一. 简答题

1. 设线性定常系统传递函数为:

$$g(s)=\frac{(s+2)(s+3)}{(s+1)(s-2)(s+4)},$$

试问是否存在含观测器的状态反馈使闭环系统传递函数为:

$$g_c(s)=\frac{s+3}{(s+2)(s+4)}.$$

2. 对能观的线性定常系统 $\dot{x}=Ax+Bu, y=Cx$，简要论述通常不采用开环观测器 $\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu$ 而采用闭环观测的原因.

3. 简单比较线性定常系统状态反馈、基于观测器的状态反馈和(静态)输出反馈的各自特点.

4. 简述线性定常系统状态空间描述和其传递函数模型的状态空间实现之间的关系.

5. 简述线性系统内部稳定性和外部稳定性的关系.

内稳⇒外稳

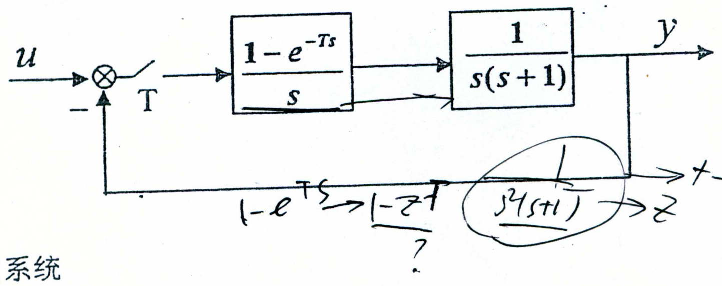
二. 已知线性定常系统的状态转移矩阵为

$$\Phi(t)=e^{-0.6t}\begin{bmatrix}\cos 0.8t+\frac{3}{4}\sin 0.8t & \frac{5}{4}\sin 0.8t\\ -\frac{5}{4}\sin 0.8t & \cos 0.8t-\frac{3}{4}\sin 0.8t\end{bmatrix},$$

$\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1.2\end{bmatrix}$

试求系统矩阵 A.

三. 设有零阶保持器的离散系统如图所示，试给出系统的一个状态空间空间描述，并问采样周期 T 是否会影响系统的稳定性?



四. 给定系统

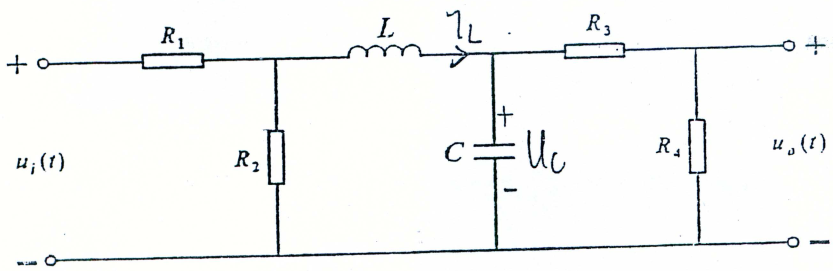
$$\dot{x}_1=x_2$$
$$\dot{x}_2=-x_1-x_1^{\,2}x_2,$$

试定出系统的平衡状态，并分析其稳定性.

五. R-L-C 网络如下图所示，图中 $u_i(t)$ 为输入电压，$u_o(t)$ 为输出电压，

（1）试以电感电流和电容电压作为状态变量建立系统的状态方程和输出方程。

（2）试求该系统的传递函数。



六. 给定线性定常系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= u \\ y &= 2x_1\end{aligned}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

和性能指标 $J = \int_0^\infty (y^2 + u^2)dt$，求最优状态反馈 $u = -k^* x$ 和最优性能值 J^*

$y^2 = 4x_1^2$

七. 给定线性定常系统

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

$P = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

试设计状态反馈使闭环系统极点为 $-2 \pm \sqrt{-1}, -2$，并设计一个极点都为-5 的降维观测器.

八. 给定传递函数的分式描述 $G(s) = N(s)D^{-1}(s)$，其中

$$N(s) = \begin{bmatrix} 1 & s+1 & 1 \\ s & 2s+2 & 2 \end{bmatrix}, \quad D(s) = \begin{bmatrix} s^2+2s+1 & s^2+4s+1 & s+3 \\ -2s^2 & 2s^2+3s-1 & 2s+1 \\ 5s^2-2s & -s^2 & -s+1 \end{bmatrix},$$

列既约 ⟺ 列次数系数阵 M_{hc} 非奇异

试判断 $G(s)$ 是否真，是否严格真.

判断真.严真

$M_{hc} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 非奇异.

① D(s) 是否列既约

② D(s) 既约化. $\widetilde{D(s)} = D(s)W(s)$ 单模阵　D(s) 既约化.

$\widetilde{N(s)} = N(s)W(s)$

③ $N(s)D^{-1}(s) = \widetilde{N(s)}\widetilde{D(s)}^{-1}$　$\delta_{ci}\widetilde{N(s)} > \delta_{ci}D(s)$

一．简答题 内部稳定必外部稳定，外部稳定不一定内部稳定，当系统完全能控完全能观时，内部稳定与外部稳定等价.

1. 简述线性定常系统内部稳定性和外部稳定性的关系.

2. 试解释系统严格等价的概念. P73

3. 给定线性系统 即可能达性，由于系统为线性定常系统，能达性与能控性等价.

由A阵形式，知系统能控，则存在u(t)使x(1)=x_1

是否要考虑平衡状态与[0,1]的关系，还是完全能控就可以了.

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}u,\ x(0)=x_0,$$

任取 $x_1\in R^3$，能否在 $[0\quad 1]$ 上找到控制 $u(t)$，使得 $x(1)=x_1$.

4. 设某系统传递函数为: 指时间

$$g(s)=\frac{(s+2)(s+3)}{(s+1)(s-2)(s+4)},$$

不存在. 输出反馈是线性反馈，不改变系统阶次，不改变能观性，故传递函数零极点个数不变.

动态输出反馈存在，因其可对全部极点进行任意配置，配置为 $-2,-2,-4$ 时，将形成 $g_c(s)$. 2个极点

试问是否存在动态输出反馈使闭环系统传递函数为:

$$g_c(s)=\frac{s+3}{(s+2)(s+4)},$$ 还有一个 $\frac{s+2}{s+2}$.

并简要说明理由. $(sI-A)^{-1}=\mathcal{L}[\Phi(t)]=\frac{1}{(s+\frac{3}{5})^2+\frac{16}{25}}\begin{bmatrix}s+\frac{6}{5}&1\\-1&s\end{bmatrix}$ $\therefore (sI-A)=\begin{bmatrix}s&-1\\1&s+\frac{6}{5}\end{bmatrix}$

$\therefore A=\begin{bmatrix}0&1\\-1&-\frac{6}{5}\end{bmatrix}$

二．已知线性定常系统的状态转移矩阵为

$$\Phi(t)=e^{-0.6t}\begin{bmatrix}\cos 0.8t+\frac{3}{4}\sin 0.8t & \frac{5}{4}\sin 0.8t\\ -\frac{5}{4}\sin 0.8t & \cos 0.8t-\frac{3}{4}\sin 0.8t\end{bmatrix},$$

A: 重做一下.

试求系统矩阵 A.

已提交了

三．给定线性定常系统

$Q_c=[B\ \ AB\ \ A^2B]=\begin{bmatrix}0&1&1&0&0&0\\1&0&0&0&2&0\\0&0&2&0&-2&0\end{bmatrix}$

$\mathrm{rank}\,Q_c=3$，完全能控.

则 $\frac{3}{2}\le\mu\le 3-2+1$ $\therefore \mu=2$.

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&2&-1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0&1\\1&0\\0&0\end{bmatrix}u,$$

$$y=\begin{bmatrix}1&0&2\end{bmatrix}x$$

试判断系统是否完全能控. 若完全能控则给出能控性指数，否则给出能控性分解.

四．给定线性定常系统

动态输出反馈要怎么??

六章

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-7&-7&-7\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u,$$

$$y=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}x$$

?

试问是否存在一个一阶的动态输出反馈补偿器，使闭环系统的极点为 $-1\pm 2j,-2,-5$. 若存在，试求出一个满足要求的动态输出反馈，否则详细说明理由.

五. 给定系统 显然$x_1=0, x_2=0$为平衡态. 取$V(x)=\frac{1}{4}x_1^4+\frac{1}{2}x_2^2$, 则$V(0)=0$.

$\forall x\neq 0$, $V(x)>0$.

非线性

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = -x_1^3 - x_2$$

$\dot{V}(x)=x_1^3\dot{x}_1+x_2\dot{x}_2=x_1^3x_2+(-x_1^3x_2-x_2^2)=-x_2^2$, 则$\dot{V}(x)\leq 0$.

显然$\forall x_0\neq 0$, $\dot{V}(x)\not\equiv 0$. $x\to\infty$, $V(x)\to\infty$ ∴渐稳.

试分析系统平衡状态的稳定性.

六. 设某系统的传递函数为:

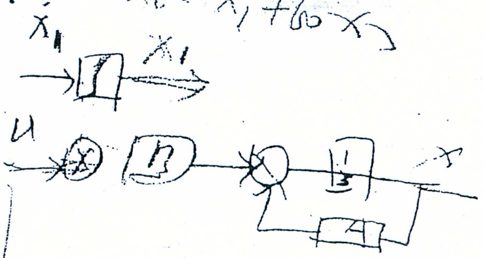
$G(s)=N(s)D^{-1}(s)$ 右互质.

$$G(s)=\begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{s}{s^2-1} \\ \frac{s}{s-1} & \frac{1}{s-1} \end{bmatrix},$$

试求其不可简约实现, 并画出方框图.

$N(s)$与$D(s)$互质.

$(s+1)(s-1)^2$



七. 给定传递函数的分式描述$G(s)=N(s)D^{-1}(s)$, 其中

由零极点推广定义, $G(s)$极点为$\det D(s)=0$根.

$G(s)$零点为使$\text{rank}\,N(s)<r$的s值

$$N(s)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & s & 0 \end{bmatrix}, D(s)=\begin{bmatrix} s+1 & s^2+2s+1 & 2 \\ 2s-1 & -2s^2 & 2 \\ -s & 5s^2-2s & 1 \end{bmatrix},$$

$s=2$时, $\text{rank}\,N(s)=1<2$.

∴零点为2.

引入$V(s)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2s & 0 & 1 \end{bmatrix}$单模, 则

$\bar{D}(s)=D(s)V(s)=\begin{bmatrix} 5s+1 & s^2+2s+1 & \\ 6s-1 & -2s^2 & \\ s & 5s^2-2s & \end{bmatrix}$ 列既约

$\bar{N}(s)=N(s)V(s)=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & s & 0 \end{bmatrix}$ ∴$\delta_{c1}\bar{N}(s)=0<1=\delta_{c1}\bar{D}(s)$

$\delta_{c2}\bar{N}(s)=1<2=\delta_{c2}\bar{D}(s)$

$\delta_{c3}\bar{N}(s)=0=0=\delta_{c3}\bar{D}(s)$

∴$G(s)$为真但非严真.

试求$G(s)$的零点, 并判断$G(s)$是否真, 是否严格真.

2

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

八. 证明(1和2任选)

1. 设某线性定常系统的右互质分式描述为$N(s)D^{-1}(s)$, 并设$C(sI-A)^{-1}B$为其最小实现. 试证明: 对任意适当维数的常数矩阵C_1, 存在多项式矩阵$N_1(s)$使得

$$C_1(sI-A)^{-1}B = N_1(s)D^{-1}(s)$$

成立. 反之, 对任意使$N_1(s)D^{-1}(s)$严格真的适当维数的矩阵$N_1(s)$, 存在满足上式的常数矩阵C_1.

2. 给定线性定常系统

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx,$$

其中$x\in R^n, u\in R^p, y\in R^q$, 试证明: 对任意向量$x_0\in R^n$, 常数$\tau$和正数$t_0$, 状态$x_0$在$t_0$时刻能控当且仅当状态$e^{A\tau}x_0$在$t_0$时刻能控.

令$\bar{x}=e^{A\tau}x=Px$, 显然, P非奇异且

$\dot{\bar{x}}=PAP^{-1}\bar{x}+PBu$

$y=CP^{-1}x$

∴(A,B)能控 $\Leftrightarrow \text{rank}[B\ AB\cdots A^{n-1}B]=n$

$\Leftrightarrow \text{rank}(P[B\ AB\cdots A^{n-1}B])=n$

$\Leftrightarrow \text{rank}[PB\ PAP^{-1}PB\cdots(PAP^{-1})^{n-1}PB]=n$

$\Leftrightarrow \text{rank}[\bar{B}\ \bar{A}\bar{B}\cdots\bar{A}^{n-1}\bar{B}]=n$

$\Leftrightarrow (\bar{A},\bar{B})$能控