

Mathe für die Informatik II – SoSe 2017
Dr. Samuel Hetterich

Blatt 2

Abgabe: Di 09.05.2017, 12:15 Uhr

Hinweis:

► Bewertet und korrigiert werden nur die Aufgaben 2.1 und 2.2. - also müssen Sie nur Lösungen dieser Aufgaben einreichen. Die Präsenzaufgaben 2.3 und 2.4 werden in den Tutorien gelöst und besprochen - gerne können Sie sich darauf vorbereiten.

Aufgabe 2.1

4 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus die folgenden größten gemeinsamen Teiler (geben Sie jeden Rechenschritt in Tabellenform wie im Skript vorgeführt an).

a) $\text{ggT}(110, 34)$

b) $\text{ggT}(55, 34)$

c) Finden Sie dabei ganze Zahlen u, v und x, y so dass gilt

$$\text{ggT}(110, 34) = u \cdot 110 + v \cdot 34$$

$$\text{ggT}(55, 34) = x \cdot 55 + y \cdot 34.$$

Aufgabe 2.2

4 Punkte

a) Beweisen Sie Lemma 3.4.4 aus der Vorlesung. Es seien $a, b, n \in \mathbb{N}$ dann gilt

$$\text{ggT}(a \cdot b, n) \mid \text{ggT}(a, n) \cdot \text{ggT}(b, n).$$

b) Wann gilt

$$\text{ggT}(a \cdot b, n) = \text{ggT}(a, n) \cdot \text{ggT}(b, n).$$

Präsenzaufgabe 2.3

a) Finden Sie ein $n \in \mathbb{N}$, das die folgende Modul-Gleichungen korrekt ergänzt:

$$3 \equiv 17 \pmod{n}$$

Ist die Lösung eindeutig? - wenn nicht, nennen Sie alle Lösungen für $n \in \mathbb{N}$.

b) Finden Sie ein $z \in \mathbb{Z}$, das die folgende Modul-Gleichungen korrekt ergänzt:

$$3 \equiv z \pmod{7}$$

Ist die Lösung eindeutig? - wenn nicht, nennen Sie alle Lösungen für $z \in \mathbb{Z}$.

c) Finden sie zwei unterschiedliche Zahlen $z_1, z_2 \in \mathbb{Z}$ mit $|z_1| < 9$ und $|z_2| < 9$, so dass

$$(4102)^{10} \equiv z \pmod{9}.$$

d) Ist das folgende System von Modul-Gleichungen lösbar?

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 7 \pmod{10}.$$

Präsenzaufgabe 2.4

a) Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Beweisen Sie

$$c|a \text{ und } c|a + b \implies c|b.$$

b) Für welchen Input $a, b \in \mathbb{N}$ terminiert der euklidische Algorithmus zur Berechnung des $\text{ggT}(a, b)$ nach nur einem Schritt?