

# Modulación Chirp con desplazamiento de frecuencia: La modulación LoRa

Lorenzo Vangelista<sup>1</sup>, *Miembro, IEEE*

**Abstract**—Low power wide area networks (LPWAN) are emerging as a new paradigm, especially in the field of Internet of Things (IoT) connectivity. LoRa es una de las LPWAN y está ganando bastante tracción comercial. La modulación subyacente a LoRa está patentada y nunca se ha descrito teóricamente. El objetivo de esta carta es ofrecer la primera descripción matemática rigurosa de los procesos de modulación y demodulación. También proporcionamos una derivación teórica del receptor óptimo que implica un proceso de demodulación de baja complejidad, recurriendo a la transformada rápida de Fourier. Comparamos el rendimiento de la modulación LoRa y la modulación por desplazamiento de frecuencia tanto en un canal de ruido gaussiano blanco aditivo como en un canal de frecuencia selectiva, mostrando la superioridad de la modulación LoRa en el canal de frecuencia selectiva. Los resultados de esta carta permitirán una evaluación adicional de las redes basadas en LoRa, mucho más rigurosa que la realizada hasta ahora.

**Términos clave:** modulación chirp, modulación chirp por desplazamiento de frecuencia (FSCM), Internet de las cosas (IoT), LoRa, redes de área extensa de baja potencia (LPWAN).

## I. INTRODUCCIÓN

Las redes de área extensa de baja potencia (LPWAN) están emergiendo como un nuevo paradigma, especialmente en el campo de Internet de

Conectividad de las cosas [1]-[3].

LoRa es una de las LPWAN (véase [3]) y está ganando bastante tracción comercial. En sentido estricto, LoRa es la capa física del sistema LoRaWAN, cuya especificación mantiene la LoRa Alliance.<sup>1</sup> La modulación LoRa está patentada y nunca se ha descrito teóricamente. La patente [4], de hecho, no proporciona los detalles, en términos de ecuaciones y procesamiento de señales. El documento [5] ofrece una descripción de alto nivel de modulación LoRa, proporcionando algunas ecuaciones básicas y basándose en la intuición del lector para el proceso de decodificación. Documentos [6] y [7] profundizan más en la señal, la modulación y la demodulación, pero aún carecen de una definición matemática, basada en la teoría de señales, de los procesos de modulación y demodulación, en parte porque el análisis se limita al dominio analógico. Por ejemplo, en [7] se dice que "Para una propagación

factor  $S$ ,  $\log_2(s)$  bits definen  $f_{(0)}$ , decir, el desplazamiento de frecuencia inicial, pero no se explica cómo se hace.

En realidad, la modulación LoRa suele denominarse "modulación chirp" [8]-[10]. Una inspección detallada de LoRa revela que el elemento portador de información es el desplazamiento de frecuencia al principio del símbolo y el chirp es similar a una especie de portadora. Por esta razón, en nuestra opinión, LoRa se mejor como una Modulación Chirp por Desplazamiento de Frecuencia (FSCM).

El resto del documento está organizado como sigue. En la Sección II, se describe el proceso de modulación y se identifican las señales ortogonales básicas que caracterizan la modulación; en la Sección III, se describe el demodulador óptimo y una implementación eficiente del mismo utilizando la Transformada Rápida de Fourier; en la Sección IV, se presentan los resultados de algunos experimentos de simulación por ordenador sobre las prestaciones a nivel de enlace, comparando también la modulación FSCM con una modulación FSK (frequency-shift keying) con la misma característica. Por último, en la Sección V, extraemos las conclusiones del artículo.

## II. MODULACIÓN CHIRP POR DESPLAZAMIENTO DE FRECUENCIA

Supongamos que el ancho de banda del canal que utilizamos para la transmisión es  $B$  por lo que transmitimos una muestra cada  $T = \frac{1}{B}$ .

A la entrada del modulador se envía un símbolo  $s(nT_s)$  cada  $T_s = \frac{B}{2^{SF}}$ . El símbolo  $s(nT_s)$  es un número real formado por un vector  $\mathbf{w}(nT_s)$  de dígitos binarios  $SF$ , siendo  $SF$  un parámetro entero denominado, en el contexto de LoRa, *Factor de dispersión* (que suele tomar valores en  $\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ), es decir,

$$\mathbf{w} \in \mathbb{F}_2^{1-}$$

$$s(nT_s) = \mathbf{w}(nT_s) \cdot 2^{(h)} \quad (1)$$

Podemos ver que  $s(nT_s)$  toma valores en  $\{1, 2, \dots, 2^{SF} - 1\}$ .

La forma de onda transmitida, de duración  $T_s$ , para una determinada  $s(nT_s)$  es entonces

$$c(nT_s + kT) = \sqrt{\frac{1}{2^{SF}}} e^{j2\pi [(s(nT_s) + k) \bmod 2^{SF}] k T \frac{B}{2^{SF}}} \quad (2)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2^{SF}}} e^{j2\pi [(s(nT_s) + k) \bmod 2^{SF}] \frac{k}{2^{SF}}} \quad (3)$$

para  $k = 0 \dots 2^{SF} - 1$ .

Podemos ver que la señal modulada es una forma de onda chirp, ya que la frecuencia aumenta linealmente con  $k$ , que es el índice de tiempo; observamos que cada forma de onda difiere de una forma de onda base que tiene

Manuscrito recibido el 17 de agosto de 2017; revisado el 3 de octubre de 2017; aceptado

10 de octubre de 2017. Fecha de publicación 13 de octubre de 2017; fecha de la actual 25 de octubre de 2017. El editor asociado que coordinó la revisión de este manuscrito y lo aprobó para su publicación fue el Dr. Andre L. F. de Almeida.

El autor trabaja en el Departamento de Ingeniería Informática de la Universidad de Padua, Padua 35131, Italia (correo electrónico: [lorenzo.vangelista@unipd.it](mailto:lorenzo.vangelista@unipd.it)).

Las versiones en color de una o varias de las figuras de esta carta están disponibles en línea en <http://ieeexplore.ieee.org>.

Identificador de objeto digital 10.1109/LSP.2017.2762960

<sup>1</sup><https://www.lora-alliance.org/>

Uso autorizado con licencia limitada a: MINCYT. Descargado el 13 de junio de 2024 a las 22:29:17 UTC de IEEE Xplore. Se aplican restricciones.

Como conclusión para esta sección, establecimos la ortogonalidad de la base  $c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=p}$ , es decir, que

$$\begin{aligned} & \text{D} \quad c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=p} \quad \text{E} \\ & c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=p} c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=q} = 0 \\ & i \neq q, i, q \in \{0 \dots 2^{SF} - 1\}. \end{aligned} \quad (9)$$

### III. DETECCIÓN ÓPTIMA DE SEÑALES FSCM EN CANALES CON RUIDO BLANCO GAUSSIANO ADITIVO (AWGN)

Dado que tenemos señales de igual energía y suponemos una sincronización perfecta en tiempo y frecuencia, así como una fuente que emite símbolos igualmente probables, el receptor óptimo para señales FSCM en un canal AWGN puede deducirse fácilmente como se describe en [11, Sec. 6.1].

La señal recibida es

$$r(nT_s + kT) = c(nT_s + kT) + w(nT_s + kT) \quad (10)$$

donde  $w(nT_s + kT)$  es un ruido blanco gaussiano de media cero, con

$\sigma_w^2(nT_s + kT) = \sigma^2$  independiente de  $(nT_s + kT)$ . El óptimo El demodulador consiste en proyectar  $r(nT_s + kT)$  sobre las diferentes señales  $c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=q}$ ,  $q = 0 \dots 2^{SF} - 1$  y eligiendo la señal  $c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=l}$  tal que el módulo de la proyección es máxima como la mejor estimación de la señal transmitida. Este proceso proporciona la mejor estimación  $\hat{s}(nT_s) = l$  de la señal transmitida  $s(nT_s)$ .

#### A. Implementación computacionalmente eficiente

Para calcular la proyección, realizamos el cálculo habitual

$$\begin{aligned} & \text{D} \quad c(nT_s + kT), c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=q} \quad \text{E} \\ & r(nT_s + kT), c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=q} \\ & = \sum_{k=0}^{2^{SF}-1} r(nT_s + kT) c^*(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=q} \\ & = \sum_{k=0}^{2^{SF}-1} r(nT_s + kT) \frac{1}{\sqrt{2^{SF}}} e^{-j2\pi[(q+k) \bmod 2^{SF}] \frac{k}{2^{SF}}} \\ & = \sum_{k=0}^{2^{SF}-1} r(nT_s + kT) e^{-j2\pi \frac{k}{2^{SF}} [(q+k) \bmod 2^{SF}]} \frac{1}{\sqrt{2^{SF}}} \end{aligned} \quad (11)$$

Ahora nos centraremos en la función

$$(\phi)(q, k) = e^{-j2\pi[(q+k) \bmod 2^{SF}] \frac{k}{2^{SF}}}, \quad q, k = 0, 1, \dots, 2^{SF} - 1. \quad (12)$$

Podemos ver que para  $q + k < 2^{SF}$ , decir, para  $k < 2^{SF} - q$ , tenemos

$$(\phi)(q, k) = e^{-j2\pi[(q+k) - k] \frac{k}{2^{SF}}} = e^{-j2\pi q \frac{k}{2^{SF}}}. \quad (13)$$

En cambio, para  $q + k \geq 2^{SF}$ , decir, para  $k \geq 2^{SF} - q$ , tenemos

$$\begin{aligned} \phi(q, k) &= e^{-j2\pi[(q + k - 2^{SF}) - k] \frac{k}{2^{SF}}} \\ &= e^{-j2\pi q \frac{k}{2^{SF}}} e^{-j2\pi 2^{SF} \frac{k}{2^{SF}}} \\ &= e^{-j2\pi q \frac{k}{2^{SF}}}. \end{aligned} \quad (14)$$

### Uncoded BER comparison

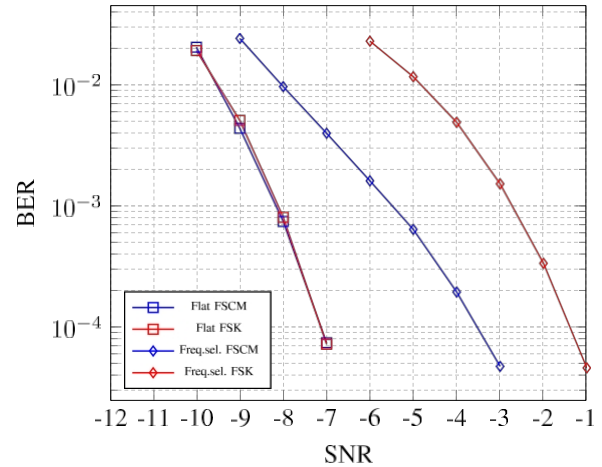


Fig. 1. Rendimiento a nivel de enlace de las modulaciones FSCM y FSK en los canales AWGN (Flat) y de frecuencia selectiva (Freq.Sel.).

Ahora podemos reescribir el producto interior en (11) como

$$\text{D} \quad c(nT_s + kT), c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=p} \quad \text{E} \quad (15)$$

$$= \sum_{k=0}^{2^{SF}-1} \frac{r(nT_s + kT) - e^{-j2\pi \frac{k}{2^{SF}}}}{d(nT_s + kT)} \times \frac{1}{2^{SF}} e^{-j2\pi p \frac{k}{2^{SF}}}. \quad (16)$$

De (16) podemos ver que el proceso de proyectar la señal  $r(nT_s + kT)$  sobre el elemento base de la señal  $c(nT_s + kT) |_{(s)(nT_s)=p}$  consta de los dos pasos siguientes:

1) multiplicando la señal  $r(nT_s + kT)$  muestra a muestra por

la señal  $e^{-j2\pi \frac{k}{2^{SF}}}$  (el llamado *down-chirp*), obteniendo  
la señal  $d(nT_s + kT) = r(nT_s + kT) e^{-j2\pi \frac{k}{2^{SF}}}$ ,

2) tomando la transformada discreta de Fourier del vector

$\mathbf{d}(nT_s)$ , cuyo componente  $\mathbf{d}(nT_s)$  es  $[\mathbf{d}(nT_s)]_k$ ,  $\mathbf{d}(nT_s + kT)$  y seleccionando la salida de índice  $p$ .

### IV. ENLACE A NIVEL DE RENDIMIENTO EN EL ANÁLISIS

En esta sección presentamos los resultados de algunas simulaciones por ordenador.

En las simulaciones que comparamos la modulación FSCM de cardinalidad  $2^7$  (es decir, con  $SF=7$ ) frente a una modulación FSK con la misma cardinalidad. Esto significa transmitir la forma de onda

$$c(nT_s + kT) = \frac{1}{\sqrt{2^{SF}}} e^{j2\pi s(nT_s) \frac{kT}{2^{SF}}} \quad (17)$$

en lugar de la de (4) para el símbolo de entrada  $s(nT_s)$ .

Hemos considerado un canal gaussiano blanco aditivo de frecuencia plana (AWGN), así como una unidad de energía

por canal multirraya AWGN selectivo en frecuencia con respuesta al impulso  $h(nT) = 0.8\delta(nT) + 0.2\delta(nT - T)$ . Los resultados se muestran en la Fig. 1.

Podemos ver que, mientras que para el canal AWGN el rendimiento de las modulaciones FSCM y FSK es el mismo, para un canal selectivo en frecuencia FSCM supera a FSK. La razón es que cualquier FSCM barre toda la gama de frecuencias y

forma de promediar el ruido. En su lugar, las señales FSK que caen en

zona del canal donde hay una mayor atenuación generan un efecto sobre la tasa de errores de bit, que es más adverso que el efecto beneficioso de las señales FSK que caen en la zona del canal donde realmente hay una amplificación.

## V. CONCLUSIÓN

En esta carta hemos proporcionado, hasta donde el autor sabe, la primera descripción matemáticamente rigurosa de los procesos de modulación (es decir, FCSM) y demodulación de LoRa, basada en la teoría de la señal (tiempo discreto) y la detección. Definimos el demodulador óptimo y su versión eficiente. Por último, comparamos el rendimiento de la modulación LoRa y la modulación FSK en términos de tasa de error binario sin codificar. Observamos que, si bien las dos modulaciones presentan el mismo rendimiento en un canal AWGN, en un canal de frecuencia selectiva la modulación LoRa (es decir, FCSM) obtiene mejores resultados.

Los resultados presentados en esta carta permitirán con el tiempo una evaluación de las redes basadas en LoRa mucho más rigurosa que la que se ha hecho hasta ahora.

## REFERENCIAS

- [1] H. Wang y A. O. Fapojuwo, "A survey of enabling technologies of low power and long range machine-to-machine communications", *IEEE Commun. Surv. Tuts.*, pendiente de publicación doi: [10.1109/COMST.2017.2721379](https://doi.org/10.1109/COMST.2017.2721379).

- [2] M. Centenaro, L. Vangelista, A. Zanella y M. Zorzi, "Long-range communications in unlicensed bands: The rising stars in the IoT and smart city scenarios", *IEEE Wireless Commun.*, vol. 23, no. 5, pp. 60-67, oct. 2016.
- [3] J. P. Bardyn, T. Melly, O. Sella y N. Sornin, "IoT: The era of LPWAN is starting now", en *Proc. 42nd Eur. Solid-State Circuits Conf.*, 2016, pp. 25-30.
- [4] F. Sforza, "Sistema de comunicación", patente estadounidense 8406275 B2, 26 de marzo de 2013.
- [5] C. Goursaud y J.-M. Gorce, "Dedicated networks for IoT : PHY/MAC state of the art and challenges", *EAI Endorsed Trans. Internet Things*, vol. 1, no. 1, pp. 1-11, 2015.
- [6] B. Reynders, W. Meert y S. Pollin, "Range and coexistence analysis of long range unlicensed communication", en *Proc. 23rd Int. Conf. Telecomm.*, 2016, pp. 1-6.
- [7] B. Reynders y S. Pollin, "Chirp spread spectrum as a modulation technique for long range communication", en *Proc. Symp. Commun. Veh. Tech-nol.*, 2016, pp. 1-5.
- [8] M. R. Winkler, "Chirp signals for communications", WESCON Convention Record Paper 14.2, 1962.
- [9] C. E. Cook, "Linear FM signal formats for beacon and communication systems", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-10, no. 4, pp. 471-478. Julio de 1974.
- [10] C. Gupta, T. Mumtaz, M. Zaman y A. Papandreou-Suppappola, "Wide-band chirp modulation for FH-CDMA wireless systems: Coherent and non-coherent receiver structures", en *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, 2003, vol. 4, pp. 2455-2459.
- [11] N. Benvenuto y G. Cherubini, *Algorithms for Communications Systems and Their Applications*. Chichester, Reino Unido: Wiley, 2002.
- [12] G. Cariolaro, *Teoría unificada de señales*. Berlín, Alemania: Springer, 2011.