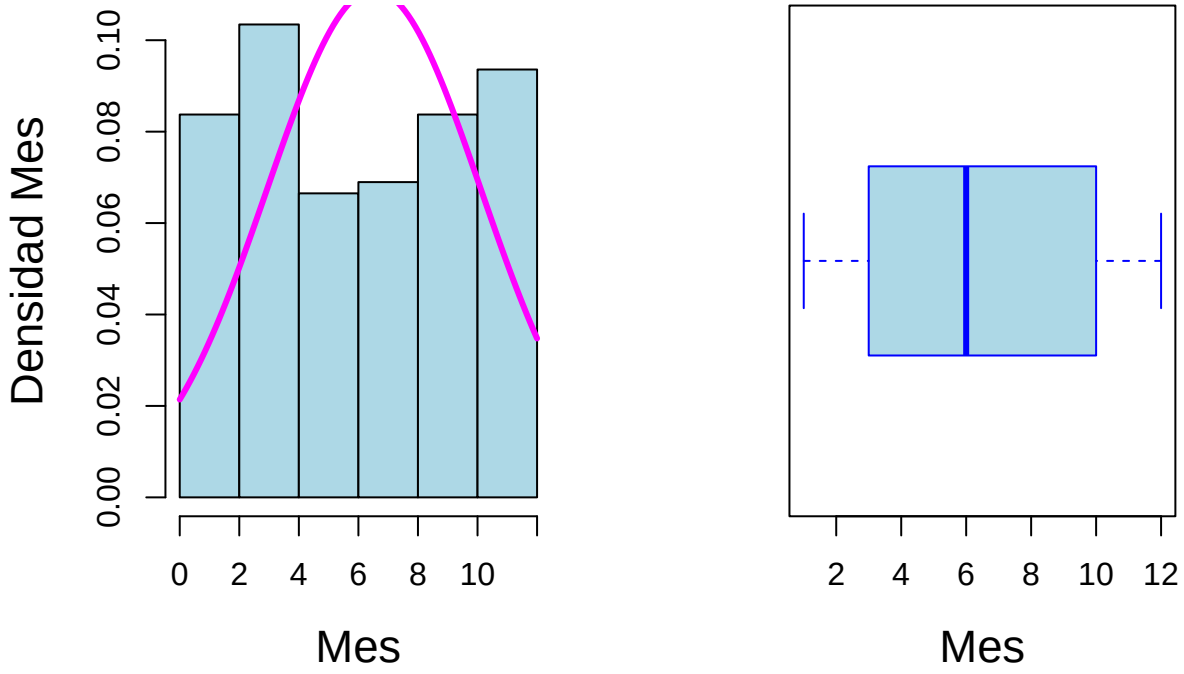
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Mes)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existe ningún registro atípico

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Mes, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Mes",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Mes", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Mes),sd=sd(Mes)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Mes, main = "", xlab="Mes",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `DiaMes` :

```
summary(Mes)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   1.000   3.000   6.000   6.522  10.000  12.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(DiaMes)
```

```
## [1] 8.569537
```

```
IQR(DiaMes)
```

```
## [1] 14
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(DiaMes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.0395616
```

```
kurtosis(DiaMes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.868548
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis menor que tres, las colas de la variable comparadas con una normal son más ligeras.

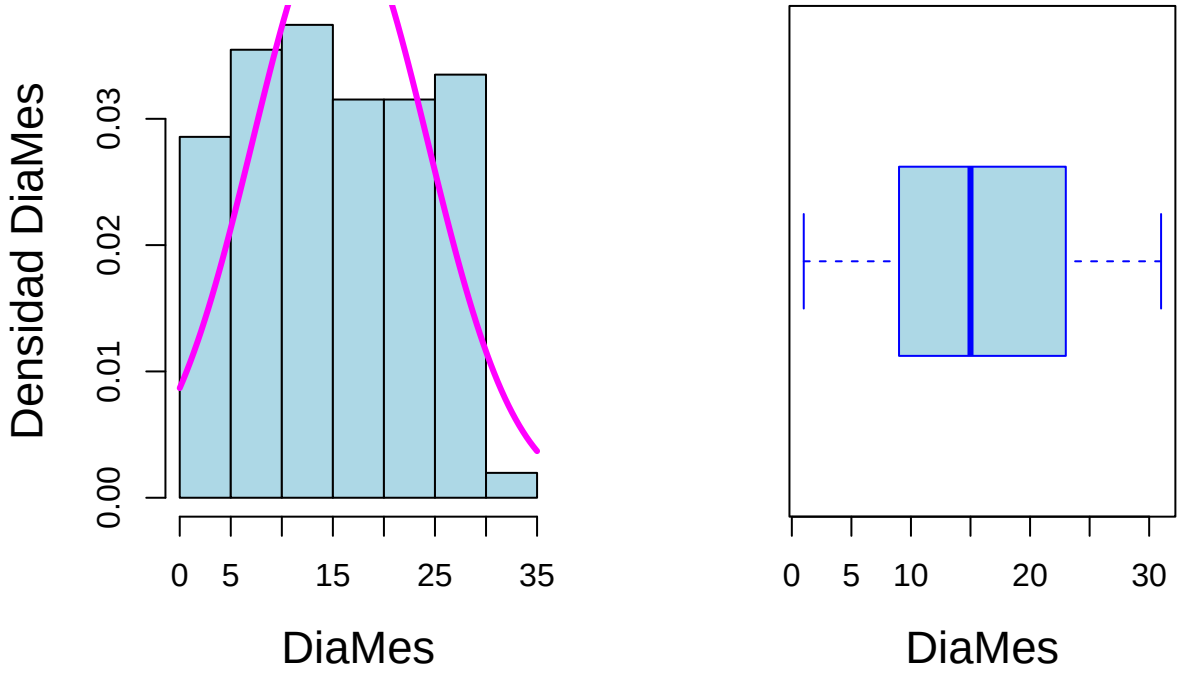
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(DiaMes)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existe ningún registro atípico

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(DiaMes, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="DiaMes",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad DiaMes", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(DiaMes),sd=sd(DiaMes)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(DiaMes, main = "", xlab="DiaMes",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `DiaSemana` :

```
summary(DiaSemana)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   1.000   2.000   3.000   3.005   4.000   5.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(DiaSemana)
```

```
## [1] 1.401899
```

```
IQR(DiaSemana)
```

```
## [1] 2
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(DiaSemana, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.04527053
```

```
kurtosis(DiaSemana, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.731687
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis menor que tres, las colas de la variable comparadas con una normal son más ligeras.

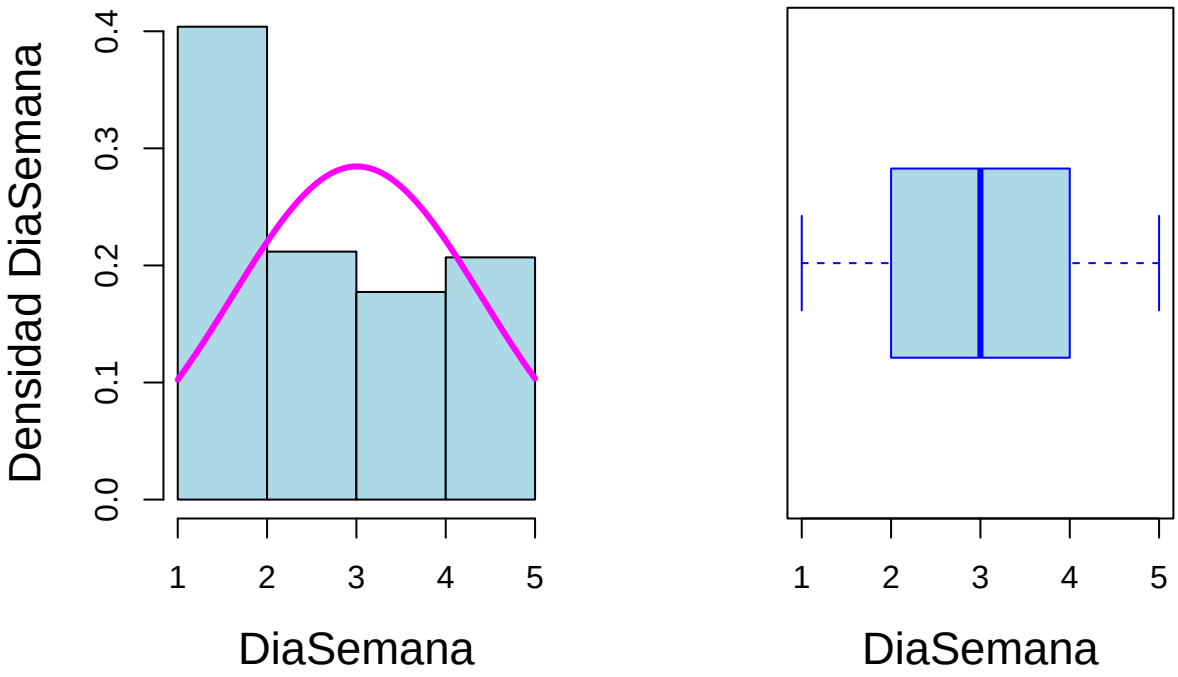
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(DiaSemana)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existe ningún registro atípico

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(DiaSemana, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="DiaSemana",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad DiaSemana", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(DiaSemana),sd=sd(DiaSemana)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(DiaSemana, main = "", xlab="DiaSemana",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Ozono` :

```
summary(Ozono)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##    0.72    4.77    8.90   11.37   16.07   37.98
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Ozono)
```

```
## [1] 8.192652
```

```
IQR(Ozono)
```

```
## [1] 11.305
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Ozono, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.9652702
```

```
kurtosis(Ozono, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 3.089498
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal

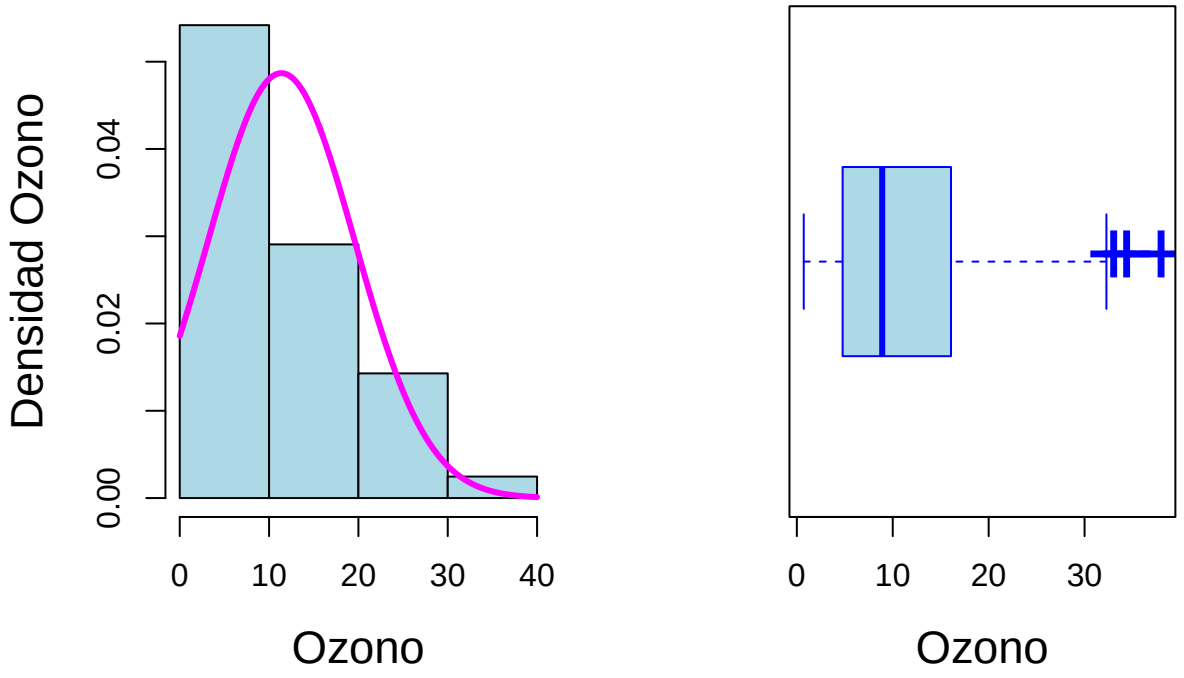
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Ozono)$out
```

```
## [1] 33.04 34.39 37.98
```

Como podemos ver existen 4 registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Ozono, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Ozono",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Ozono", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Ozono),sd=sd(Ozono)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Ozono, main = "", xlab="Ozono",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Pres_Alt` :

```
summary(Pres_Alt)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##    5320    5690    5760    5746    5830    5950
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Pres_Alt)
```

```
## [1] 113.0277
```

```
IQR(Pres_Alt)
```

```
## [1] 140
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Pres_Alt, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.9499496
```

```
kurtosis(Pres_Alt, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 4.198772
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es mayor a tres, las colas de la variable son más grandes que las de una normal.

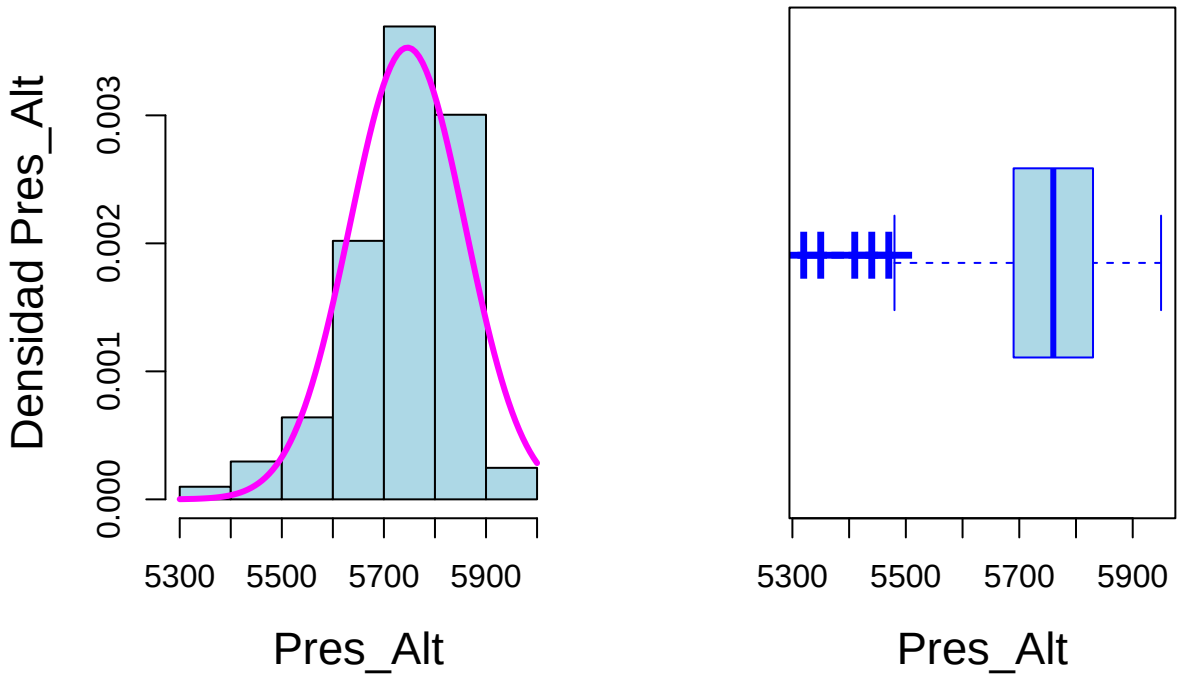
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Pres_Alt)$out
```

```
## [1] 5410 5350 5470 5320 5440
```

Como podemos ver existen 5 registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Pres_Alt, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Pres_Alt",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Pres_Alt", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Pres_Alt),sd=sd(Pres_Alt)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Pres_Alt, main = "", xlab="Pres_Alt",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Vel_Viento` :

```
summary(Vel_Viento)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   0.000   3.000   5.000   4.867   6.000  11.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Vel_Viento)
```

```
## [1] 2.105402
```

```
IQR(Vel_Viento)
```

```
## [1] 3
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Vel_Viento, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.09612047
```

```
kurtosis(Vel_Viento, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 3.378636
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

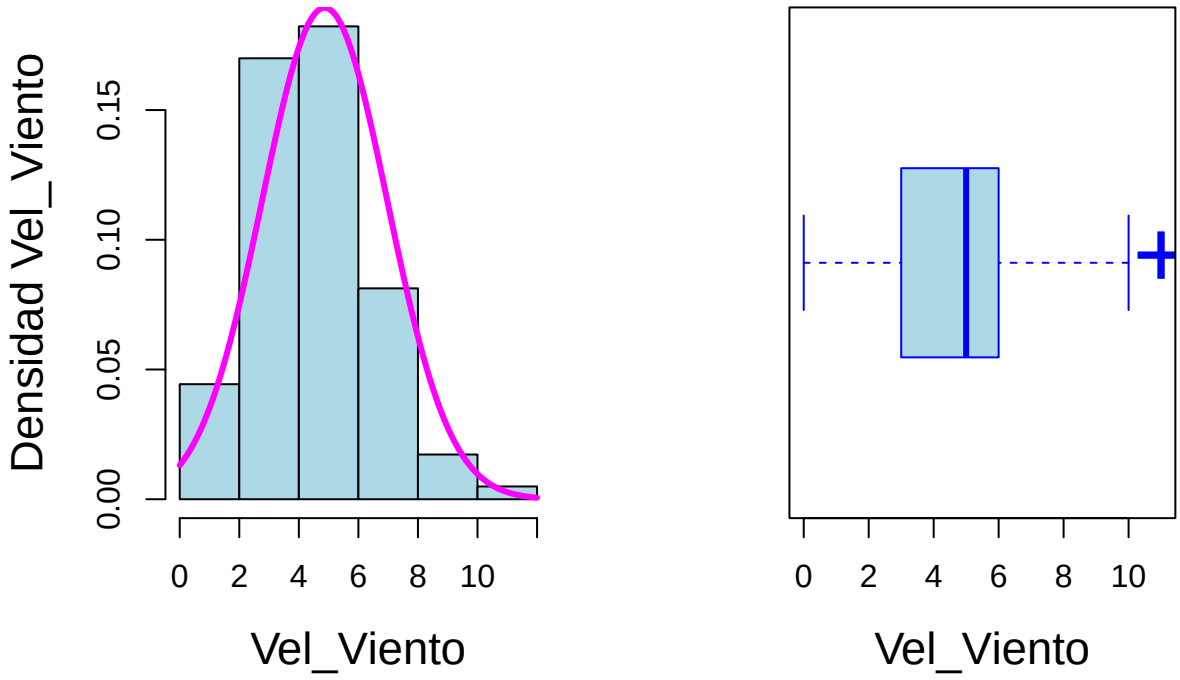
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Vel_Viento)$out
```

```
## [1] 11 11
```

Como podemos ver existen 2 registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Vel_Viento, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Vel_Viento",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Vel_Viento", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Vel_Viento),sd=sd(Vel_Viento)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Vel_Viento, main = "", xlab="Vel_Viento",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Humedad` :

```
summary(Humedad)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   19.00   46.00   64.00   57.61   73.00   93.00
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Humedad)
```

```
## [1] 20.84766
```

```
IQR(Humedad)
```

```
## [1] 27
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Humedad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.6935066
```

```
kurtosis(Humedad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.307891
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

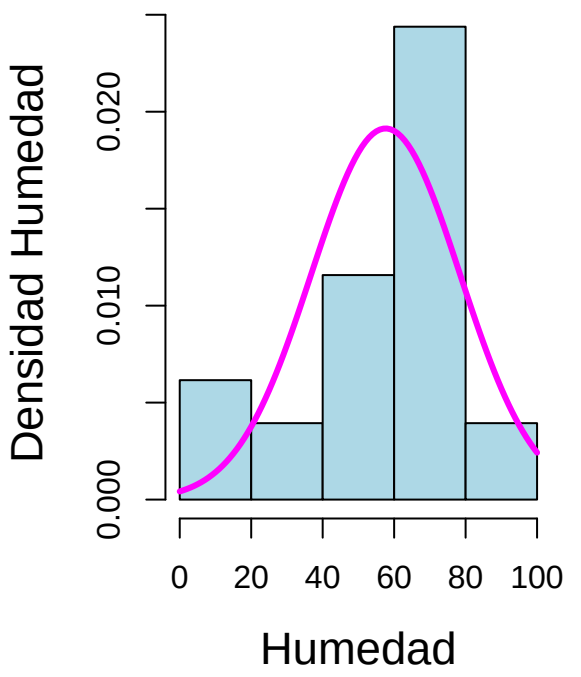
Vemos si hay registros atípicos

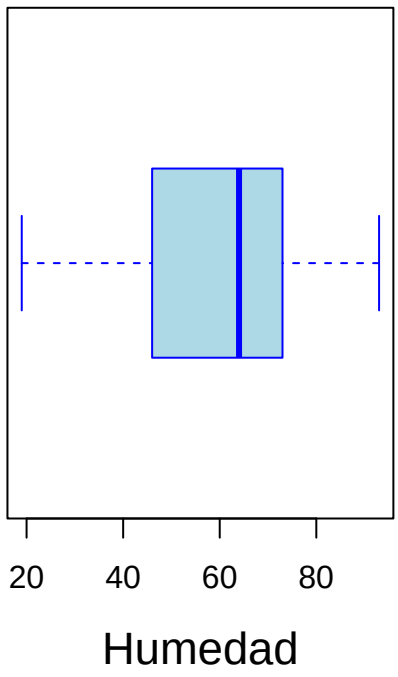
```
boxplot.stats(Humedad)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Humedad, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Humedad",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Humedad", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Humedad),sd=sd(Humedad)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Humedad, main = "", xlab="Humedad",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```





Análisis descriptivo de la variable `T_Sandburg` :

```
summary(T_Sandburg)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   25.00   51.50   61.00   61.11   71.00   93.00
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(T_Sandburg)
```

```
## [1] 14.20647
```

```
IQR(T_Sandburg)
```

```
## [1] 19.5
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(T_Sandburg, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.006212875
```

```
kurtosis(T_Sandburg, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.510297
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

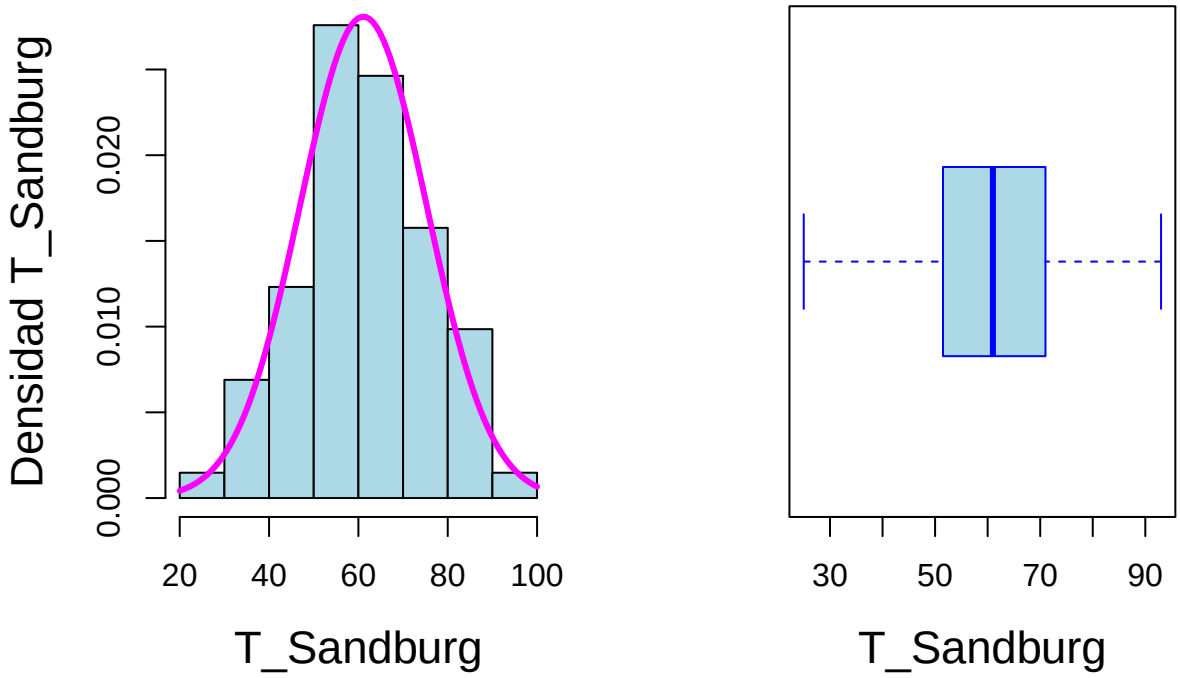
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(T_Sandburg)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```r
par(mfrow=c(1,2))
hist(T_Sandburg, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="T_Sandburg",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad T_Sandburg", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(T_Sandburg),sd=sd(T_Sandburg)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(T_Sandburg, main = "", xlab="T_Sandburg",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



- ANÁLISIS DESCRIPTIVO VARIABLE 'T_ElMonte'

```r
summary(T_ElMonte)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   27.68   49.64   56.48   56.54   66.20   82.58
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```r
sd(T_ElMonte)
```

```
## [1] 11.74267
```

```r
IQR(T_ElMonte)
```

```
## [1] 16.56
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```r
library(moments)
skewness(T_ElMonte, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.1025587
```

```r
kurtosis(T_ElMonte, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.486231
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

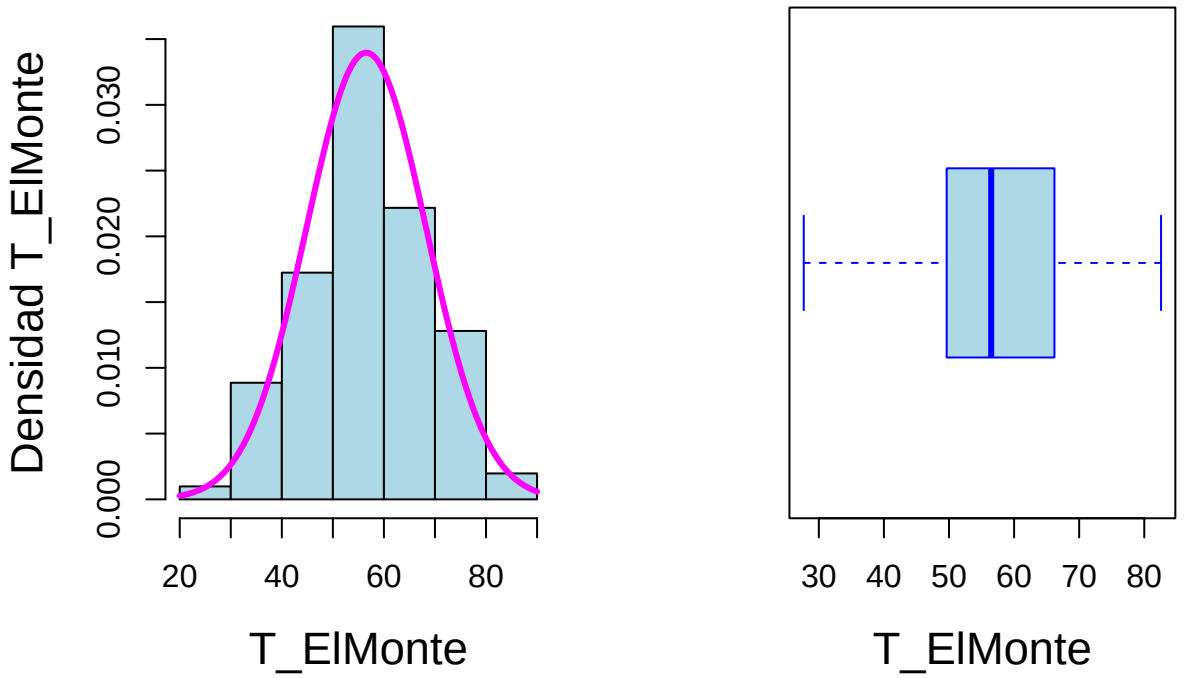
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(T_ElMonte)$out
```

```
## numeric(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(T_ElMonte, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="T_ElMonte",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad T_ElMonte", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(T_ElMonte),sd=sd(T_ElMonte)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(T_ElMonte, main = "", xlab="T_ElMonte",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Inv_Alt_b` :

```
summary(Inv_Alt_b)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##     111     869    2083    2602    5000    5000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Inv_Alt_b)
```

```
## [1] 1859.889
```

```
IQR(Inv_Alt_b)
```

```
## [1] 4131
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Inv_Alt_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.2355015
```

```
kurtosis(Inv_Alt_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.374057
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es menor a tres, las colas de la variable son más ligeras a las de una normal.

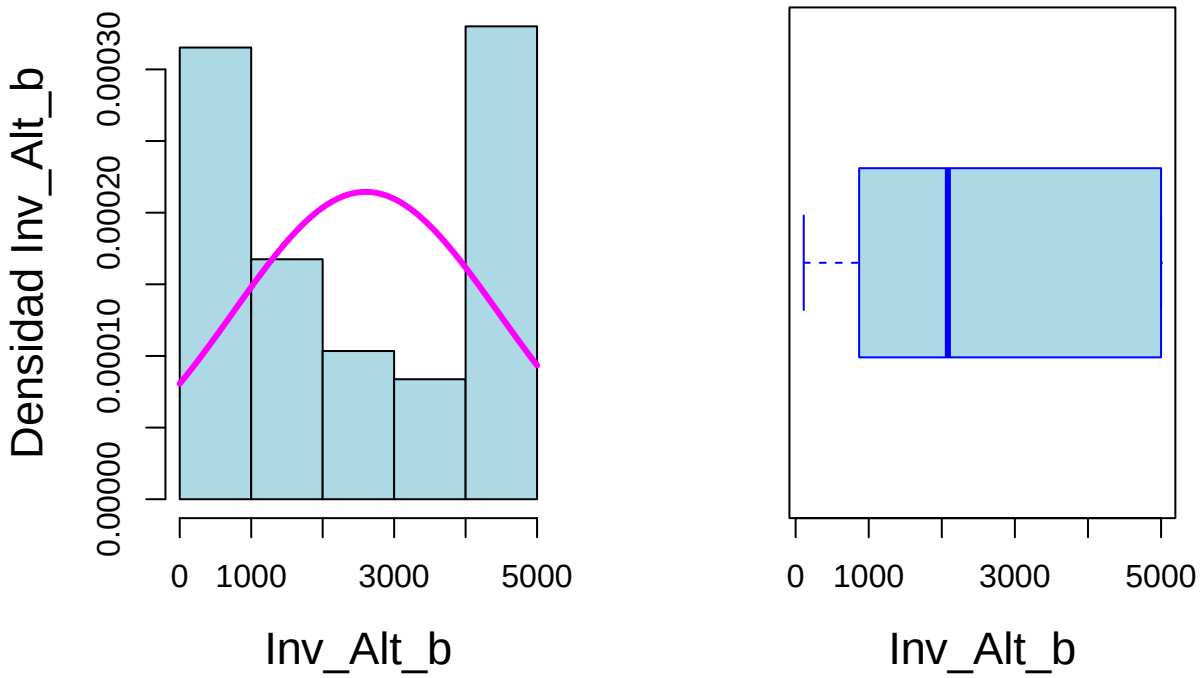
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Inv_Alt_b)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Inv_Alt_b, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Inv_Alt_b",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Inv_Alt_b", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Inv_Alt_b),sd=sd(Inv_Alt_b)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Inv_Alt_b, main = "", xlab="Inv_Alt_b",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Grad_Pres` :

```
summary(Grad_Pres)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##  -69.00  -14.00   18.00   14.43   43.00  107.00
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Grad_Pres)
```

```
## [1] 36.3172
```

```
IQR(Grad_Pres)
```

```
## [1] 57
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Grad_Pres, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.131977
```

```
kurtosis(Grad_Pres, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.316879
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es menor a tres, las colas de la variable son más ligeras a las de una normal.

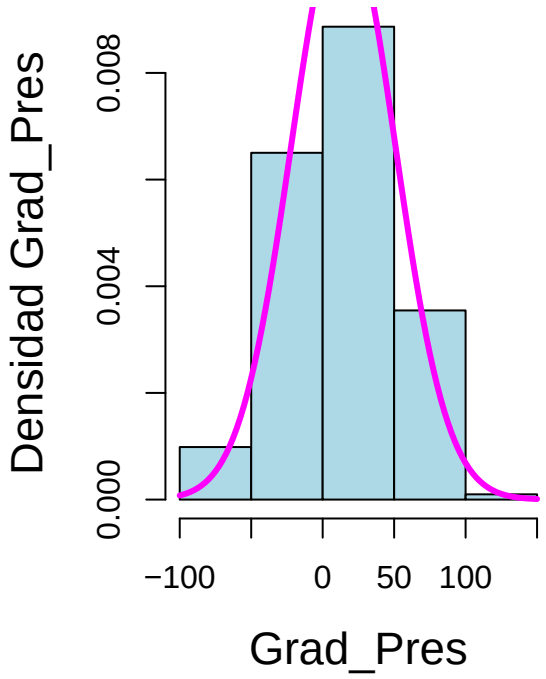
Vemos si hay registros atípicos

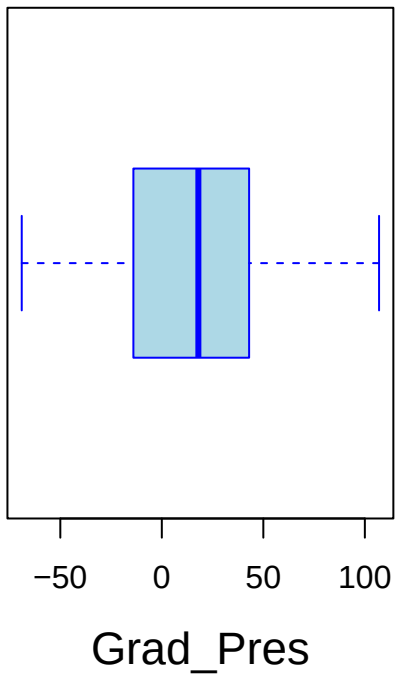
```
boxplot.stats(Grad_Pres)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Grad_Pres, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Grad_Pres",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Grad_Pres", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Grad_Pres),sd=sd(Grad_Pres)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Grad_Pres, main = "", xlab="Grad_Pres",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```





Análisis descriptivo de la variable `Inv_T_b` :

```
summary(Inv_T_b)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   27.50   51.26   60.98   60.69   70.88   90.68
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Inv_T_b)
```

```
## [1] 14.12473
```

```
IQR(Inv_T_b)
```

```
## [1] 19.62
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Inv_T_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.1886259
```

```
kurtosis(Inv_T_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.354789
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es menor a tres, las colas de la variable son más ligeras a las de una normal.

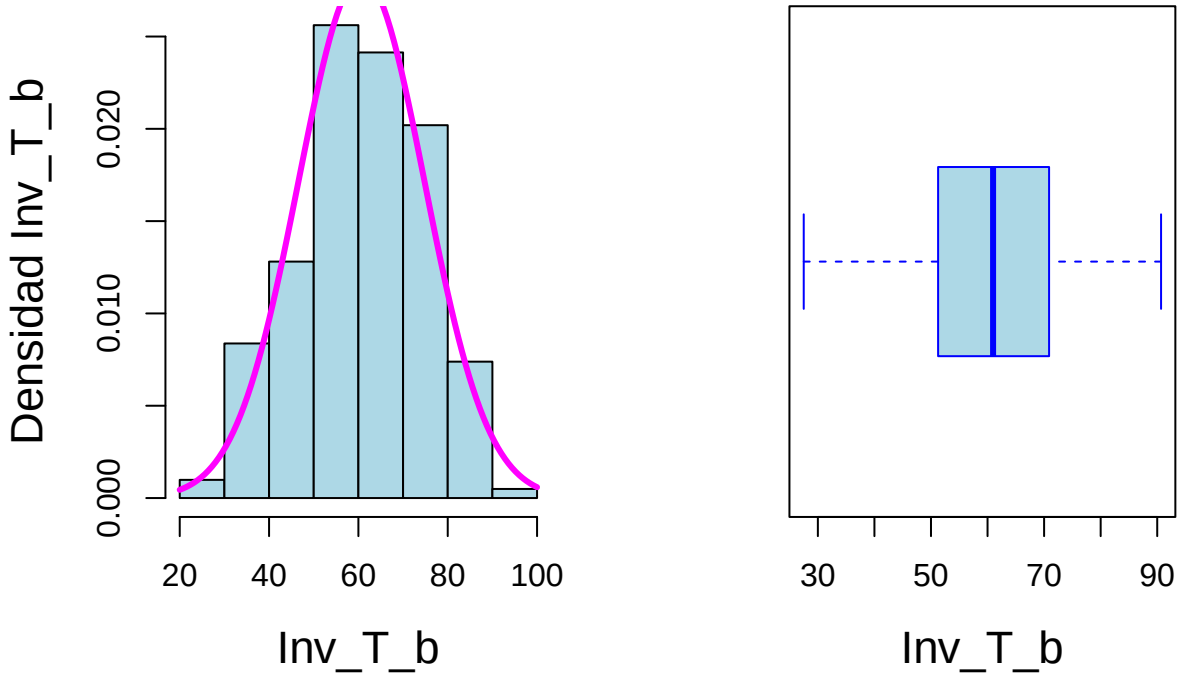
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Inv_T_b)$out
```

```
## numeric(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Inv_T_b, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Inv_T_b",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Inv_T_b", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Inv_T_b),sd=sd(Inv_T_b)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Inv_T_b, main = "", xlab="Inv_T_b",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Visibilidad` :

```
summary(Visibilidad)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##     0.0    60.0   100.0   122.2   150.0   350.0
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Visibilidad)
```

```
## [1] 81.17132
```

```
IQR(Visibilidad)
```

```
## [1] 90
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Visibilidad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.8067613
```

```
kurtosis(Visibilidad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.903426
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis próximo a tres, las colas de la variable son próximas a las de una normal.

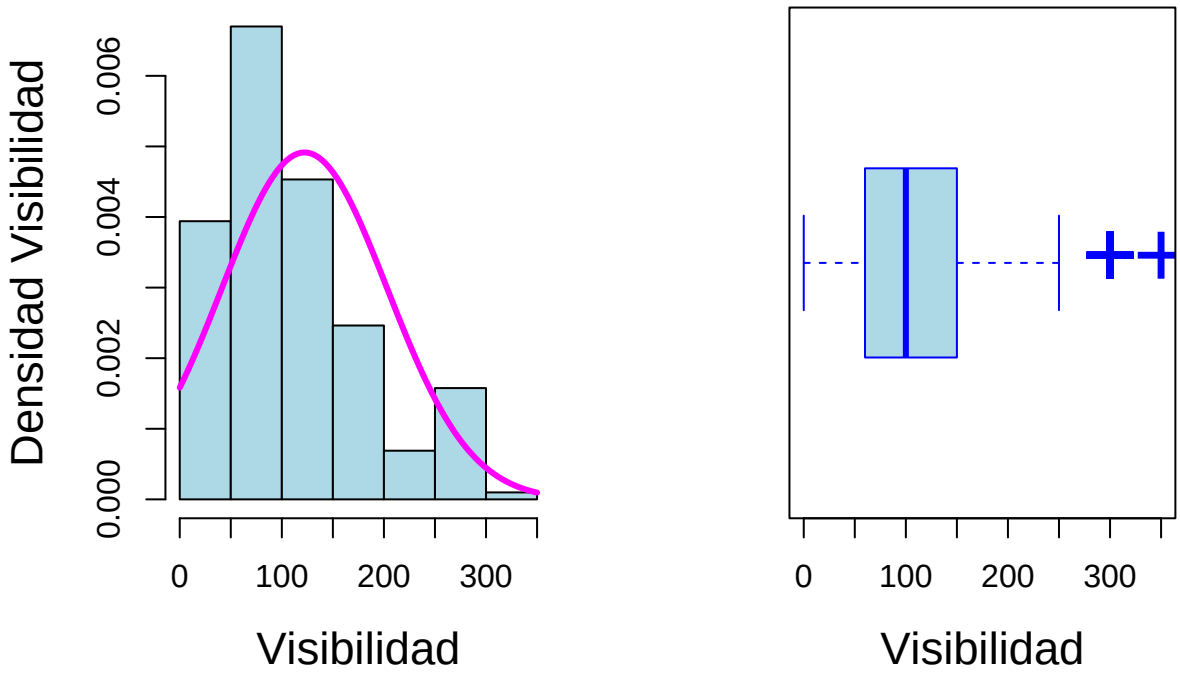
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Visibilidad)$out
```

```
##  [1] 350 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

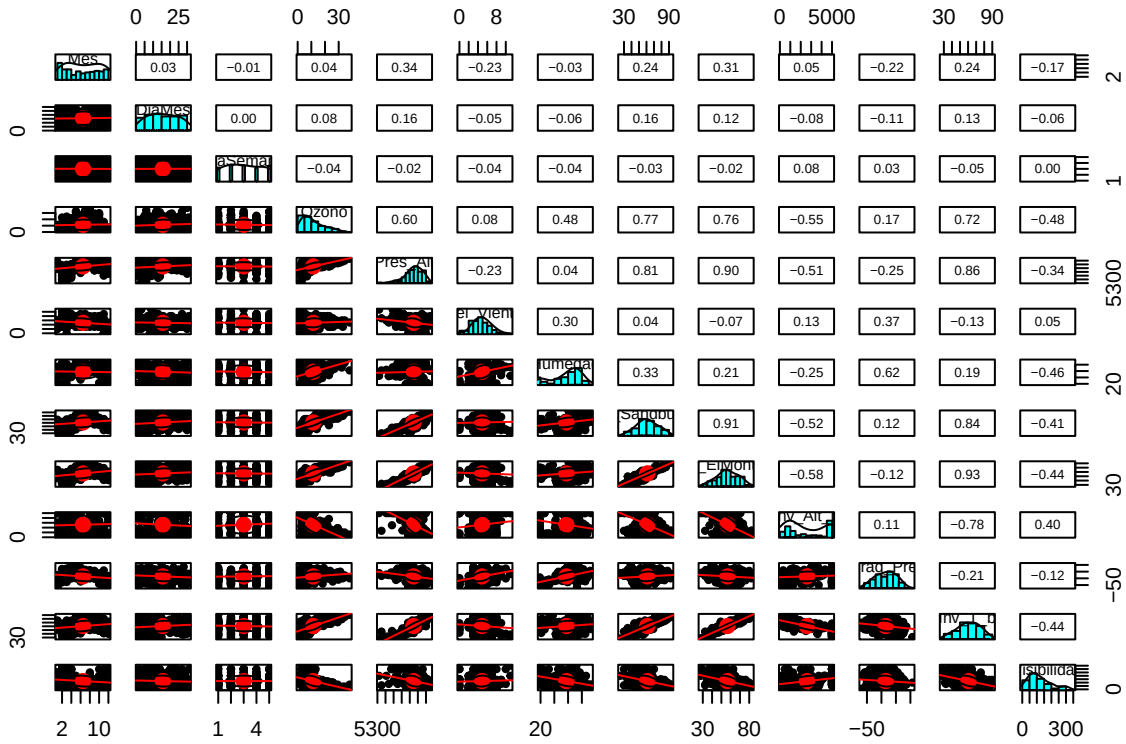
```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Visibilidad, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Visibilidad",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Visibilidad", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Visibilidad),sd=sd(Visibilidad)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Visibilidad, main = "", xlab="Visibilidad",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



2. Análisis de correlación

- Correlaciones simples bivariantes(análisis gráfico y numérico):

```
library(psych)
pairs.panels(OzonoLA, smooth = TRUE, density=TRUE, digits = 2,
             ellipses=TRUE, method="pearson", pch = 20,
             lm=TRUE, cor=TRUE)
```




```
cor(OzonoLA)
```

```
##                     Mes       DiaMes     DiaSemana       Ozono    Pres_Alt
## Mes          1.000000000  0.029780944 -6.406562e-03  0.04417525  0.33793183
## DiaMes       0.029780944  1.000000000  3.418381e-03  0.08364060  0.15808064
## DiaSemana   -0.006406562  0.003418381  1.000000e+00 -0.03750993 -0.02206218
## Ozono        0.044175248  0.083640605 -3.750993e-02  1.00000000  0.59612683
## Pres_Alt     0.337931827  0.158080640 -2.206218e-02  0.59612683  1.00000000
## Vel_Viento  -0.226893006 -0.046090839 -3.667633e-02  0.08179858 -0.23161673
## Humedad     -0.034727288 -0.064739863 -3.855381e-02  0.47947091  0.03869121
## T_Sandburg   0.235445072  0.157156363 -3.035349e-02  0.77335204  0.80633038
## T_ElMonte    0.314323892  0.117127229 -2.481044e-02  0.76001956  0.89689385
## Inv_Alt_b    0.045305170 -0.082352709  7.998485e-02 -0.55196217 -0.50891157
## Grad_Pres   -0.218837079 -0.111239793  3.418479e-02  0.17391799 -0.24549047
## Inv_T_b      0.236540625  0.127530054 -5.365959e-02  0.71756186  0.85642134
## Visibilidad -0.167796386 -0.057896954 -8.572216e-06 -0.47629112 -0.34272720
##                Vel_Viento     Humedad  T_Sandburg   T_ElMonte   Inv_Alt_b
## Mes          -0.22689301 -0.03472729  0.23544507  0.31432389  0.04530517
## DiaMes       -0.04609084 -0.06473986  0.15715636  0.11712723 -0.08235271
## DiaSemana    -0.03667633 -0.03855381 -0.03035349 -0.02481044  0.07998485
## Ozono         0.08179858  0.47947091  0.77335204  0.76001956 -0.55196217
## Pres_Alt     -0.23161673  0.03869121  0.80633038  0.89689385 -0.50891157
## Vel_Viento    1.00000000  0.30356343  0.04122208 -0.06983510  0.12834881
## Humedad       0.30356343  1.00000000  0.33132296  0.21158607 -0.24703914
## T_Sandburg    0.04122208  0.33132296  1.00000000  0.91396229 -0.51539621
## T_ElMonte    -0.06983510  0.21158607  0.91396229  1.00000000 -0.57965832
## Inv_Alt_b     0.12834881 -0.24703914 -0.51539621 -0.57965832  1.00000000
## Grad_Pres     0.37328762  0.62433536  0.11765666 -0.12091597  0.11350236
## Inv_T_b      -0.12959891  0.19101936  0.84310310  0.93080989 -0.78286145
## Visibilidad  0.04534341 -0.45750232 -0.41038641 -0.43897902  0.39669789
##                Grad_Pres     Inv_T_b   Visibilidad
```

```
## Mes         -0.21883708  0.23654062 -1.677964e-01
## DiaMes      -0.11123979  0.12753005 -5.789695e-02
## DiaSemana    0.03418479 -0.05365959 -8.572216e-06
## Ozono        0.17391799  0.71756186 -4.762911e-01
## Pres_Alt    -0.24549047  0.85642134 -3.427272e-01
## Vel_Viento   0.37328762 -0.12959891  4.534341e-02
## Humedad      0.62433536  0.19101936 -4.575023e-01
## T_Sandburg   0.11765666  0.84310310 -4.103864e-01
## T_ElMonte   -0.12091597  0.93080989 -4.389790e-01
## Inv_Alt_b    0.11350236 -0.78286145  3.966979e-01
## Grad_Pres    1.00000000 -0.20663872 -1.200549e-01
## Inv_T_b     -0.20663872  1.00000000 -4.377177e-01
## Visibilidad -0.12005488 -0.43771768  1.000000e+00
```

- Correlaciones parciales:

```
partial.r(OzonoLA)
```

```
##                      Mes      DiaMes    DiaSemana        Ozono     Pres_Alt
## Mes          1.000000000 -0.01473632 -0.029646884 -0.239632308 -0.008364478
## DiaMes      -0.014736319  1.00000000  0.017131467  0.023224469  0.074079502
## DiaSemana   -0.029646884  0.01713147  1.000000000 -0.015463849 -0.014083279
## Ozono       -0.239632308  0.02322447 -0.015463849  1.000000000 -0.134822542
## Pres_Alt    -0.008364478  0.07407950 -0.014083279 -0.134822542  1.000000000
## Vel_Viento  -0.192898039  0.01519492 -0.052672027 -0.040039195 -0.292700944
## Humedad      0.160860221 -0.03992322 -0.050358261  0.262774072 -0.095321178
## T_Sandburg   0.008578204  0.20842819 -0.037515653  0.141155532  0.108888567
## T_ElMonte    0.131026789 -0.12847809  0.050717722  0.312487718  0.344311253
## Inv_Alt_b    0.230043843 -0.02868566  0.036820690 -0.111064127  0.120880379
## Grad_Pres   -0.127208517 -0.13665426  0.068684046  0.001780773 -0.044096421
## Inv_T_b      0.048692150 -0.02999001 -0.008230412 -0.076866881  0.140848869
## Visibilidad -0.108506988 -0.06279200 -0.037003418 -0.074160846  0.014979648
##               Vel_Viento     Humedad   T_Sandburg   T_ElMonte   Inv_Alt_b
## Mes         -0.19289804  0.16086022  0.008578204  0.13102679  0.23004384
## DiaMes       0.01519492 -0.03992322  0.208428191 -0.12847809 -0.02868566
## DiaSemana   -0.05267203 -0.05035826 -0.037515653  0.05071772  0.03682069
## Ozono       -0.04003920  0.26277407  0.141155532  0.31248772 -0.11106413
## Pres_Alt    -0.29270094 -0.09532118  0.108888567  0.34431125  0.12088038
## Vel_Viento   1.00000000  0.15651029  0.089387359  0.11902520  0.11170466
## Humedad      0.15651029  1.00000000 -0.044727403 -0.04353431 -0.05762633
## T_Sandburg   0.08938736 -0.04472740  1.000000000  0.35489823  0.18928541
## T_ElMonte    0.11902520 -0.04353431  0.354898232  1.00000000  0.39942102
## Inv_Alt_b    0.11170466 -0.05762633  0.189285412  0.39942102  1.00000000
## Grad_Pres    0.05542912  0.50554293  0.498084949 -0.05195235 -0.15571589
## Inv_T_b      0.01217894  0.06712657  0.229456614  0.57959707 -0.81884177
## Visibilidad  0.11148387 -0.32142715  0.085393863 -0.12200008  0.09905698
##                Grad_Pres      Inv_T_b Visibilidad
## Mes         -0.127208517  0.048692150 -0.10850699
## DiaMes      -0.136654263 -0.029990011 -0.06279200
## DiaSemana    0.068684046 -0.008230412 -0.03700342
## Ozono        0.001780773 -0.076866881 -0.07416085
## Pres_Alt    -0.044096421  0.140848869  0.01497965
## Vel_Viento   0.055429122  0.012178940  0.11148387
## Humedad      0.505542925  0.067126570 -0.32142715
## T_Sandburg   0.498084949  0.229456614  0.08539386
```

```
## T_ElMonte   -0.051952353  0.579597071 -0.12200008
## Inv_Alt_b   -0.155715887 -0.818841765  0.09905698
## Grad_Pres    1.000000000 -0.326942874  0.01948577
## Inv_T_b     -0.326942874  1.000000000  0.03558761
## Visibilidad  0.019485768  0.035587611  1.00000000
```

3. Modelo matemático

$$\mathbb{E}(\vec{Y}|\boldsymbol{X}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_{ij} \tag{1}$$

```
ajuste <- lm(Ozono~., data=OzonoLA)
ajuste
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Ozono ~ ., data = OzonoLA)
##
## Coefficients:
## (Intercept)          Mes       DiaMes    DiaSemana     Pres_Alt   Vel_Viento
##  55.4279486   -0.3431326    0.0120308   -0.0473689   -0.0133495   -0.0959961
##     Humedad   T_Sandburg    T_ElMonte    Inv_Alt_b    Grad_Pres      Inv_T_b
##   0.0880372    0.1366231    0.5597690   -0.0006176    0.0003624   -0.1244500
## Visibilidad
##  -0.0049469
```

```
coef(ajuste)
```

```
##   (Intercept)           Mes        DiaMes     DiaSemana      Pres_Alt
## 55.4279486216 -0.3431325880  0.0120307523 -0.0473688814 -0.0133495197
##    Vel_Viento       Humedad    T_Sandburg     T_ElMonte     Inv_Alt_b
## -0.0959961221  0.0880371866  0.1366230525  0.5597690142 -0.0006175971
##     Grad_Pres       Inv_T_b   Visibilidad
##  0.0003623595 -0.1244500321 -0.0049468590
```

Ozono = 55.428 - 0.343*Mes* + 0.012*Diames* - 0.047*DiaSeman* - 0.0133*Pres_Alt* - 0.096*Vel_Viento* + 0.088*Humedad* + 0.1366*T_Sandburg* + 0.5598*T_ElMonte* - 0.0006*Inv_Alt_b* + 0.0004*Grad_Pres* - 0.124*Inv_T_b* - 0.005*Visibilidad*

```
( MSSR <- summary(ajuste)$sigma^2 )
```

```
## [1] 19.24102
```

```
( gl.R <- ajuste$df )
```

```
## [1] 190
```

```
( gl.E <- ajuste$rank )
```

```
## [1] 13
```

4. Inferencia modelo

```
summary(ajuste)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Ozono ~ ., data = OzonoLA)
```

```
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -11.0342  -2.8582  -0.4764   2.6584  12.7160
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 55.4279486 37.6060409   1.474 0.142161
## Mes         -0.3431326  0.1008551  -3.402 0.000815 ***
## DiaMes       0.0120308  0.0375710   0.320 0.749158
## DiaSemana   -0.0473689  0.2222014  -0.213 0.831415
## Pres_Alt    -0.0133495  0.0071178  -1.876 0.062255 .
## Vel_Viento  -0.0959961  0.1737974  -0.552 0.581361
## Humedad      0.0880372  0.0234515   3.754 0.000231 ***
## T_Sandburg   0.1366231  0.0695151   1.965 0.050828 .
## T_ElMonte    0.5597690  0.1234488   4.534 1.02e-05 ***
## Inv_Alt_b   -0.0006176  0.0004009  -1.540 0.125116
## Grad_Pres    0.0003624  0.0147623   0.025 0.980443
## Inv_T_b     -0.1244500  0.1171095  -1.063 0.289275
## Visibilidad -0.0049469  0.0048259  -1.025 0.306638
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.386 on 190 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7304, Adjusted R-squared:  0.7133
## F-statistic: 42.89 on 12 and 190 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Las únicas variables que parecen ser significativas son Mes, Humedad y T_ElMonte. También podemos considerar que son bastante significativas, pero no tanto, las variables T_Sandburg y Pres_Alt. Por otra parte, según el coeficiente de bondad, con este ajuste podemos explicar el 73,04% de la variabilidad de los datos. Por último, gracias a la última linea del summary deducimos que es mejor este ajuste en comparación al modelo que contiene únicamente el intercept, debido al p-valor $<$ 2.2e-16.

Regresión Logística

- Antes de empezar, cargamos los datos *Oro.rda*

```
load("Datos/Oro.rda")
```

1. Análisis descriptivo

Para el análisis descriptivo de las variables podemos comenzar con una visión general de las variables mediante las funciones `str()` y `summary()`.

```
str(Oro)
```

```
## 'data.frame':    64 obs. of  4 variables:
##  $ As        : num  6.77 15.03 6.43 0.1 0.1 ...
##  $ Sb        : num  3.08 6.15 2.35 0.3 0.3 9.62 0.51 3.71 4.32 0.8 ...
##  $ Corredor  : int  1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 ...
##  $ Proximidad: int  1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 ...
```

La salida de `str()` nos dice que los datos constan de 64 observaciones de 4 variables:

- `As`: Nivel de concentración de arsénico en la muestra de agua. (numérica)
- `Sb`: Nivel de concentración de antimonio en la muestra de agua. (numérica)
- `Corredor`: Variable binaria indicando si la zona muestreada está (1) o no está (0) en alguno de los corredores delimitados por las lineas sobre el mapa. (categórica)
- `Proximidad` : Variable de respuesta que toma los valores 1 o 0 según que el depósito esté próximo o esté muy lejano al lugar.

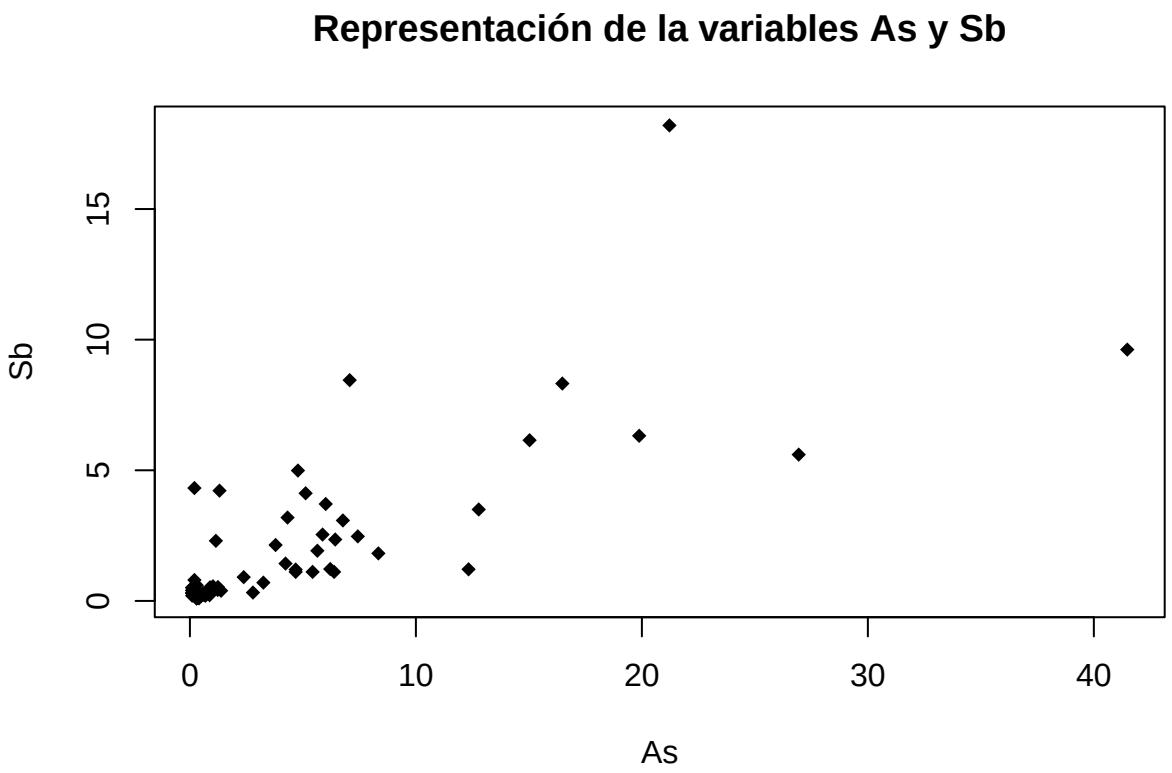
```
attach(Oro)
Oro$Corredor <- as.factor(Oro$Corredor) # Convertimos la variable Corredor a factor
numericas.oro <- Oro[1:2]               # Almacenamos las variables numéricas
respuesta.oro <- Proximidad             # Almacenamos la variable de respuesta
```

Con la salida de `summary()` y graficando `As` frente a `Sb` podemos ver que, basándonos en la diferencia entre las medias y las medianas, las variables numéricas se concentran en valores bajos, aunque deben de existir registros con valores relativamente altos:

```
summary(Oro)
```

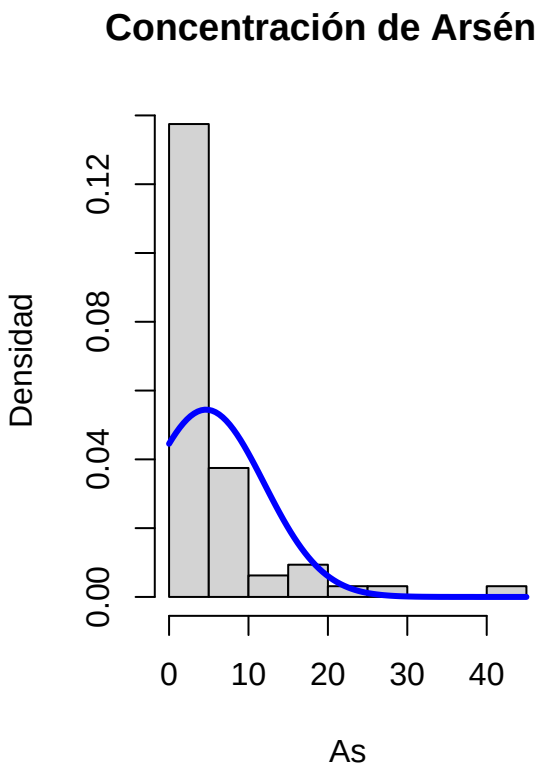
```
##        As               Sb         Corredor   Proximidad
##  Min.   : 0.100   Min.   : 0.100   0:32     Min.   :0.0000
##  1st Qu.: 0.400   1st Qu.: 0.300   1:32     1st Qu.:0.0000
##  Median : 1.235   Median : 0.650            Median :0.0000
##  Mean   : 4.645   Mean   : 2.039            Mean   :0.4375
##  3rd Qu.: 5.905   3rd Qu.: 2.487            3rd Qu.:1.0000
##  Max.   :41.480   Max.   :18.200            Max.   :1.0000
```

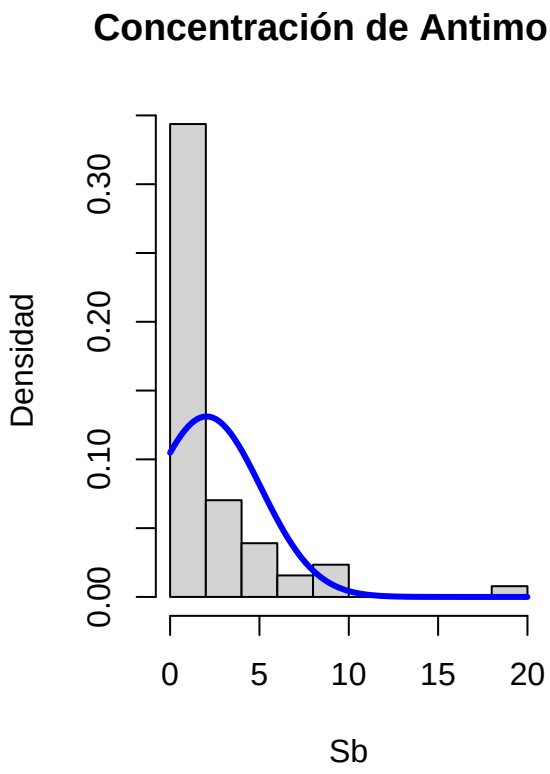
```r
plot(numericas.oro, pch=18,
     main="Representación de la variables As y Sb")
```



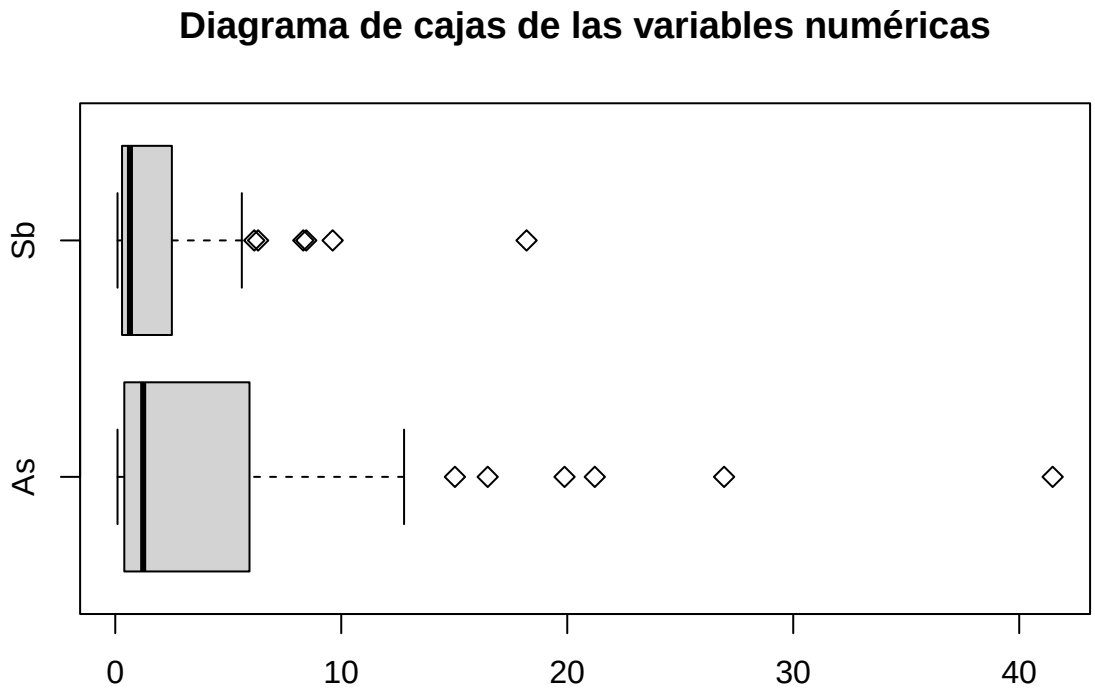
Este hecho se confirma también al mirar los histogramas y diagramas de cajas:

```r
old.par <- par(mfrow=c(1,2))
hist(As, freq=F, xlab="As", ylab = "Densidad",
     main="Concentración de Arsénico")
curve(dnorm(x,mean=mean(As), sd=sd(As)),
      col="blue", lwd=3, add=TRUE)

hist(Sb, freq=F, xlab="Sb", ylab = "Densidad",
     main="Concentración de Antimonio")
curve(dnorm(x,mean=mean(Sb), sd=sd(Sb)),
      col="blue", lwd=3, add=TRUE)
```






```
par(old.par)

boxplot(numericas.oro, horizontal=T, pch=5,
        main="Diagrama de cajas de las variables numéricas")
```



Distribución de la variable `Proximidad`:

```
table(Proximidad); table(Proximidad)/nrow(Oro)
```

```
## Proximidad
##  0  1
## 36 28
```

```
## Proximidad
##      0      1
## 0.5625 0.4375
```

Distribución de la variable `Corredor`:

```
table(Corredor)
```

```
## Corredor
##  0  1
## 32 32
```

Observamos que si los datos se encuentran en alguno de los corredores, suelen estar próximos a un depósito de oro y lejanos si no es así:

```
xtabs(~Proximidad + Corredor, data=Oro)
```

```
##           Corredor
## Proximidad  0  1
##          0 30  6
##          1  2 26
```

2. Modelo matemático

Dado que contamos con una muestra de n realizaciones $(\vec{X}^t, Y)$ con $\vec{X}^t = (X_1, \ldots, X_k)$ que asumimos independientes, y que la variable respuesta, `Proximidad`, es binaria (0 o 1), debemos de elegir un modelo que tenga esto en cuenta. En nuestro caso hemos elegido una transformación del modelo lineal, definida por la distribución logística de la ecuación 2.

$$F(z) = \frac{e^z}{1+e^z} = \frac{1}{1+e^{-z}} \tag{2}$$

Por tanto, nuestro modelo logístico quedaría de la forma

$$Y|(\vec{X} = \vec{X}_i) \sim Be(p_i), \quad p_i = \mathbb{P}(Y = 1|\vec{X}_i) = \frac{1}{1+e^{-\eta}} \tag{3}$$

Tal que

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 As + \beta_2 Sb + \tau I(Corredor = 1) \tag{4}$$

siendo $I(Corredor = 1)$ la variable indicadora para cuando Corredor toma el valor 1. Además,

$$1 - p_i = \mathbb{P}(Y = 0|\vec{X}_i) = 1 - \frac{1}{1+e^{-\eta}} = \frac{e^{-\eta}}{1+e^{-\eta}} \tag{5}$$

3. Interpretación del modelo

Para una mejor interpretación del modelo, podemos definir el **odds**$_i$ de manera que

$$odds_i = odds(Y|\vec{X}_i) = \frac{p_i}{1-p_i} = e^{\eta} = e^{\vec{\beta}^t \vec{X}_i} = e^{\beta_0} e^{\beta_1 X_{i1}} \cdots e^{\beta_k X_{ik}} \quad , \quad 1 \leq i \leq n \tag{6}$$

Este es un modelo multiplicativo, en el cual e^{β_0} es la respuesta cuando $\vec{X}_i = \vec{0}$, mientras que e^{β_j}, para $1 \leq j \leq k$, es el incremento multiplicativo $(e^{\beta_j})^l$ en el odds para algún incremento l en X_j

Si resulta que existe una variable binaria podemos utilizar el **odds-ratio**, que indica en qué medida el suceso $Y = 1$ es más posible que $Y = 0$ si $X = 1$ que si $X = 0$:

$$OR = \frac{\mathbb{P}(Y=1|X=1)/\mathbb{P}(Y=0|X=1)}{\mathbb{P}(Y=1|X=0)/\mathbb{P}(Y=0|X=0)} = \frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{e^{\beta_0}} \tag{7}$$

Si X es cualitativa podemos seguir aplicando el OR con $g-1$ variables *dummy*, siendo g el número de categorías.

También podemos expresar el modelo aplicando logaritmos a la ecuación 6, de manera que

$$\ln(\frac{p_i}{1-p_i}) = \eta = \vec{\beta}^t \vec{X}_i \tag{8}$$

Los cuales denominaremos como **logit**$_i$. Estos logits son interpretables mucho más fácilmente ya que son interpretables linealmente.

Finalmente, por lo comentado en el apartado del modelo matemático y en este, este modelo sigue las tres siguientes hipótesis estructurales:

1. Linealidad de los logits.
2. Respuesta binaria de la Y.
3. Independencia de las observaciones.

4. Inferencia

```
ajuste <- glm(Proximidad~., data=Oro, family="binomial")
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
summary(ajuste)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = Proximidad ~ ., family = "binomial", data = Oro)
##
## Deviance Residuals:
##      Min        1Q    Median        3Q       Max
## -1.28138  -0.06006  -0.04071   0.02446   2.32651
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)  -7.6096     3.1661  -2.403   0.0162 *
## As            1.2046     0.4899   2.459   0.0139 *
## Sb            1.4210     0.7301   1.946   0.0516 .
## Corredor1     3.1973     1.8911   1.691   0.0909 .
## ---
```

```
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##     Null deviance: 87.720  on 63  degrees of freedom
## Residual deviance: 14.194  on 60  degrees of freedom
## AIC: 22.194
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 9
```

Teniendo en cuenta la ecuación 8, los coeficientes ajustados y las variables significativas, el modelo quedaría como en la equación 9

$$ln(\frac{\hat{p}}{1-\hat{p}}) = \hat{\eta} = A + BAs + CSb + DI(Corredor = 1) \tag{9}$$

5. Bondad del ajuste