东 南 大 学 考 试 卷（A）

课程名称 线性系统理论　考试学期 2017～2018　得分

适用专业 自动化　考试形式 闭卷　考试时间长度 150分钟

一、简答题（共4题，每小题5分，共20分）

1、请简述内部稳定和外部稳定的关系。

2、对于线性定常系统，为什么常常采用极点配置方法进行综合设计？极点配置为什么多采用状态反馈而较少采用输出反馈？

3、设单输入单输出线性定常系统要跟踪的信号为 $\bar{y}(t)$，性能指标为

$J(u(\bullet))=\int_0^\infty \{\beta[(y(t)-\bar{y}(t)]^2+u^2(t)\}dt$，其中 $\beta>0$。简述 β 的选取不同对最优控制系统性能的影响。

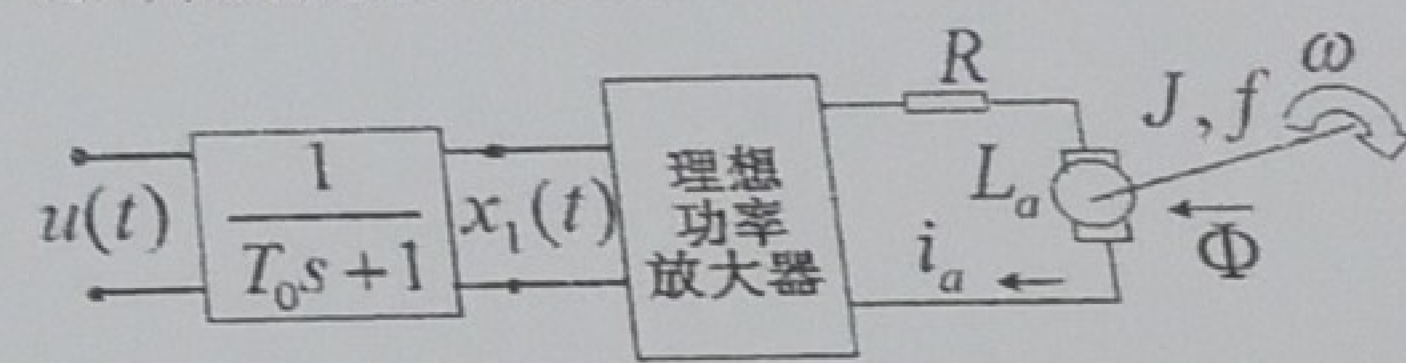
4、对于能够用状态反馈镇定的 p 维输入 p 维输出 n 阶线性定常系统(A, B, C)，请从静态解耦工程意义出发谈谈如何理解静态解耦需要满足 $rank\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}=n+p$ 条件？

二、综合题（共8题，共80分）

1、（共10分）如图所示，$u(t)$ 和 $x_1(t)$ 分别为二端器件（惯性环节）的输入电压和输出电压。已知理想功率放大器的电压放大倍数为 K，磁通 Φ 为常量，ω 为电机转速（即输出），J 和 f 分别为折合到电机轴上的转动惯量和阻尼系数，电机反电势与电机转速成正比，系数为 C_e，电磁力矩与流经电机线圈电流成正比，系数为 C_m，假定 C_e, C_m 为常量。现规定 $x_2(t)=i_a$，$x_3(t)=\omega$。

（1）请建立该系统的状态空间描述数学模型；

（2）判断系统是否完全能控。



2、（共 10 分）给定传递函数的矩阵分式描述 $G(s)=N(s)D^{-1}(s)$，其中

$$N(s)=\begin{bmatrix}1 & s^2 & 1\\ s & s+1 & 2s\end{bmatrix},D(s)=\begin{bmatrix}s^3+s^2+1 & s^3+s-1 & 1\\ s^2+1 & 0 & s-1\\ s^2+s+1 & 2s^2+s & s^2-s\end{bmatrix},$$

试判断 $G(s)$ 为严真、真或非真。

3、（共 10 分）给定线性定常系统 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$， $\mathbf{x(0)}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$

和性能指标 $J=\int_0^\infty\left(4x_1^2+12x_1x_2+12x_2^2+u^2\right)dt$

（1）求最优状态反馈 $u=-k^*x$ 和最优性能值 J^*；

（2）上述最优控制是否唯一？(1)中所求最优状态反馈是否能镇定原系统？

4、（共 10 分）设某线性定常系统的传递函数矩阵为：

$$G(s)=\begin{bmatrix}\dfrac{s+1}{(s+3)^2(s+4)^2} & \dfrac{-(s+1)}{(s+4)^2} & 0\\ \dfrac{-(s+1)}{(s+4)^2} & 0 & \dfrac{s+1}{(s+4)^2}\end{bmatrix}$$

(1)请给出该系统的一个右 MFD；

(2)试求 G(s)的史密斯-麦克米伦形，并求出其有限远处零点和极点。

5、（共 10 分）假定某线性定常系统的状态空间描述为$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0\\1 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x\end{cases}$，期望的闭环极点为$-2\pm j2$，试设计状态反馈和全维状态观测器实现这个系统。

6、（共 12 分）给定线性定常系统

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0 & 0\\0 & 0 & -2 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & -2 & 0\\0 & 0 & 0 & 1 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0 & 0\\1 & 1\\2 & 1\\0 & 0\\2 & 2\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 2 & 1 & 1 & 0\\0 & 1 & 0 & 2 & 0\end{bmatrix}x$$

(1) 给出该系统的能控能观性结构分解；

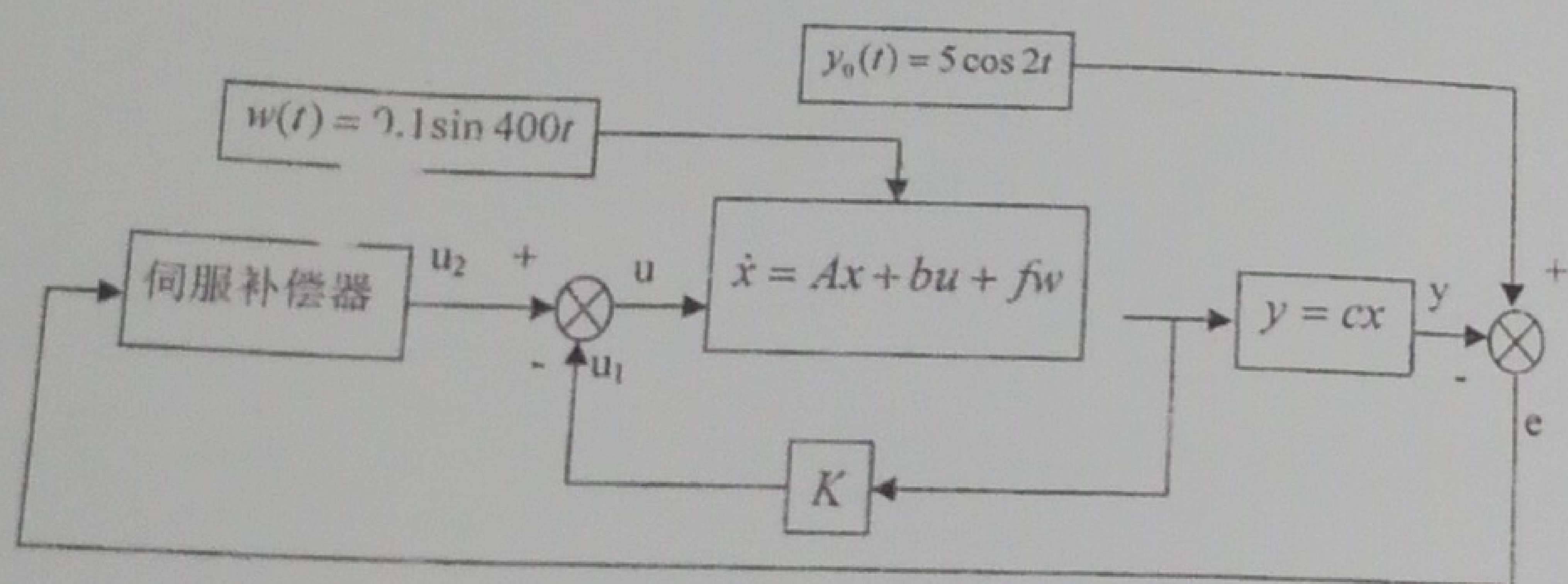
(2) 判断是否存在状态反馈使系统能够镇定？是否存在含观测器的状态反馈使系统镇定？请说明理由。

(3) 求系统的传递函数矩阵。

7、（共 10 分）如图所示为一单输入单输出线性定常系统的跟踪控制结构框图。其数学模型为$\begin{cases}\dot{x}=Ax+bu+fw\\ y=cx\end{cases}$，$w(t)=0.1\sin 400t$ 和 $y_0(t)=5\cos 2t$ 分别为干扰信号和要跟踪的信号，（A, b, c）的传递函数为 $\dfrac{s^2+p}{(s+1)^2(s+2)}$，其中 $p\geq 0$ 为常数。

(1) 请给出 (A, b, c) 的一个最小实现；

(2) 假定你实现的系统中 $f=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$，试分析常数 p 满足什么条件系统肯定能够做到无静差跟踪？此时系统的内模应该如何建立？



8、（共 8 分）对于完全能控能观的多输入多输出线性定常系统（A, B, C），在理论上其零点可定义为使矩阵$\begin{bmatrix}SI-A & B\\ -C & 0\end{bmatrix}$降秩的 S 的值。请根据该定义证明设计状态反馈矩阵 K 闭环系统的零点位置和开环系统的零点位置一样，但零点有可能被闭环极点对消而消失。