MR - Trabajo

Alicia Losada | alicia.losada.sanchez@udc.es María Cardoso | m.cardoso@udc.es
Nicolás Muñiz | nicolas.muniz@udc.es

11/12/2024

Regresión Lineal Múltiple

- Antes de empezar, cargamos los datos *OzonoLA.rda*

```
load("Datos/OzonoLA.rda")
attach(OzonoLA)
```

1. Análisis descriptivo

Para el análisis descriptivo de las variables podemos comenzar con una visión general de las variables mediante las funciones `str()` y `summary()`.

```
str(OzonoLA)
```

```
## 'data.frame':    203 obs. of  13 variables:
##  $ Mes        : int  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
##  $ DiaMes     : int  5 6 7 8 9 12 13 14 15 16 ...
##  $ DiaSemana  : int  1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 ...
##  $ Ozono      : num  5.34 5.77 3.69 3.89 5.76 6.39 4.73 4.35 3.94 7 ...
##  $ Pres_Alt   : int  5760 5720 5790 5790 5700 5720 5760 5780 5830 5870 ...
##  $ Vel_Viento : int  3 4 6 3 3 3 6 6 3 2 ...
##  $ Humedad    : int  51 69 19 25 73 44 33 19 19 19 ...
##  $ T_Sandburg : int  54 35 45 55 41 51 51 54 58 61 ...
##  $ T_ElMonte  : num  45.3 49.6 46.4 52.7 48 ...
##  $ Inv_Alt_b  : int  1450 1568 2631 554 2083 111 492 5000 1249 5000 ...
##  $ Grad_Pres  : int  25 15 -33 -28 23 9 -44 -44 -53 -67 ...
##  $ Inv_T_b    : num  57 53.8 54.1 64.8 52.5 ...
##  $ Visibilidad: int  60 60 100 250 120 150 40 200 250 200 ...
```

La salida de `str()` nos dice que los datos constan de 203 observaciones de 13 variables:

- `Mes`: Número del mes en el que se hicieron las observaciones (Entero)
- `DiaMes`: Número del día del mes en el que se hicieron las observaciones (Entero)
- `DíaSemana`: Número del día de la semana en el que se hicieron las observaciones (Entero)
- `Ozono`: Nivel de Ozono medido (Numérica)
- `Pres_Alt`: Altura en metros a la que se alcanza una presion de 500 milibares (Entero)
- `Vel_Viento`: Velocidad del viento en millas por hora en el Aeropuerto Internacional de Los Angeles (Entero)
- `Humedad`: Humedad en porcentaje en LAX (Entero)
- `T_Sandburg`: Temperatura (F) en Sandburg, CA (Entero)

- `T_ElMonte`: Temperatura (F) en El Monte, CA (Numérica)
- `Inv_ALt_b`: Inversion de la altura base (en pies) en LAX (Entero)
- `Grand_Pres`: Gradiente de presion de LAX a Daggett, CA (Entero)
- `Inv_T_b`: Inversion de la temperatura base (F) en LAX (Numérica)
- `Visibilidad`: Visibilidad (millas) evaluada en LAX (Entero)

```
summary(OzonoLA)
```

```
##       Mes             DiaMes       DiaSemana         Ozono          Pres_Alt
##  Min.   : 1.000   Min.   : 1.0   Min.   :1.000   Min.   : 0.72   Min.   :5320
##  1st Qu.: 3.000   1st Qu.: 9.0   1st Qu.:2.000   1st Qu.: 4.77   1st Qu.:5690
##  Median : 6.000   Median :15.0   Median :3.000   Median : 8.90   Median :5760
##  Mean   : 6.522   Mean   :15.7   Mean   :3.005   Mean   :11.37   Mean   :5746
##  3rd Qu.:10.000   3rd Qu.:23.0   3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:16.07   3rd Qu.:5830
##  Max.   :12.000   Max.   :31.0   Max.   :5.000   Max.   :37.98   Max.   :5950
##    Vel_Viento        Humedad        T_Sandburg      T_ElMonte
##  Min.   : 0.000   Min.   :19.00   Min.   :25.00   Min.   :27.68
##  1st Qu.: 3.000   1st Qu.:46.00   1st Qu.:51.50   1st Qu.:49.64
##  Median : 5.000   Median :64.00   Median :61.00   Median :56.48
##  Mean   : 4.867   Mean   :57.61   Mean   :61.11   Mean   :56.54
##  3rd Qu.: 6.000   3rd Qu.:73.00   3rd Qu.:71.00   3rd Qu.:66.20
##  Max.   :11.000   Max.   :93.00   Max.   :93.00   Max.   :82.58
##    Inv_Alt_b      Grad_Pres         Inv_T_b       Visibilidad
##  Min.   : 111   Min.   :-69.00   Min.   :27.50   Min.   :  0.0
##  1st Qu.: 869   1st Qu.:-14.00   1st Qu.:51.26   1st Qu.: 60.0
##  Median :2083   Median : 18.00   Median :60.98   Median :100.0
##  Mean   :2602   Mean   : 14.43   Mean   :60.69   Mean   :122.2
##  3rd Qu.:5000   3rd Qu.: 43.00   3rd Qu.:70.88   3rd Qu.:150.0
##  Max.   :5000   Max.   :107.00   Max.   :90.68   Max.   :350.0
```

Ahora realizaremos un análisis descriptivo de cada variable:

Análisis descriptivo de la variable `Mes` :

```
summary(Mes)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   1.000   3.000   6.000   6.522  10.000  12.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Mes)
```

```
## [1] 3.594998
```

```
IQR(Mes)
```

```
## [1] 7
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Mes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.03220505
```

```
kurtosis(Mes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.671129
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis menor que tres, las colas de la variable comparadas con una normal son más ligeras.

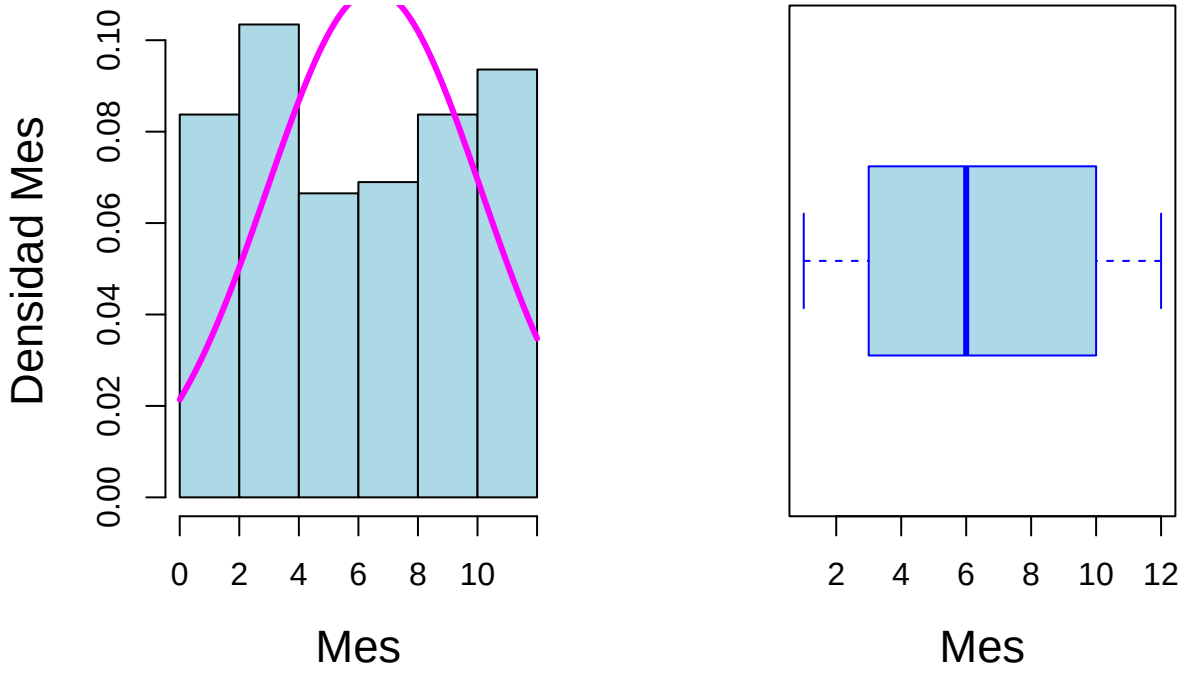
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Mes)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existe ningún registro atípico

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Mes, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Mes",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Mes", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Mes),sd=sd(Mes)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Mes, main = "", xlab="Mes",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `DiaMes` :

```
summary(Mes)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   1.000   3.000   6.000   6.522  10.000  12.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(DiaMes)
```

```
## [1] 8.569537
```

```
IQR(DiaMes)
```

```
## [1] 14
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(DiaMes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.0395616
```

```
kurtosis(DiaMes, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.868548
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis menor que tres, las colas de la variable comparadas con una normal son más ligeras.

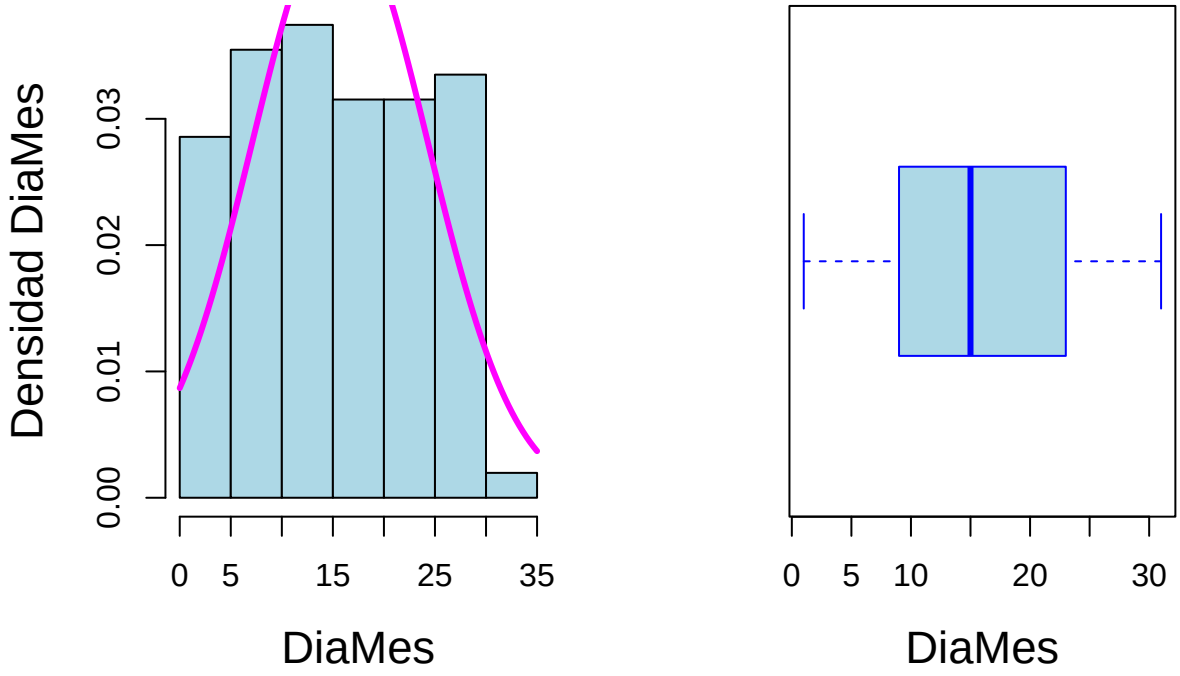
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(DiaMes)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existe ningún registro atípico

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(DiaMes, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="DiaMes",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad DiaMes", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(DiaMes),sd=sd(DiaMes)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(DiaMes, main = "", xlab="DiaMes",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `DiaSemana` :

```
summary(DiaSemana)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   1.000   2.000   3.000   3.005   4.000   5.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(DiaSemana)
```

```
## [1] 1.401899
```

```
IQR(DiaSemana)
```

```
## [1] 2
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(DiaSemana, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.04527053
```

```
kurtosis(DiaSemana, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.731687
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis menor que tres, las colas de la variable comparadas con una normal son más ligeras.

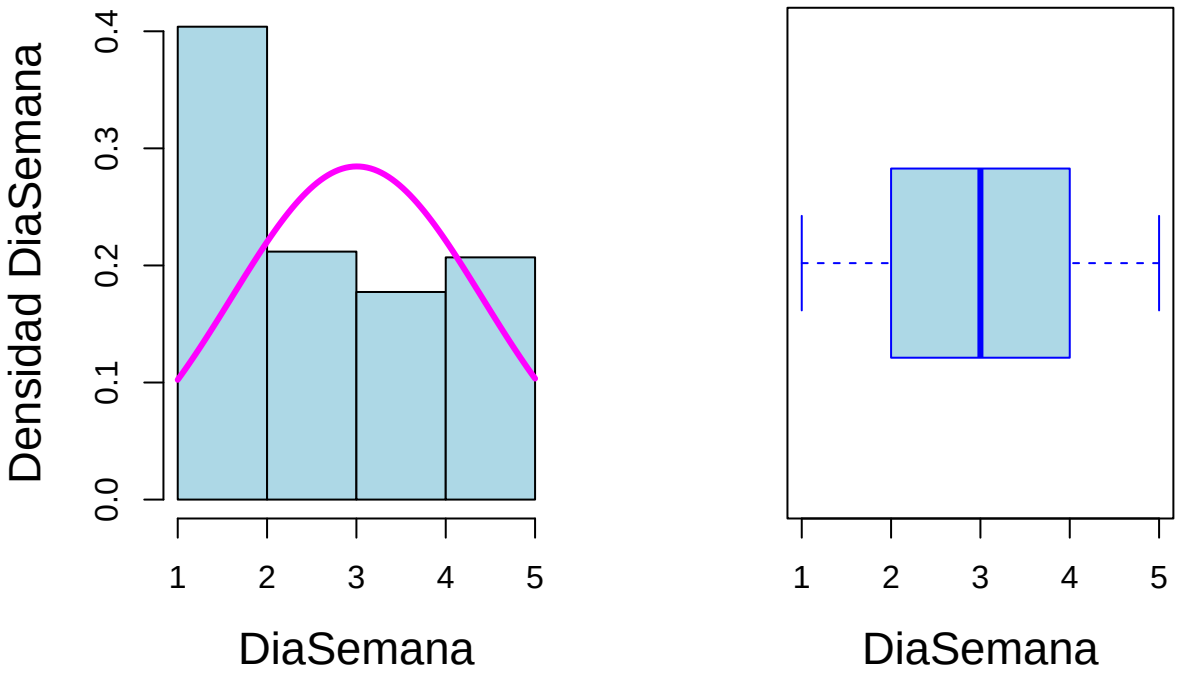
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(DiaSemana)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existe ningún registro atípico

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(DiaSemana, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="DiaSemana",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad DiaSemana", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(DiaSemana),sd=sd(DiaSemana)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(DiaSemana, main = "", xlab="DiaSemana",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Ozono` :

```
summary(Ozono)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##    0.72    4.77    8.90   11.37   16.07   37.98
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Ozono)
```

```
## [1] 8.192652
```

```
IQR(Ozono)
```

```
## [1] 11.305
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Ozono, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.9652702
```

```
kurtosis(Ozono, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 3.089498
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal

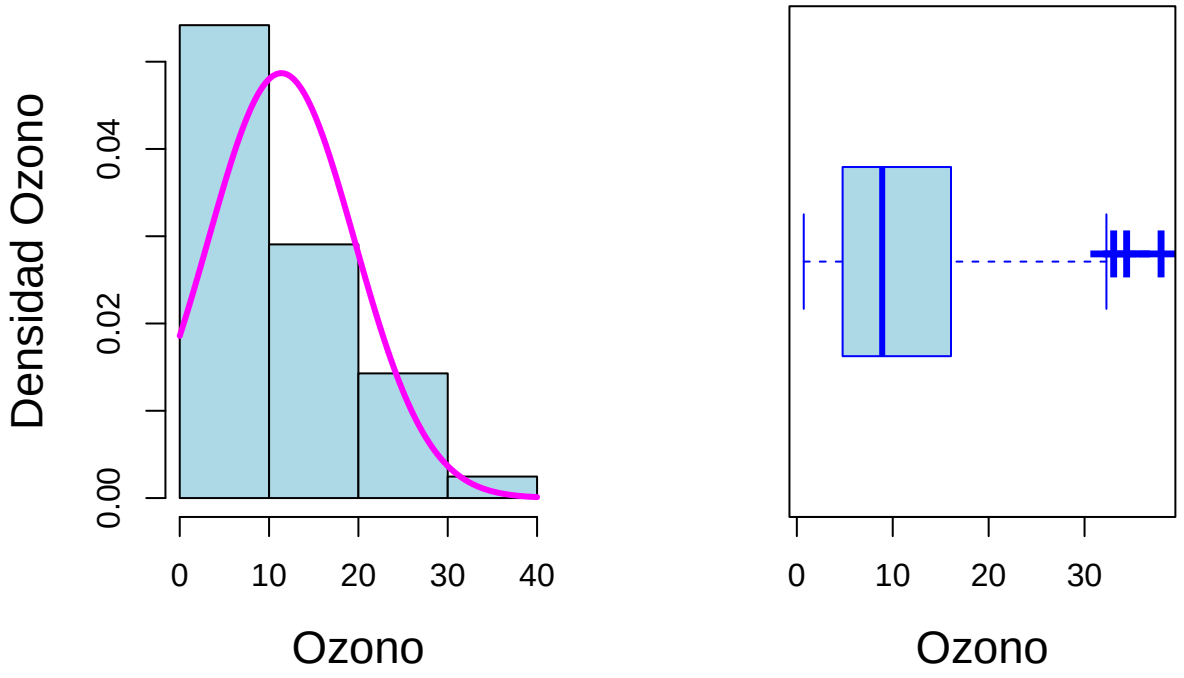
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Ozono)$out
```

```
## [1] 33.04 34.39 37.98
```

Como podemos ver existen 4 registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Ozono, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Ozono",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Ozono", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Ozono),sd=sd(Ozono)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Ozono, main = "", xlab="Ozono",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Pres_Alt` :

```
summary(Pres_Alt)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##    5320    5690    5760    5746    5830    5950
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Pres_Alt)
```

```
## [1] 113.0277
```

```
IQR(Pres_Alt)
```

```
## [1] 140
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Pres_Alt, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.9499496
```

```
kurtosis(Pres_Alt, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 4.198772
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es mayor a tres, las colas de la variable son más grandes que las de una normal.

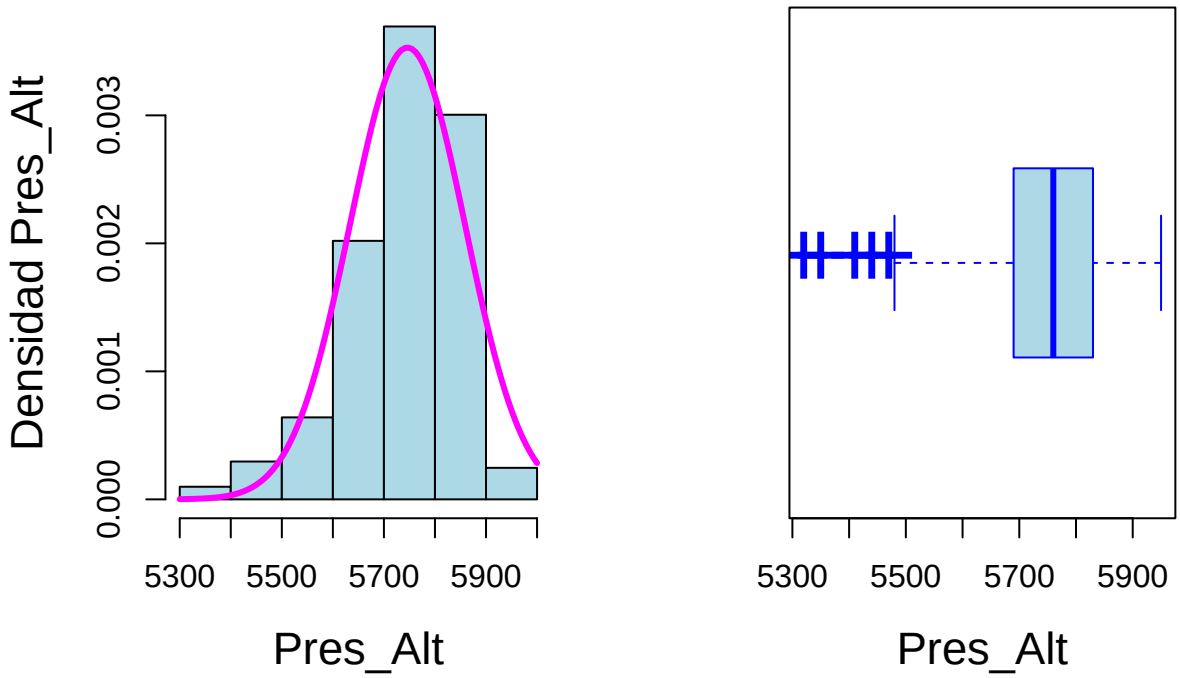
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Pres_Alt)$out
```

```
## [1] 5410 5350 5470 5320 5440
```

Como podemos ver existen 5 registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Pres_Alt, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Pres_Alt",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Pres_Alt", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Pres_Alt),sd=sd(Pres_Alt)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Pres_Alt, main = "", xlab="Pres_Alt",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Vel_Viento` :

```
summary(Vel_Viento)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   0.000   3.000   5.000   4.867   6.000  11.000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Vel_Viento)
```

```
## [1] 2.105402
```

```
IQR(Vel_Viento)
```

```
## [1] 3
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Vel_Viento, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.09612047
```

```
kurtosis(Vel_Viento, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 3.378636
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

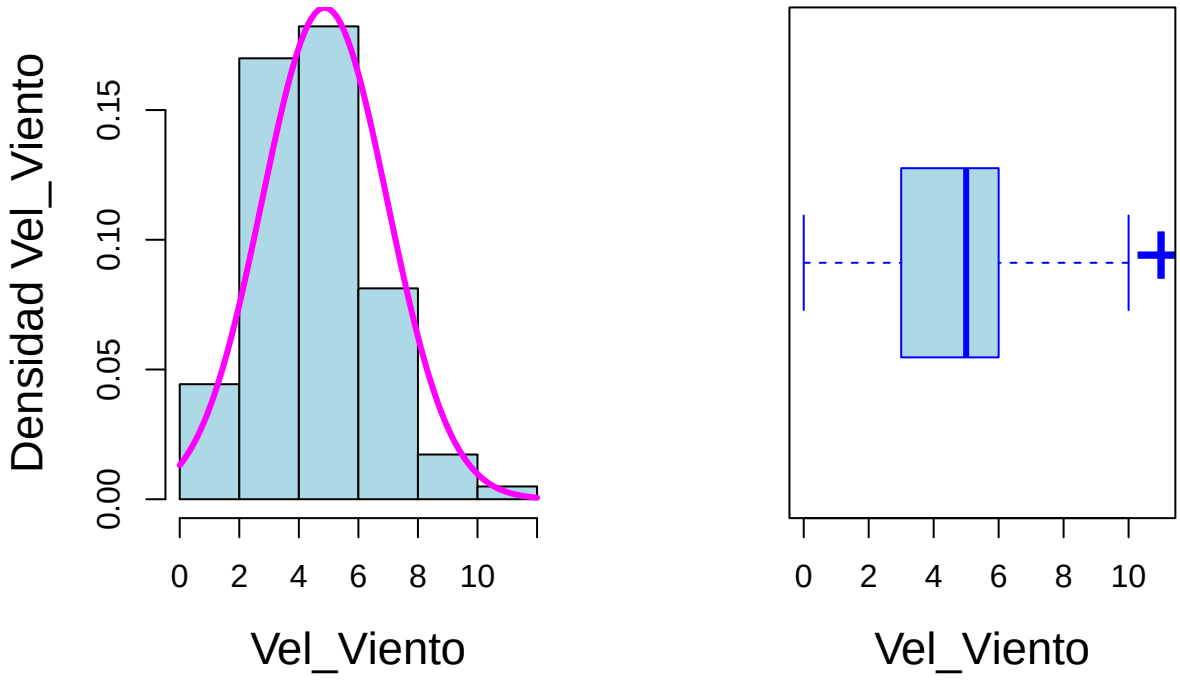
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Vel_Viento)$out
```

```
## [1] 11 11
```

Como podemos ver existen 2 registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Vel_Viento, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Vel_Viento",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Vel_Viento", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Vel_Viento),sd=sd(Vel_Viento)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Vel_Viento, main = "", xlab="Vel_Viento",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Humedad` :

```
summary(Humedad)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   19.00   46.00   64.00   57.61   73.00   93.00
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Humedad)
```

```
## [1] 20.84766
```

```
IQR(Humedad)
```

```
## [1] 27
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Humedad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.6935066
```

```
kurtosis(Humedad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.307891
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

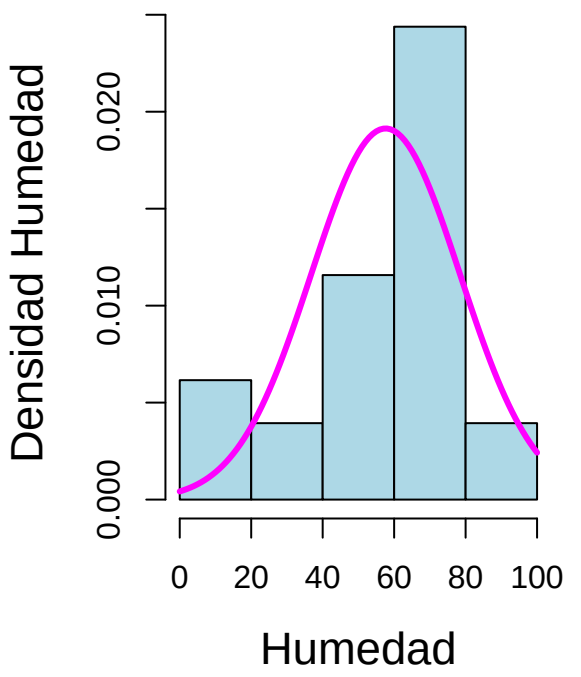
Vemos si hay registros atípicos

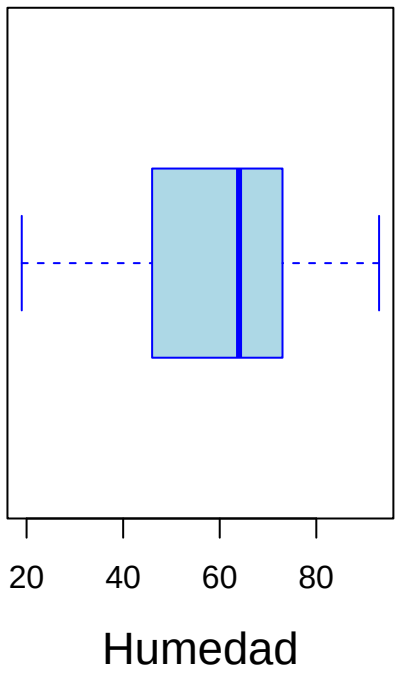
```
boxplot.stats(Humedad)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Humedad, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Humedad",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Humedad", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Humedad),sd=sd(Humedad)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Humedad, main = "", xlab="Humedad",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```





Análisis descriptivo de la variable `T_Sandburg` :

```
summary(T_Sandburg)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   25.00   51.50   61.00   61.11   71.00   93.00
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(T_Sandburg)
```

```
## [1] 14.20647
```

```
IQR(T_Sandburg)
```

```
## [1] 19.5
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(T_Sandburg, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.006212875
```

```
kurtosis(T_Sandburg, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.510297
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

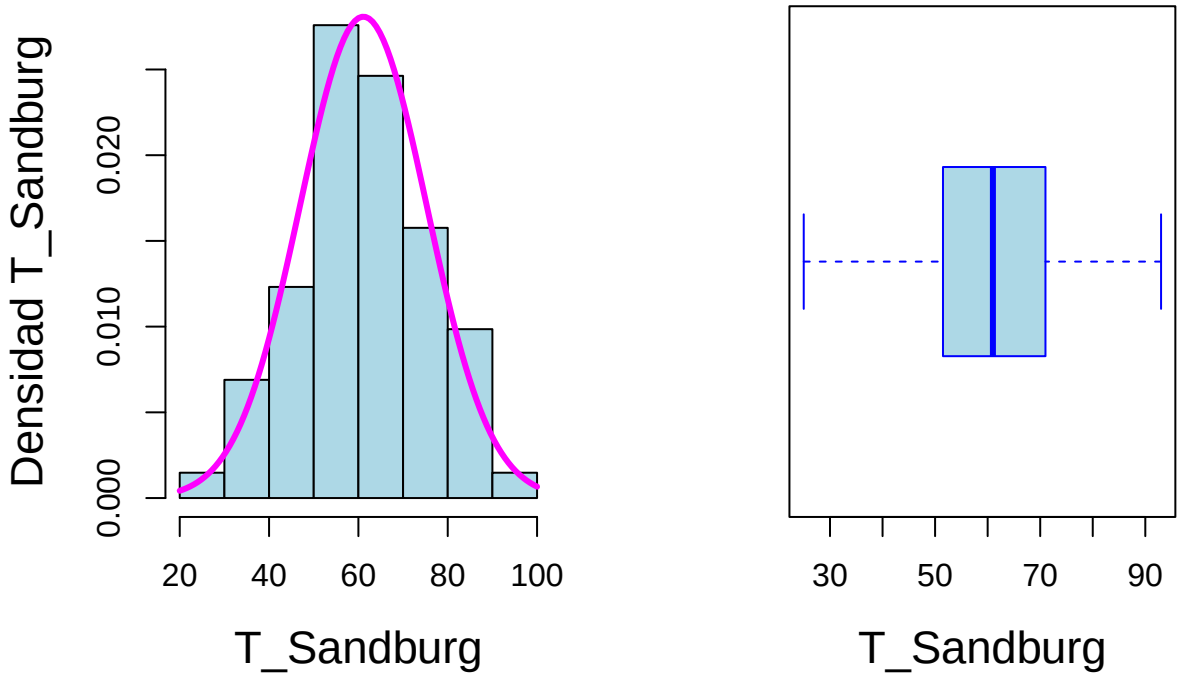
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(T_Sandburg)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```r
par(mfrow=c(1,2))
hist(T_Sandburg, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="T_Sandburg",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad T_Sandburg", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(T_Sandburg),sd=sd(T_Sandburg)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(T_Sandburg, main = "", xlab="T_Sandburg",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



- ANÁLISIS DESCRIPTIVO VARIABLE 'T_ElMonte'

```r
summary(T_ElMonte)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   27.68   49.64   56.48   56.54   66.20   82.58
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```r
sd(T_ElMonte)
```

```
## [1] 11.74267
```

```r
IQR(T_ElMonte)
```

```
## [1] 16.56
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```r
library(moments)
skewness(T_ElMonte, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.1025587
```

```r
kurtosis(T_ElMonte, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.486231
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es próximo a tres, las colas de la variable son similares a las de una normal.

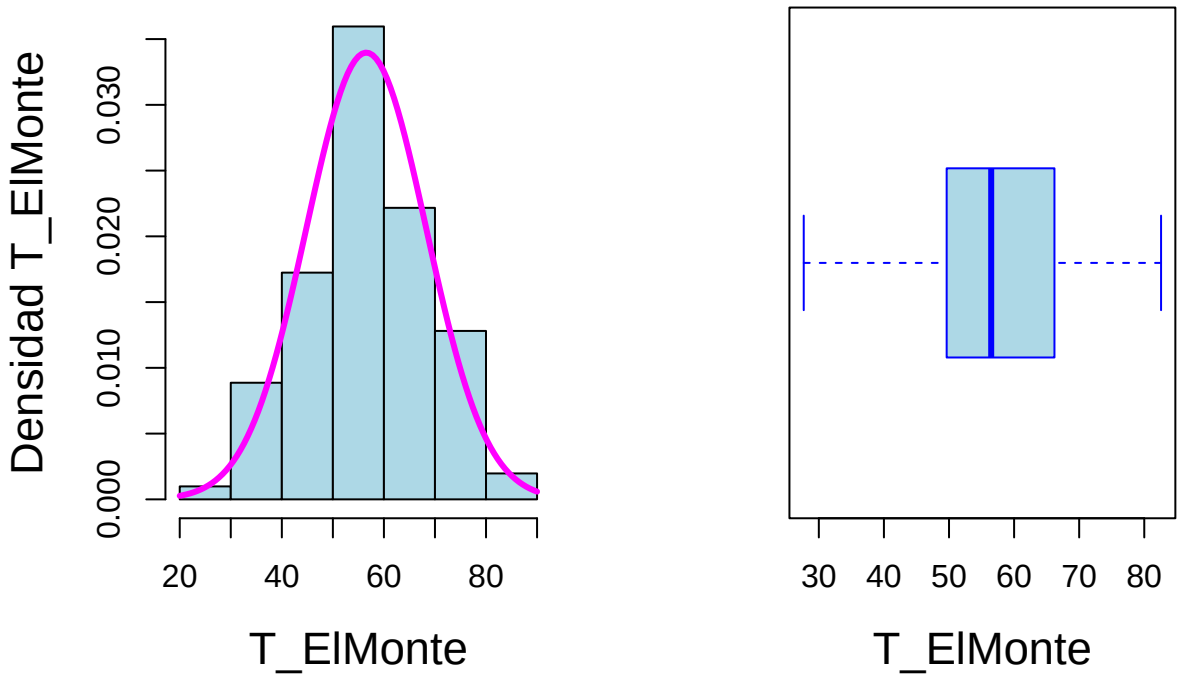
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(T_ElMonte)$out
```

```
## numeric(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(T_ElMonte, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="T_ElMonte",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad T_ElMonte", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(T_ElMonte),sd=sd(T_ElMonte)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(T_ElMonte, main = "", xlab="T_ElMonte",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Inv_Alt_b` :

```
summary(Inv_Alt_b)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##     111     869    2083    2602    5000    5000
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Inv_Alt_b)
```

```
## [1] 1859.889
```

```
IQR(Inv_Alt_b)
```

```
## [1] 4131
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Inv_Alt_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.2355015
```

```
kurtosis(Inv_Alt_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 1.374057
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es menor a tres, las colas de la variable son más ligeras a las de una normal.

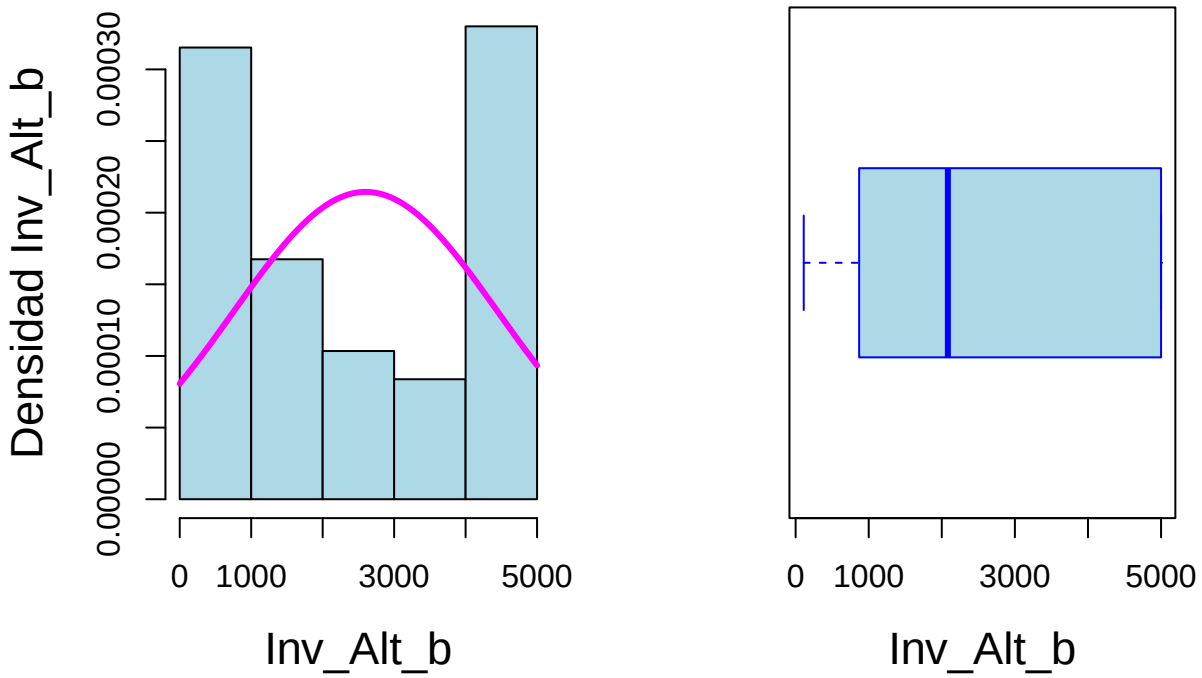
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Inv_Alt_b)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Inv_Alt_b, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Inv_Alt_b",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Inv_Alt_b", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Inv_Alt_b),sd=sd(Inv_Alt_b)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Inv_Alt_b, main = "", xlab="Inv_Alt_b",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Grad_Pres` :

```
summary(Grad_Pres)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##  -69.00  -14.00   18.00   14.43   43.00  107.00
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Grad_Pres)
```

```
## [1] 36.3172
```

```
IQR(Grad_Pres)
```

```
## [1] 57
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Grad_Pres, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.131977
```

```
kurtosis(Grad_Pres, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.316879
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es menor a tres, las colas de la variable son más ligeras a las de una normal.

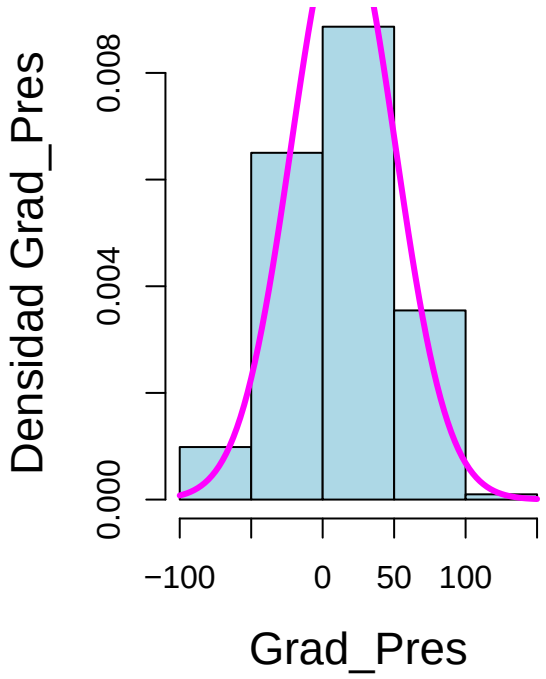
Vemos si hay registros atípicos

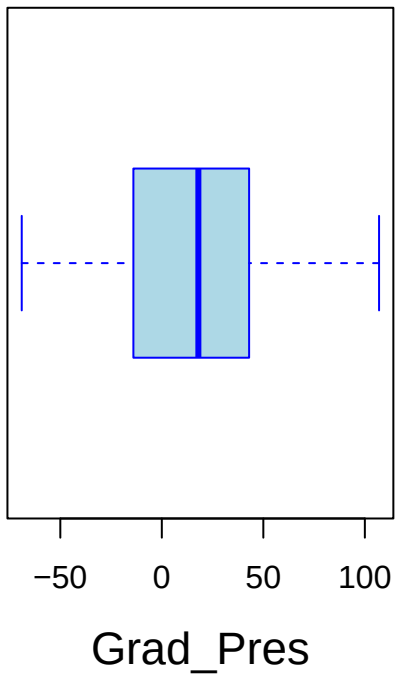
```
boxplot.stats(Grad_Pres)$out
```

```
## integer(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Grad_Pres, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Grad_Pres",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Grad_Pres", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Grad_Pres),sd=sd(Grad_Pres)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Grad_Pres, main = "", xlab="Grad_Pres",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```





Análisis descriptivo de la variable `Inv_T_b` :

```
summary(Inv_T_b)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   27.50   51.26   60.98   60.69   70.88   90.68
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Inv_T_b)
```

```
## [1] 14.12473
```

```
IQR(Inv_T_b)
```

```
## [1] 19.62
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Inv_T_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] -0.1886259
```

```
kurtosis(Inv_T_b, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.354789
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis es menor a tres, las colas de la variable son más ligeras a las de una normal.

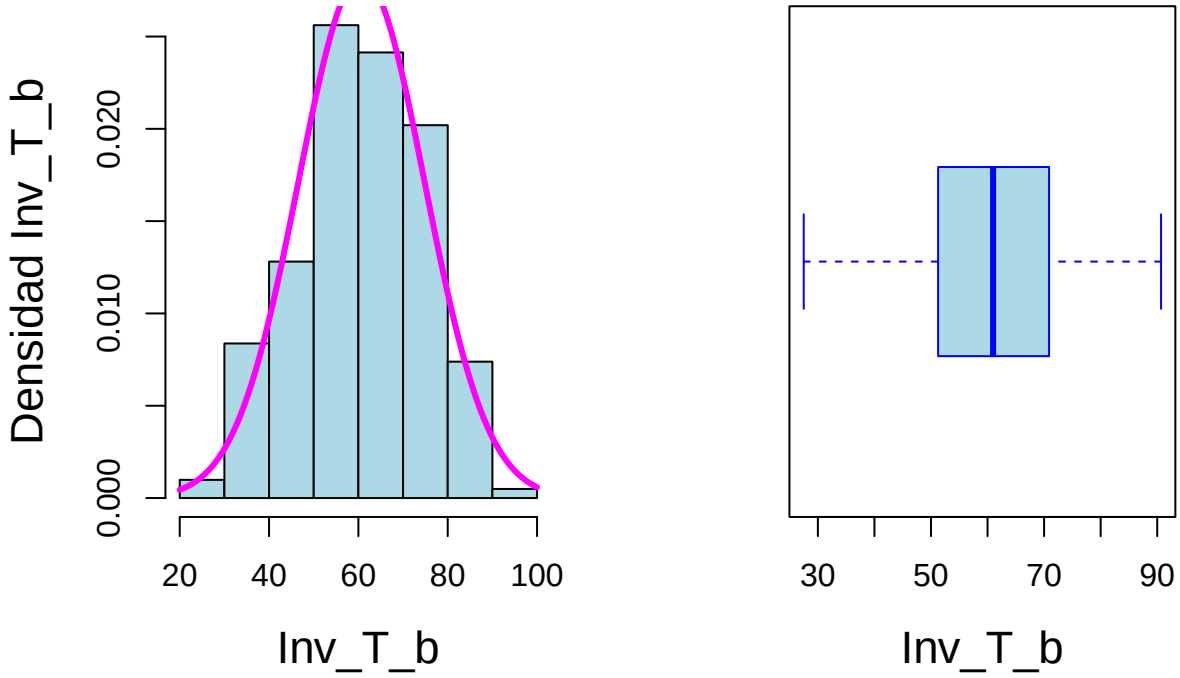
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Inv_T_b)$out
```

```
## numeric(0)
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Inv_T_b, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Inv_T_b",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Inv_T_b", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Inv_T_b),sd=sd(Inv_T_b)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Inv_T_b, main = "", xlab="Inv_T_b",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



Análisis descriptivo de la variable `Visibilidad` :

```
summary(Visibilidad)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##     0.0    60.0   100.0   122.2   150.0   350.0
```

Desviación típica y rango intercuartílico:

```
sd(Visibilidad)
```

```
## [1] 81.17132
```

```
IQR(Visibilidad)
```

```
## [1] 90
```

Evaluamos la asimetría y kurtoisis

```
library(moments)
skewness(Visibilidad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 0.8067613
```

```
kurtosis(Visibilidad, na.rm = FALSE)
```

```
## [1] 2.903426
```

Podemos ver que al ser el coeficiente de asimetría cercano a 0 que puede ser una variable simética y al ser el coeficiente de Kurtosis próximo a tres, las colas de la variable son próximas a las de una normal.

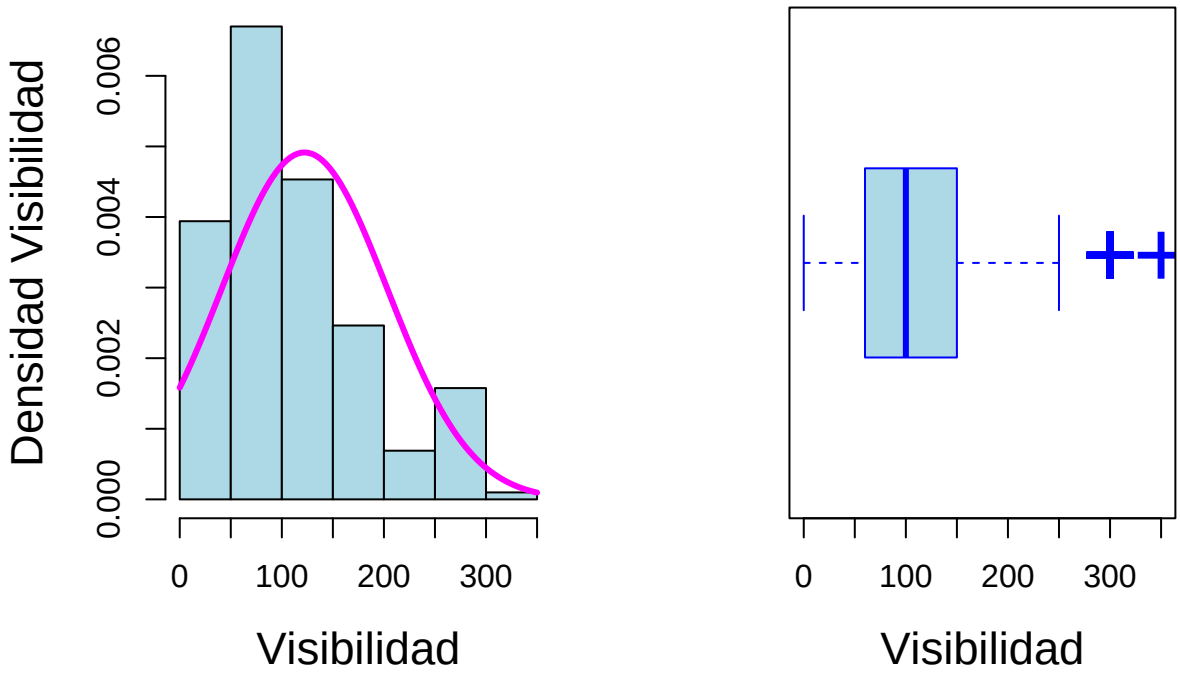
Vemos si hay registros atípicos

```
boxplot.stats(Visibilidad)$out
```

```
##  [1] 350 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300
```

Como podemos ver no existen registros atípicos

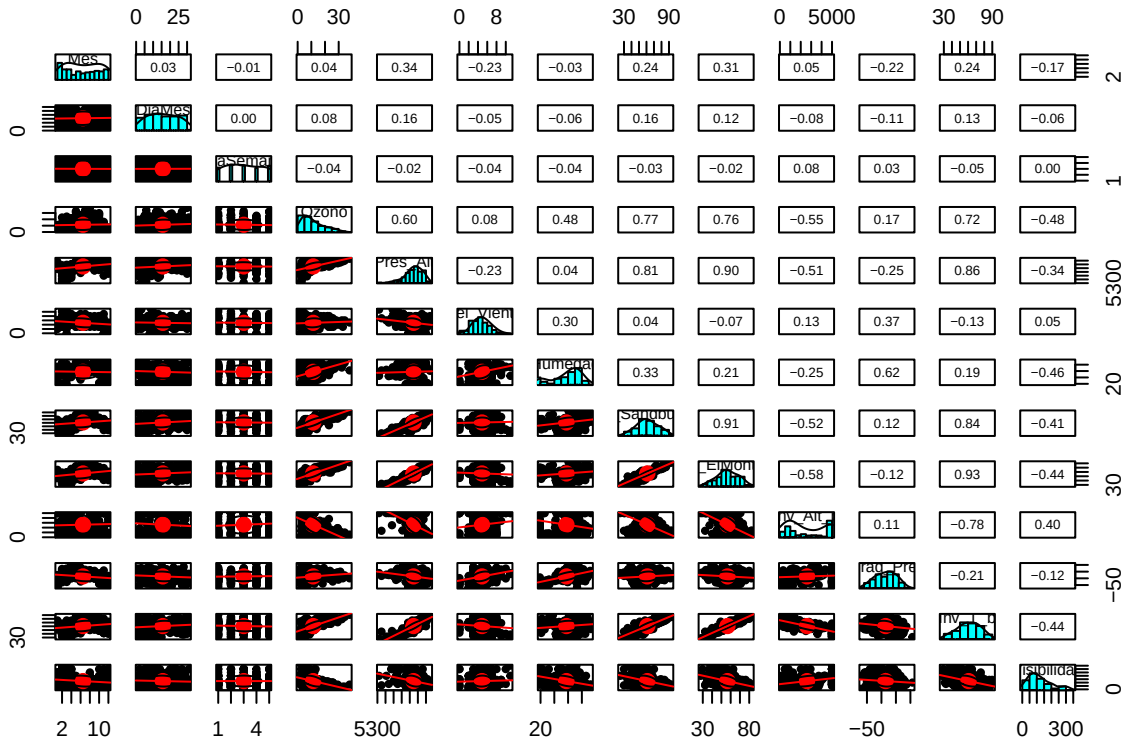
```
par(mfrow=c(1,2))
hist(Visibilidad, breaks=5,freq=FALSE, main = "", xlab="Visibilidad",
     cex.lab=1.4, ylab = "Densidad Visibilidad", col = "lightblue")
curve( dnorm(x,mean=mean(Visibilidad),sd=sd(Visibilidad)),
       col="magenta", lwd=3, add=TRUE)
boxplot(Visibilidad, main = "", xlab="Visibilidad",
        cex.lab=1.4, border = "blue", col= "lightblue", pch="+",
        horizontal = TRUE, cex=3)
```



2. Análisis de correlación

- Correlaciones simples bivariantes(análisis gráfico y numérico):

```
library(psych)
pairs.panels(OzonoLA, smooth = TRUE, density=TRUE, digits = 2,
             ellipses=TRUE, method="pearson", pch = 20,
             lm=TRUE, cor=TRUE)
```




```
cor(OzonoLA)
```

```
##                     Mes       DiaMes     DiaSemana       Ozono    Pres_Alt
## Mes          1.000000000  0.029780944 -6.406562e-03  0.04417525  0.33793183
## DiaMes       0.029780944  1.000000000  3.418381e-03  0.08364060  0.15808064
## DiaSemana   -0.006406562  0.003418381  1.000000e+00 -0.03750993 -0.02206218
## Ozono        0.044175248  0.083640605 -3.750993e-02  1.00000000  0.59612683
## Pres_Alt     0.337931827  0.158080640 -2.206218e-02  0.59612683  1.00000000
## Vel_Viento  -0.226893006 -0.046090839 -3.667633e-02  0.08179858 -0.23161673
## Humedad     -0.034727288 -0.064739863 -3.855381e-02  0.47947091  0.03869121
## T_Sandburg   0.235445072  0.157156363 -3.035349e-02  0.77335204  0.80633038
## T_ElMonte    0.314323892  0.117127229 -2.481044e-02  0.76001956  0.89689385
## Inv_Alt_b    0.045305170 -0.082352709  7.998485e-02 -0.55196217 -0.50891157
## Grad_Pres   -0.218837079 -0.111239793  3.418479e-02  0.17391799 -0.24549047
## Inv_T_b      0.236540625  0.127530054 -5.365959e-02  0.71756186  0.85642134
## Visibilidad -0.167796386 -0.057896954 -8.572216e-06 -0.47629112 -0.34272720
##                Vel_Viento     Humedad  T_Sandburg   T_ElMonte   Inv_Alt_b
## Mes          -0.22689301 -0.03472729  0.23544507  0.31432389  0.04530517
## DiaMes       -0.04609084 -0.06473986  0.15715636  0.11712723 -0.08235271
## DiaSemana    -0.03667633 -0.03855381 -0.03035349 -0.02481044  0.07998485
## Ozono         0.08179858  0.47947091  0.77335204  0.76001956 -0.55196217
## Pres_Alt     -0.23161673  0.03869121  0.80633038  0.89689385 -0.50891157
## Vel_Viento    1.00000000  0.30356343  0.04122208 -0.06983510  0.12834881
## Humedad       0.30356343  1.00000000  0.33132296  0.21158607 -0.24703914
## T_Sandburg    0.04122208  0.33132296  1.00000000  0.91396229 -0.51539621
## T_ElMonte    -0.06983510  0.21158607  0.91396229  1.00000000 -0.57965832
## Inv_Alt_b     0.12834881 -0.24703914 -0.51539621 -0.57965832  1.00000000
## Grad_Pres     0.37328762  0.62433536  0.11765666 -0.12091597  0.11350236
## Inv_T_b      -0.12959891  0.19101936  0.84310310  0.93080989 -0.78286145
## Visibilidad  0.04534341 -0.45750232 -0.41038641 -0.43897902  0.39669789
##                Grad_Pres     Inv_T_b   Visibilidad
```

```
## Mes         -0.21883708  0.23654062 -1.677964e-01
## DiaMes      -0.11123979  0.12753005 -5.789695e-02
## DiaSemana    0.03418479 -0.05365959 -8.572216e-06
## Ozono        0.17391799  0.71756186 -4.762911e-01
## Pres_Alt    -0.24549047  0.85642134 -3.427272e-01
## Vel_Viento   0.37328762 -0.12959891  4.534341e-02
## Humedad      0.62433536  0.19101936 -4.575023e-01
## T_Sandburg   0.11765666  0.84310310 -4.103864e-01
## T_ElMonte   -0.12091597  0.93080989 -4.389790e-01
## Inv_Alt_b    0.11350236 -0.78286145  3.966979e-01
## Grad_Pres    1.00000000 -0.20663872 -1.200549e-01
## Inv_T_b     -0.20663872  1.00000000 -4.377177e-01
## Visibilidad -0.12005488 -0.43771768  1.000000e+00
```

- Correlaciones parciales:

```
partial.r(OzonoLA)
```

```
##                      Mes      DiaMes    DiaSemana        Ozono     Pres_Alt
## Mes          1.000000000 -0.01473632 -0.029646884 -0.239632308 -0.008364478
## DiaMes      -0.014736319  1.00000000  0.017131467  0.023224469  0.074079502
## DiaSemana   -0.029646884  0.01713147  1.000000000 -0.015463849 -0.014083279
## Ozono       -0.239632308  0.02322447 -0.015463849  1.000000000 -0.134822542
## Pres_Alt    -0.008364478  0.07407950 -0.014083279 -0.134822542  1.000000000
## Vel_Viento  -0.192898039  0.01519492 -0.052672027 -0.040039195 -0.292700944
## Humedad      0.160860221 -0.03992322 -0.050358261  0.262774072 -0.095321178
## T_Sandburg   0.008578204  0.20842819 -0.037515653  0.141155532  0.108888567
## T_ElMonte    0.131026789 -0.12847809  0.050717722  0.312487718  0.344311253
## Inv_Alt_b    0.230043843 -0.02868566  0.036820690 -0.111064127  0.120880379
## Grad_Pres   -0.127208517 -0.13665426  0.068684046  0.001780773 -0.044096421
## Inv_T_b      0.048692150 -0.02999001 -0.008230412 -0.076866881  0.140848869
## Visibilidad -0.108506988 -0.06279200 -0.037003418 -0.074160846  0.014979648
##               Vel_Viento     Humedad   T_Sandburg   T_ElMonte   Inv_Alt_b
## Mes         -0.19289804  0.16086022  0.008578204  0.13102679  0.23004384
## DiaMes       0.01519492 -0.03992322  0.208428191 -0.12847809 -0.02868566
## DiaSemana   -0.05267203 -0.05035826 -0.037515653  0.05071772  0.03682069
## Ozono       -0.04003920  0.26277407  0.141155532  0.31248772 -0.11106413
## Pres_Alt    -0.29270094 -0.09532118  0.108888567  0.34431125  0.12088038
## Vel_Viento   1.00000000  0.15651029  0.089387359  0.11902520  0.11170466
## Humedad      0.15651029  1.00000000 -0.044727403 -0.04353431 -0.05762633
## T_Sandburg   0.08938736 -0.04472740  1.000000000  0.35489823  0.18928541
## T_ElMonte    0.11902520 -0.04353431  0.354898232  1.00000000  0.39942102
## Inv_Alt_b    0.11170466 -0.05762633  0.189285412  0.39942102  1.00000000
## Grad_Pres    0.05542912  0.50554293  0.498084949 -0.05195235 -0.15571589
## Inv_T_b      0.01217894  0.06712657  0.229456614  0.57959707 -0.81884177
## Visibilidad  0.11148387 -0.32142715  0.085393863 -0.12200008  0.09905698
##                Grad_Pres      Inv_T_b Visibilidad
## Mes         -0.127208517  0.048692150 -0.10850699
## DiaMes      -0.136654263 -0.029990011 -0.06279200
## DiaSemana    0.068684046 -0.008230412 -0.03700342
## Ozono        0.001780773 -0.076866881 -0.07416085
## Pres_Alt    -0.044096421  0.140848869  0.01497965
## Vel_Viento   0.055429122  0.012178940  0.11148387
## Humedad      0.505542925  0.067126570 -0.32142715
## T_Sandburg   0.498084949  0.229456614  0.08539386
```

```
## T_ElMonte   -0.051952353  0.579597071 -0.12200008
## Inv_Alt_b   -0.155715887 -0.818841765  0.09905698
## Grad_Pres    1.000000000 -0.326942874  0.01948577
## Inv_T_b     -0.326942874  1.000000000  0.03558761
## Visibilidad  0.019485768  0.035587611  1.00000000
```

3. Modelo matemático

$$\mathbb{E}(\vec{Y}|\boldsymbol{X}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_{ij} \tag{1}$$

```
MOD_FULL <- lm(Ozono~., data=OzonoLA)
MOD_FULL
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Ozono ~ ., data = OzonoLA)
##
## Coefficients:
## (Intercept)          Mes       DiaMes    DiaSemana     Pres_Alt   Vel_Viento
##  55.4279486   -0.3431326    0.0120308   -0.0473689   -0.0133495   -0.0959961
##     Humedad   T_Sandburg    T_ElMonte    Inv_Alt_b    Grad_Pres      Inv_T_b
##   0.0880372    0.1366231    0.5597690   -0.0006176    0.0003624   -0.1244500
## Visibilidad
##  -0.0049469
```

```
coef(MOD_FULL)
```

```
##   (Intercept)           Mes        DiaMes     DiaSemana      Pres_Alt
## 55.4279486216 -0.3431325880  0.0120307523 -0.0473688814 -0.0133495197
##    Vel_Viento       Humedad    T_Sandburg     T_ElMonte     Inv_Alt_b
## -0.0959961221  0.0880371866  0.1366230525  0.5597690142 -0.0006175971
##     Grad_Pres       Inv_T_b   Visibilidad
##  0.0003623595 -0.1244500321 -0.0049468590
```

$\text{Ozono} = 55.428 - 0.343 Mes + 0.012 Diames - 0.047 DiaSeman - 0.0133 Pres\_Alt - 0.096 Vel\_Viento + 0.088 Humedad + 0.1366 T\_Sandburg + 0.5598 T\_ElMonte - 0.0006 Inv\_Alt\_b + 0.0004 Grad\_Pres - 0.124 Inv\_T\_b - 0.005 Visibilidad$

```
( MSSR <- summary(MOD_FULL)$sigma^2 )
```

```
## [1] 19.24102
```

```
( gl.R <- MOD_FULL$df )
```

```
## [1] 190
```

```
( gl.E <- MOD_FULL$rank )
```

```
## [1] 13
```

4. Análisis de multicolinealidad

```
summary(MOD_FULL)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Ozono ~ ., data = OzonoLA)
```

```
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -11.0342  -2.8582  -0.4764   2.6584  12.7160
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 55.4279486 37.6060409   1.474 0.142161
## Mes         -0.3431326  0.1008551  -3.402 0.000815 ***
## DiaMes       0.0120308  0.0375710   0.320 0.749158
## DiaSemana   -0.0473689  0.2222014  -0.213 0.831415
## Pres_Alt    -0.0133495  0.0071178  -1.876 0.062255 .
## Vel_Viento  -0.0959961  0.1737974  -0.552 0.581361
## Humedad      0.0880372  0.0234515   3.754 0.000231 ***
## T_Sandburg   0.1366231  0.0695151   1.965 0.050828 .
## T_ElMonte    0.5597690  0.1234488   4.534 1.02e-05 ***
## Inv_Alt_b   -0.0006176  0.0004009  -1.540 0.125116
## Grad_Pres    0.0003624  0.0147623   0.025 0.980443
## Inv_T_b     -0.1244500  0.1171095  -1.063 0.289275
## Visibilidad -0.0049469  0.0048259  -1.025 0.306638
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.386 on 190 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7304, Adjusted R-squared:  0.7133
## F-statistic: 42.89 on 12 and 190 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Obtenemos que muchos de los coeficientes son no significativos, por lo que debemos hacer una selección de las variables. No obstante, como esto se puede deber a la presencia de multicolinealidad, vamos a analizarla.

Para ello, utilizaremos la librería "mctest", que proporciona un análisis completo de multicolinealidad:

```
library(mctest)
mctest(MOD_FULL, type="o")
```

```
##
## Call:
## omcdiag(mod = mod, Inter = TRUE, detr = detr, red = red, conf = conf,
##     theil = theil, cn = cn)
##
##
## Overall Multicollinearity Diagnostics
##
##                        MC Results detection
## Determinant |X'X|:         0.0001         1
## Farrar Chi-Square:      1900.8790         1
## Red Indicator:             0.3656         0
## Sum of Lambda Inverse:    85.6887         1
## Theil's Method:           -1.2174         0
## Condition Number:        586.6642         1
##
## 1 --> COLLINEARITY is detected by the test
## 0 --> COLLINEARITY is not detected by the test
```

Este test proporciona 6 medidas, de las cuales 4 indican que estamos ante un caso en el que la multicolinealidad está presente.

Para solucionar esto y conseguir un ajuste correcto, sobre el que hacer inferencia debemos hacer una selección de variables.

5. Selección del modelo

Para hacer la selección del modelo, utilizaremos la selección sistemática por STEPWISE, utilizando como criterio el AIC del modelo. Elegimos este método de selección por ser el mejor, al permitir incluir y eliminar variables a lo largo del proceso.

Primero, definimos el modelo con solo el intercept.

```
Mod_NULL <- lm(Ozono ~ 1, data = OzonoLA)
```

Ahora, aplicaremos la siguiente función para obtener el modelo óptimo:

```
stepMod <- step(Mod_NULL, direction = "both", trace = 1,
                scope = list(lower = Mod_NULL,
                             upper = MOD_FULL) )
```

```
## Start:  AIC=854.91
## Ozono ~ 1
##
##               Df Sum of Sq     RSS    AIC
## + T_Sandburg   1    8108.8  5449.4 671.88
## + T_ElMonte    1    7831.6  5726.6 681.95
## + Inv_T_b      1    6981.0  6577.1 710.06
## + Pres_Alt     1    4818.1  8740.0 767.78
## + Inv_Alt_b    1    4130.7  9427.5 783.15
## + Humedad      1    3116.9 10441.2 803.88
## + Visibilidad  1    3075.7 10482.4 804.68
## + Grad_Pres    1     410.1 13148.0 850.68
## <none>                     13558.1 854.91
## + DiaMes       1      94.8 13463.3 855.49
## + Vel_Viento   1      90.7 13467.4 855.55
## + Mes          1      26.5 13531.7 856.52
## + DiaSemana    1      19.1 13539.1 856.63
##
## Step:  AIC=671.88
## Ozono ~ T_Sandburg
##
##               Df Sum of Sq     RSS    AIC
## + Humedad      1     759.0  4690.4 643.43
## + Inv_Alt_b    1     434.3  5015.0 657.02
## + Visibilidad  1     411.8  5037.6 657.93
## + Mes          1     273.0  5176.4 663.45
## + T_ElMonte    1     233.1  5216.3 665.01
## + Inv_T_b      1     201.4  5247.9 666.23
## + Grad_Pres    1      94.5  5354.8 670.33
## <none>                     5449.4 671.88
## + Vel_Viento   1      33.8  5415.5 672.62
## + Pres_Alt     1      29.2  5420.2 672.79
## + DiaMes       1      20.0  5429.4 673.14
## + DiaSemana    1       2.7  5446.7 673.78
## - T_Sandburg   1    8108.8 13558.1 854.91
##
## Step:  AIC=643.43
```

```
## Ozono ~ T_Sandburg + Humedad
##
##                Df Sum of Sq     RSS    AIC
## + T_ElMonte     1     505.3  4185.1 622.29
## + Inv_T_b       1     371.8  4318.5 628.67
## + Inv_Alt_b     1     335.7  4354.6 630.35
## + Mes           1     175.2  4515.2 637.70
## + Visibilidad   1     116.1  4574.2 640.34
## + Grad_Pres     1      92.0  4598.4 641.41
## <none>                       4690.4 643.43
## + Pres_Alt      1      41.5  4648.9 643.63
## + Vel_Viento    1       7.8  4682.6 645.09
## + DiaMes        1       1.0  4689.3 645.39
## + DiaSemana     1       0.6  4689.7 645.40
## - Humedad       1     759.0  5449.4 671.88
## - T_Sandburg    1    5750.9 10441.2 803.88
##
## Step:  AIC=622.29
## Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte
##
##                Df Sum of Sq    RSS    AIC
## + Mes           1    358.12 3827.0 606.13
## + Inv_Alt_b     1    126.22 4058.9 618.08
## + Pres_Alt      1    108.61 4076.5 618.96
## <none>                      4185.1 622.29
## + Visibilidad   1     19.69 4165.4 623.34
## + Inv_T_b       1     18.92 4166.2 623.37
## + Grad_Pres     1     11.28 4173.8 623.75
## + Vel_Viento    1      3.68 4181.4 624.11
## + DiaMes        1      1.50 4183.6 624.22
## + DiaSemana     1      0.65 4184.4 624.26
## - T_Sandburg    1    100.19 4285.3 625.10
## - T_ElMonte     1    505.29 4690.4 643.43
## - Humedad       1   1031.23 5216.3 665.01
##
## Step:  AIC=606.13
## Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes
##
##                Df Sum of Sq    RSS    AIC
## + Pres_Alt      1     70.84 3756.1 604.34
## <none>                      3827.0 606.13
## + Inv_Alt_b     1     34.70 3792.3 606.28
## + Visibilidad   1     34.59 3792.4 606.29
## - T_Sandburg    1     63.90 3890.9 607.50
## + Vel_Viento    1      2.21 3824.8 608.02
## + DiaMes        1      1.48 3825.5 608.06
## + Inv_T_b       1      1.30 3825.7 608.07
## + Grad_Pres     1      0.91 3826.1 608.09
## + DiaSemana     1      0.74 3826.2 608.09
## - Mes           1    358.12 4185.1 622.29
## - T_ElMonte     1    688.22 4515.2 637.70
## - Humedad       1    946.87 4773.8 649.01
##
## Step:  AIC=604.34
```

```
## Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes + Pres_Alt
##
##               Df Sum of Sq    RSS    AIC
## + Inv_Alt_b    1     41.91 3714.2 604.06
## <none>                     3756.1 604.34
## + Visibilidad  1     36.56 3719.6 604.36
## + Vel_Viento   1     18.08 3738.0 605.36
## + Inv_T_b      1      6.40 3749.7 606.00
## + DiaMes       1      3.86 3752.3 606.13
## - Pres_Alt     1     70.84 3827.0 606.13
## - T_Sandburg   1     72.62 3828.7 606.23
## + DiaSemana    1      0.92 3755.2 606.29
## + Grad_Pres    1      0.07 3756.1 606.34
## - Mes          1    320.34 4076.5 618.96
## - T_ElMonte    1    664.43 4420.6 635.41
## - Humedad      1    678.82 4434.9 636.07
##
## Step:  AIC=604.06
## Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes + Pres_Alt + Inv_Alt_b
##
##               Df Sum of Sq    RSS    AIC
## <none>                     3714.2 604.06
## - Inv_Alt_b    1     41.91 3756.1 604.34
## + Inv_T_b      1     26.12 3688.1 604.63
## + Visibilidad  1     25.74 3688.5 604.65
## + Vel_Viento   1      8.67 3705.5 605.59
## + DiaMes       1      2.73 3711.5 605.91
## + Grad_Pres    1      1.61 3712.6 605.98
## + DiaSemana    1      0.19 3714.0 606.05
## - Pres_Alt     1     78.05 3792.3 606.28
## - T_Sandburg   1     87.87 3802.1 606.81
## - Mes          1    228.30 3942.5 614.17
## - T_ElMonte    1    515.95 4230.2 628.47
## - Humedad      1    596.56 4310.8 632.30
```

```
summary((stepMod))
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes +
##     Pres_Alt + Inv_Alt_b, data = OzonoLA)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -11.0749  -3.0474  -0.1831   2.7775  12.6395
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 51.3444845 35.1290934   1.462 0.145454
## T_Sandburg   0.1242673  0.0577088   2.153 0.032513 *
## Humedad      0.0975694  0.0173897   5.611 6.80e-08 ***
## T_ElMonte    0.4743962  0.0909164   5.218 4.59e-07 ***
## Mes         -0.3324536  0.0957810  -3.471 0.000638 ***
## Pres_Alt    -0.0134013  0.0066034  -2.029 0.043763 *
## Inv_Alt_b   -0.0003211  0.0002159  -1.487 0.138571
```

```
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.353 on 196 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.7261, Adjusted R-squared:  0.7177
## F-statistic: 86.58 on 6 and 196 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

El modelo resultante de la selección secuencial es: Ozono = 51.3444845 - 0.3324536*Mes* - 0.0134013 *Pres_Alt* + 0.0975694*Humedad* + 0.1242673*T_Sandburg* + 0.4743962*T_ElMonte* - 0.0003211*Inv_Alt_b*

No obstante, con un 10% de significación, la variable Inv_Alt_b no es significativa, por lo que examinaremos si se debe excluir del modelo:

```
ajuste_sin_inv_alt_b <- update(stepMod, .~.-Inv_Alt_b)
```

Lo comprobaremos con un anova de modelos anidados:

```
anova(ajuste_sin_inv_alt_b, stepMod)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes + Pres_Alt
## Model 2: Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes + Pres_Alt + Inv_Alt_b
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1    197 3756.1
## 2    196 3714.2  1    41.913 2.2117 0.1386
```

Prueba no significativa, por lo que nos quedamos con el modelo sin la variable.

```
ajuste <- ajuste_sin_inv_alt_b
```

Comprobaremos si es mejor que el modelo completo, utilizando un anova de modelos anidados:

```
anova(ajuste, MOD_FULL)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes + Pres_Alt
## Model 2: Ozono ~ Mes + DiaMes + DiaSemana + Pres_Alt + Vel_Viento + Humedad +
##     T_Sandburg + T_ElMonte + Inv_Alt_b + Grad_Pres + Inv_T_b +
##     Visibilidad
##   Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F Pr(>F)
## 1    197 3756.1
## 2    190 3655.8  7    100.33 0.7449 0.6342
```

El resultado es no significativo, por lo que la selección ha merecido la pena.

6. Inferencia modelo

Ahora ya podemos comenzar la inferencia.

```
summary(ajuste)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Ozono ~ T_Sandburg + Humedad + T_ElMonte + Mes +
##     Pres_Alt, data = OzonoLA)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
```

```
## -10.7435  -2.9604   0.0761   2.9540  12.5572
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 45.210973  34.993284   1.292   0.1979
## T_Sandburg   0.111767   0.057269   1.952   0.0524 .
## Humedad      0.102313   0.017147   5.967 1.11e-08 ***
## T_ElMonte    0.514331   0.087127   5.903 1.54e-08 ***
## Mes         -0.375442   0.091596  -4.099 6.06e-05 ***
## Pres_Alt    -0.012738   0.006609  -1.928   0.0554 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 4.367 on 197 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.723,  Adjusted R-squared:  0.7159
## F-statistic: 102.8 on 5 and 197 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Las únicas variables que parecen ser significativas son Mes, Humedad y T_ElMonte. También podemos considerar que son bastante significativas, pero no tanto, las variables T_Sandburg y Pres_Alt. Por otra parte, según el coeficiente de bondad, con este ajuste podemos explicar el 73,04% de la variabilidad de los datos. Por último, gracias a la última linea del summary deducimos que es mejor este ajuste en comparación al modelo que contiene únicamente el intercept, debido al p-valor $<$ 2.2e-16.

7. Validación modelo seleccionado

Por abreviar la notación, tenemos:

```
MS <- ajuste  # Ajuste modelo elegido.
MC <- MOD_FULL # Ajuste modelo completo
```

Primero, calculamos el coeficiente de robusted del ajuste:

```
library(DAAG)
( B2 <- sum(residuals(MS)^2)/press(MS) )
```

```
## [1] 0.9442346
```

Elevado y superior al del modelo completo

```
sum(residuals(MC)^2)/press(MC)
```

```
## [1] 0.8823052
```

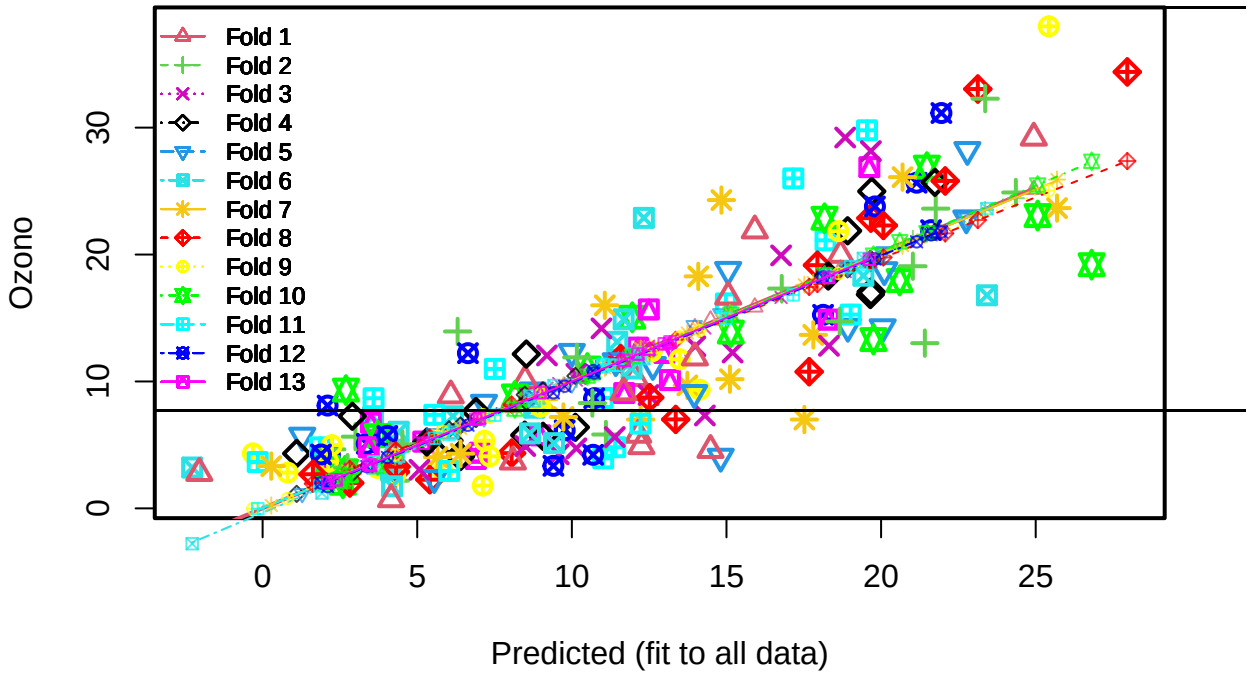
Haremos una validación del tipo LOOCV (Leave One Out Cross Validation): Primero, para MS:

```
class(OzonoLA) # ya es un data frame
```

```
## [1] "data.frame"
```

```
set.seed(5198)
cv_k3_MS <- cv.lm(data=OzonoLA,form.lm= formula(MS),m=length(OzonoLA))
```

```
## Warning in cv.lm(data = OzonoLA, form.lm = formula(MS), m = length(OzonoLA)):
##
##  As there is >1 explanatory variable, cross-validation
##  predicted values for a fold are not a linear function
##  of corresponding overall predicted values.  Lines that
##  are shown for the different folds are approximate
```




```
##
## fold 1
## Observations in test set: 15
##                    13        14       26        32        37       52        62
## Predicted    8.094337 12.249041 12.14553 12.040563 -2.046856 6.083821  8.485786
## cvpred       7.928546 12.448259 12.50498 12.175213 -2.091523 5.861667  8.638667
## Ozono        3.690000  4.900000  5.80000 10.270000  2.790000 8.900000 10.070000
## CV residual -4.238546 -7.548259 -6.70498 -1.905213  4.881523 3.038333  1.431333
##                    68        80       112       146       149       160
## Predicted   15.916928 18.688605 24.938009  14.48427 15.057249 11.668834
## cvpred      15.858296 18.855042 25.131695  14.83124 15.318839 11.467194
## Ozono       21.900000 19.980000 29.210000   4.60000 16.680000  9.140000
## CV residual  6.041704  1.124958  4.078305 -10.23124  1.361161 -2.327194
##                   177       203
## Predicted   13.978194  4.152568
## cvpred      14.219525  4.540370
## Ozono       11.890000  0.720000
## CV residual -2.329525 -3.820370
##
## Sum of squares = 345.01    Mean square = 23    n = 15
##
## fold 2
## Observations in test set: 16
##                    20       40        51         69         83        94
## Predicted    4.289757 3.001376  6.305743 16.7880673 24.3579150 10.161111
## cvpred       4.047500 3.000899  6.044460 16.8250824 24.4386217 10.180638
## Ozono        2.180000 5.650000 13.940000 17.3200000 24.8900000 11.900000
## CV residual -1.867500 2.649101  7.895540  0.4949176  0.4513783  1.719362
##                   114       123       127       129       133       134
```

```
## Predicted   21.415164 11.100279 21.766706 23.36661 21.028438 18.660654
## cvpred      21.572202 11.159753 21.842375 23.51191 21.238023 18.726176
## Ozono       13.020000  5.820000 23.620000 32.28000 19.080000 14.730000
## CV residual -8.552202 -5.339753  1.777625  8.76809 -2.158023 -3.996176
##                  176      186       199       202
## Predicted   10.663269 2.234342 2.7478914 4.5226442
## cvpred      10.753336 2.109278 2.7259569 4.5451227
## Ozono        8.300000 4.650000 3.2100000 5.0500000
## CV residual -2.453336 2.540722 0.4840431 0.5048773
##
## Sum of squares = 291.53    Mean square = 18.22    n = 16
##
## fold 3
## Observations in test set: 16
##                      7        18         27       28        49        54
## Predicted   10.145667 15.198364 10.1461421 13.99231 12.481257  9.194827
## cvpred      10.327833 15.224939 10.1021928 13.90347 12.774365  9.468645
## Ozono        4.730000 12.280000 10.6000000 12.77000  8.930000 12.050000
## CV residual -5.597833 -2.944939  0.4978072 -1.13347 -3.844365  2.581355
##                  101       122       137       142       143       155
## Predicted   16.765867  9.577206 18.83929 18.314264 14.302186 19.669771
## cvpred      16.619596  9.838587 18.65523 18.205594 14.209082 19.436405
## Ozono       19.930000  4.260000 29.22000 12.810000  7.320000 28.150000
## CV residual  3.310404 -5.578587 10.56477 -5.395594 -6.889082  8.713595
##                  166      167       168       184
## Predicted   11.388138  8.49343 10.957545  5.072194
## cvpred      11.787592  8.99322 11.169943  5.381118
## Ozono        5.620000  4.91000 14.180000  3.040000
## CV residual -6.167592 -4.08322  3.010057 -2.341118
##
## Sum of squares = 438.43    Mean square = 27.4    n = 16
##
## fold 4
## Observations in test set: 16
##                      1         2         6        16        24       38
## Predicted    6.0272008  8.476699 10.114204  9.066450  6.395332 1.101268
## cvpred       6.2316117  8.955479 10.430674  9.301757  6.529657 1.142138
## Ozono        5.3400000  5.770000  6.390000  5.680000  4.080000 4.320000
## CV residual -0.8916117 -3.185479 -4.040674 -3.621757 -2.449657 3.177862
##                   43       87       109       110       124       128
## Predicted   6.9002835 19.65340 18.918020 19.698579  8.527456 21.740586
## cvpred      7.0397051 19.66444 18.833878 19.557512  8.386945 21.779251
## Ozono       7.6300000 16.85000 21.870000 24.980000 12.160000 25.690000
## CV residual 0.5902949 -2.81444  3.036122  5.422488  3.773055  3.910749
##                  136         152      189        193
## Predicted   19.678253 18.28949833 2.901051 5.30822110
## cvpred      19.502586 18.23452174 2.769524 5.16059425
## Ozono       17.060000 18.31000000 7.260000 5.23000000
## CV residual -2.442586  0.07547826 4.490476 0.06940575
##
## Sum of squares = 159.05    Mean square = 9.94    n = 16
##
## fold 5
## Observations in test set: 16
```

```
##                    11        19       25       29        41        55        75
## Predicted    14.81354 8.7324036 7.158984 1.280414 2.5217442  9.998969 15.053715
## cvpred       15.34371 8.7472667 7.149033 1.173599 2.2954502  9.819741 15.154112
## Ozono         4.07000 9.2900000 8.320000 5.730000 3.0100000 12.330000 18.790000
## CV residual -11.27371 0.5427333 1.170967 4.556401 0.7145498  2.510259  3.635888
##                    77        78        97          99       106       111
## Predicted   12.619515  5.548119 18.924004 22.75617745 20.051111 22.789989
## cvpred      12.521553  5.900876 18.966341 22.87034274 20.152481 22.936382
## Ozono       11.300000  2.390000 14.310000 22.85000000 14.270000 28.240000
## CV residual -1.221553 -3.510876 -4.656341 -0.02034274 -5.882481  5.303618
##                   118       121       178
## Predicted   11.4187177 20.104689 13.955777
## cvpred      11.4109341 20.239842 14.409956
## Ozono       11.6000000 18.770000  9.090000
## CV residual  0.1890659 -1.469842 -5.319956
##
## Sum of squares = 298.29    Mean square = 18.64    n = 16
##
## fold 6
## Observations in test set: 16
##                     3       31       34        36       39         56        60
## Predicted   1.920606 4.399085 12.32896 -2.278041 3.570676  8.7810354 11.467473
## cvpred      1.208680 4.100656 11.80690 -2.783057 3.180221  8.4552205 11.270727
## Ozono       3.690000 6.040000 22.89000  3.220000 7.190000  7.9300000 13.120000
## CV residual 2.481320 1.939344 11.08310  6.003057 4.009779 -0.5252205  1.849273
##                    67       70       108       138       144       148
## Predicted   11.675348 6.153595 23.422133 19.427262 11.931665  9.422161
## cvpred      11.467761 6.015144 23.616471 19.696974 12.159854  9.678004
## Ozono       14.890000 7.260000 16.790000 18.330000 11.020000  5.140000
## CV residual  3.422239 1.244856 -6.826471 -1.366974 -1.139854 -4.538004
##                   175       183       200
## Predicted    8.646439  4.150858  4.185553
## cvpred       8.846143  4.179757  4.416318
## Ozono        5.910000  3.010000  1.740000
## CV residual -2.936143 -1.169757 -2.676318
##
## Sum of squares = 289.34    Mean square = 18.08    n = 16
##
## fold 7
## Observations in test set: 16
##                    10         22        30        46        50         53
## Predicted   12.225524  2.7442540  5.657275 14.836293 15.111495  9.0952917
## cvpred      12.592491  2.9789799  5.788564 14.859092 15.379864  9.0000181
## Ozono        7.000000  2.7400000  4.040000 24.290000 10.180000  8.6000000
## CV residual -5.592491 -0.2389799 -1.748564  9.430908 -5.199864 -0.4000181
##                    71       105       115       119       154       157
## Predicted   13.735185 25.690079 20.694212 17.808745  17.51887 14.087396
## cvpred      13.811725 25.908061 20.707044 17.787173  17.61701 14.161069
## Ozono        9.690000 23.660000 26.100000 13.670000   7.00000 18.280000
## CV residual -4.121725 -2.248061  5.392956 -4.117173 -10.61701  4.118931
##                   162       169       188       197
## Predicted    9.727227 11.065375  6.402289 0.2796873
## cvpred       9.710282 11.074217  6.305709 0.2271546
## Ozono        7.200000 16.000000  4.310000 3.3300000
```

```
## CV residual -2.510282  4.925783 -1.995709 3.1028454
##
## Sum of squares = 392.47    Mean square = 24.53    n = 16
##
## fold 8
## Observations in test set: 16
##                     8        35        66         79       82       88
## Predicted    8.053183  5.406914  4.296046 11.5765500 23.12714 17.94095
## cvpred       8.184036  5.577890  4.533929 11.5300011 22.71633 17.67660
## Ozono        4.350000  2.260000  2.880000 11.7900000 33.04000 19.16000
## CV residual -3.834036 -3.317890 -1.653929  0.2599989 10.32367  1.48340
##                    90        98       104       113       126       135
## Predicted   12.517893 17.674731 27.961562 19.668473 20.074647 22.073606
## cvpred      12.446652 17.450143 27.364771 19.380569 19.774315 21.668364
## Ozono        8.730000 10.770000 34.390000 22.870000 22.290000 25.800000
## CV residual -3.716652 -6.680143  7.025229  3.489431  2.515685  4.131636
##                   179       187       192       201
## Predicted   13.358434  4.316830  2.816824 1.6256739
## cvpred      13.279167  4.577333  3.102041 1.9485752
## Ozono        7.010000  3.290000  2.000000 2.6900000
## CV residual -6.269167 -1.287333 -1.102041 0.7414248
##
## Sum of squares = 323.38    Mean square = 20.21    n = 16
##
## fold 9
## Observations in test set: 16
##                    23          58        93       117      130        153
## Predicted    5.821553 -0.31621478  7.117428 14.133350 25.42285 12.5794175
## cvpred       6.075590 -0.02684803  7.383264 14.015243 25.04355 12.2398938
## Ozono        2.920000  4.33000000  1.800000  9.350000 37.98000 12.3600000
## CV residual -3.155590  4.35684803 -5.583264 -4.665243 12.93645  0.1201062
##                   156       161       163       165       172       173
## Predicted   18.620086 13.485664  4.284826  8.981806  7.175938  7.341584
## cvpred      18.505847 13.511314  4.205370  9.016919  7.248433  7.177546
## Ozono       21.840000 11.750000  2.610000  8.010000  5.330000  4.100000
## CV residual  3.334153 -1.761314 -1.595370 -1.006919 -1.918433 -3.077546
##                   181       182      190      195
## Predicted   0.808824  3.7122724 2.237552 2.119022
## cvpred      0.778277  3.6065147 2.210584 2.068595
## Ozono       2.820000  3.1900000 4.980000 3.680000
## CV residual 2.041723 -0.4165147 2.769416 1.611405
##
## Sum of squares = 294.78    Mean square = 18.42    n = 16
##
## fold 10
## Observations in test set: 15
##                     17        33         42       59       73        96
## Predicted   10.5005827 11.953390  2.5946826 2.692560 3.721097 21.479187
## cvpred      10.4251573 11.969931  2.1307498 2.307281 3.309010 21.708719
## Ozono       11.0600000 15.060000  1.9800000 9.320000 5.730000 26.890000
## CV residual  0.6348427  3.090069 -0.1507498 7.012719 2.420990  5.181281
##                   103       107      131       132      140       141       159
## Predicted   20.602838 19.753000 25.06198 26.809476 8.154963 18.170346 15.141476
## cvpred      21.005845 19.951867 25.47833 27.347923 7.824355 18.409577 15.299591
```

```
## Ozono       17.950000 13.300000 23.07000 19.200000 8.860000 22.860000 13.890000
## CV residual -3.055845 -6.651867 -2.40833 -8.147923 1.035645  4.450423 -1.409591
##                  191       194
## Predicted   2.064364 2.6622221
## cvpred      1.956526 2.6030435
## Ozono       3.230000 2.9600000
## CV residual 1.273474 0.3569565
##
## Sum of squares = 242.25    Mean square = 16.15    n = 15
##
## fold 11
## Observations in test set: 15
##                     9        45       63          64       74        76
## Predicted   11.011052 10.996926 1.853942 -0.15812249 3.587772 18.203266
## cvpred      11.344612 11.149834 1.766860 -0.02451469 3.668608 18.356396
## Ozono        3.940000  8.700000 4.810000  3.65000000 8.680000 21.120000
## CV residual -7.404612 -2.449834 3.043140  3.67451469 5.011392  2.763604
##                    86        89       91       100       150       151       164
## Predicted   11.402628 14.980089 12.21948 19.015507 17.159701 19.54534 5.552941
## cvpred      11.278811 14.979919 12.21746 19.037446 16.823109 19.22993 5.523302
## Ozono        4.820000 16.150000  6.68000 15.270000 26.000000 29.79000 7.370000
## CV residual -6.458811  1.170081 -5.53746 -3.767446  9.176891 10.56007 1.846698
##                   174       185
## Predicted    7.508760  6.033263
## cvpred       7.343206  5.833228
## Ozono       10.990000  2.950000
## CV residual  3.646794 -2.883228
##
## Sum of squares = 425.04    Mean square = 28.34    n = 15
##
## fold 12
## Observations in test set: 15
##                    15       48       61        72        84        85        95
## Predicted    9.768927 2.100862 3.369735  6.640398 21.950700 10.721300 21.149123
## cvpred       9.627881 1.721019 3.292343  6.556732 21.787628 10.667742 21.002762
## Ozono        6.150000 8.100000 5.090000 12.230000 31.150000  8.680000 25.660000
## CV residual -3.477881 6.378981 1.797657  5.673268  9.362372 -1.987742  4.657238
##                   102        116       120       139       147       180
## Predicted   18.124340 21.6153762 19.800978  9.403464 10.689221 2.174727
## cvpred      18.222198 21.5626454 19.647804  9.104369 10.846232 2.130822
## Ozono       15.250000 21.9200000 23.790000  3.350000  4.220000 4.200000
## CV residual -2.972198  0.3573546  4.142196 -5.754369 -6.626232 2.069178
##                  196       198
## Predicted   4.033710 1.887455
## cvpred      4.015462 2.011241
## Ozono       5.710000 4.250000
## CV residual 1.694538 2.238759
##
## Sum of squares = 316.8    Mean square = 21.12    n = 15
##
## fold 13
## Observations in test set: 15
##                     4         5        12        21        44         47
## Predicted    6.892439  8.978100  7.011831 2.1112054 12.489117 12.1398415
```

```
## cvpred       7.028784  9.115879  7.121245 2.0296193 12.559004 12.1678026
## Ozono        3.890000  5.760000  4.390000 2.9400000 15.680000 12.6700000
## CV residual -3.138784 -3.355879 -2.731245 0.9103807  3.120996  0.5021974
##                    57       65       81        92       125        145
## Predicted   11.691632 3.499894 19.61933 5.1938660 18.305004 12.9865216
## cvpred      11.664949 3.377166 19.63630 5.1447008 18.200942 12.9734517
## Ozono        9.090000 6.760000 26.89000 5.2700000 14.880000 12.2500000
## CV residual -2.574949 3.382834  7.25370 0.1252992 -3.320942 -0.7234517
##                   158      170       171
## Predicted   13.171724 3.432383 2.3829847
## cvpred      13.120489 3.454883 2.2531721
## Ozono       10.110000 4.820000 2.9000000
## CV residual -3.010489 1.365117 0.6468279
##
## Sum of squares = 133    Mean square = 8.87    n = 15
##
## Overall (Sum over all 15 folds)
##       ms
## 19.45499
```

Se calcula la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las diferencias entre predicciones y observaciones:

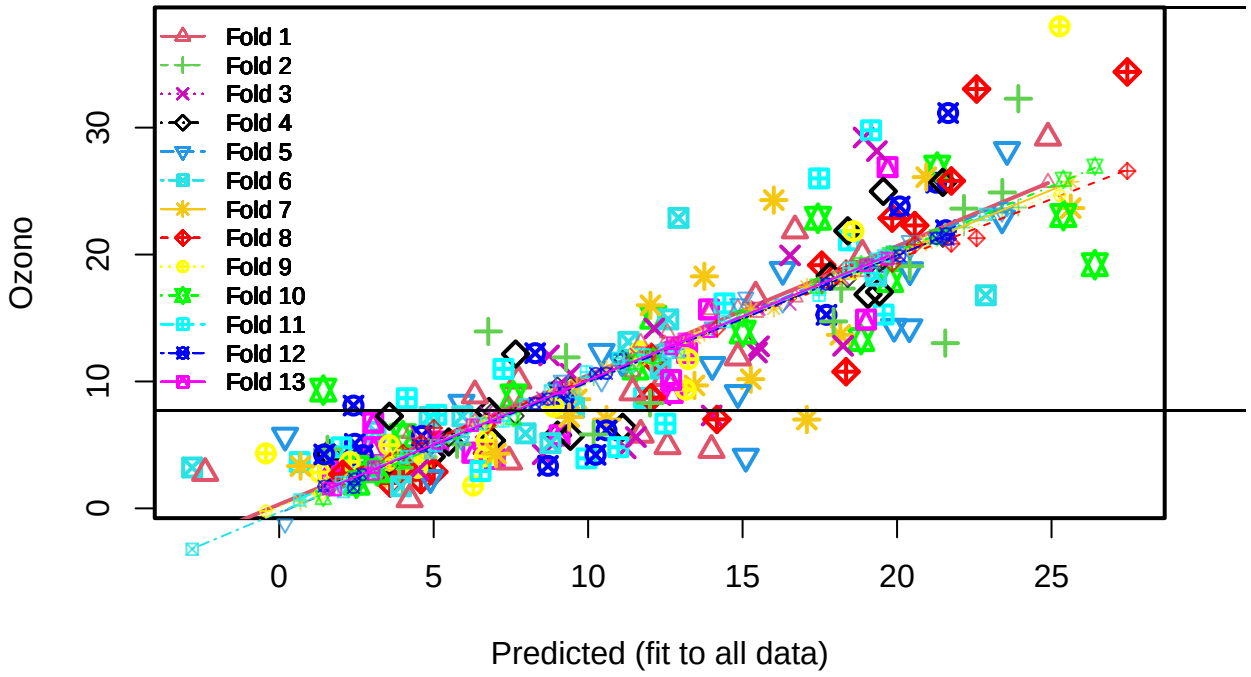
```
errores <- cv_k3_MS$cvpred - cv_k3_MS$Ozono # predicho por cv - predicción real
( error_cv_k3_MS <- sqrt(mean(errores^2)) ) # estimador RMSE (raiz media suma residuos al cuadrado)
```

```
## [1] 4.410781
```

Finalmente, para MC:

```
set.seed(5198)
cv_k3_MC <- cv.lm(data=OzonoLA,form.lm=formula(MC),m=length(OzonoLA))
```

```
## Warning in cv.lm(data = OzonoLA, form.lm = formula(MC), m = length(OzonoLA)):
##
##  As there is >1 explanatory variable, cross-validation
##  predicted values for a fold are not a linear function
##  of corresponding overall predicted values.  Lines that
##  are shown for the different folds are approximate
```




```
##
## fold 1
## Observations in test set: 15
##                    13        14        26        32        37       52
## Predicted    7.440524 12.570232 11.700192 12.481891 -2.396811 6.332799
## cvpred       8.153843 13.829313 13.062716 12.921002 -3.355326 6.788498
## Ozono        3.690000  4.900000  5.800000 10.270000  2.790000 8.900000
## CV residual -4.463843 -8.929313 -7.262716 -2.651002  6.145326 2.111502
##                    62        68        80       112       146      149
## Predicted    7.744519 16.695646 18.876144 24.885585  13.99472 15.42288
## cvpred       8.150007 16.643705 18.650796 25.670862  15.64258 15.43417
## Ozono       10.070000 21.900000 19.980000 29.210000   4.60000 16.68000
## CV residual  1.919993  5.256295  1.329204  3.539138 -11.04258  1.24583
##                   160       177       203
## Predicted   11.436518 14.844856  4.222157
## cvpred      10.779545 15.770028  5.884059
## Ozono        9.140000 11.890000  0.720000
## CV residual -1.639545 -3.880028 -5.164059
##
## Sum of squares = 415.17    Mean square = 27.68    n = 15
##
## fold 2
## Observations in test set: 16
##                    20       40        51         69        83        94
## Predicted    4.001573 3.698056  6.767830 18.1923441 23.406972  9.285851
## cvpred       3.938462 3.759339  6.400434 18.0794809 23.527989  9.271308
## Ozono        2.180000 5.650000 13.940000 17.3200000 24.890000 11.900000
## CV residual -1.758462 1.890661  7.539566 -0.7594809  1.362011  2.628692
##                   114       123       127       129       133       134       176
```

```
## Predicted   21.56123 10.178986 22.16576 23.926548 20.410373 17.945077 12.002891
## cvpred      21.82530 10.353186 22.14034 23.707092 20.662457 18.076038 11.995393
## Ozono       13.02000  5.820000 23.62000 32.280000 19.080000 14.730000  8.300000
## CV residual -8.80530 -4.533186  1.47966  8.572908 -1.582457 -3.346038 -3.695393
##                 186        199        202
## Predicted   1.562951  3.8866690  5.7592135
## cvpred      1.740678  3.8349488  5.6766484
## Ozono       4.650000  3.2100000  5.0500000
## CV residual 2.909322 -0.6249488 -0.6266484
##
## Sum of squares = 283.22    Mean square = 17.7    n = 16
##
## fold 3
## Observations in test set: 16
##                     7        18        27        28        49        54
## Predicted   11.215916 15.465775  9.436245 15.531555 12.347251  8.734629
## cvpred      11.777745 15.887994  9.404568 15.689903 12.176068  8.761862
## Ozono        4.730000 12.280000 10.600000 12.770000  8.930000 12.050000
## CV residual -7.047745 -3.607994  1.195432 -2.919903 -3.246068  3.288138
##                   101       122       137       142       143       155
## Predicted   16.536223  8.529697 18.91607 18.252788 14.000615 19.347816
## cvpred      16.088214  8.695824 18.72904 18.071583 13.947722 19.063656
## Ozono       19.930000  4.260000 29.22000 12.810000  7.320000 28.150000
## CV residual  3.841786 -4.435824 10.49096 -5.261583 -6.627722  9.086344
##                   166       167       168       184
## Predicted   11.546461  6.694141 12.142312  4.504243
## cvpred      12.145192  7.550493 12.330433  5.106427
## Ozono        5.620000  4.910000 14.180000  3.040000
## CV residual -6.525192 -2.640493  1.849567 -2.066427
##
## Sum of squares = 449.9    Mean square = 28.12    n = 16
##
## fold 4
## Observations in test set: 16
##                     1         2         6        16         24       38
## Predicted    6.873243  9.009641 11.117544  9.423672  4.9232014 1.622697
## cvpred       7.604531  9.681745 11.756068  9.702572  4.9079724 1.636612
## Ozono        5.340000  5.770000  6.390000  5.680000  4.0800000 4.320000
## CV residual -2.264531 -3.911745 -5.366068 -4.022572 -0.8279724 2.683388
##                    43        87       109       110       124       128
## Predicted   6.7912501 19.060610 18.405295 19.555138  7.652500 21.48177
## cvpred      6.9089036 19.039561 18.075293 19.495939  7.281611 21.23630
## Ozono       7.6300000 16.850000 21.870000 24.980000 12.160000 25.69000
## CV residual 0.7210964 -2.189561  3.794707  5.484061  4.878389  4.45370
##                   136        152       189        193
## Predicted   19.431825 17.8343745 3.567057  5.4861801
## cvpred      19.309081 17.8576265 3.347544  5.5191732
## Ozono       17.060000 18.3100000 7.260000  5.2300000
## CV residual -2.249081  0.4523735 3.912456 -0.2891732
##
## Sum of squares = 187.37    Mean square = 11.71    n = 16
##
## fold 5
## Observations in test set: 16
```

```
##                    11         19       25         29        41        55
## Predicted    15.10421  9.1336905 5.899857  0.1895359 2.2981852 10.436443
## cvpred       16.64953 10.1034438 5.288593 -1.2187132 2.3202081  9.903537
## Ozono         4.07000  9.2900000 8.320000  5.7300000 3.0100000 12.330000
## CV residual -12.57953 -0.8134438 3.031407  6.9487132 0.6897919  2.426463
##                    75        77        78        97         99       106
## Predicted   16.299885 14.018014  4.898545 19.904221 23.3981119 20.397884
## cvpred      16.114479 14.296348  4.779801 20.286428 23.2796716 21.108762
## Ozono       18.790000 11.300000  2.390000 14.310000 22.8500000 14.270000
## CV residual  2.675521 -2.996348 -2.389801 -5.976428 -0.4296716 -6.838762
##                   111        118       121       178
## Predicted   23.55944 11.0902103 20.417815 14.845379
## cvpred      23.70526 11.1936349 20.276326 16.129878
## Ozono       28.24000 11.6000000 18.770000  9.090000
## CV residual  4.53474  0.4063651 -1.506326 -7.039878
##
## Sum of squares = 399.82    Mean square = 24.99    n = 16
##
## fold 6
## Observations in test set: 16
##                     3       31       34        36       39        56        60
## Predicted   2.081988 3.117250 12.92545 -2.817305 4.866487  9.541240 11.305685
## cvpred      1.321883 2.932481 12.32884 -3.220900 4.400694  9.199472 11.214526
## Ozono       3.690000 6.040000 22.89000  3.220000 7.190000  7.930000 13.120000
## CV residual 2.368117 3.107519 10.56116  6.440900 2.789306 -1.269472  1.905474
##                    67       70       108       138       144       148
## Predicted   12.596424 5.930993 22.872328 19.325532 12.344723  8.779764
## cvpred      12.280983 5.686535 23.163803 19.632142 12.384675  9.249603
## Ozono       14.890000 7.260000 16.790000 18.330000 11.020000  5.140000
## CV residual  2.609017 1.573465 -6.373803 -1.302142 -1.364675 -4.109603
##                   175        183       200
## Predicted    7.975095  3.3944500  3.940621
## cvpred       8.159317  3.6304783  4.016822
## Ozono        5.910000  3.0100000  1.740000
## CV residual -2.249317 -0.6204783 -2.276822
##
## Sum of squares = 262.29    Mean square = 16.39    n = 16
##
## fold 7
## Observations in test set: 16
##                    10         22         30        46        50        53
## Predicted   10.594280  3.4312358  4.6632159 16.009568 15.264726  9.633851
## cvpred      11.002061  3.6307681  5.0326898 15.751721 15.678303  9.694815
## Ozono        7.000000  2.7400000  4.0400000 24.290000 10.180000  8.600000
## CV residual -4.002061 -0.8907681 -0.9926898  8.538279 -5.498303 -1.094815
##                    71       105       115       119       154       157
## Predicted   13.442198 25.622650 20.944487 18.16524  17.07908 13.761385
## cvpred      13.448517 25.739853 20.956935 18.16042  17.45495 13.841444
## Ozono        9.690000 23.660000 26.100000 13.67000   7.00000 18.280000
## CV residual -3.758517 -2.079853  5.143065 -4.49042 -10.45495  4.438556
##                   162       169       188       197
## Predicted    9.386545 12.017325  7.013945 0.6901916
## cvpred       9.377751 11.795743  7.041877 0.5420600
## Ozono        7.200000 16.000000  4.310000 3.3300000
```

```
## CV residual -2.177751  4.204257 -2.731877 2.7879400
##
## Sum of squares = 353.86    Mean square = 22.12    n = 16
##
## fold 8
## Observations in test set: 16
##                     8        35        66         79       82        88
## Predicted    6.739690  4.586791  5.004902 12.0791409 22.57508 17.562176
## cvpred       6.545341  5.159333  6.333695 12.1911483 21.29180 17.567112
## Ozono        4.350000  2.260000  2.880000 11.7900000 33.04000 19.160000
## CV residual -2.195341 -2.899333 -3.453695 -0.4011483 11.74820  1.592888
##                    90        98       104       113       126       135
## Predicted   12.047731 18.349383 27.452640 19.842784 20.573563 21.757166
## cvpred      12.360251 18.910913 26.584818 19.288651 20.780328 20.855775
## Ozono        8.730000 10.770000 34.390000 22.870000 22.290000 25.800000
## CV residual -3.630251 -8.140913  7.805182  3.581349  1.509672  4.944225
##                   179       187       192       201
## Predicted   14.169995  4.008337  3.591144 2.0571540
## cvpred      14.187255  4.382413  3.705436 2.4157289
## Ozono        7.010000  3.290000  2.000000 2.6900000
## CV residual -7.177255 -1.092413 -1.705436 0.2742711
##
## Sum of squares = 401.49    Mean square = 25.09    n = 16
##
## fold 9
## Observations in test set: 16
##                    23         58        93       117      130        153
## Predicted    3.839587 -0.4308846  6.281735 13.155307 25.26400 11.6791979
## cvpred       4.154127 -0.2118862  6.664557 13.108784 24.66399 11.6941871
## Ozono        2.920000  4.3300000  1.800000  9.350000 37.98000 12.3600000
## CV residual -1.234127  4.5418862 -4.864557 -3.758784 13.31601  0.6658129
##                   156       161        163        165       172       173
## Predicted   18.588454 13.244652  3.6072028  8.8837739  6.710209  6.661469
## cvpred      18.494933 13.285754  3.5938733  8.9481276  6.831756  6.527415
## Ozono       21.840000 11.750000  2.6100000  8.0100000  5.330000  4.100000
## CV residual  3.345067 -1.535754 -0.9838733 -0.9381276 -1.501756 -2.427415
##                   181        182      190      195
## Predicted   1.318443  4.4697715 3.564775 2.291775
## cvpred      1.089418  4.1187978 3.420703 2.321299
## Ozono       2.820000  3.1900000 4.980000 3.680000
## CV residual 1.730582 -0.9287978 1.559297 1.358701
##
## Sum of squares = 269.38    Mean square = 16.84    n = 16
##
## fold 10
## Observations in test set: 15
##                     17       33         42        59       73        96
## Predicted   11.5364232 12.10590  2.5007446 1.4263141 4.000462 21.299458
## cvpred      11.5187686 11.97613  2.4263812 0.8591298 3.754198 21.398705
## Ozono       11.0600000 15.06000  1.9800000 9.3200000 5.730000 26.890000
## CV residual -0.4587686  3.08387 -0.4463812 8.4608702 1.975802  5.491295
##                   103       107       131       132      140       141
## Predicted   19.776046 18.837340 25.382205 26.402518 7.583810 17.439592
## cvpred      19.989241 19.190002 25.927378 26.961438 7.143562 17.509398
```

```
## Ozono       17.950000 13.300000 23.070000 19.200000 8.860000 22.860000
## CV residual -2.039241 -5.890002 -2.857378 -7.761438 1.716438  5.350602
##                  159       191        194
## Predicted   15.002898 2.4738283  3.1660519
## cvpred      14.983142 2.2911007  3.1850573
## Ozono       13.890000 3.2300000  2.9600000
## CV residual -1.093142 0.9388993 -0.2250573
##
## Sum of squares = 256.52    Mean square = 17.1    n = 15
##
## fold 11
## Observations in test set: 15
##                     9        45       63        64       74        76        86
## Predicted    9.943837 11.809295 2.011643 0.6636727 4.129266 18.445270 10.975906
## cvpred      10.751684 12.098156 2.038901 0.6654128 4.087515 18.933147 11.840547
## Ozono        3.940000  8.700000 4.810000 3.6500000 8.680000 21.120000  4.820000
## CV residual -6.811684 -3.398156 2.771099 2.9845872 4.592485  2.186853 -7.020547
##                    89        91       100       150      151       164       174
## Predicted   14.411125 12.501165 19.565430 17.477059 19.15705 5.084568  7.258785
## cvpred      14.713225 12.524334 19.890372 16.797102 18.53135 4.954099  6.889160
## Ozono       16.150000  6.680000 15.270000 26.000000 29.79000 7.370000 10.990000
## CV residual  1.436775 -5.844334 -4.620372  9.202898 11.25865 2.415901  4.100840
##                   185
## Predicted    6.518272
## cvpred       6.655734
## Ozono        2.950000
## CV residual -3.705734
##
## Sum of squares = 455.1    Mean square = 30.34    n = 15
##
## fold 12
## Observations in test set: 15
##                     15       48       61        72        84         85       95
## Predicted   10.592034 2.405465 2.447951  8.284350 21.654136  9.2063365 21.26473
## cvpred      10.643806 1.652116 2.309982  8.272994 21.208759  9.1158536 21.28625
## Ozono        6.150000 8.100000 5.090000 12.230000 31.150000  8.6800000 25.66000
## CV residual -4.493806 6.447884 2.780018  3.957006  9.941241 -0.4358536  4.37375
##                   102        116       120       139       147       180
## Predicted   17.71477 21.5816040 20.086598  8.700437 10.243076 2.703505
## cvpred      17.67977 21.6362454 19.901511  8.603268 10.618833 2.661679
## Ozono       15.25000 21.9200000 23.790000  3.350000  4.220000 4.200000
## CV residual -2.42977  0.2837546  3.888489 -5.253268 -6.398833 1.538321
##                   196      198
## Predicted   4.6184035 1.454674
## cvpred      4.8832021 1.743392
## Ozono       5.7100000 4.250000
## CV residual 0.8267979 2.506608
##
## Sum of squares = 302.28    Mean square = 20.15    n = 15
##
## fold 13
## Observations in test set: 15
##                      4         5        12       21        44         47
## Predicted    6.976510  9.076506  6.253474 1.604130 13.912924 13.1096748
```

```
## cvpred       7.228818  9.521362  6.557988 1.572653 13.956235 13.3257148
## Ozono        3.890000  5.760000  4.390000 2.940000 15.680000 12.6700000
## CV residual -3.338818 -3.761362 -2.167988 1.367347  1.723765 -0.6557148
##                    57       65        81         92       125        145
## Predicted   12.736124 3.044066 19.693546 5.14694398 18.994232 13.2040056
## cvpred      13.006213 2.718416 19.683888 5.18736734 19.161706 13.2412375
## Ozono        9.090000 6.760000 26.890000 5.27000000 14.880000 12.2500000
## CV residual -3.916213 4.041584  7.206112 0.08263266 -4.281706 -0.9912375
##                   158      170      171
## Predicted   12.685143 3.060696 1.816891
## cvpred      12.627759 3.251042 1.485275
## Ozono       10.110000 4.820000 2.900000
## CV residual -2.517759 1.568958 1.414725
##
## Sum of squares = 148.99    Mean square = 9.93    n = 15
##
## Overall (Sum over all 15 folds)
##       ms
## 20.61771
```

```
errores <- cv_k3_MC$cvpred - cv_k3_MC$Ozono
( error_cv_k3_MC <- sqrt(mean(errores^2)) )
```

```
## [1] 4.540672
```

Obtenemos un comportamiento mejor con el MS que con MC, pues tenemos un menor error.

8. Análisis de residuos modelo seleccionado

9. Análisis de influencia modelo seleccionado

10. Estimación media condicionada y predicción

Finalmente, obtengamos el intervalo de confianza y de predicción para el nivel de ozono medio al 95% de confianza con el modelo seleccionado con todas las variables fijadas en su valor medio.

```
new.dat <- data.frame(T_Sandburg = mean(T_Sandburg), Humedad = mean(Humedad),
                      T_ElMonte = mean(T_ElMonte), Mes = mean(Mes),
                      Pres_Alt = mean(Pres_Alt), Inv_Alt_b = mean(Inv_Alt_b)) # tiene que aparecer valo
predict(ajuste, newdata = new.dat, interval="confidence", level = 0.95)
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 11.37399 10.76961 11.97837
```

```
predict(ajuste, newdata = new.dat, interval="prediction", level = 0.95)
```

```
##        fit      lwr      upr
## 1 11.37399 2.741654 20.00633
```

```
rm(list = ls())
```

Regresión Logística

- Antes de empezar, cargamos los datos *Oro.rda*

```
load("Datos/Oro.rda")
```

1. Análisis descriptivo

Para el análisis descriptivo de las variables podemos comenzar con una visión general de las variables mediante las funciones `str()` y `summary()`.

```
str(Oro)
```

```
## 'data.frame':    64 obs. of  4 variables:
##  $ As        : num  6.77 15.03 6.43 0.1 0.1 ...
##  $ Sb        : num  3.08 6.15 2.35 0.3 0.3 9.62 0.51 3.71 4.32 0.8 ...
##  $ Corredor  : int  1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 ...
##  $ Proximidad: int  1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 ...
```

La salida de `str()` nos dice que los datos constan de 64 observaciones de 4 variables:

- `As`: Nivel de concentración de arsénico en la muestra de agua. (numérica)
- `Sb`: Nivel de concentración de antimonio en la muestra de agua. (numérica)
- `Corredor`: Variable binaria indicando si la zona muestreada está (1) o no está (0) en alguno de los corredores delimitados por las lineas sobre el mapa. (categórica)
- `Proximidad` : Variable de respuesta que toma los valores 1 o 0 según que el depósito esté próximo o esté muy lejano al lugar.

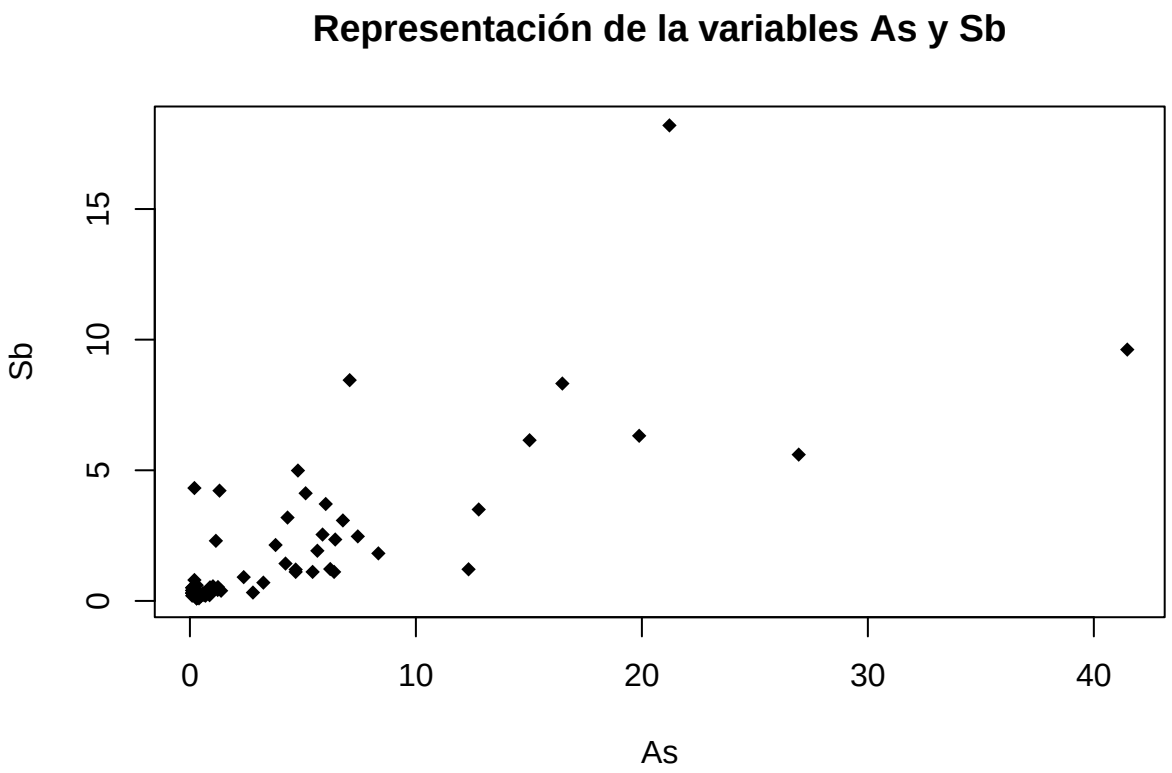
```
attach(Oro)
Oro$Corredor <- as.factor(Oro$Corredor) # Convertimos la variable Corredor a factor
numericas.oro <- Oro[1:2]               # Almacenamos las variables numéricas
respuesta.oro <- Proximidad             # Almacenamos la variable de respuesta
```

Con la salida de `summary()` y graficando `As` frente a `Sb` podemos ver que, basándonos en la diferencia entre las medias y las medianas, las variables numéricas se concentran en valores bajos, aunque deben de existir registros con valores relativamente altos:

```
summary(Oro)
```

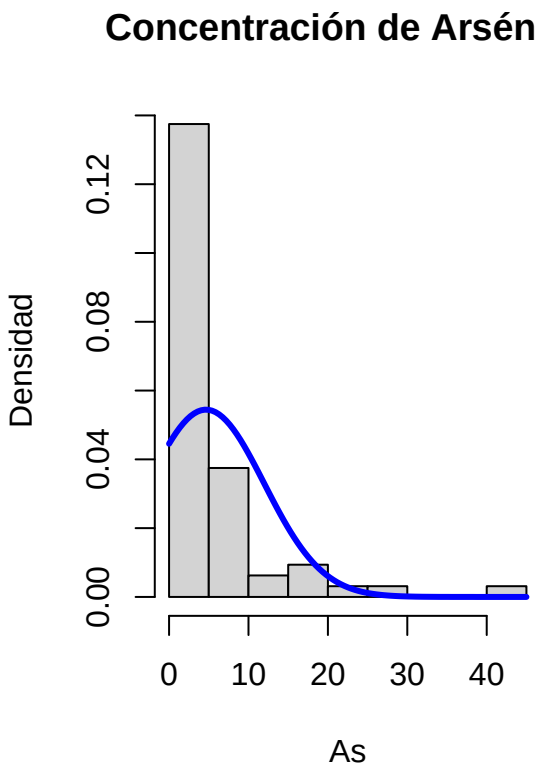
```
##        As               Sb         Corredor   Proximidad
##  Min.   : 0.100   Min.   : 0.100   0:32     Min.   :0.0000
##  1st Qu.: 0.400   1st Qu.: 0.300   1:32     1st Qu.:0.0000
##  Median : 1.235   Median : 0.650            Median :0.0000
##  Mean   : 4.645   Mean   : 2.039            Mean   :0.4375
##  3rd Qu.: 5.905   3rd Qu.: 2.487            3rd Qu.:1.0000
##  Max.   :41.480   Max.   :18.200            Max.   :1.0000
```

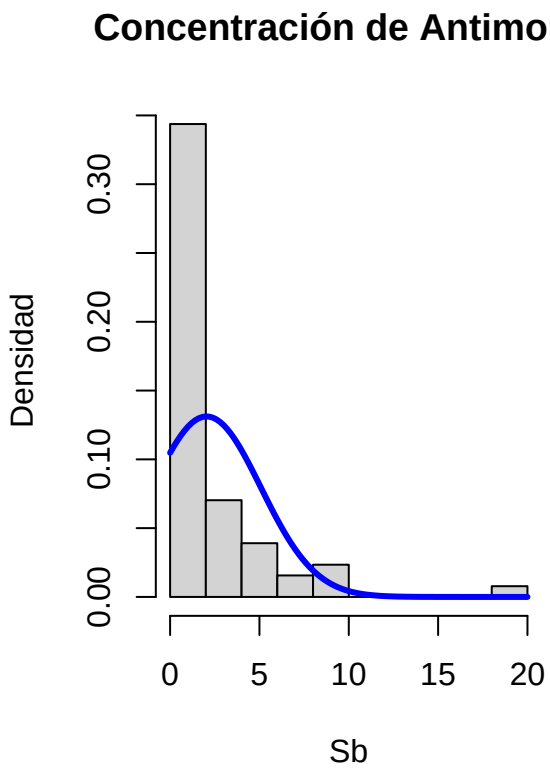
```r
plot(numericas.oro, pch=18,
     main="Representación de la variables As y Sb")
```



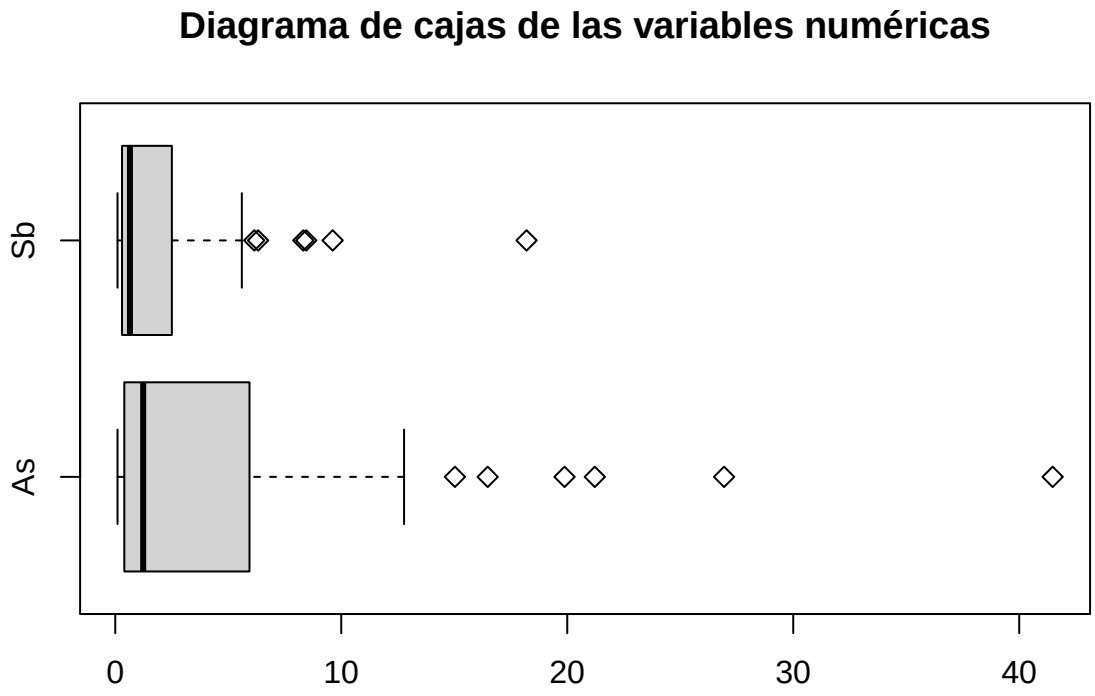
Este hecho se confirma también al mirar los histogramas y diagramas de cajas:

```r
old.par <- par(mfrow=c(1,2))
hist(As, freq=F, xlab="As", ylab = "Densidad",
     main="Concentración de Arsénico")
curve(dnorm(x,mean=mean(As), sd=sd(As)),
      col="blue", lwd=3, add=TRUE)

hist(Sb, freq=F, xlab="Sb", ylab = "Densidad",
     main="Concentración de Antimonio")
curve(dnorm(x,mean=mean(Sb), sd=sd(Sb)),
      col="blue", lwd=3, add=TRUE)
```






```r
par(old.par)

boxplot(numericas.oro, horizontal=T, pch=5,
        main="Diagrama de cajas de las variables numéricas")
```



Distribución de la variable `Proximidad`:

```
table(Proximidad); table(Proximidad)/nrow(Oro)
```

```
## Proximidad
##  0  1
## 36 28
```

```
## Proximidad
##      0      1
## 0.5625 0.4375
```

Distribución de la variable `Corredor`:

```
table(Corredor)
```

```
## Corredor
##  0  1
## 32 32
```

Observamos que si los datos se encuentran en alguno de los corredores, suelen estar próximos a un depósito de oro y lejanos si no es así:

```
xtabs(~Proximidad + Corredor, data=Oro)
```

```
##           Corredor
## Proximidad  0  1
##          0 30  6
##          1  2 26
```

2. Modelo matemático

Dado que contamos con una muestra de n realizaciones $(\vec{X}^t, Y)$ con $\vec{X}^t = (X_1, \ldots, X_k)$ que asumimos independientes, y que la variable respuesta, `Proximidad`, es binaria (0 o 1), debemos de elegir un modelo que tenga esto en cuenta. En nuestro caso hemos elegido una transformación del modelo lineal, definida por la distribución logística de la ecuación 2.

$$F(z) = \frac{e^z}{1+e^z} = \frac{1}{1+e^{-z}} \tag{2}$$

Por tanto, nuestro modelo logístico quedaría de la forma

$$Y|(\vec{X} = \vec{X}_i) \sim Be(p_i), \quad p_i = \mathbb{P}(Y = 1|\vec{X}_i) = \frac{1}{1+e^{-\eta}} \tag{3}$$

Tal que

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 As + \beta_2 Sb + \tau I(Corredor = 1) \tag{4}$$

siendo $I(Corredor = 1)$ la variable indicadora para cuando Corredor toma el valor 1. Además,

$$1 - p_i = \mathbb{P}(Y = 0|\vec{X}_i) = 1 - \frac{1}{1+e^{-\eta}} = \frac{e^{-\eta}}{1+e^{-\eta}} \tag{5}$$

3. Interpretación del modelo

Para una mejor interpretación del modelo, podemos definir el **odds**$_i$ de manera que

$$odds_i = odds(Y|\vec{X}_i) = \frac{p_i}{1-p_i} = e^{\eta} = e^{\vec{\beta}^t \vec{X}_i} = e^{\beta_0} e^{\beta_1 X_{i1}} \cdots e^{\beta_k X_{ik}} \quad , \quad 1 \leq i \leq n \tag{6}$$

Este es un modelo multiplicativo, en el cual e^{β_0} es la respuesta cuando $\vec{X}_i = \vec{0}$, mientras que e^{β_j}, para $1 \leq j \leq k$, es el incremento multiplicativo $(e^{\beta_j})^l$ en el odds para algún incremento l en X_j

Si resulta que existe una variable binaria podemos utilizar el **odds-ratio**, que indica en qué medida el suceso $Y = 1$ es más posible que $Y = 0$ si $X = 1$ que si $X = 0$:

$$OR = \frac{\mathbb{P}(Y=1|X=1)/\mathbb{P}(Y=0|X=1)}{\mathbb{P}(Y=1|X=0)/\mathbb{P}(Y=0|X=0)} = \frac{e^{\beta_0+\beta_1}}{e^{\beta_0}} \tag{7}$$

Si X es cualitativa podemos seguir aplicando el OR con $g-1$ variables *dummy*, siendo g el número de categorías.

También podemos expresar el modelo aplicando logaritmos a la ecuación 6, de manera que

$$\ln(\frac{p_i}{1-p_i}) = \eta = \vec{\beta}^t \vec{X}_i \tag{8}$$

Los cuales denominaremos como **logit**$_i$. Estos logits son interpretables mucho más fácilmente ya que son interpretables linealmente.

Finalmente, por lo comentado en el apartado del modelo matemático y en este, este modelo sigue las tres siguientes hipótesis estructurales:

1. Linealidad de los logits.
2. Respuesta binaria de la Y.
3. Independencia de las observaciones.

4. Análisis de multicolinealidad

Debemos analizar si estamos ante un caso de multicolinealidad. Si así fuera, las estimaciones de los parámetros no serían correctos, y nuestro modelo solo serviría para predecir, no para explicar el comportamiento de la respuesta.

Utilizaremos los factores de inflacción de la varianza generalizada, para ver si nos encontramos con variables correlacionadas:

```
ajuste_completo <- glm(Proximidad~., data = Oro, family = "binomial")
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
vif(ajuste_completo)
```

```
##        As        Sb Corredor1
##    1.5773    2.2937    1.8728
```

COMPLETAR. Los factores de inflacción de la varianza son todos menores que 10, lo que nos indican que no estamos ante un caso claro de multicolinealidad.

5. Selección del modelo

A pesar de que no hay aparentemente multicolinealidad o un número elevado de variables, decidimos hacer una selección del modelo.

Tal y como hicimos en el ejercicio de regresión lineal, decidimos utilizar el método de selección secuencial STEPWISE:

Definimos el modelo con sólo el intercept:

```
M0 <- glm(Proximidad~1,family=binomial,data=Oro)
```

Aplicamos selección secuencial:

```
step(M0, direction="forward", trace=1,
     scope = list(lower=M0,upper=ajuste_completo))
```

```
## Start:  AIC=89.72
## Proximidad ~ 1

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##            Df Deviance    AIC
## + As        1   22.603 26.603
## + Sb        1   45.332 49.332
## + Corredor  1   45.848 49.848
## <none>          87.720 89.720

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##
## Step:  AIC=26.6
## Proximidad ~ As

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##            Df Deviance    AIC
## + Sb        1   18.306 24.306
## + Corredor  1   19.990 25.990
## <none>          22.603 26.603

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##
## Step:  AIC=24.31
## Proximidad ~ As + Sb

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##            Df Deviance    AIC
## + Corredor  1   14.194 22.194
## <none>          18.306 24.306

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##
## Step:  AIC=22.19
## Proximidad ~ As + Sb + Corredor

##
```

```
## Call:  glm(formula = Proximidad ~ As + Sb + Corredor, family = binomial,
##     data = Oro)
##
## Coefficients:
## (Intercept)           As           Sb    Corredor1
##      -7.610        1.205        1.421        3.197
##
## Degrees of Freedom: 63 Total (i.e. Null);  60 Residual
## Null Deviance:       87.72
## Residual Deviance: 14.19     AIC: 22.19
```

Efectivamente, el modelo óptimo resultante es el modelo completo. Esto era predecible debido al bajo número de variables.

6. Posible Interacción

Debido a la posible necesidad de interacción, decidimos probar si un modelo que incluya interacción es mejor que nuestro modelo completo.

Comenzamos definiendo este modelo, con todas las interacciones posibles:

```
ajuste.i <- update(ajuste_completo,.~.^3, family=binomial, data=Oro)
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
summary(ajuste.i)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = Proximidad ~ As + Sb + Corredor + As:Sb + As:Corredor +
##     Sb:Corredor + As:Sb:Corredor, family = binomial, data = Oro)
##
## Deviance Residuals:
##     Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.9714   0.0000   0.0000   0.0000   1.9345
##
## Coefficients:
##                   Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)         -8.939  34483.934   0.000    1.000
## As                 -47.382 105299.858   0.000    1.000
## Sb                 -33.817 196896.288   0.000    1.000
## Corredor1            9.617  34483.934   0.000    1.000
## As:Sb               47.999  60183.576   0.001    0.999
## As:Corredor1        46.489 105299.858   0.000    1.000
## Sb:Corredor1        26.827 196896.289   0.000    1.000
## As:Sb:Corredor1    -44.627  60183.576  -0.001    0.999
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##     Null deviance: 87.7202  on 63  degrees of freedom
## Residual deviance:  7.5068  on 56  degrees of freedom
## AIC: 23.507
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 21
```

Ningún coeficiente es significativo, por lo que consideramos que esto se puede deber a la presencia de multicolinealidad debido a las interacciones.

Decidimos hacer una selección de variables, por si alguna interacción entre variables originales resultase significativa. La haremos igual que en el apartado anterior:

```
step(M0, direction="forward", trace=1,
     scope = list(lower=M0,upper=ajuste.i))
```

```
## Start:  AIC=89.72
## Proximidad ~ 1

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##            Df Deviance    AIC
## + As        1   22.603 26.603
## + Sb        1   45.332 49.332
## + Corredor  1   45.848 49.848
## <none>          87.720 89.720

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##
## Step:  AIC=26.6
## Proximidad ~ As

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##            Df Deviance    AIC
## + Sb        1   18.306 24.306
## + Corredor  1   19.990 25.990
## <none>          22.603 26.603

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##
## Step:  AIC=24.31
## Proximidad ~ As + Sb

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##            Df Deviance    AIC
## + Corredor  1   14.194 22.194
## <none>          18.306 24.306
## + As:Sb     1   17.249 25.249

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##
## Step:  AIC=22.19
## Proximidad ~ As + Sb + Corredor

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

##               Df Deviance    AIC
## <none>             14.194 22.194
## + Sb:Corredor  1   12.253 22.253
## + As:Sb        1   12.688 22.688
```

```
## + As:Corredor  1   14.137 24.137
##
## Call:  glm(formula = Proximidad ~ As + Sb + Corredor, family = binomial,
##     data = Oro)
##
## Coefficients:
## (Intercept)           As           Sb    Corredor1
##      -7.610        1.205        1.421        3.197
##
## Degrees of Freedom: 63 Total (i.e. Null);  60 Residual
## Null Deviance:       87.72
## Residual Deviance: 14.19     AIC: 22.19
```

Finalmente, vemos que en este caso, la interacción de las variables no aporta nada a nuestro ajuste.

7. Inferencia y bondad del ajuste

```
ajuste <- glm(Proximidad~., data=Oro, family="binomial")
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
summary(ajuste)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = Proximidad ~ ., family = "binomial", data = Oro)
##
## Deviance Residuals:
##      Min        1Q    Median        3Q       Max
## -1.28138  -0.06006  -0.04071   0.02446   2.32651
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)  -7.6096     3.1661  -2.403   0.0162 *
## As            1.2046     0.4899   2.459   0.0139 *
## Sb            1.4210     0.7301   1.946   0.0516 .
## Corredor1     3.1973     1.8911   1.691   0.0909 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##     Null deviance: 87.720  on 63  degrees of freedom
## Residual deviance: 14.194  on 60  degrees of freedom
## AIC: 22.194
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 9
```

Teniendo en cuenta la ecuación 8, los coeficientes ajustados y las variables significativas, el modelo quedaría como en la equación 9

$$ln(\frac{\hat{p}}{1-\hat{p}}) = \hat{\eta} = A + BAs + CSb + DI(Corredor = 1) \tag{9}$$

8. Estimación media y probabilidad condicionada

9. Bondad del ajuste

10. Validación del modelo

Para validar el modelo, utilizaremos el método de LOOCV (Leave One Out Cross Validation) con la siguiente función de la librería boot:

```
library(boot)
```

```
##
## Attaching package: 'boot'
```

```
## The following object is masked from 'package:psych':
##
##     logit
```

```
set.seed(10203)
class(Oro) # ya es un dataframe
```

```
## [1] "data.frame"
```

```
( ECMP.cv <- cv.glm(Oro,ajuste,K=length(Oro))$delta[1] )
```

```
## Warning: glm.fit: algorithm did not converge
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
## [1] 0.04801801
```

La salida $delta[1] proporciona el error cuadrático medio de predicción promediado sobre todas las ejecuciones por validación cruzada que coincide con (FN+FP)/n.

Así, podemos obtener la Tasa de Clasificación Correcta:

```
( TCC.cv <- 1-ECMP.cv )
```

```
## [1] 0.951982
```

El porcentaje resultante es muy cercano a 1, por lo que estamos ante un modelo bueno a la hora de clasificar.

11. Análisis de residuos

El modelo de regresión logísitica tiene 3 hipótesis estructurales: 1) La linealidad de los Logits. 2) La independencia de las n observaciones. 3) La respuesta Y debe ser binaria.

Tal y como sucede en regresión lineal, podemos utilizar los residuos para chequear las hipótesis estructurales. No obstante, debemos tener en cuenta que en regresión logística existen dos tipos de residuos, con fines distintos.

Obtención residuos de Pearson:

```
res.p <- residuals(ajuste, type="pearson")
```

Obtención residuos de la Deviance:

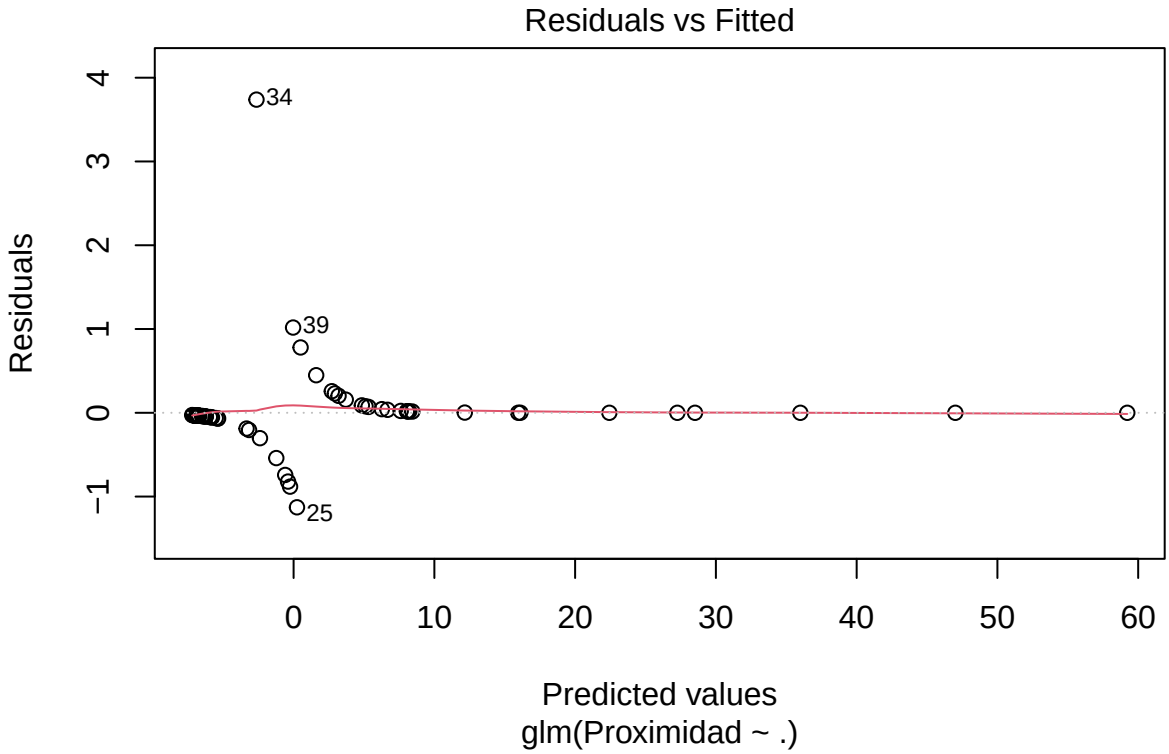
```
res.d <- residuals(ajuste, type="deviance")
```

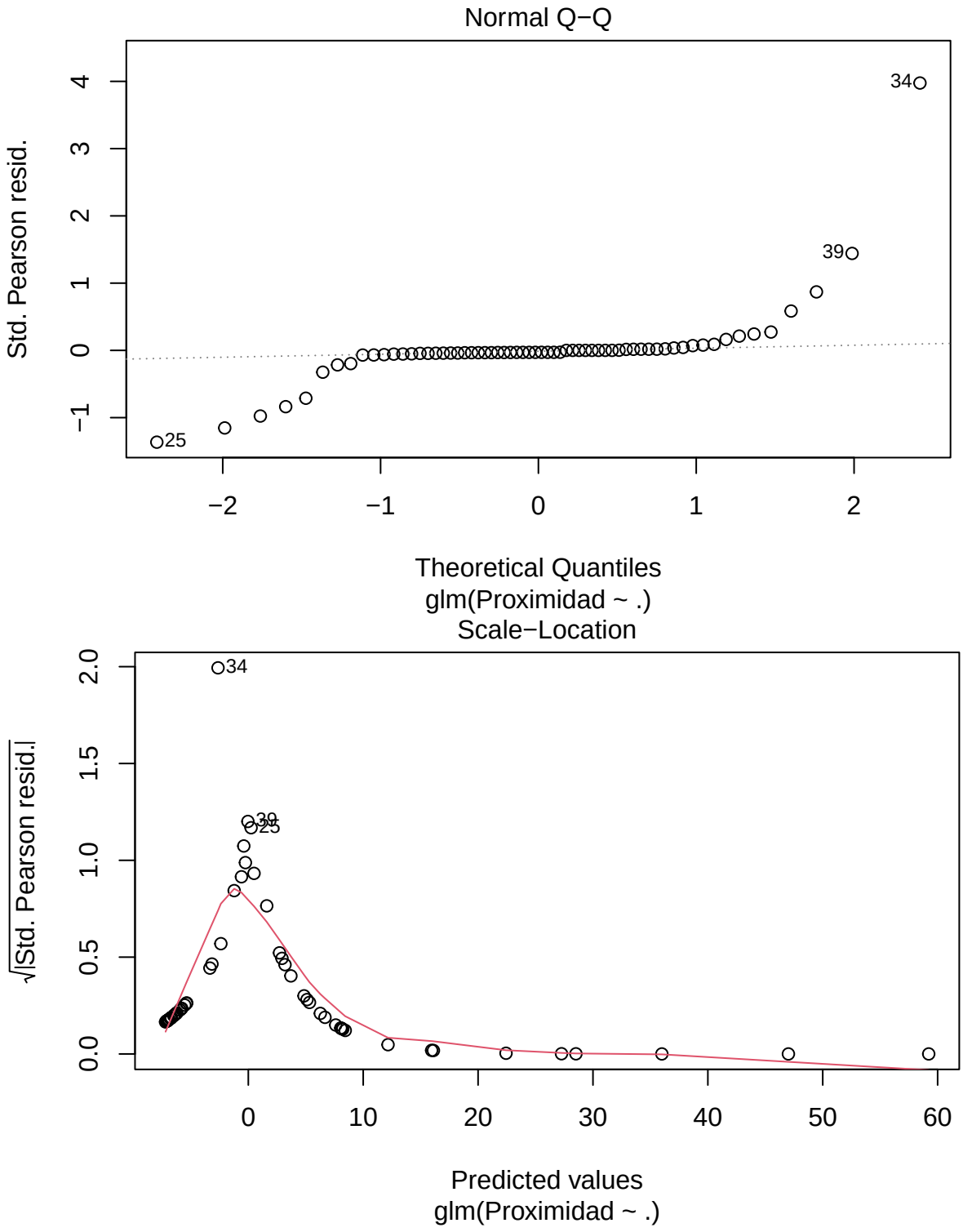
Los estandarizamos: Residuos Pearson estandarizados:

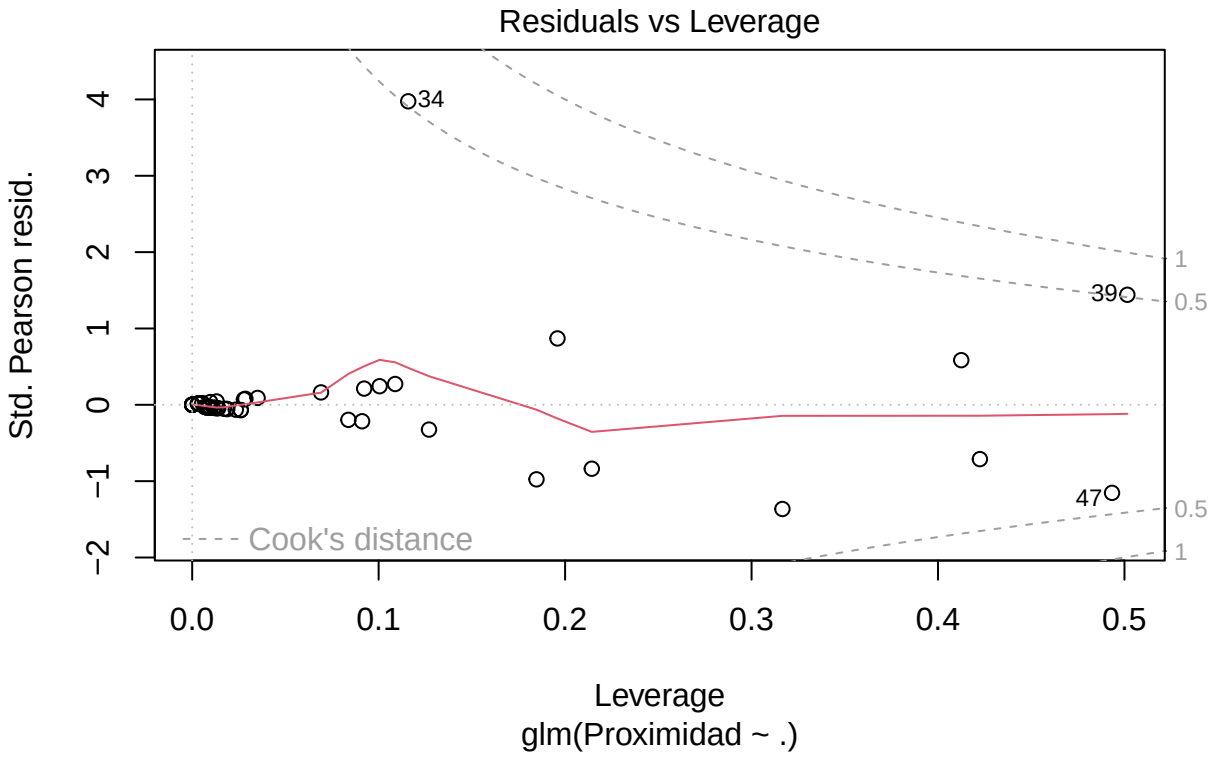
```
res.p.e <- res.p/sqrt(1 - hatvalues(ajuste))
# Residuos deviance estandarizados:
res.d.e <- res.d/sqrt(1 - hatvalues(ajuste))
```

Obtenemos los gráficos de residuos:

```
plot(ajuste)
```




Normal Q−Q
Std. Pearson resid.
34
39
25
−2
−1
0
1
2
−1
0
1
2
3
4
Theoretical Quantiles
glm(Proximidad ~ .)
Scale−Location
√|Std. Pearson resid.|
34
39
25
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
0
10
20
30
40
50
60
Predicted values
glm(Proximidad ~ .)

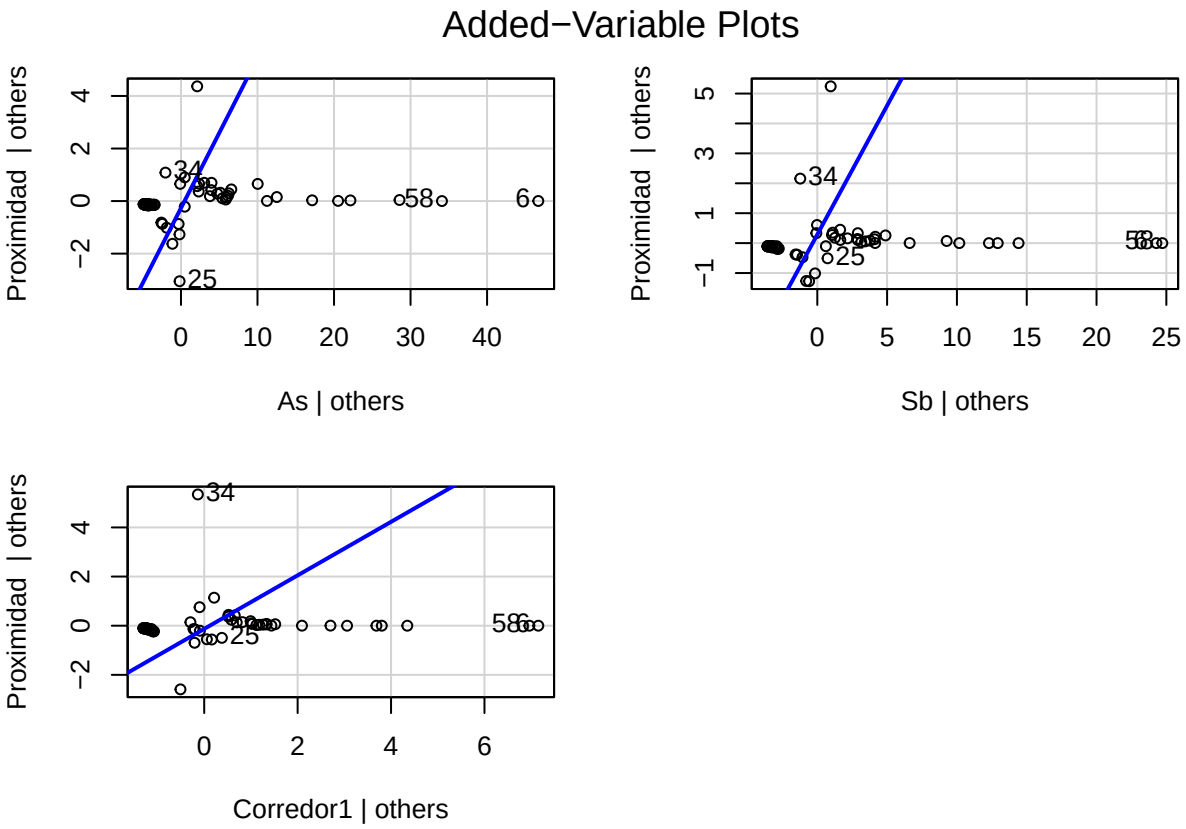


La función plot de R enfrenta los residuos estandarizados de Pearson con los logits del ajuste. Este tipo de residuo es útil simplemente para chequear la normalidad que, en este caso, evidentemente no está presente, como se aprecia en el segundo gráfico de la salida.

Para chequear la linealidad, se utilizan los residuos del segundo tipo, es decir, los de la deviance, del siguiente modo:

```
car::avPlots(ajuste,terms=~.)
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```



AYUDA INTERPRETACIÓN

También podemos hacer gráficos de residuos parciales, para ver si la falta de linealidad es achacable a alguna variable concreta:

```
library(car)
```

```
## Loading required package: carData
```

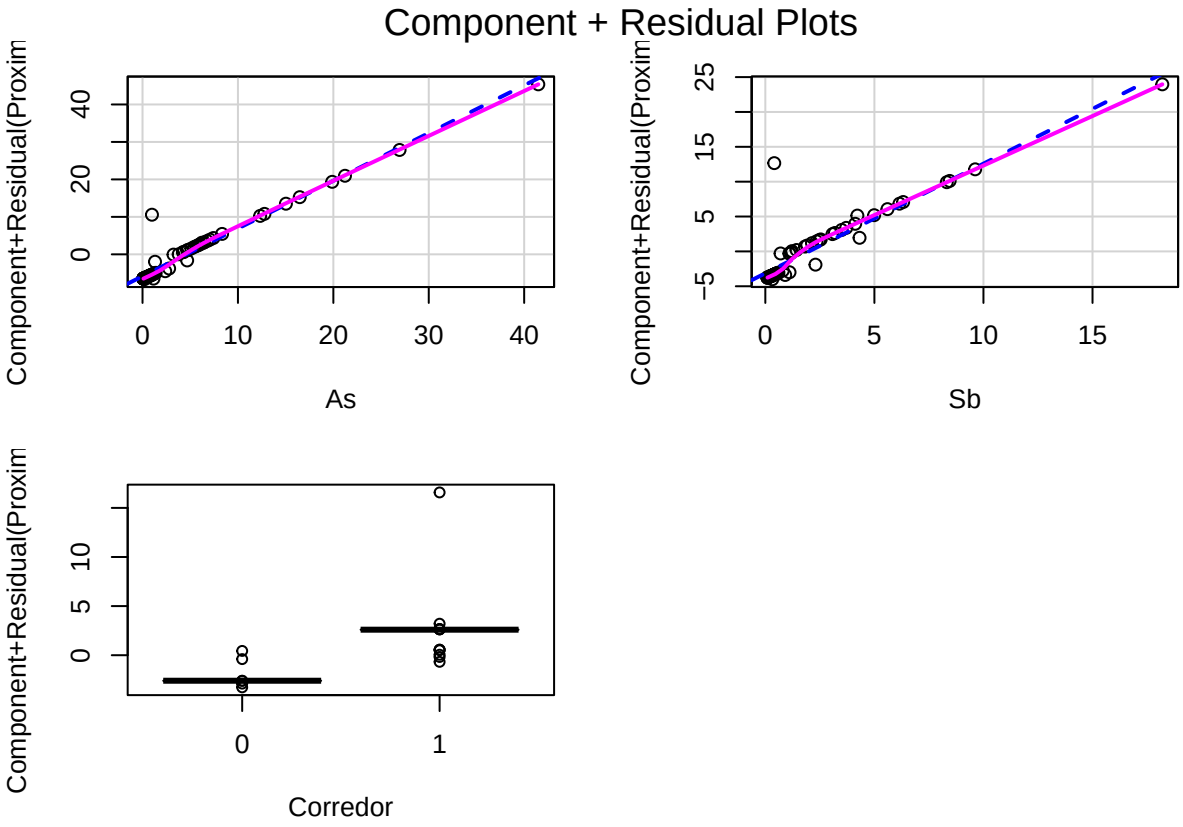
```
##
## Attaching package: 'car'
```

```
## The following object is masked from 'package:boot':
##
##     logit
```

```
## The following object is masked from 'package:DAAG':
##
##     vif
```

```
## The following object is masked from 'package:psych':
##
##     logit
```

```
crPlots(ajuste)
```



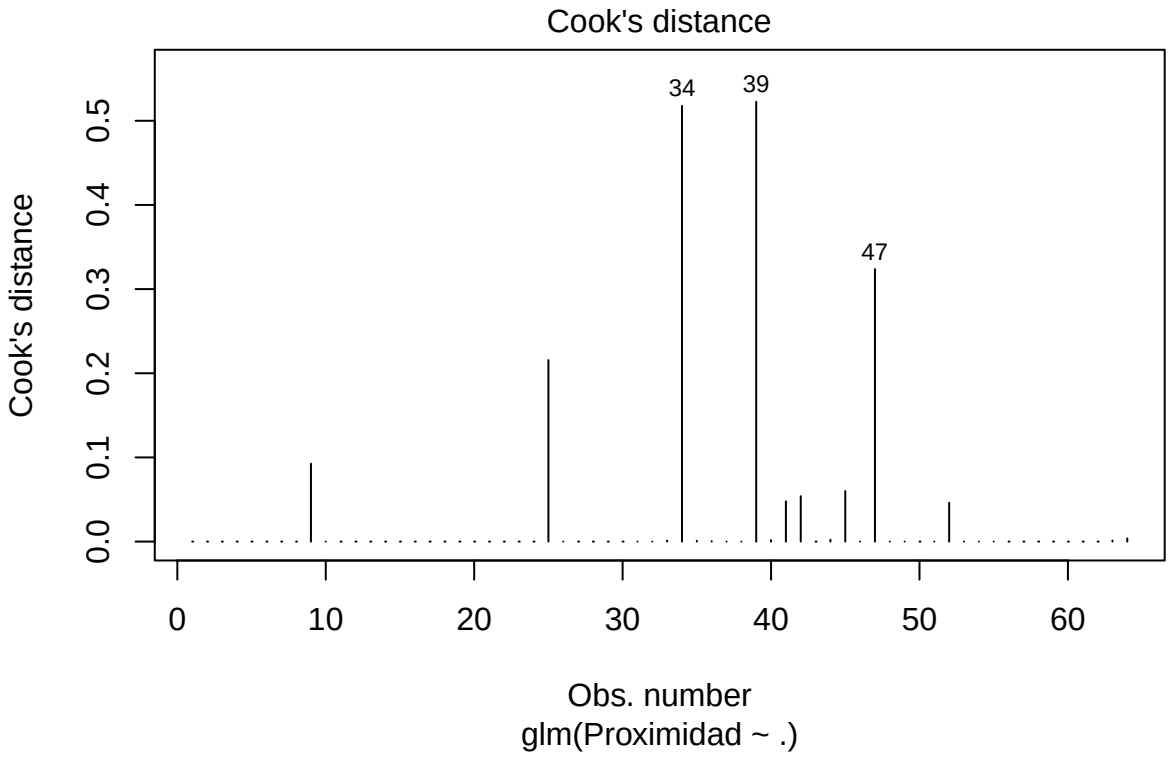
AYUDA INTERPRETACIÓN

12. Análisis de influencia

Finalmente, los residuos de Pearson también se pueden utilizar para el análisis de influencia.

Para ver el gráfico de la distancia de Cook, se ejecuta el siguiente comando:

```
plot(ajuste, which = 4)
```



Vemos 3 observaciones con una distancia de Cook mayor que el resto de observaciones: {34, 39, 47}

Tal y como haciamos en regresión lineal múltiple, podemos utilizar la siguiente función de R para obtener las medidas del análisis de influencia automáticamente:

```
im <- influence.measures(ajuste)
summary(im)
```

```
## Potentially influential observations of
##   glm(formula = Proximidad ~ ., family = "binomial", data = Oro) :
##
##    dfb.1_  dfb.As  dfb.Sb  dfb.Crr1 dffit   cov.r   cook.d hat
## 9  -0.36    0.60   -0.49    0.43    -1.70_*  1.43_*  0.09   0.42_*
## 25  0.61    0.18   -1.12_* -1.49_*  -2.36_*  0.75_*  0.22   0.32_*
## 34  1.74_* -1.76_* -1.58_* -0.46     2.42_*  0.13_*  0.52   0.12
## 39 -0.11   -0.13    1.91_* -0.51     3.86_*  0.87    0.52   0.50_*
## 41 -0.40    0.18    0.52   -0.13    -1.17_*  0.98    0.05   0.21_*
## 42 -0.16    0.13    0.16   -0.43    -1.21_*  0.86    0.05   0.18
## 45 -0.04    0.83   -0.04   -0.45     1.38_*  1.52_*  0.06   0.41_*
## 47 -1.34_* -0.52    1.25_*  2.08_*  -3.10_*  1.14    0.32   0.49_*
## 52 -0.12    0.30   -0.02    0.50     1.14_*  0.94    0.05   0.20_*
```

INTERPRETAR SALIDA