



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y
NATURALES**

CÁTEDRA DE SISTEMA DE CONTROL

TRABAJO PRÁCTICO INTEGRADOR

“Sistema de control de temperatura aplicado a un horno eléctrico.”

Grupo

Alumnos:

Sassi, Juan Ignacio

Piñera, Nicolás Agustín

Profesores:

Ing Adrián Agüero

Ing. Juan Pedroni

Introducción.....	3
Objetivos.....	3
Modelo Comercial.....	3
Definición del problema.....	4
Principio de funcionamiento:.....	4
Partes principales de un horno eléctrico:.....	5
Que se busca controlar.....	5
Acción de control.....	5
Variables.....	6
Perturbaciones posibles.....	6
Análisis de la planta.....	7
Modelo matemático de la Planta.....	8
Modelo matemático de la Termocupla tipo T.....	9
Modelo matemático del Actuador - Relé.....	10
Modelo matemático del Acondicionador de Señal.....	10
Diagrama en Bloques.....	11
Función de Transferencia a Lazo Abierto.....	12
Estudio de la Estabilidad Absoluta.....	12
Análisis de la respuesta temporal.....	13
Análisis de la respuesta temporal de la Planta.....	13
Análisis de la respuesta temporal del sistema sin Controlador.....	16
Especificaciones de diseño.....	17
Diseño del controlador.....	18
Conclusiones.....	22
Bibliográfica.....	25

Introducción

En este trabajo se detalla el diseño y análisis de un sistema de control de temperatura para un horno eléctrico, un componente utilizado en diversas aplicaciones, desde la cocción doméstica hasta procesos industriales y de laboratorio. El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un modelo simple de horno eléctrico para uso doméstico que controle de manera precisa la temperatura y se mantenga estable, además demostrar la capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos en la materia de Sistemas de Control para resolver un problema de ingeniería real.

Para nuestro sistema las temperaturas máximas posibles de establecer varían según el tipo de horno y el uso. La mayoría de los hornos de cocina alcanzan entre 250 °C y 280 °C. Algunos modelos de gama alta pueden llegar a 300 °C. Para lograr una temperatura constante dentro del horno se utilizará un sensor de temperatura para realizar la medición y la retroalimentación al sistema.

Objetivos

- Lograr modelar matemáticamente el comportamiento del horno.
- Simular el modelo matemático para verificar si el control que realiza es preciso.
- Entender y simplificar el modelo para aplicar los conocimientos adquiridos.

Modelo Comercial

Para este trabajo utilizaremos de referencia el siguiente modelo comercial para estudiar su comportamiento y características: Horno Whirlpool Empotrable Eléctrico 60 CM Inox (AKZM656IX) el cual posee las siguientes características:

- Dimensión: Ancho 595 [mm] x Profundidad 564 [mm] x Altura 595 [mm]
- Potencia total: 2.4 [kW] - Se supondrá una potencia de trabajo de 1[kW]
- Tensión de entrada admitida: 198-242 [V]
- Capacidad del Horno: 67 [Litros]
- Temperatura mínima: 50 [° C] – Temperatura máxima: 300 [° C]

Definición del problema

Hablar de hornos es adentrarse en un mundo de cocción, donde la tecnología se ha hecho presente a través de diversos modelos que evolucionan con el paso del tiempo. Tener un horno eléctrico en casa es una alternativa a un horno de gas, quizá con una capacidad menor pero que funciona muy bien para cocinar los alimentos de una familia promedio.

Estos hornos emplean resistencias para convertir la energía eléctrica en calor. De esta manera, permiten que se lleve a cabo un proceso denominado efecto Joule. Consiste en producir calor mediante el choque de los electrones que generan la corriente eléctrica y los átomos.

Cuando esto se produce, la temperatura se eleva. Mientras el horno esté conectado a la corriente, este proceso se seguirá produciendo. Los choques de los electrones y los átomos son constantes debido al movimiento desordenado de los primeros dentro del horno. La potencia de este tipo de hornos depende de la cantidad de [V] que sean capaces de absorber de la corriente eléctrica. En función de esto, el calor que emitan será mayor o menor.

Un horno eléctrico funciona generando calor a través de resistencias eléctricas que se calientan cuando se conectan a la corriente eléctrica. Este calor se distribuye dentro del horno, ya sea por convección natural o mediante un ventilador en los hornos de convección, para cocinar los alimentos. El efecto Joule, también conocido como calentamiento Joule, es el fenómeno físico que explica cómo la energía eléctrica se transforma en calor cuando una corriente eléctrica circula por un material resistivo.

En los hornos eléctricos, este efecto es la base de su funcionamiento, ya que las resistencias dentro del horno, al recibir la corriente eléctrica, se calientan debido a la resistencia que ofrecen al paso de los electrones, generando calor que se utiliza para cocinar los alimentos.

Cuando se enciende el horno, la corriente eléctrica fluye a través de estas resistencias. Los electrones que componen la corriente eléctrica chocan con los átomos del material de la resistencia, generando fricción. Esta fricción transforma la energía cinética de los electrones en energía térmica, elevando la temperatura de la resistencia y, por lo tanto, del interior del horno. El calor generado en las resistencias se distribuye por todo el interior del horno, calentando los alimentos que se encuentran dentro.

El efecto Joule permite un calentamiento rápido y eficiente del horno, ya que la energía eléctrica se transforma directamente en calor. La potencia de calentamiento se puede controlar ajustando la corriente eléctrica que pasa por las resistencias, lo que permite regular la temperatura del horno.

Principio de funcionamiento:

- **Generación de calor:** El horno eléctrico utiliza resistencias (generalmente de alambre metálico) que, al ser atravesadas por la corriente eléctrica, se calientan debido al efecto Joule.

- **Distribución del calor:** Convección natural: El aire caliente generado por las resistencias asciende, creando corrientes de aire caliente que distribuyen el calor por todo el horno. Convección forzada (en hornos de convección): Un ventilador impulsa el aire caliente generado por las resistencias, asegurando una distribución más uniforme y rápida del calor.
- **Control de temperatura:** Un termostato regula la temperatura del horno, apagando las resistencias cuando se alcanza la temperatura deseada y volviendo a encender si la temperatura baja.

Partes principales de un horno eléctrico:

- **Resistencias:** Son los elementos calefactores que generan el calor, compuestas de materiales con una alta resistencia al paso de la corriente eléctrica.
- **Termostato:** Controla la temperatura del horno, regulando el encendido y apagado de las resistencias.
- **Ventilador** (en hornos de convección): Circula el aire caliente para una cocción más uniforme.
- **Panel de control:** Permite al usuario seleccionar la temperatura, el tipo de cocción y otras funciones.

Que se busca controlar

El desafío de este trabajo será diseñar un sistema de control que permita mantener la temperatura del horno en un valor deseado, compensando perturbaciones y variaciones en la carga térmica. Nuestra señal de salida será la temperatura del horno, la mediremos con el sensor LM35 el cual es un sensor de temperatura lineal con salida equivalente a $10 \text{ [mV/}^{\circ}\text{C]}$, además se utilizará un acondicionador de señal para que la salida del LM35 tenga un nivel adecuado para cualquier ADC y disminuir el ruido eléctrico generado por el horno.

Acción de control

La acción de control se ejecuta mediante un relé que gobierna el encendido y apagado de la resistencia calefactora del horno. El sistema de control evalúa la diferencia entre la temperatura medida y la temperatura de referencia, y determina si la resistencia debe activarse.

Variables

Variables de entrada			
Variable	Símbolo	Unidad	Descripción
Potencia aplicada a la resistencia	P_r	[W]	Energía entregada al horno para generar calor
Tensión de alimentación	V_{cc}	[V]	Tensión que activa la resistencia
Señal de referencia de temperatura	T_{ref}	[° C]	Temperatura deseada del horno
Variables de salida			
Variable	Símbolo	Unidad	Descripción
Temperatura interna del horno	$T(t)$	[° C]	Variable controlada, salida del sistema
Señal del sensor	V_{sensor}	[V]	Señal analógica proporcional a la temperatura (10 mV/° C)
Parámetros del Sistema			
Parámetro	Símbolo	Unidad	Descripción
Capacidad térmica del horno	C	[J/° C]	Energía necesaria para elevar 1°C la temperatura del aire
Resistencia térmica	R_t	[° C/W]	Oposición al flujo de calor hacia el ambiente
Constante de tiempo	τ	[s]	Indica cuán rápido responde el horno $\tau=R_t \cdot C$

Perturbaciones posibles

- Cambios en la temperatura ambiente que modifican las pérdidas térmicas
- Apertura de la puerta del horno que provoca caídas de temperatura
- Inserción de objetos fríos que modifican el equilibrio térmico
- Variaciones en la tensión de red, que afectan la potencia real de la resistencia

Análisis de la planta

Para nuestro trabajo la planta es el horno eléctrico, que se modela como un sistema térmico que transforma potencia eléctrica en temperatura. El horno es un sistema donde se acumula calor, se pierde calor al ambiente y no hay oscilaciones ni sobrepaso natural, sino un aumento lento y asintótico de la temperatura en su interior. Debido a este comportamiento se decide modelar el sistema como un sistema de primer orden, cuya respuesta al escalón es:

$$T(t) = T_{\infty}(1 - e^{-t/\tau})$$

El calor se almacena principalmente en el aire y en las paredes internas. La potencia que ingresa a nuestro sistema, calienta ese volumen de aire.

Como se dijo anteriormente nuestra planta se representará con un sistema de primer orden, para eso hay de definir dos parámetros importantes:

- R_t : Representa la resistencia térmica
 - C : Representa la capacidad térmica total
- La resistencia térmica se calcula de la siguiente manera

$$R_t = \frac{T_{\infty} - T_a}{P}$$

Donde:

- T_{∞} : Temperatura en régimen estacionario
- T_a : Temperatura ambiente
- P : potencia constante aplicada

En nuestro sistema la temperatura ambiente será de 25 [° C] y la temperatura del horno en régimen estacionario será de 300 [° C], además la potencia aplicada será de 1000 [W] entonces el valor de la resistencia térmica sería:

$$R_t = \frac{T_{\infty} - T_a}{P} = \frac{300 - 25}{1000} \left[\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}} \right] = 275 * 10^{-3} \left[\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}} \right]$$

La capacidad térmica total se la puede calcular de la siguiente manera:

$$C = m * c$$

Siendo

- m : la masa del material contenido
- c : calor específico, en el caso del aire $c = 1005$ [J/kg]

En función de los valores y dimensiones de nuestro horno tenemos que

$$V = 67[L] = 0.067[m^3]$$

$$\rho_{aire} = 1.2 [kg/m^3]$$

$$m = \rho_{aire} * V = 1.2 * 0.067 [kg] = 0.0804 [kg]$$

$$C = m * c = 0.0804 * 1005 [J/(^{\circ}C)] = 82.48 [J/(^{\circ}C)]$$

Modelo matemático de la Planta

Para conocer este modelo matemático se parte de la Ley básica de conservación de la energía térmica: La energía térmica no se crea ni se destruye, solo se transfiere de un cuerpo a otro o se transforma en otras formas de energía. En términos de la Primera Ley de la Termodinámica, esta es la forma formal de expresar esa conservación:

$$\Delta U = Q - W$$

Donde:

- ΔU es la variación de la energía interna del sistema
- Q es calor añadido al sistema
- W es trabajo realizado por el sistema

En nuestro caso de aplicación a la planta (horno eléctrico), la variación de la energía interna del sistema se puede expresar como:

$$Q = C * \Delta T \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = C * \frac{dT(t)}{dt}$$

Donde C es la capacidad térmica del horno y la tasa de variación de la energía interna es

$$C * \frac{dT(t)}{dt}$$

Por otra parte la Potencia térmica aportada por el calentador $P(t)$ y la Pérdida de calor hacia el ambiente (conducción) es:

$$W = Flujo de calor = \frac{\Delta T}{R_t} = \frac{T(t) - T_a}{R_t}$$

Donde:

- R_t es la resistencia térmica (cuánto se resiste el sistema a perder calor)
- $\Delta T = T(t) - T_a$ es la diferencia entre la temperatura del horno y el ambiente.

En el balance de energía:

variación de la energía interna = potencia del calentador - pérdida térmica

Nos queda la siguiente igualdad:

$$C \frac{dT(t)}{dt} = P(t) - \frac{(T(t)-T_a)}{R_t}$$

Si se considera que la temperatura ambiente $T_a = 0$ nos queda

$$C \frac{dT(t)}{dt} + \frac{T(t)}{R_t} = P(t)$$

Una vez obtenida la ecuación diferencial que describe la dinámica térmica del horno, resulta conveniente transformarla al dominio de Laplace para facilitar su análisis y obtener la función de transferencia del sistema. Esta transformación permite trabajar con expresiones algebraicas en lugar de diferenciales, lo cual simplifica el estudio del comportamiento dinámico y el diseño de controladores. A continuación, se aplica la transformada de Laplace suponiendo condiciones iniciales nulas:

$$C * s * T(s) + \frac{T(s)}{R_t} = P(s)$$

$$T(s)(C * s + \frac{1}{R_t}) = P(s)$$

$$G(s) = \frac{T(s)}{P(s)} = \frac{1}{(C * s + \frac{1}{R_t})} = \frac{R_t}{(C * R_t * s + 1)}$$

Si la forma estándar de una función de transferencia para un sistema de primer orden es

$$G(s) = \frac{K}{(\tau * s + 1)}$$

Entonces

- $\tau = C * R_t$: Constante de tiempo térmica
- $K = R_t$: Ganancia Estática

$$G_{Planta}(s) = \frac{275 * 10^{-3}}{(275 * 10^{-3} * 82.48) * s + 1}$$

Modelo matemático de la Termocupla tipo T

La relación entre la temperatura que entra a la termocupla y el voltaje que sale de la misma es simple:

$$V_{salida}(t) = K_{Termocupla} * T_{entrada}(t)$$

Donde:

- $V_{salida}(t)$: Voltaje que sale del sensor
- $K_{Termocupla}$: Factor de escala del sensor
- $T_{entrada}(t)$: Temperatura medida por el sensor

En este caso el valor de $K_{LM35} = 40[\mu V/(^{\circ}C)]$ entonces la función de transferencia nos quedaría

$$H_{sensor}(s) = \frac{V_{salida}(t)}{T_{entrada}(t)} = K_{Termocupla} = 40 * 10^{-6}[V/(^{\circ}C)]$$

Modelo matemático del Actuador - Relé

El actuador que se utiliza es un relé eléctrico gobernado mediante modulación por ancho de pulso (PWM) más un controlador lineal que desarrollaremos más adelante. Esto permite evitar una acción de control bang-bang no lineal, propia de dispositivos mecánicos, y posibilita una aproximación lineal del actuador para el análisis. El controlador lineal genera una señal continua que se convierte en ciclos de trabajo PWM para controlar la potencia promedio entregada a la planta. El modulador PWM opera a una frecuencia significativamente mayor que la dinámica térmica del horno, lo que permite que el sistema se comporte de manera aproximadamente lineal desde el punto de vista de la respuesta térmica.

Para el análisis lineal en pequeña señal, el modelo matemático del conjunto relé de estado sólido más modulador PWM puede aproximarse como una función de transferencia constante $K_{relé} = 1$. Esta aproximación es válida porque el PWM opera en el rango de kilohertz (microsegundos), mientras que la constante de tiempo térmica del horno es $\tau \approx 22$ [s]. La diferencia de escalas temporales es de varios órdenes de magnitud. En la teoría de control, es una práctica estándar simplificar los modelos de componentes para facilitar el análisis, especialmente cuando la dinámica de ese componente es mucho más rápida que la dinámica dominante del sistema que se está controlando.

Modelo matemático del Acondicionador de Señal

Se colocará un acondicionador de señal para mejorar el nivel de voltaje a la salida del sensor de temperatura y disminuir el ruido eléctrico proporcionado por el horno. Será un Amplificador no inversor con filtrado RC ya que tiene alta impedancia de entrada asegurando que el amplificador no "extrae" corriente del sensor, manteniendo la precisión de su salida, tiene ganancia ajustable y precisa.

Este acondicionador tiene los siguientes parámetros:

- Ganancia
- RC y Tau

La ganancia se calcula con la siguiente expresión:

$$G_v = \frac{\text{Amplitud de salida deseada}}{\text{Amplitud de entrada}} = 1 + \frac{R_{feedback}}{R_{gain}}$$

Si se desea llevar la temperatura máxima que puede llegar nuestro horno (300°C) a 5 [V] que es el rango máximo de un ADC, tendremos que para 300°C la salida de nuestra termocupla es de 12[mV]

$$G_v = \frac{5V}{12mV} = 416.6 \approx 417$$

Para calcular la constante de tiempo τ del filtro, depende de los valores de resistencia R y capacitancia C del mismo, el filtro será pasa-bajos, ya que se utilizara para eliminar el ruido sin afectar la señal de temperatura. La frecuencia de corte f_c tiene que ser bastante mayor a la dinámica del horno, se tomará un valor $f_c = 5 [Hz]$. En función de este valor se calcula la constante de tiempo para un filtro

$$\tau_{filtro} = \frac{1}{2\pi f_c} = \frac{1}{2\pi * 5} = 0.0318 [s]$$

De este valor se pueden calcular los valores de R y C, elegiremos un valor de $R_{filtro} = 10k\Omega$ entonces

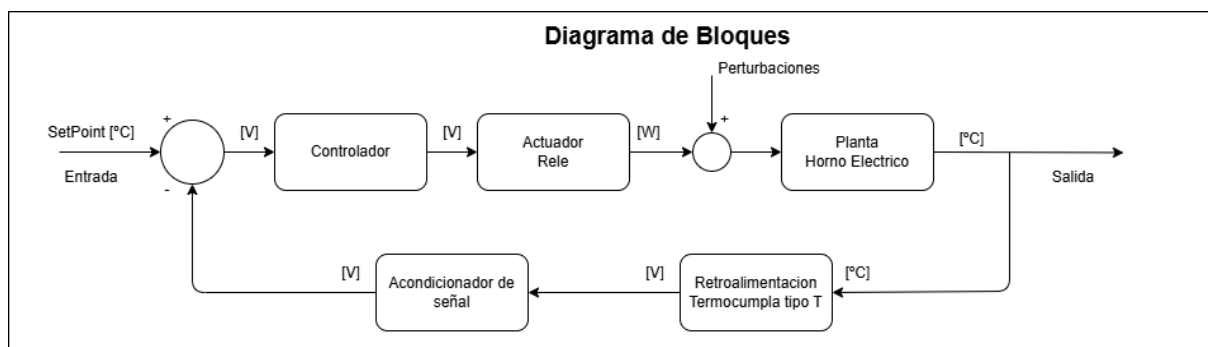
$$C_{filtro} = \frac{\tau_{filtro}}{R_{filtro}} = \frac{0.0318}{10000} = 3.18 * 10^{-6} [F] = 3.18 [\mu F]$$

Una vez obtenidos estos valores, modelamos este acondicionador de señal como un sistema de primer orden, el cual tendrá esta función de transferencia

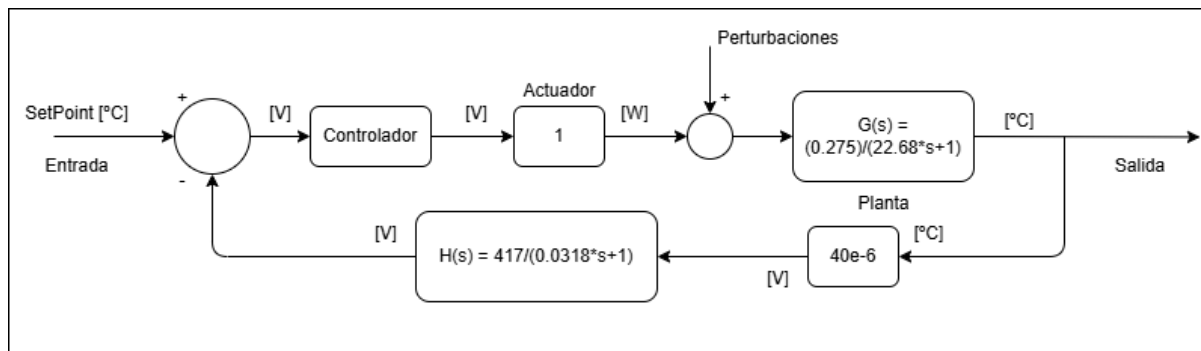
$$H_{acondicionador}(s) = \frac{G_v}{\tau * s + 1} = \frac{417}{0.0318 * s + 1}$$

Diagrama en Bloques

A continuación, se presenta un diagrama en bloques de nuestro sistema.

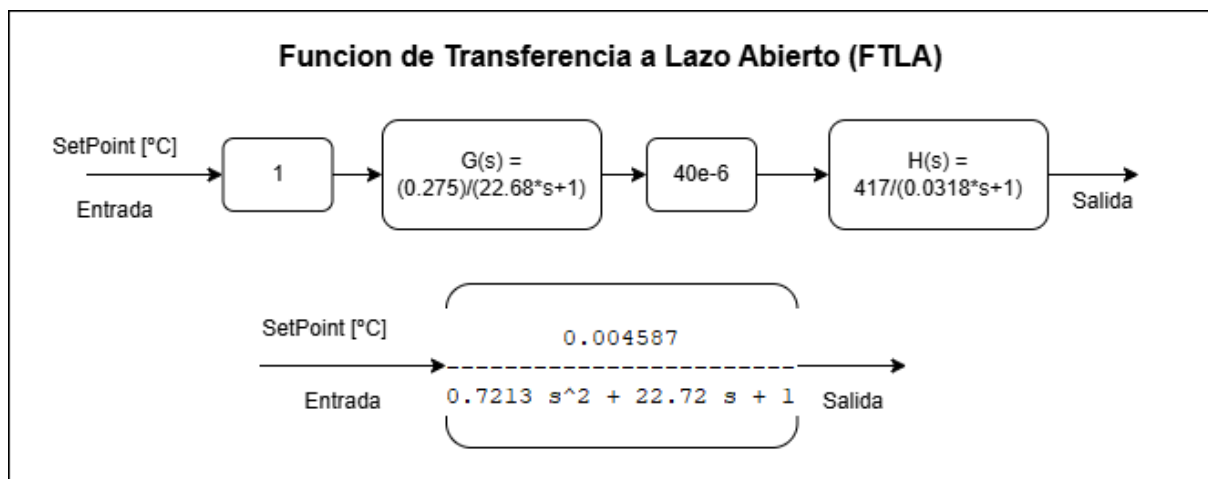


Reemplazando las funciones de transferencias (FT) descritas en la sección anterior, el diagrama en bloques nos quedaría de la siguiente manera



Función de Transferencia a Lazo Abierto

Luego del análisis de nuestra planta, podemos obtener la función de transferencia del sistema en lazo abierto utilizando el diagrama de bloques:



La función de transferencia a lazo abierto nos ayuda a comprender la dinámica del sistema y predecir el comportamiento sin control. Para este análisis, consideraremos únicamente la entrada principal del sistema, mientras que las demás entradas se mantendrán pasivas. Esto se debe a que la superposición de efectos de las otras entradas no es de interés en este contexto. Por lo tanto, la función de transferencia a lazo abierto es:

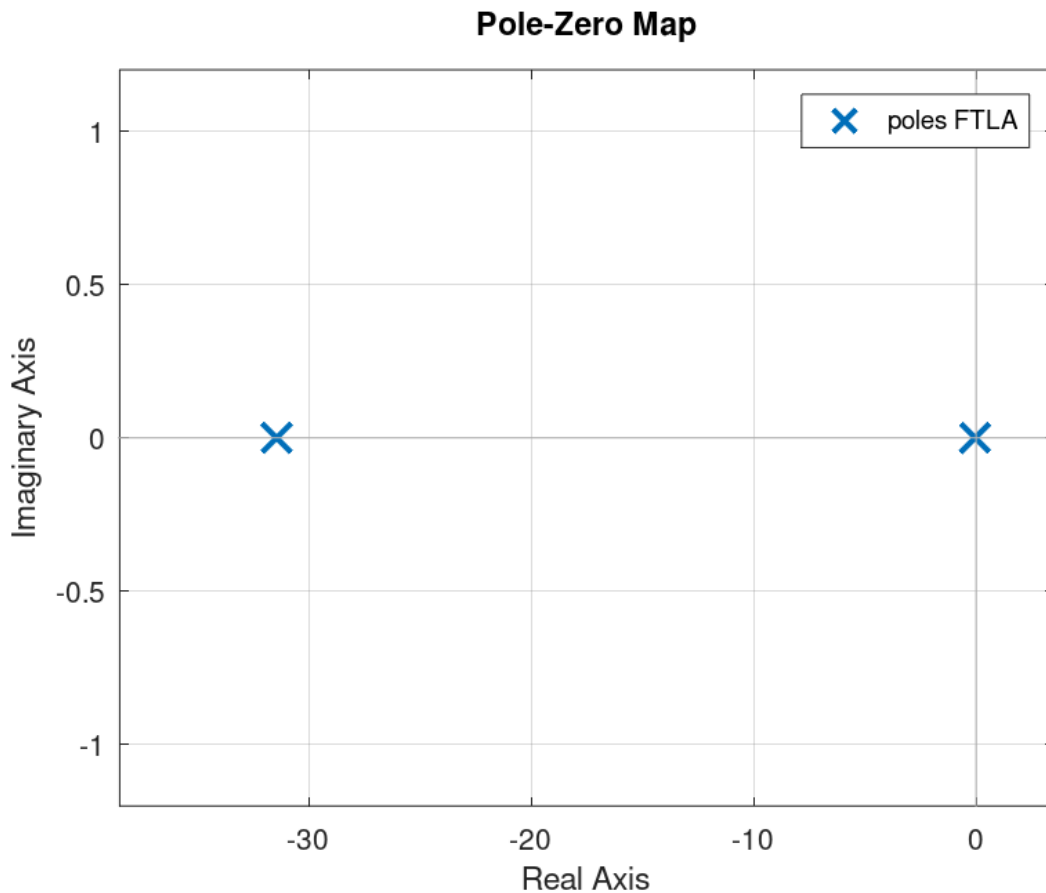
$$FTLA = \frac{0.004587}{0.7213s^2 + 22.72s + 1}$$

Estudio de la Estabilidad Absoluta

Para estudiar la estabilidad absoluta de nuestro sistema basta con observar el signo de la parte real de los polos de nuestra ecuación característica:

$$G(s) * H(s) = \frac{0.004587}{0.7213s^2 + 22.72s + 1} = \frac{0.004587}{(s+31.447)(s+0.044085)}$$

Esto implica que los polos tienen parte real negativa: $P_1 = -31.447$; $P_2 = -0.044085$, por lo tanto, el sistema presenta estabilidad absoluta. Esto se puede ver gráficamente en el siguiente mapa de polos y ceros de la ecuación característica:



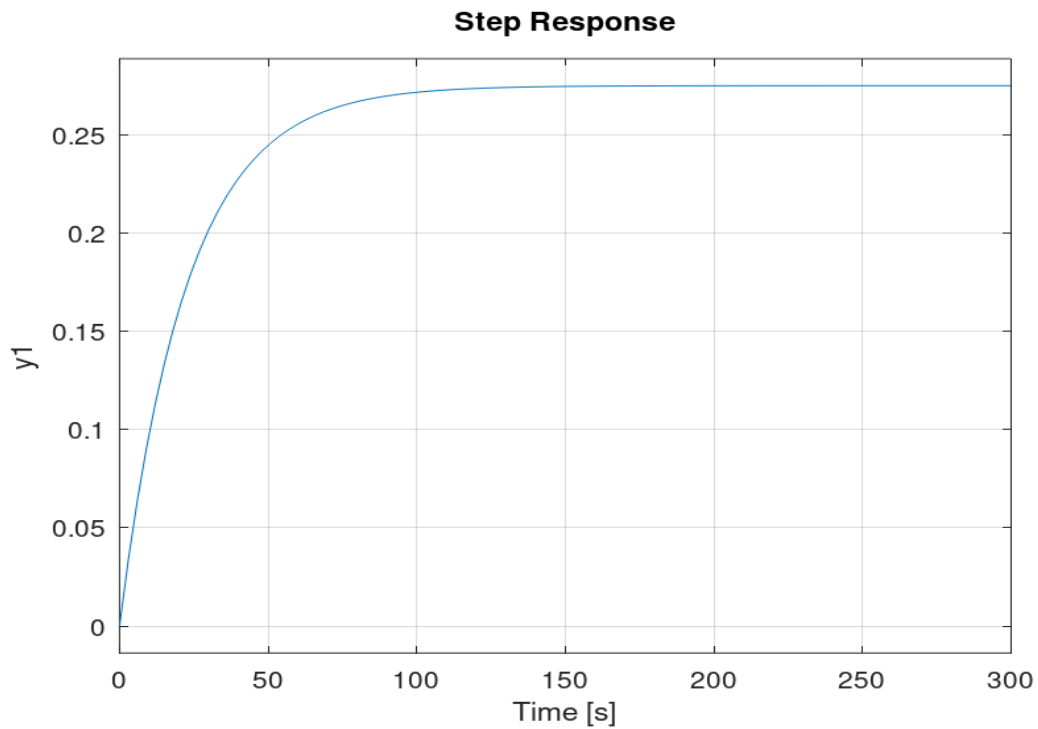
Análisis de la respuesta temporal

Análisis de la respuesta temporal de la Planta

La respuesta temporal de nuestra planta la encontramos aplicando la antitransformada de laplace de la función de transferencia de nuestra planta

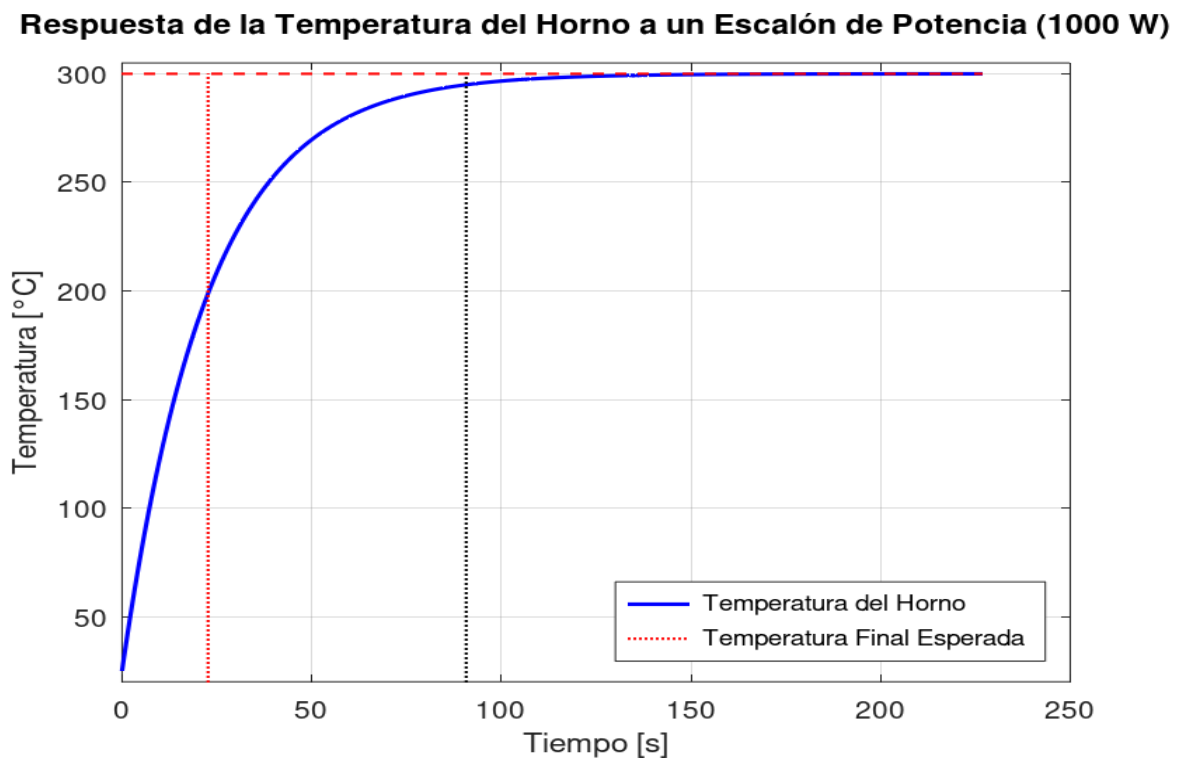
$$f_{planta}(t) = 0.273 - 0.273 e^{(-0.0444216 t)}$$

Para ver la respuesta de nuestra planta se realizará la simulación frente a una entrada escalón unitario, el cual representa una entrada común de nuestro sistema, además se verá tanto el régimen transitorio y el régimen de estado estable.



Esto simula el comportamiento de nuestra planta frente a un escalón unitario. Podes observar que si le ingresa 1[W] de potencia, nuestra planta nos entregará una salida en estado estable de 0.273[°C].

A continuación se ve la respuesta temporal de nuestra planta para una entrada escalón de potencia cuyo valor es de 1000[W], valor que corresponde a la potencia nominal de trabajo del horno según las especificaciones del modelo comercial analizado.



La forma de la curva es un crecimiento exponencial suave y asintótico, sin sobrepasos ni oscilaciones. Esta es la respuesta característica y esperada de un sistema de primer orden ante una entrada tipo escalón. El sistema arranca desde una temperatura inicial de 25°C, que representa la temperatura ambiente y se eleva gradualmente.

La temperatura final a la que se estabiliza el horno en la simulación es de aproximadamente 300°C. Esto es consistente con la ganancia de la planta $K=0.275\text{ }^{\circ}\text{C/W}$ y una potencia aplicada de 1000 W.

La constante de tiempo calculada para la planta es $\tau=22.22\text{ s}$. En un sistema de primer orden, el sistema alcanza aproximadamente el 63.2% de su cambio total en una constante de tiempo (τ). Si el cambio total es de 275 °C (de 25 a 300), entonces el 63.2% es $0.632 \times 275 = 173.8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Sumado a la temperatura ambiente: $25 + 173.8 = 198.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ y para los 4τ , ya está muy cerca de los 300°C, aproximadamente al 98% del valor final. Esto concuerda con el modelo de un sistema de primer orden.

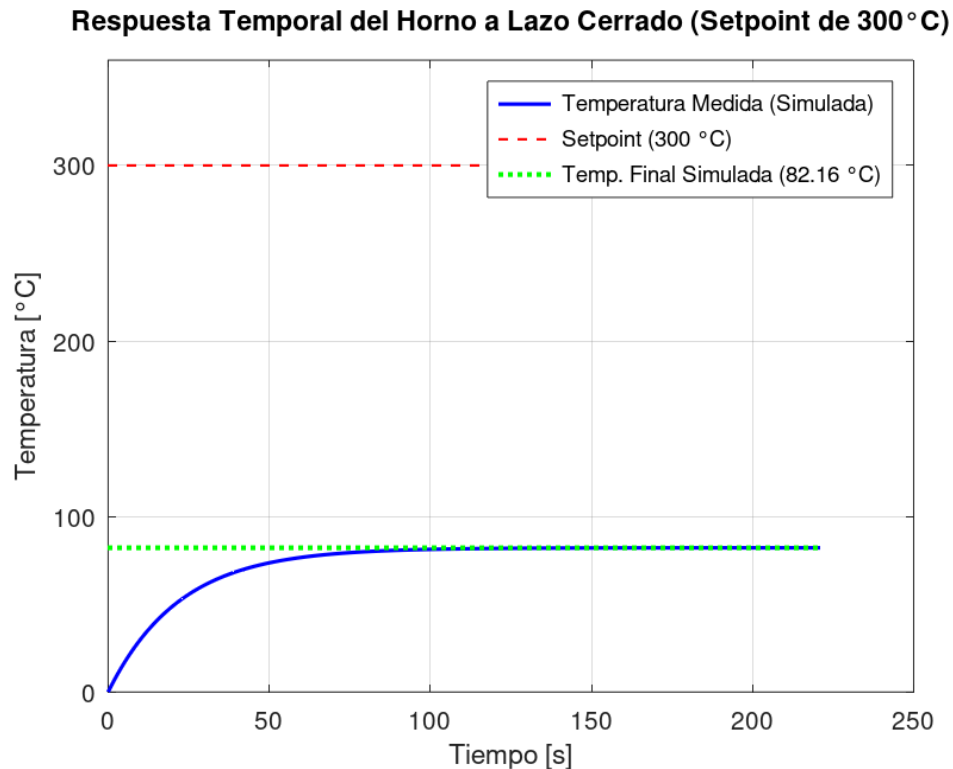
La temperatura obtenida en el horno en régimen estacionario depende directamente de la potencia constante aplicada. Partiendo del modelo de planta y las ecuaciones, vemos que la resistencia térmica de la planta se calcula como la diferencia de temperatura ($T_{\infty} - T_a$) dividida por la potencia aplicada (P). Si despejamos la temperatura en régimen estacionario, obtenemos que:

$$T_{\infty} = T_a + P * Rt$$

Esto significa que, manteniendo la temperatura ambiente y la resistencia térmica constantes, un aumento en la potencia aplicada resultará en un aumento lineal en la temperatura final que alcanzará el horno en estado estacionario. La resistencia térmica también actúa como la ganancia estática de tu función de transferencia de la planta, lo que refuerza esta relación directa.

Análisis de la respuesta temporal del sistema sin Controlador

El siguiente gráfico muestra la respuesta temporal del sistema sin controlador, también frente a una entrada escalón, esta vez la amplitud del mismo es de 300[°C] el cual representa el setpoint de nuestro sistema.



Se puede observar la existencia de un Error en Estado Estacionario Significativo, a pesar de que el setpoint es de 300°C, la temperatura simulada del horno se estabiliza en un valor mucho menor, aproximadamente 82.16°C. Esto indica un gran error en estado estacionario (la diferencia entre el setpoint y la salida final).

El sistema a lazo cerrado es estable. La temperatura no oscila y se asienta suavemente en un valor constante. Esto es positivo en términos de estabilidad, pero el asentamiento en un valor incorrecto es el problema principal.

Respuesta Lenta: La temperatura tarda un tiempo considerable en alcanzar su valor de estado estacionario (aproximadamente 100-150 segundos). Esto es consistente con la constante de tiempo grande de tu planta.

En resumen, la gráfica muestra un sistema estable, pero con una precisión inaceptable para el control de temperatura, lo que subraya la importancia del diseño y la sintonización del controlador.

Nuestra $G(s)$ no posee polos al origen por lo que nuestro sistema es de Tipo 0. El polo dominante del sistema en nuestra FTLC es -0.0472. Este polo dictará la mayor parte de la constante de tiempo y la velocidad con la que tu horno.

Especificaciones de diseño

Para nuestra planta se realizarán especificaciones en el dominio del tiempo y definiremos especificaciones para el error en estado estable y para el tiempo de establecimiento. Como se vio en las gráficas temporales, nuestro sistema posee un alto error en estado estable, el cual se puede calcular para diferentes entradas con la FTLA:

Respuesta a entrada escalón

En sistemas con realimentación no unitaria la ganancia de posición K_p :

$$\begin{aligned} K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.004587}{0.7213s^2 + 22.72s + 1} \\ &= \frac{0.004587}{0.7213 \cdot 0^2 + 22.72 \cdot 0 + 1} = 0.004587 \end{aligned}$$

El error en estado estable es:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0.9954$$

Respuesta a entrada Rampa

Ganancia de velocidad K_v :

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) * s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.004587}{0.7213s^2 + 22.72s + 1} * s = 0$$

Error en estado estable ess:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \infty$$

Respuesta a entrada parábola

Ganancia de aceleración K_a :

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) * s^2 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.004587}{0.7213s^2 + 22.72s + 1} * s^2 = 0$$

Error en estado estable ess:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} = \infty$$

Una vez realizados estos cálculos, vemos que nuestro sistema presenta un alto error en estado estable para una entrada tipo escalón. Se buscará eliminar el error lo más posible, teniendo el menor tiempo de establecimiento, y un sobrepasamiento máximo del 0%.

Diseño del controlador

El objetivo principal del sistema de control es mantener la temperatura interna del horno eléctrico lo más cercana posible al valor de referencia o setpoint deseado de manera precisa y estable, cumpliendo con los requisitos de error en estado estacionario, tiempo de establecimiento y sobrepasamiento máximo definidos previamente. Para lograr este objetivo, se implementó un controlador en el lazo cerrado de realimentación.

Para lograr este objetivo, se diseñó un controlador Proporcional-Integral (PI) en el lazo cerrado de realimentación. La acción integral hará que nuestro sistema pase de Tipo 0 a Tipo 1, eliminando el error en estado estable para una entrada escalón. La acción proporcional proporciona una respuesta rápida a los cambios en el error. El controlador PI combina las ventajas de ambas acciones de control sin comprometer significativamente la estabilidad del sistema.

Un controlador PI opera sobre el error actual del sistema y sobre la integral del error acumulado a lo largo del tiempo. La función de transferencia de un controlador Proporcional-Integral se expresa como:

$$PI(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

donde:

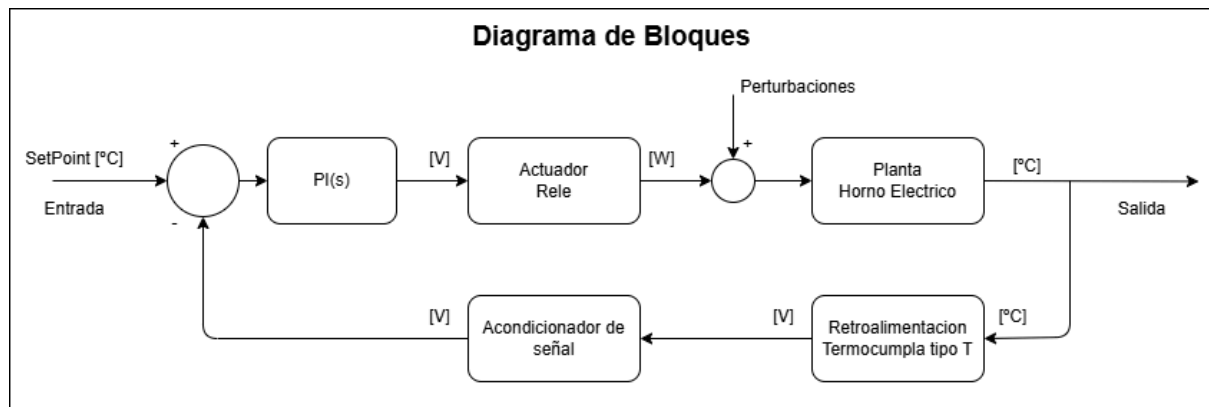
- K_p es la ganancia proporcional
- K_i es la ganancia integral
- $T_i = \frac{K_p}{K_i}$ es el tiempo integral

Estudiamos la posibilidad de agregar un compensador proporcional-integral, probando diferentes valores de K_p y K_i para:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.004587(K_p s + K_i)}{(s^3 + 31.491s^2 + 1.3865s + 0.004587(K_p s + K_i))}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.004587(K_p s + K_i)}{s^3 + 31.491s^2 + (1.3865 + 0.004587K_p)s + 0.004587K_i}$$

Nuestro diagrama en bloques quedaría de la siguiente manera:



Para determinar los valores óptimos de las ganancias K_p y K_i del controlador PI, se utilizó un enfoque de búsqueda sistemática evaluando más de 100 combinaciones de parámetros. El proceso de sintonización se basó en cumplir con los requisitos del diseño 0% de sobrepaso y mínimo tiempo de establecimiento T_s .

Buscando combinaciones PI con 0% de sobrepasamiento...

K_p	T_i	Ess	T_s (s)
1.00	0.50	0.0000	344.00
2.00	1.56	0.0000	581.20
3.00	1.56	0.0000	365.00
4.00	1.56	0.0000	246.20
4.00	2.61	0.0000	485.60
5.00	2.61	0.0000	372.60
5.00	3.67	0.0000	553.90
6.00	2.61	0.0000	293.90
6.00	3.67	0.0000	454.10
6.00	4.72	0.0000	596.80
7.00	2.61	0.0000	236.40
7.00	3.67	0.0000	378.10
7.00	4.72	0.0000	510.70
7.00	5.78	0.0000	625.90
8.00	2.61	0.0000	193.90
8.00	3.67	0.0000	319.50
8.00	4.72	0.0000	440.00
8.00	5.78	0.0000	551.70
9.00	3.67	0.0000	273.10
9.00	4.72	0.0000	383.00
9.00	5.78	0.0000	487.40
9.00	6.83	0.0000	582.60
10.00	3.67	0.0000	235.50
10.00	4.72	0.0000	336.40
10.00	5.78	0.0000	433.10
10.00	6.83	0.0000	524.50
10.00	7.89	0.0000	606.50

MEJOR COMBINACIÓN ENCONTRADA (27 válidas):

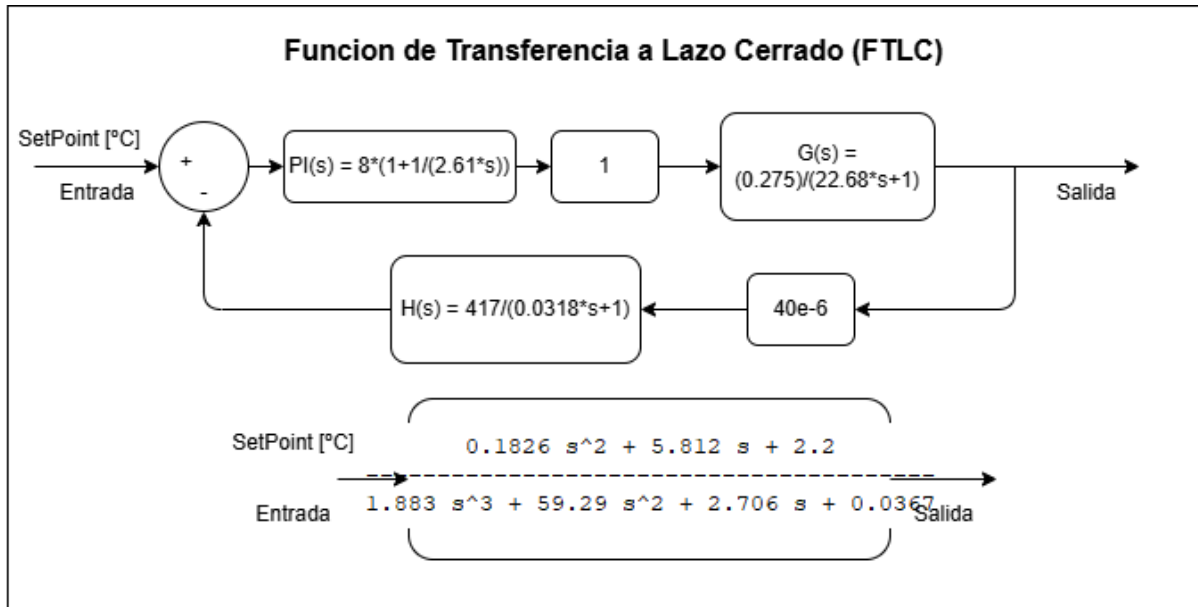
Parámetros con 0% de sobrepasamiento y menor T_s :

$K_p = 8.00$

$T_i = 2.61$

Tiempo de establecimiento (2%) = 193.90 s

La mejor combinación encontrada en términos de menor tiempo de establecimiento y sobrepasamiento del 0% fue: $K_p = 8.00$; $T_i = 2.61$; obteniendo un $T_s = 193.90$ [s]. Entonces reemplazando estos valores en nuestro diagrama en bloques y calculando la FTLC nos quedaría:



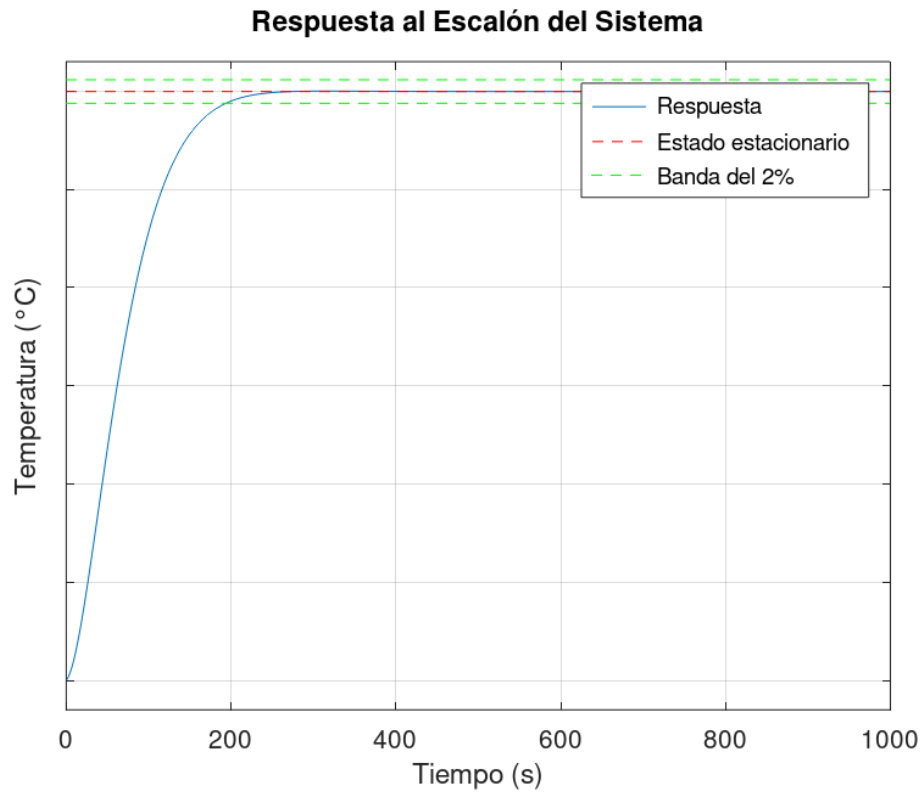
Es decir que la función de transferencia de un controlador Proporcional-Integral se expresa como:

$$PI(s) = 8 \left(1 + \frac{1}{2.61*s} \right)$$

Y la Función de Transferencia a Lazo Cerrado como:

$$FTLC(s) = \frac{0.1826*s^2 + 5.812*s + 2.2}{1.883*s^3 + 59.29*s^2 + 2.706*s + 0.0367}$$

Se obtuvo por simulación la siguiente respuesta temporal del sistema usando como entrada el escalón unitario:



Se puede observar que hay ausencia de sobrepaso, lo cual es coherente con el diseño del PI. El tiempo de establecimiento es aproximadamente 193.70 segundos, medido desde el instante inicial hasta que la señal permanece dentro de la banda del $\pm 2\%$ del valor final.

Con la implementación del controlador Proporcional-Integrador y una entrada de un escalón unitario, las simulaciones arrojaron los siguientes resultados clave para la temperatura del horno:

- **Temperatura Final Alcanzada (Estado Estacionario):** 1 [°C]
- **Error en Estado Estable:** $E_{ss} = 0$ [°C]
- **Tiempo de Establecimiento:** 193.70 [s]
- **Sobrepasamiento:** 0%

Conclusiones

El presente Trabajo Práctico Integrador ha abordado exitosamente el diseño y análisis de un sistema de control de temperatura aplicado a un horno eléctrico, cumpliendo con los objetivos de modelar matemáticamente el comportamiento del horno y simular su desempeño en un entorno controlado. Se ha demostrado la capacidad de aplicar los conocimientos fundamentales de la materia de Sistemas de Control para resolver un problema de ingeniería real, desde la definición del problema, pasando por el análisis de la planta, las especificaciones de diseño hasta la implementación de una estrategia de control, todo con sus respectivas simulaciones realizadas en Octave.

Inicialmente, se realizó una caracterización detallada de cada componente del lazo de control:

- **Planta (Horno Eléctrico):** Se modeló como un sistema de primer orden con una ganancia $K_{planta} = 0.275 [^{\circ}C/W]$ y una constante de tiempo $\tau = 22.68[s]$, representación que captura de manera adecuada la dinámica térmica asintótica del horno sin oscilaciones naturales y valida la hipótesis de comportamiento de primer orden para sistemas térmicos.
- **Sensor (Termocupla tipo T):** Caracterizado por una ganancia lineal de $K_{sensor} = 40e^{-6} [V/^{\circ}C]$
- **Actuador (Relé):** Modelado como una ganancia unitaria $K_{relé} = 1$
- **Acondicionador de Señal:** Representado como un sistema de primer orden con una ganancia de 417 y una constante de tiempo de 0.0318 [s].

El análisis de estabilidad mediante la observación de la parte real de los polos de la ecuación característica reveló que el sistema presenta estabilidad absoluta ya que todos tienen parte real negativa. Esta característica es fundamental para garantizar un funcionamiento seguro del horno eléctrico, evitando comportamientos inestables que podrían resultar en temperaturas excesivamente altas o fluctuaciones peligrosas.

El sistema resultó ser sobreamortiguado, característica deseable para aplicaciones de control de temperatura donde se requiere evitar oscilaciones que podrían comprometer el proceso de cocción.

Las especificaciones de diseño establecidas fueron establecidas en función de las simulaciones del comportamiento del sistema, viendo la necesidad de ajustar el error en estado estable para que sea un sistema útil, siendo necesario un error en estado estable 0, además se solicitó el menor tiempo de establecimiento posible y sobrepasamiento máximo del 0%.

Para abordar estas especificaciones, se procedió al diseño del controlador. Se consideró un controlador PI(s) por su capacidad para eliminar el error en estado estable y mejorar la respuesta transitoria. El controlador Proporcional-Integral, definido por los parámetros K_p y T_i , se determinaron a partir de la simulación del sistema frente a diferentes controladores variando estos parámetros y analizando el tiempo de establecimiento y el sobrepasamiento.

A partir de este proceso se encontró un valor óptimo de $K_p=8$ y de $T_i= 2.61$. Con este controlador, las simulaciones mostraron una mejora significativa en el desempeño del sistema:

- **Temperatura Final Alcanzada para setpoint de 300 [°C]:** 300 [°C].
- **Error en Estado Estable:** En sistemas con realimentación no unitaria la ganancia de posición K_p :

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.09578 s + 0.0367}{1.883 s^3 + 59.29 s^2 + 2.61 s} = \infty$$

El error en estado estable es:

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0$$

- **Tiempo de Establecimiento:** 193.70 [s]. Al realizar la simulación de los diferentes valores del controlador se eligieron los que daban el menor tiempo de establecimiento.

La elección final del controlador proporcional-integral representa un compromiso de ingeniería válido y bien fundamentado. Se logró un error excepcionalmente bajo con la simplicidad operacional de dos parámetros de sintonía ($K_p - T_i$), lo que facilita tanto la implementación como el mantenimiento del sistema. Los resultados obtenidos demuestran que el sistema diseñado es perfectamente viable para aplicaciones reales de hornos eléctricos domésticos, donde la precisión alcanzada es superior a la requerida para la mayoría de aplicaciones culinarias, en las que variaciones de ± 5 °C son típicamente aceptables.

El desarrollo de este trabajo permitió aplicar exitosamente los conceptos fundamentales de sistemas de control para modelar y analizar el comportamiento térmico de un horno eléctrico doméstico. La caracterización del sistema como un modelo de primer orden resultó ser una aproximación adecuada, considerando que los hornos eléctricos presentan un comportamiento térmico sin oscilaciones naturales y con una respuesta asintótica característica. Los parámetros obtenidos proporcionaron una base sólida para el análisis posterior del sistema. La metodología empleada para obtener la función de transferencia de la planta, basada en el balance de energía térmica y la aplicación de la transformada de Laplace, demostró ser efectiva para representar matemáticamente el comportamiento dinámico del horno. La constante de tiempo calculada es coherente con la naturaleza de los procesos térmicos, donde los cambios de temperatura ocurren de manera gradual debido a la inercia térmica del sistema.

En conclusión, este trabajo ha demostrado la aplicación exitosa de principios fundamentales de sistemas de control para diseñar un controlador eficaz para un horno eléctrico, equilibrando juiciosamente la complejidad del controlador con los requisitos de desempeño de la aplicación real. La metodología empleada, desde el modelado matemático hasta la validación por simulación, constituye un ejemplo sólido de ingeniería de control

aplicada a sistemas térmicos, con resultados que justifican plenamente la viabilidad del diseño propuesto para su implementación en hornos eléctricos domésticos.

Bibliográfica

- [Horno Eléctrico Whirlpool](#)
- [Manual de usuario del Horno eléctrico Whirlpool](#)
- [Funcionamiento de un Horno Eléctrico](#)
- [🎯 Control de Temperatura sin Errores: PID vs. On-Off | OMRON](#)
- [Clase 7: Modelado de un Horno Eléctrico.](#)
- [Vid 12 Lugar de Raíces y Diseño de Compensadores Proporcionales](#)
- https://www.youtube.com/watch?v=C29TgrSxcqs&list=PLN45zwXKT9Pb9UWskc_2cvxaOsLg7msNH&index=9

Link Repositorio de GitHub con Código: [GitHub](#)