**简答题**

1. 集合对等的定义，举一个与[0,1]对等的无界集合的例子

设A,B两个集合，如果存在从A到B的一一映射T，即T既是单射也是满射，则称A与B对等，记为A~B。

对，取

1. 可数集、不可数集的定义及例子（P6-7）

能与与自然数集N对等的集合

有理数集Q

不能与自然数集N对等的集合

点集

1. 无界且Lebesgue测度为0的集合的例子（P29）

有理数集Q

（PS：可数集的Lebesgue测度为0）

1. Lebesgue可测但点点不连续的函数的例子
2. 可测函数的定义

设f是定义在可测集E上的实函数，若对每一实数，集恒可测，则称f是E上的可测函数。

1. 度量定义，并给出一个度量的例子，使得d(0,1)=d(0,2)，并在实平面上定义两个不同的度量

是一个定义在直积上的二元函数，如果满足:

非负性,

对称性,

三角不等式,

则称是X中两个元素x与y的度量（距离）。

定义

定义

1. 赋范线性空间定义（P76）

设X是线性空间，若对于X中每个元素x，按照一定法则对应一个实数满足：

则称为x的范数，X称以为范数的赋范线性空间。

1. 赋范线性空间中有界线性算子、连续线性算子定义（P86）

由赋范线性空间X中的某子集D到赋范线性空间Y中的映射T称为算子，

若算子满足：

则称T为线性算子。

若T将X中的有界集映称Y中的有界集，称T是有界的。

T是连续的充要条件是T是有界的。

1. 内积空间的定义（P129）

设X为数域F上线性空间，若对任两个元素（也称为向量），有唯一F中数与之对应，记为，并满足以下条件：

则称为x与y的内积，有了内积的线性空间叫做内积空间

1. 中线公式：对内积空间X中元素x，y

由此可以导出当且时，不是内积空间。取，不满足中线公式。

1. 内积空间中的标准直交系的定义，并举一个中标准直交系的例子（P139）

设M是内积空间中一个不含零元的子集，若M中任两个不同元素都直交，且每个元素的范数都为1，则称M为标准直交系。

，其第n个分量为1，其余分量都为0。

**说明题**

1. 说明赋范空间与内积空间的关系

内积空间为赋范空间，反之不成立；赋范空间中定义了距离与模长的概念，内积空间中还有夹角与方向的概念，在内积空间里定义范数时，内积空间为赋范空间。

1. 说明赋范空间与度量空间的关系

赋范空间一定是度量空间，度量空间满足如下两个条件即成为赋范空间：

1. 举例说明度量空间中有界集不一定是全有界集

有界数列空间在度量 ，则在度量下是不可分的，故不是全有界集。

1. 举例说明赋范空间中弱收敛点列不一定收敛

在中，，所以，故不强收敛于0，但对任意,，故，即弱收敛于0。

**计算题**

1. L可积与L积分
2. 证明度量空间并讨论完备性、可分性和有界性
3. Banach压缩映像原理证明方程只有唯一解
4. 不动点原理证明方程组存在唯一解
5. 范数问题
6. 内积空间相关等式证明
7. 内积空间与标准直交系
8. 证明Cauchy列收敛
9. 实空间与复空间结论是否相同