

# **UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA**

**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y  
NATURALES**

**CÁTEDRA DE SISTEMA DE CONTROL**

**TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR**

**“Sistema de control de temperatura aplicado a un horno eléctrico.”**

Grupo

Alumnos:

Sassi, Juan Ignacio

Piñera, Nicolás Agustín

Profesores:

Ing Adrián Agüero

Ing. Juan Pedroni

<b>Introducción.....</b>	<b>3</b>
Objetivos.....	3
Modelo Comercial.....	3
<b>Definición del problema.....</b>	<b>4</b>
Principio de funcionamiento:.....	4
Partes principales de un horno eléctrico:.....	5
Que se busca controlar.....	5
Acción de control.....	5
Variables.....	6
Perturbaciones posibles.....	6
<b>Análisis de la planta.....</b>	<b>7</b>
Modelo matemático de la Planta.....	8
Modelo matemático del sensor LM35.....	9
Modelo matemático del Actuador (Relé).....	10
Modelo matemático del Acondicionador de Señal.....	10
Diagrama en Bloques.....	11
Función de Transferencia a Lazo Abierto.....	12
Función de Transferencia a Lazo Cerrado.....	12
Estudio de la Estabilidad Absoluta.....	13
Análisis de la respuesta temporal.....	15
<b>Especificaciones de diseño.....</b>	<b>17</b>
<b>Diseño del controlador.....</b>	<b>18</b>
<b>Conclusiones.....</b>	<b>21</b>
<b>Bibliográfica.....</b>	<b>23</b>

## ***Introducción***

En este trabajo se detalla el diseño y análisis de un sistema de control de temperatura para un horno eléctrico, un componente utilizado en diversas aplicaciones, desde la cocción doméstica hasta procesos industriales y de laboratorio. El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un modelo simple de horno eléctrico para uso doméstico que controle de manera precisa la temperatura y se mantenga estable, además demostrar la capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos en la materia de Sistemas de Control para resolver un problema de ingeniería real.

Para nuestro sistema las temperaturas máximas posibles de establecer varían según el tipo de horno y el uso. La mayoría de los hornos de cocina alcanzan entre 250 °C y 280 °C. Algunos modelos de gama alta pueden llegar a 300 °C. Para lograr una temperatura constante dentro del horno se utilizará un sensor de temperatura para realizar la medición y la retroalimentación al sistema.

### **Objetivos**

- Lograr modelar matemáticamente el comportamiento del horno.
- Simular el modelo matemático para verificar si el control que realiza es preciso.
- Entender y simplificar el modelo para aplicar los conocimientos adquiridos.

### **Modelo Comercial**

Para este trabajo utilizaremos de referencia el siguiente modelo comercial para estudiar su comportamiento y características: Horno Whirlpool Empotrable Eléctrico 60 CM Inox (AKZM656IX) el cual posee las siguientes características:

- Dimensión: Ancho 595 [mm] x Profundidad 564 [mm] x Altura 595 [mm]
- Potencia total: 2.4 [kW] - Se supondrá una potencia de trabajo de 1[kW]
- Tensión de entrada admitida: 198-242 [V]
- Capacidad del Horno: 67 [Litros]
- Temperatura mínima: 50 [° C] – Temperatura máxima: 300 [° C]

## ***Definición del problema***

Hablar de hornos es adentrarse en un mundo de cocción, donde la tecnología se ha hecho presente a través de diversos modelos que evolucionan con el paso del tiempo. Tener un horno eléctrico en casa es una alternativa a un horno de gas, quizá con una capacidad menor pero que funciona muy bien para cocinar los alimentos de una familia promedio.

Estos hornos emplean resistencias para convertir la energía eléctrica en calor. De esta manera, permiten que se lleve a cabo un proceso denominado efecto Joule. Consiste en producir calor mediante el choque de los electrones que generan la corriente eléctrica y los átomos.

Cuando esto se produce, la temperatura se eleva. Mientras el horno esté conectado a la corriente, este proceso se seguirá produciendo. Los choques de los electrones y los átomos son constantes debido al movimiento desordenado de los primeros dentro del horno. La potencia de este tipo de hornos depende de la cantidad de [V] que sean capaces de absorber de la corriente eléctrica. En función de esto, el calor que emitan será mayor o menor.

Un horno eléctrico funciona generando calor a través de resistencias eléctricas que se calientan cuando se conectan a la corriente eléctrica. Este calor se distribuye dentro del horno, ya sea por convección natural o mediante un ventilador en los hornos de convección, para cocinar los alimentos. El efecto Joule, también conocido como calentamiento Joule, es el fenómeno físico que explica cómo la energía eléctrica se transforma en calor cuando una corriente eléctrica circula por un material resistivo.

En los hornos eléctricos, este efecto es la base de su funcionamiento, ya que las resistencias dentro del horno, al recibir la corriente eléctrica, se calientan debido a la resistencia que ofrecen al paso de los electrones, generando calor que se utiliza para cocinar los alimentos.

Cuando se enciende el horno, la corriente eléctrica fluye a través de estas resistencias. Los electrones que componen la corriente eléctrica chocan con los átomos del material de la resistencia, generando fricción. Esta fricción transforma la energía cinética de los electrones en energía térmica, elevando la temperatura de la resistencia y, por lo tanto, del interior del horno. El calor generado en las resistencias se distribuye por todo el interior del horno, calentando los alimentos que se encuentran dentro.

El efecto Joule permite un calentamiento rápido y eficiente del horno, ya que la energía eléctrica se transforma directamente en calor. La potencia de calentamiento se puede controlar ajustando la corriente eléctrica que pasa por las resistencias, lo que permite regular la temperatura del horno.

### **Principio de funcionamiento:**

- **Generación de calor:** El horno eléctrico utiliza resistencias (generalmente de alambre metálico) que, al ser atravesadas por la corriente eléctrica, se calientan debido al efecto Joule.

- **Distribución del calor:** Convección natural: El aire caliente generado por las resistencias asciende, creando corrientes de aire caliente que distribuyen el calor por todo el horno. Convección forzada (en hornos de convección): Un ventilador impulsa el aire caliente generado por las resistencias, asegurando una distribución más uniforme y rápida del calor.
- **Control de temperatura:** Un termostato regula la temperatura del horno, apagando las resistencias cuando se alcanza la temperatura deseada y volviendo a encender si la temperatura baja.

### Partes principales de un horno eléctrico:

- **Resistencias:** Son los elementos calefactores que generan el calor, compuestas de materiales con una alta resistencia al paso de la corriente eléctrica.
- **Termostato:** Controla la temperatura del horno, regulando el encendido y apagado de las resistencias.
- **Ventilador** (en hornos de convección): Circula el aire caliente para una cocción más uniforme.
- **Panel de control:** Permite al usuario seleccionar la temperatura, el tipo de cocción y otras funciones.

### Que se busca controlar

El desafío de este trabajo será diseñar un sistema de control que permita mantener la temperatura del horno en un valor deseado, compensando perturbaciones y variaciones en la carga térmica. Nuestra señal de salida será la temperatura del horno, la mediremos con el sensor LM35 el cual es un sensor de temperatura lineal con salida equivalente a  $10 \text{ [mV/}^{\circ}\text{C]}$ , además se utilizará un acondicionador de señal para que la salida del LM35 tenga un nivel adecuado para cualquier ADC y disminuir el ruido eléctrico generado por el horno.

### Acción de control

La acción de control se ejecuta mediante un relé que gobierna el encendido y apagado de la resistencia calefactora del horno. El sistema de control evalúa la diferencia entre la temperatura medida y la temperatura de referencia, y determina si la resistencia debe activarse.

## Variables

Variables de entrada			
Variable	Símbolo	Unidad	Descripción
Potencia aplicada a la resistencia	$P_r$	[W]	Energía entregada al horno para generar calor
Tensión de alimentación	$V_{cc}$	[V]	Tensión que activa la resistencia
Señal de referencia de temperatura	$T_{ref}$	[° C]	Temperatura deseada del horno
Variables de salida			
Variable	Símbolo	Unidad	Descripción
Temperatura interna del horno	$T(t)$	[° C]	Variable controlada, salida del sistema
Señal del sensor	$V_{sensor}$	[V]	Señal analógica proporcional a la temperatura (10 mV/° C)
Parámetros del Sistema			
Parámetro	Símbolo	Unidad	Descripción
Capacidad térmica del horno	$C$	[J/° C]	Energía necesaria para elevar 1°C la temperatura del aire
Resistencia térmica	$R_t$	[° C/W]	Oposición al flujo de calor hacia el ambiente
Constante de tiempo	$\tau$	[s]	Indica cuán rápido responde el horno $\tau=R_t \cdot C$

## Perturbaciones posibles

- Cambios en la temperatura ambiente que modifican las pérdidas térmicas
- Apertura de la puerta del horno que provoca caídas de temperatura
- Inserción de objetos fríos que modifican el equilibrio térmico
- Variaciones en la tensión de red, que afectan la potencia real de la resistencia

## Análisis de la planta

Para nuestro trabajo la planta es el horno eléctrico, que se modela como un sistema térmico que transforma potencia eléctrica en temperatura. El horno es un sistema donde se acumula calor, se pierde calor al ambiente y no hay oscilaciones ni sobrepaso natural, sino un aumento lento y asintótico de la temperatura en su interior. Debido a este comportamiento se decide modelar el sistema como un sistema de primer orden, cuya respuesta al escalón es:

$$T(t) = T_{\infty}(1 - e^{-t/\tau})$$

El calor se almacena principalmente en el aire y en las paredes internas. La potencia que ingresa a nuestro sistema, calienta ese volumen de aire.

Como se dijo anteriormente nuestra planta se representará con un sistema de primer orden, para eso hay de definir dos parámetros importantes:

- $R_t$ : Representa la resistencia térmica
  - $C$ : Representa la capacidad térmica total
- La resistencia térmica se calcula de la siguiente manera

$$R_t = \frac{T_{\infty} - T_a}{P}$$

Donde:

- $T_{\infty}$ : Temperatura en régimen estacionario
- $T_a$ : Temperatura ambiente
- $P$ : potencia constante aplicada

En nuestro sistema la temperatura ambiente será de 25 [° C] y la temperatura del horno en régimen estacionario será de 300 [° C], además la potencia aplicada será de 1000 [W] entonces el valor de la resistencia térmica sería:

$$R_t = \frac{T_{\infty} - T_a}{P} = \frac{300 - 25}{1000} [\Omega] = 275 * 10^{-3} [\Omega]$$

La capacidad térmica total se la puede calcular de la siguiente manera:

$$C = m * c$$

Siendo

- $m$ : la masa del material contenido
- $c$ : calor específico, en el caso del aire  $c = 1005$  [J/kg]

En función de los valores y dimensiones de nuestro horno tenemos que

$$V = 67[L] = 0.067[m^3]$$

$$\rho_{aire} = 1.2 [kg/m^3]$$

$$m = \rho_{aire} * V = 1.2 * 0.067 [kg] = 0.0804 [kg]$$

$$C = m * c = 0.0804 * 1005 [J/(^{\circ}C)] = 82.48 [J/(^{\circ}C)]$$

### Modelo matemático de la Planta

Para conocer este modelo matemático se parte de la Ley básica de conservación de la energía térmica: La energía térmica no se crea ni se destruye, solo se transfiere de un cuerpo a otro o se transforma en otras formas de energía. En términos de la Primera Ley de la Termodinámica, esta es la forma formal de expresar esa conservación:

$$\Delta U = Q - W$$

Donde:

- $\Delta U$  es la variación de la energía interna del sistema
- $Q$  es calor añadido al sistema
- $W$  es trabajo realizado por el sistema

En nuestro caso de aplicación a la planta (horno eléctrico), la variación de la energía interna del sistema se puede expresar como:

$$Q = C * \Delta T \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = C * \frac{dT(t)}{dt}$$

Donde C es la capacidad térmica del horno y la tasa de variación de la energía interna es

$$C * \frac{dT(t)}{dt}$$

Por otra parte la Potencia térmica aportada por el calentador  $P(t)$  y la Pérdida de calor hacia el ambiente (conducción) es:

$$W = \text{Flujo de calor} = \frac{\Delta T}{R_t} = \frac{T(t) - T_a}{R_t}$$

Donde:

- $R_t$  es la resistencia térmica (cuánto se resiste el sistema a perder calor)
- $\Delta T = T(t) - T_a$  es la diferencia entre la temperatura del horno y el ambiente.



En el balance de energía:

**variación de la energía interna = potencia del calentador - pérdida térmica**

Nos queda la siguiente igualdad:

$$C \frac{dT(t)}{dt} = P(t) - \frac{(T(t)-T_a)}{R_t}$$

Si se considera que la temperatura ambiente  $T_a = 0$  nos queda

$$C \frac{dT(t)}{dt} + \frac{T(t)}{R_t} = P(t)$$

Una vez obtenida la ecuación diferencial que describe la dinámica térmica del horno, resulta conveniente transformarla al dominio de Laplace para facilitar su análisis y obtener la función de transferencia del sistema. Esta transformación permite trabajar con expresiones algebraicas en lugar de diferenciales, lo cual simplifica el estudio del comportamiento dinámico y el diseño de controladores. A continuación, se aplica la transformada de Laplace suponiendo condiciones iniciales nulas:

$$C * s * T(s) + \frac{T(s)}{R_t} = P(s)$$

$$T(s)(C * s + \frac{1}{R_t}) = P(s)$$

$$G(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{1}{(C * s + \frac{1}{R_t})} = \frac{R_t}{(C * R_t * s + 1)}$$

Si la forma estándar de una función de transferencia para un sistema de primer orden es

$$G(s) = \frac{K}{(\tau * s + 1)}$$

Entonces

- $\tau = C * R_t$ : Constante de tiempo térmica
- $K = R_t$ : Ganancia Estática

### Modelo matemático del sensor LM35

La relación entre la temperatura que entra al sensor y el voltaje que sale del mismo es simple:

$$V_{salida}(t) = K_{LM35} * T_{entrada}(t)$$

Donde:

- $V_{salida}(t)$ : Voltaje que sale del sensor
- $K_{LM35}$ : Factor de escala del sensor
- $T_{entrada}(t)$ : Temperatura medida por el sensor

En este caso el valor de  $K_{LM35} = 0.01[V/(^{\circ}C)]$  entonces la función de transferencia nos quedaría

$$H_{sensor}(s) = \frac{V_{salida}(t)}{T_{entrada}(t)} = K_{LM35} = 0.01[V/(^{\circ}C)]$$

### Modelo matemático del Actuador (Relé)

El modelo matemático de nuestro actuador será modelado con una función de transferencia constante  $K_{relé} = 1$ . Es una simplificación que permite enfocarse en la dinámica más relevante del sistema principal, sin introducir complejidades innecesarias por componentes que operan mucho más rápido.

En la teoría de control, es una práctica estándar simplificar los modelos de componentes para facilitar el análisis, especialmente cuando la dinámica de ese componente es mucho más rápida que la dinámica dominante del sistema que se está controlando.

Un relé es un dispositivo electromecánico o de estado sólido que conmuta un circuito eléctrico en respuesta a una pequeña señal de control. Para muchos sistemas el tiempo que tarda un relé en conmutar, por lo general milisegundos, es insignificante en comparación con las constantes de tiempo de la planta  $\tau \approx 22 [s]$ . Por ende el relé no introduce una dinámica en la respuesta global del sistema, lo que significa que no aporta polos ni ceros significativos a la función de transferencia.

### Modelo matemático del Acondicionador de Señal

Se colocará un acondicionador de señal para mejorar el nivel de voltaje a la salida del sensor de temperatura y disminuir el ruido eléctrico proporcionado por el horno. Será un Amplificador no inversor con filtrado RC ya que tiene alta impedancia de entrada asegurando que el amplificador no "extrae" corriente del sensor, manteniendo la precisión de su salida, tiene ganancia ajustable y precisa.

Este acondicionador tiene los siguientes parámetros:

- Ganancia
- RC y Tau

La ganancia se calcula con la siguiente expresión:

$$G_v = \frac{\text{Amplitud de salida deseada}}{\text{Amplitud de entrada}} = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{gain}}$$

Debemos saber que el rango de valores entregados por el sensor es 0.5[V] a 3[V] ya que trabajaremos con temperaturas de 50[°C] a 300[°C], entonces tendremos una amplitud de señal equivalente a  $3 - 0.5 = 2.5[V]$ .

Se desea llevar este rango a uno más apropiado por si se utiliza un ADC en el controlador para comparar, el cual será de 0.75[V] a 4.5[V] lo que nos da una amplitud de señal de salida deseada equivalente a  $4.5[V] - 0.75[V] = 3.75[V]$

$$G_v = \frac{\text{Amplitud de salida deseada}}{\text{Amplitud de entrada}} = \frac{3.75}{2.5} = 1.5$$

En función de este valor se sabe que las resistencias deben tener la siguiente relación

$$0.5 = \frac{R_{feedback}}{R_{gain}}$$

Como no se realizará la implementación física del sistema, es innecesario realizar el cálculo de las resistencias para el amplificador, aunque se deja planteada la relación que tienen que cumplir entre ellas para que funcione.

Para calcular la constante de tiempo  $\tau$  del filtro, depende de los valores de resistencia R y capacitancia C del mismo, el filtro será pasa-bajos, ya que se utilizara para eliminar el ruido sin afectar la señal de temperatura. La frecuencia de corte  $f_c$  tiene que ser bastante mayor a la dinámica del horno, se tomará un valor  $f_c = 5 [Hz]$ . En función de este valor se calcula la constante de tiempo para un filtro

$$\tau_{filtro} = \frac{1}{2\pi f_c} = \frac{1}{2\pi * 5} = 0.0318 [s]$$

De este valor se pueden calcular los valores de R y C, elegiremos un valor de  $R_{filtro} = 10k\Omega$  entonces

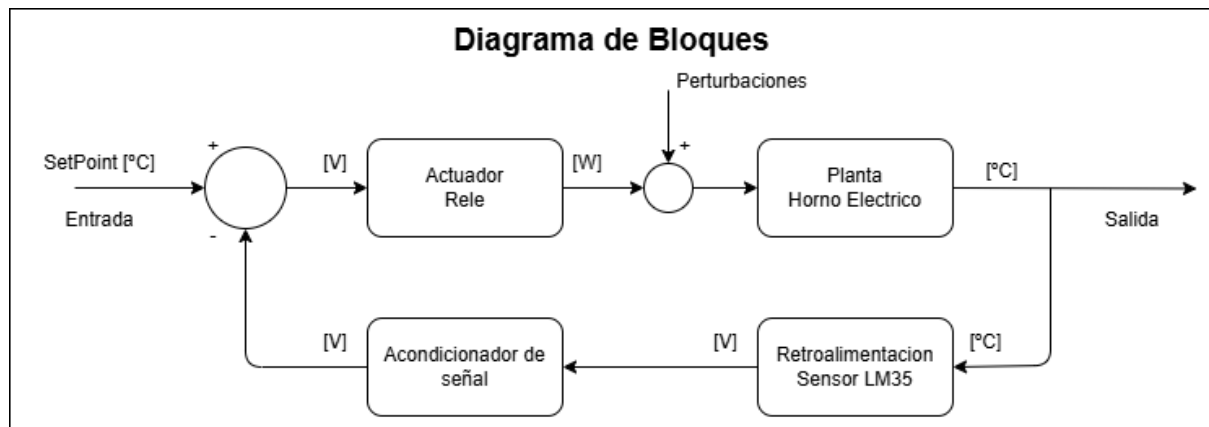
$$C_{filtro} = \frac{\tau_{filtro}}{R_{filtro}} = \frac{0.0318}{10000} = 3.18 * 10^{-6} [F] = 3.18 [\mu F]$$

Una vez obtenidos estos valores, modelamos este acondicionador de señal como un sistema de primer orden, el cual tendrá esta función de transferencia

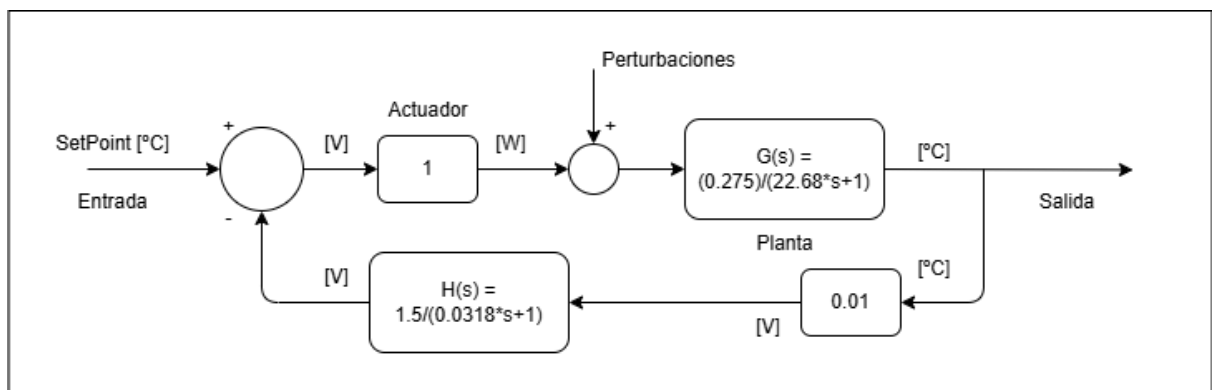
$$H_{acondicionador}(s) = \frac{G_v}{\tau * s + 1} = \frac{1.5}{0.0318 * s + 1}$$

### Diagrama en Bloques

A continuación, se presenta un diagrama en bloques de nuestro sistema.

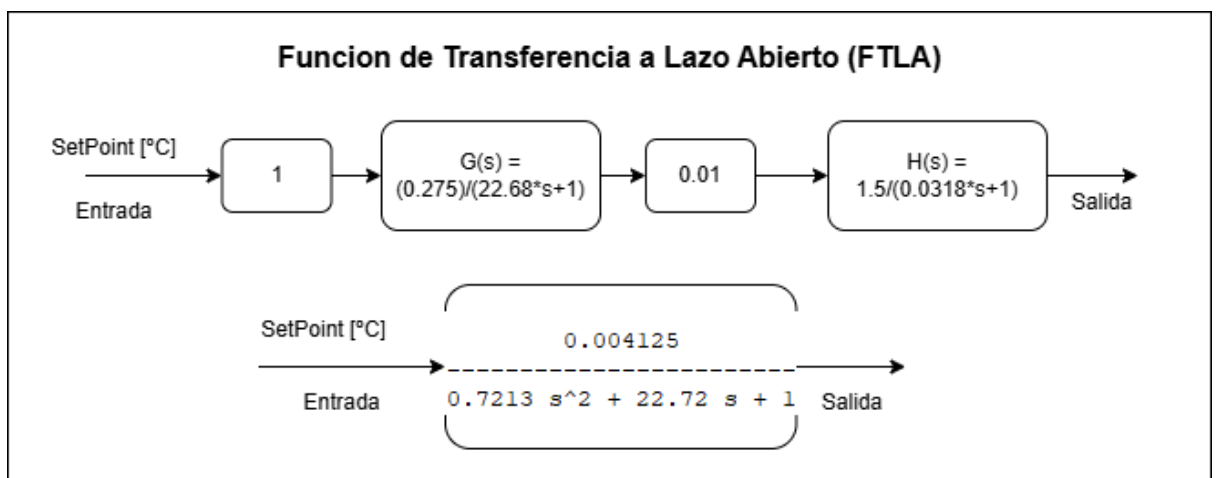


Reemplazando las funciones de transferencias (FT) descritas en la sección anterior, el diagrama en bloques nos quedaría de la siguiente manera



### Función de Transferencia a Lazo Abierto

Luego del análisis de nuestra planta, podemos obtener la función de transferencia del sistema en lazo abierto utilizando el diagrama de bloques:



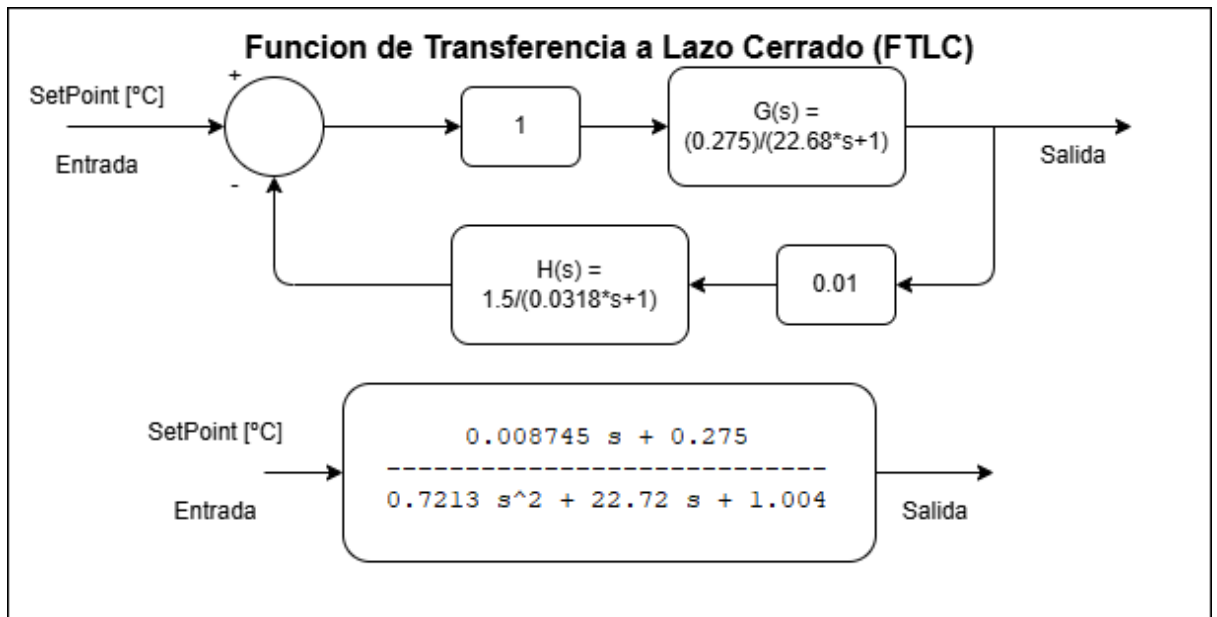
Para este análisis, consideraremos únicamente la entrada principal del sistema, mientras que las demás entradas se mantendrán pasivas. Esto se debe a que la superposición de efectos de las otras entradas no es de interés en este contexto.

Por lo tanto, la función de transferencia a lazo abierto es:

$$FTLA = \frac{0.004125}{0.7213s^2 + 22.72s + 1}$$

### Función de Transferencia a Lazo Cerrado

Para la función de transferencia del sistema en lazo cerrado se obtiene a partir del diagrama de bloques. Aplicando álgebra de bloques, se encuentra que la función de transferencia a lazo cerrado es la siguiente:



La función de transferencia a lazo cerrado se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$FTLC = \frac{G(s)}{1+G(s)*H(s)} = \frac{1 * \frac{0.275}{22.68*s+1}}{1+(1 * \frac{0.275}{22.68*s+1}) * (0.01 * \frac{1.5}{0.0318*s+1})}$$

$$\frac{1 * \frac{0.275}{22.68*s+1}}{1+(1 * \frac{0.275}{22.68*s+1}) * (0.01 * \frac{1.5}{0.0318*s+1})} = \frac{0.008745*s+0.275}{0.7213*s^2+22.72*s+1.004}$$

Lo que se observa es que nuestra FTLC es un sistema de segundo orden, con dos polos reales negativos, que nos darán dos constantes de tiempo que contribuyen en su respuesta en el tiempo.

Además posee valores de  $\zeta$  y  $\omega_n$  los cuales son el factor de amortiguamiento que está relacionado con el sobrepasamiento máximo de la señal y la frecuencia natural no amortiguada, a su vez ambos parámetros están relacionados con el tiempo de establecimiento de la función. Para nuestro sistema estos parámetros poseen los siguientes valores (Fueron calculados con Octave)  $\zeta = 13.349$  y  $\omega_n = 1.1798$ . Como el valor de  $\zeta > 1$  Nuestro sistema es sobreamortiguado.

## Estudio de la Estabilidad Absoluta

Se estudiará la estabilidad absoluta de nuestro sistema, aplicando la técnica de lugar de raíces, realizaremos todos los pasos y por último se verá el gráfico realizado en octave.

Para realizar este estudio se trabajara con la FT a lazo abierto la cual es

$$GH = K \frac{0.004125}{0.7213s^2 + 22.72s + 1} = K \frac{0.825}{(s+31.447)(s+0.044085)}$$

1. **Puntos de origen:** Son los polos de nuestra FT a lazo abierto. Para nuestro sistema.  $P_1 = -31.447$  -  $P_2 = -0.044085$
2. **Puntos terminales:** Representan los zeros de nuestra función de transferencia.  $Z_{1,2} = \pm \infty$
3. **Número de ramas:** Cantidad de ramas de nuestro lugar de raíces, depende del orden del denominador.  $N = 2$
4. **Asíntotas:**

$$\theta_K = \frac{(2k+1)\pi}{n-m} \text{ donde } k = |n - m| - 1$$

$$\text{y vale } 0 < k < |n - m| - 1 = 1$$

$$n = \text{orden del denominador} = 2$$

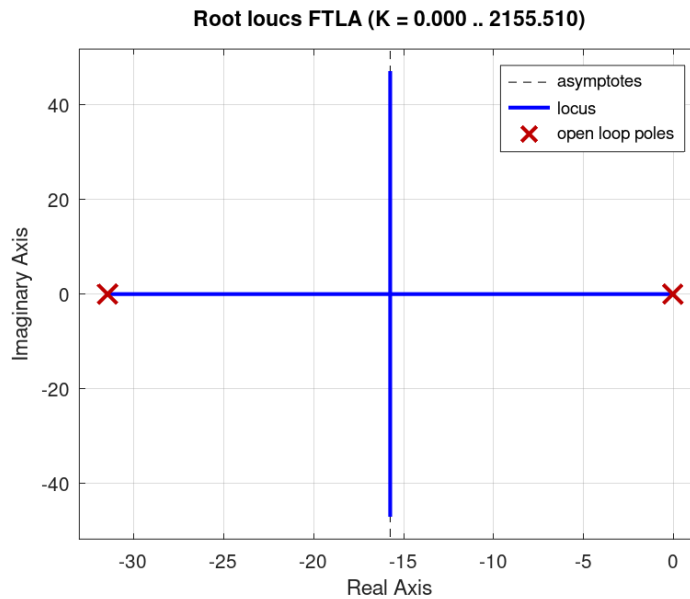
$$m = \text{orden del numerador} = 0$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ \text{ y } \theta_1 = \frac{3\pi}{2} = 270^\circ$$

5. **Centroide:** punto de donde salen las asíntotas

$$\sigma = \frac{\sum p - \sum z}{n-m} = \frac{[-31.447 - 0.044085]}{2} = -15.746$$

6. **Lugar de raíces sobre el eje real:** Intervalo sobre el eje real donde la cantidad de polos es impar.  $[-31.447 ; -0.044085]$
7. **Puntos de separación:** Lugar donde se separan las ramas hacia arriba o hacia abajo  $\frac{dGH}{ds} = 0$  para nuestro sistema, el valor que cumple con esta ecuación es  $s_1 = -15.749$  el cual pertenece al lugar de raíces.

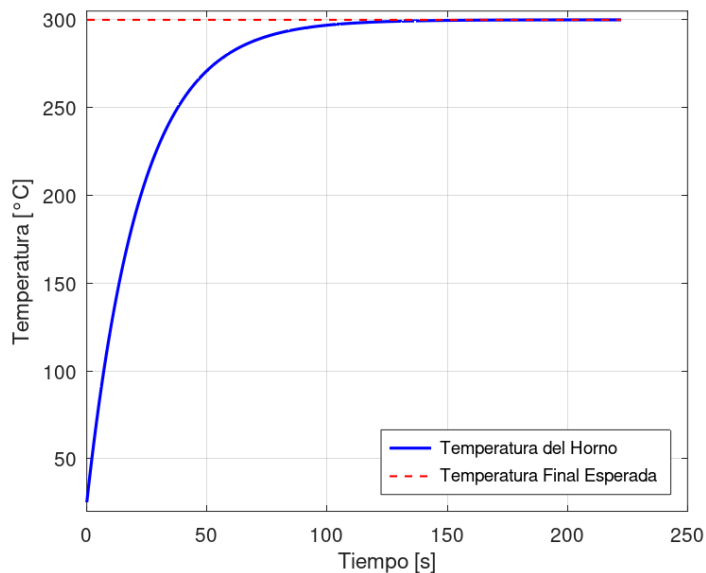


El sistema presenta estabilidad absoluta para cualquier valor de ganancia  $K$  ya que todos los polos a lazo abierto se encuentran en el semiplano izquierdo del plano complejo, las ramas del lugar de raíces permanecen confinadas al semiplano izquierdo y no existen intersecciones con el eje imaginario para ningún valor finito de  $K$ .

### Análisis de la respuesta temporal

A continuación se ve la respuesta temporal de nuestra planta para un escalón de potencia cuyo valor es de 1000[W]

**Respuesta de la Temperatura del Horno a un Escalón de Potencia (1000 W)**



La forma de la curva es un crecimiento exponencial suave y asintótico, sin sobrepasos ni oscilaciones. Esta es la respuesta característica y esperada de un sistema de primer orden ante una entrada tipo escalón. El sistema arranca desde una temperatura inicial de 25°C, que representa la temperatura ambiente y se eleva gradualmente.

La temperatura final a la que se estabiliza el horno en la simulación es de aproximadamente 300°C. Esto es consistente con la ganancia de la planta  $K=0.275 \text{ }^{\circ}\text{C/W}$  y una potencia aplicada de 1000 W.

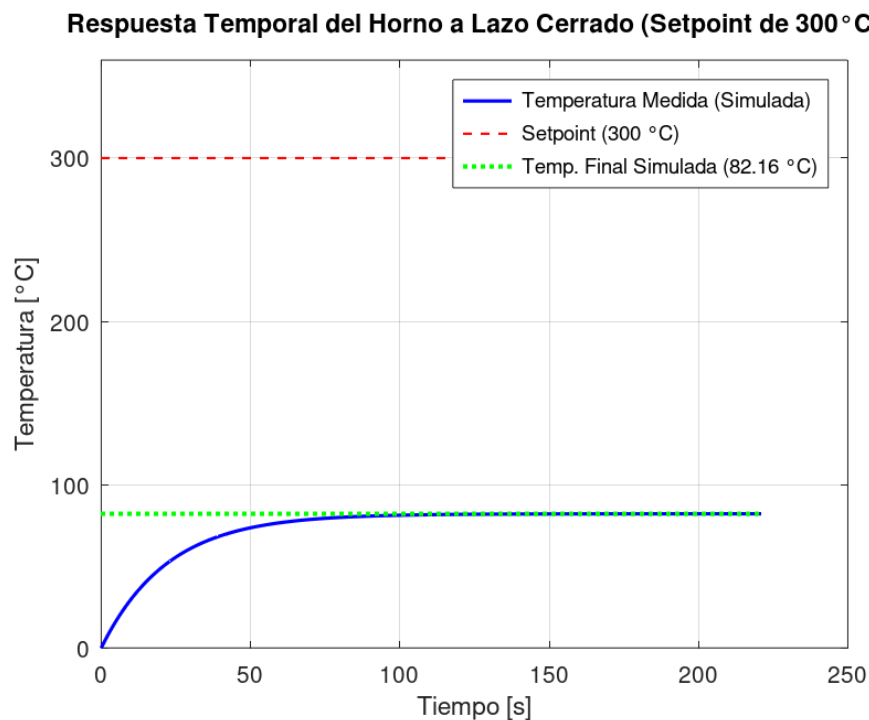
La constante de tiempo calculada para la planta es  $\tau=22.22 \text{ s}$ . En un sistema de primer orden, el sistema alcanza aproximadamente el 63.2% de su cambio total en una constante de tiempo ( $\tau$ ). Si el cambio total es de 275 °C (de 25 a 300), entonces el 63.2% es  $0.632 \times 275 = 173.8 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Sumado a la temperatura ambiente:  $25 + 173.8 = 198.8 \text{ }^{\circ}\text{C}$  y para los  $4 \tau$ , ya está muy cerca de los 300°C, aproximadamente al 98% del valor final. Esto concuerda con el modelo de un sistema de primer orden.

La temperatura obtenida en el horno en régimen estacionario depende directamente de la potencia constante aplicada. Partiendo del modelo de planta y las ecuaciones, vemos que la resistencia térmica de la planta se calcula como la diferencia de temperatura ( $T_{\infty} - T_a$ ) dividida por la potencia aplicada (P). Si despejamos la temperatura en régimen estacionario, obtenemos que:

$$T_{\infty} = T_a + P * R_t$$

Esto significa que, manteniendo la temperatura ambiente y la resistencia térmica constantes, un aumento en la potencia aplicada resultará en un aumento lineal en la temperatura final que alcanzará el horno en estado estacionario. La resistencia térmica también actúa como la ganancia estática de tu función de transferencia de la planta, lo que refuerza esta relación directa.

El siguiente gráfico muestra la respuesta temporal del sistema completo



Se puede observar la existencia de un Error en Estado Estacionario Significativo, a pesar de que el setpoint es de 300°C, la temperatura simulada del horno se estabiliza en un



valor mucho menor, aproximadamente 82.16°C. Esto indica un gran error en estado estacionario (la diferencia entre el setpoint y la salida final).

El sistema a lazo cerrado es estable. La temperatura no oscila y se asienta suavemente en un valor constante. Esto es positivo en términos de estabilidad, pero el asentamiento en un valor incorrecto es el problema principal.

Respuesta Lenta: La temperatura tarda un tiempo considerable en alcanzar su valor de estado estacionario (aproximadamente 100-150 segundos). Esto es consistente con la constante de tiempo grande de tu planta.

En resumen, la gráfica muestra un sistema estable, pero con una precisión inaceptable para el control de temperatura, lo que subraya la importancia del diseño y la sintonización del controlador.

Nuestra  $G(s)$  no posee polos al origen por lo que nuestro sistema es de Tipo 0. El polo dominante del sistema en nuestra FTLC es -0.0472. Este polo dictará la mayor parte de la constante de tiempo y la velocidad con la que tu horno.

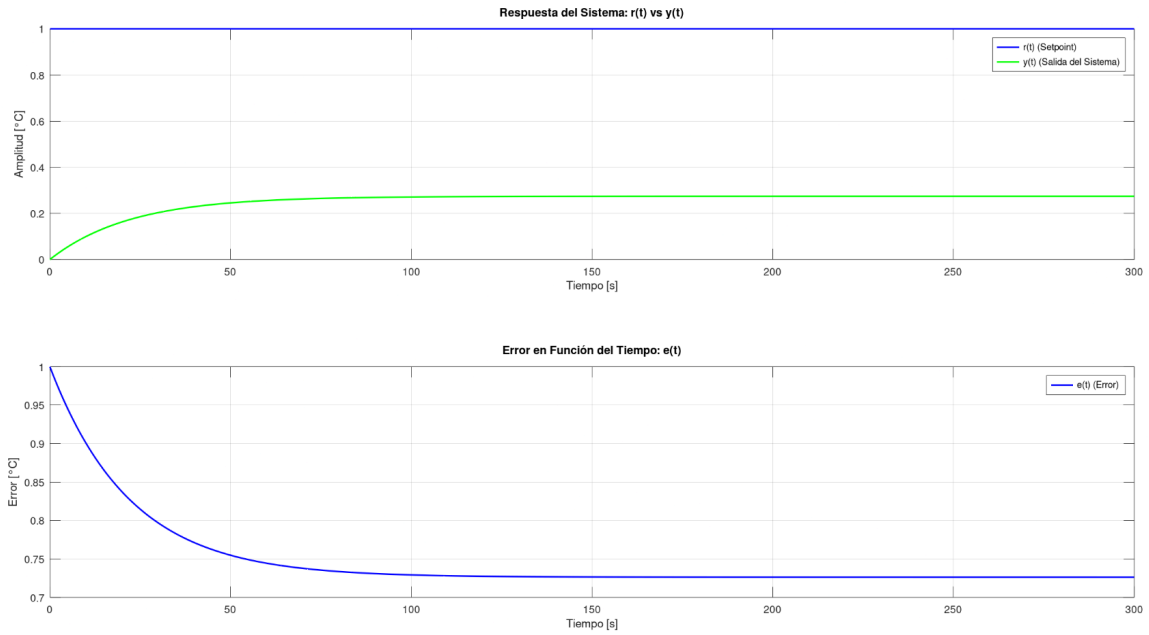
## **Especificaciones de diseño**

Para nuestra planta se realizarán especificaciones en el dominio del tiempo y definiremos especificaciones para el error en estado estable y para el tiempo de establecimiento.

Como se vio en las gráficas temporales, nuestro sistema posee un alto error en estado estable, el cual se puede calcular de la siguiente manera, primero se calculará la ganancia de la FTLC, que se encuentra al evaluar  $s=0$ :

$$FTLC(0) = \frac{G(0)}{1+G(0)H(0)} = \frac{0.008745*0+0.275}{0.7213*0^2+22.72*0+1.004} = 0.273$$

Por ende la salida  $Y_s$  de nuestro sistema en estado estable para un escalón unitario es  $Y_s = 0.273$  [°C]. Finalmente nuestro error en estado estable es:  $e_{ss} = 1 - Y_s = 1 - 0.273 = 0.7261$  [°C]



Lo que se puede observar en la imagen anterior es, en primera instancia, la entrada escalón y la salida de nuestro sistema. En la gráfica inferior se ve como el error en estado estable llega al valor obtenido anteriormente.

Por ende, se plantea que el requerimiento de error en estado estable, será obtener un error de 0.05 o menor, que es muy importante para un sistema de cocción. Con respecto al tiempo de establecimiento, se pide que sea el menor físicamente posible.

## Diseño del controlador

El objetivo principal de este sistema de control es mantener la temperatura interna del horno eléctrico en un valor de referencia o setpoint deseado de manera precisa y estable, cumpliendo con las especificaciones de diseño. Para lograr este objetivo, se implementó un controlador en el lazo cerrado de realimentación.

Inicialmente, se consideró la implementación de un controlador de tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) debido a su versatilidad y eficacia. Un controlador PID ofrece la capacidad de reducir el error en estado estable (acción Integral), mejorar la respuesta transitoria y reducir el sobrepasamiento (acción Proporcional), y anticipar futuros errores (acción Derivativa). La forma general de la Función de Transferencia o ley de control de un controlador PID en el dominio de Laplace es:

$$PID(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

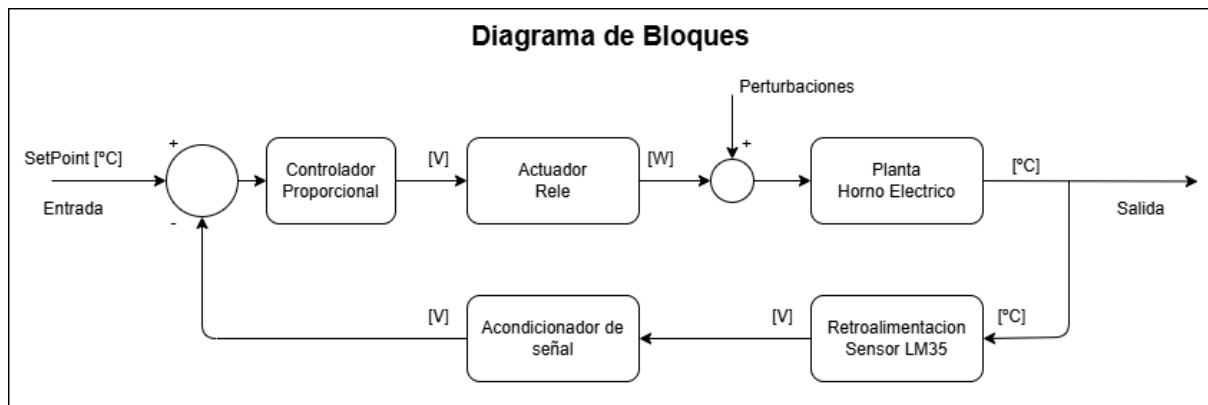
donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  es la constante de tiempo integral y  $T_d$  es la constante de tiempo derivativa.

Tras varias iteraciones de sintonización y análisis del comportamiento del sistema, realizando el ajuste manual de los parámetros del controlador, se determinó que la acción Proporcional (P) pura era suficiente para cumplir con los requisitos de desempeño establecidos para este horno eléctrico.

Un controlador P opera directamente sobre el error actual del sistema, es decir, la diferencia entre la temperatura deseada y la temperatura medida por el sensor. La función de transferencia de un controlador Proporcional puro se simplifica a:

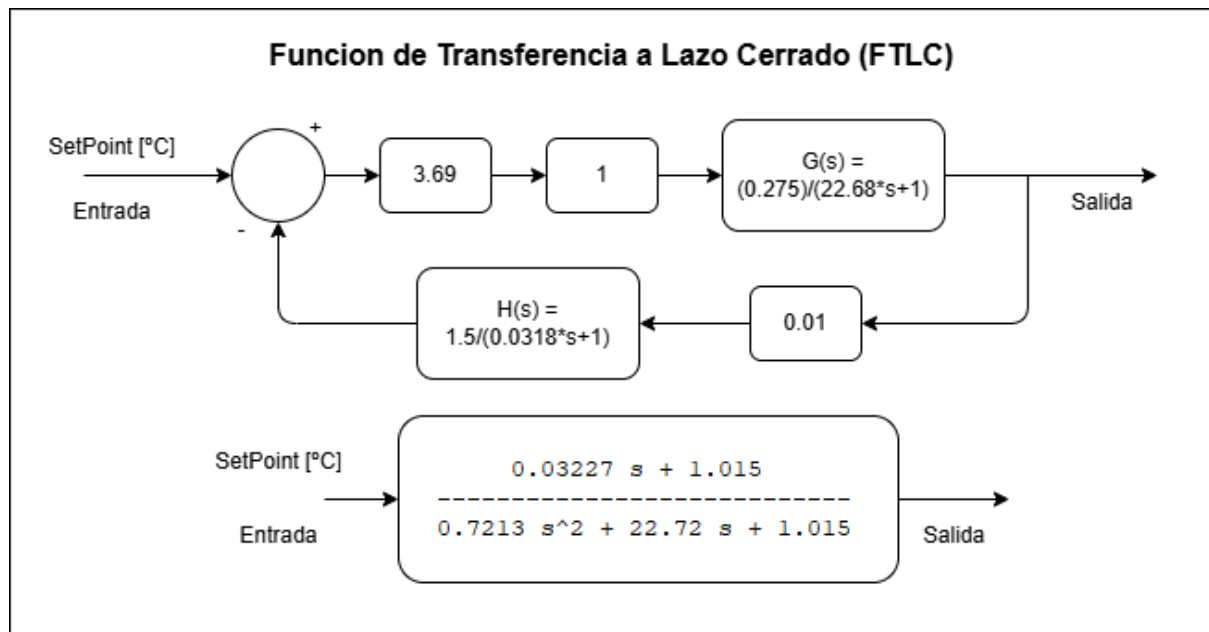
$$P(s) = K_p$$

Nuestro diagrama en bloques quedaría de la siguiente manera:



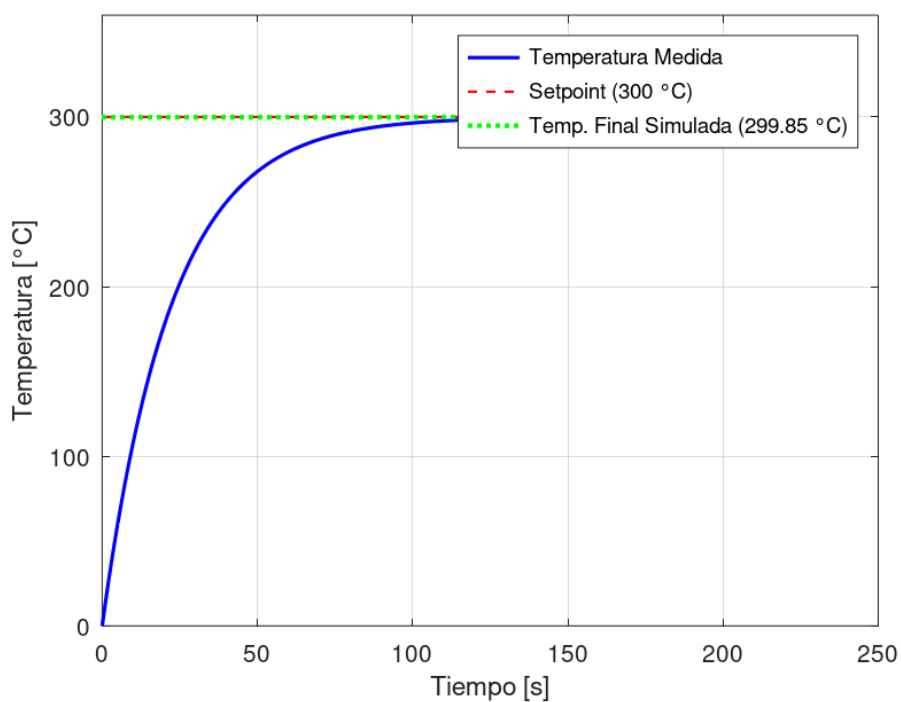
Mediante un proceso de sintonización basado en la observación del comportamiento de la respuesta temporal del sistema, se ajustó la ganancia proporcional  $K_p$ . Se encontró que un valor de  $K_p = 3.69$  ofrecía un rendimiento adecuado.

Entonces reemplazando este valor en nuestro diagrama en bloques y calculando la FTLC nos quedaría:

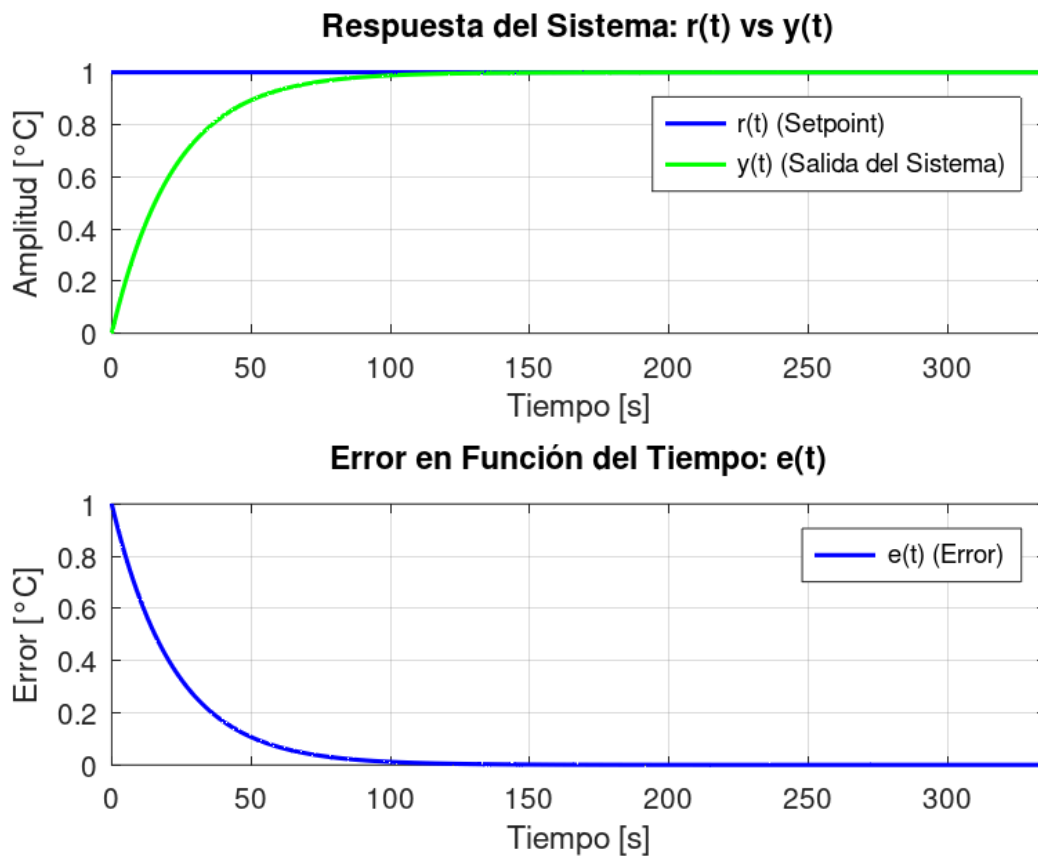


Se obtuvo por simulación la siguiente respuesta temporal del sistema:

**Respuesta Temporal del Horno a Lazo Cerrado (Setpoint de 300 °C)**



También se obtuvo la siguiente gráfica de la FTLC para una entrada escalón y la gráfica del error en estado estable



Con la implementación del controlador Proporcional y una entrada de un escalón unitario, las simulaciones arrojaron los siguientes resultados clave para la temperatura del horno:

- **Temperatura Final Alcanzada (Estado Estacionario):** 0.9995 °C
- **Error en Estado Estable:**  $E_{ss} = 1 - 0.9995 = 0.0005$  °C
- **Tiempo de Establecimiento:** Aproximadamente 89.372 segundos

Si bien un controlador P puro en un sistema de Tipo 0 siempre resultará en un error en estado estable no nulo, el valor de 0.0005 °C se consideró aceptable para las aplicaciones de un horno doméstico. Para muchos propósitos, una desviación tan pequeña del setpoint no compromete significativamente la funcionalidad del horno.

## Conclusiones

El presente Trabajo Práctico Integrador ha abordado exitosamente el diseño y análisis de un sistema de control de temperatura aplicado a un horno eléctrico, cumpliendo con los objetivos de modelar matemáticamente el comportamiento del horno y simular su desempeño en un entorno controlado. Se ha demostrado la capacidad de aplicar los conocimientos fundamentales de la materia de Sistemas de Control para resolver un problema de ingeniería real, desde la definición del problema, pasando por el análisis de la planta, las especificaciones de diseño hasta la implementación de una estrategia de control, todo con sus respectivas simulaciones realizadas en Octave.

Inicialmente, se realizó una caracterización detallada de cada componente del lazo de control:

- **Planta (Horno Eléctrico):** Se modeló como un sistema de primer orden con una ganancia  $K_{planta} = 0.275 [^{\circ}C/W]$  y una constante de tiempo  $\tau = 22.68[s]$ , representación que captura de manera adecuada la dinámica térmica asintótica del horno sin oscilaciones naturales y valida la hipótesis de comportamiento de primer orden para sistemas térmicos.
- **Sensor (LM35):** Caracterizado por una ganancia lineal de  $K_{sensor} = 0.01 [V/^{\circ}C]$
- **Actuador (Relé):** Modelado como una ganancia unitaria  $K_{relé} = 1$ , implementando una acción de control on-off apropiada para el manejo de la resistencia calefactora.
- **Acondicionador de Señal:** Representado como un sistema de primer orden con una ganancia de 1.5 y una constante de tiempo de 0.0318 [s].

El análisis de estabilidad mediante el lugar de raíces reveló que el sistema presenta estabilidad absoluta para cualquier valor de ganancia  $K$ , ya que todos los polos permanecen en el semiplano izquierdo del plano complejo. Esta característica es fundamental para garantizar un funcionamiento seguro del horno eléctrico, evitando comportamientos inestables que podrían resultar en temperaturas excesivamente altas o fluctuaciones peligrosas. El sistema resultó ser sobreamortiguado ( $\zeta = 13.349$ ), característica deseable para aplicaciones de control de temperatura donde se requiere evitar oscilaciones que podrían comprometer el proceso de cocción.

Las especificaciones de diseño establecidas fueron establecidas en función de las simulaciones del comportamiento del sistema, viendo la necesidad de ajustar el error en estado estable para que sea un sistema útil, inicialmente se pidió un error 0.05.

Para abordar estas especificaciones, se procedió al diseño del controlador. Aunque se consideró inicialmente un controlador PID por su capacidad para eliminar el error en estado estable y mejorar la respuesta transitoria, el proceso de sintonización reveló que una acción Proporcional (P) pura era suficiente para la aplicación.

El controlador Proporcional, definido por una ganancia  $K_p$ , fue implementado en el camino directo del lazo de realimentación. Tras la sintonización, se determinó un valor óptimo de  $K_p=3.69$ . Con este controlador, las simulaciones mostraron una mejora significativa en el desempeño del sistema:

- **Temperatura Final Alcanzada para setpoint de 300 °C:** 299.85 °C.
- **Error en Estado Estable:** 0.15 °C para setpoint, o 0.0005 °C para una entrada de escalón unitario. Este valor supera holgadamente la especificación de error ( $\leq 1.5$  °C), lo que valida la elección del controlador P para esta aplicación.
- **Tiempo de Establecimiento:** Aproximadamente 89.372 segundos. Se obtuvo el mismo tiempo de establecimiento, ya que existen limitaciones físicas relacionadas a este parámetro, y el que se encontró inicialmente es adecuado.

La elección final del controlador proporcional representa un compromiso de ingeniería válido y bien fundamentado. Se logró un error excepcionalmente bajo con la simplicidad operacional de un único parámetro de sintonía ( $K_p$ ), lo que facilita tanto la implementación como el mantenimiento del sistema. Los resultados obtenidos demuestran que el sistema diseñado es perfectamente viable para aplicaciones reales de hornos eléctricos domésticos, donde la precisión alcanzada (error de 0.15 °C) es superior a la requerida para la mayoría de aplicaciones culinarias, en las que variaciones de  $\pm 5$  °C son típicamente aceptables.

El desarrollo de este trabajo permitió aplicar exitosamente los conceptos fundamentales de sistemas de control para modelar y analizar el comportamiento térmico de un horno eléctrico doméstico. La caracterización del sistema como un modelo de primer orden resultó ser una aproximación adecuada, considerando que los hornos eléctricos presentan un comportamiento térmico sin oscilaciones naturales y con una respuesta asintótica característica. Los parámetros obtenidos proporcionaron una base sólida para el análisis posterior del sistema. La metodología empleada para obtener la función de transferencia de la planta, basada en el balance de energía térmica y la aplicación de la transformada de Laplace, demostró ser efectiva para representar matemáticamente el comportamiento dinámico del horno. La constante de tiempo calculada es coherente con la naturaleza de los procesos térmicos, donde los cambios de temperatura ocurren de manera gradual debido a la inercia térmica del sistema.

En conclusión, este trabajo ha demostrado la aplicación exitosa de principios fundamentales de sistemas de control para diseñar un controlador eficaz para un horno eléctrico, equilibrando juiciosamente la complejidad del controlador con los requisitos de desempeño de la aplicación real. La metodología empleada, desde el modelado matemático hasta la validación por simulación, constituye un ejemplo sólido de ingeniería de control aplicada a sistemas térmicos, con resultados que justifican plenamente la viabilidad del diseño propuesto para su implementación en hornos eléctricos domésticos.

## ***Bibliográfica***

- [Horno Eléctrico Whirlpool](#)
- [Manual de usuario del Horno eléctrico Whirlpool](#)
- [Funcionamiento de un Horno Eléctrico](#)
- [🎯 Control de Temperatura sin Errores: PID vs. On-Off | OMRON](#)
- [Clase 7: Modelado de un Horno Eléctrico.](#)
- [Vid 12 Lugar de Raíces y Diseño de Compensadores Proporcionales](#)
- [https://www.youtube.com/watch?v=C29TgrSxcqs&list=PLN45zwXKT9Pb9UWskc\\_2cvxaOsLg7msNH&index=9](https://www.youtube.com/watch?v=C29TgrSxcqs&list=PLN45zwXKT9Pb9UWskc_2cvxaOsLg7msNH&index=9)

Link Repositorio de GitHub con Código: [GitHub](#)