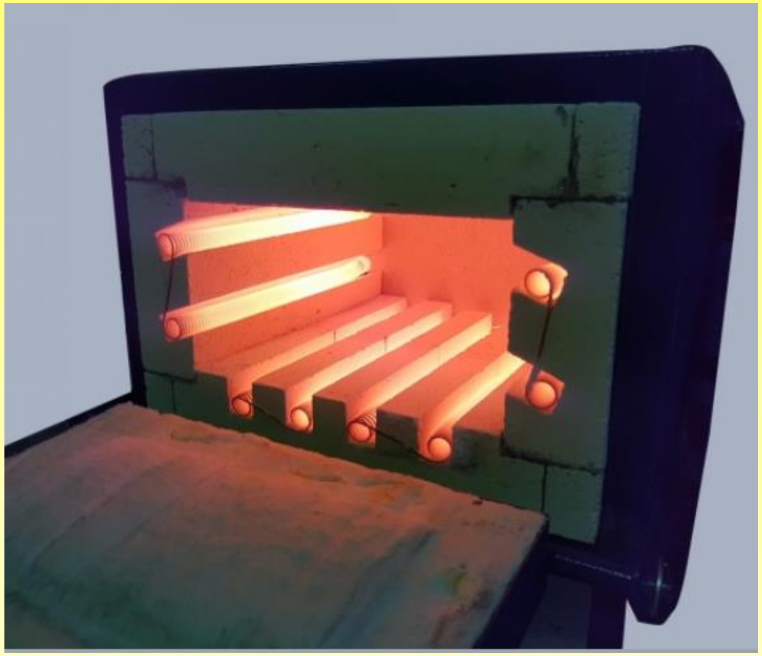
MODELO MATEMÁTICO DE SISTEMA TÉRMICO

Prof. Ing. Adrián Agüero

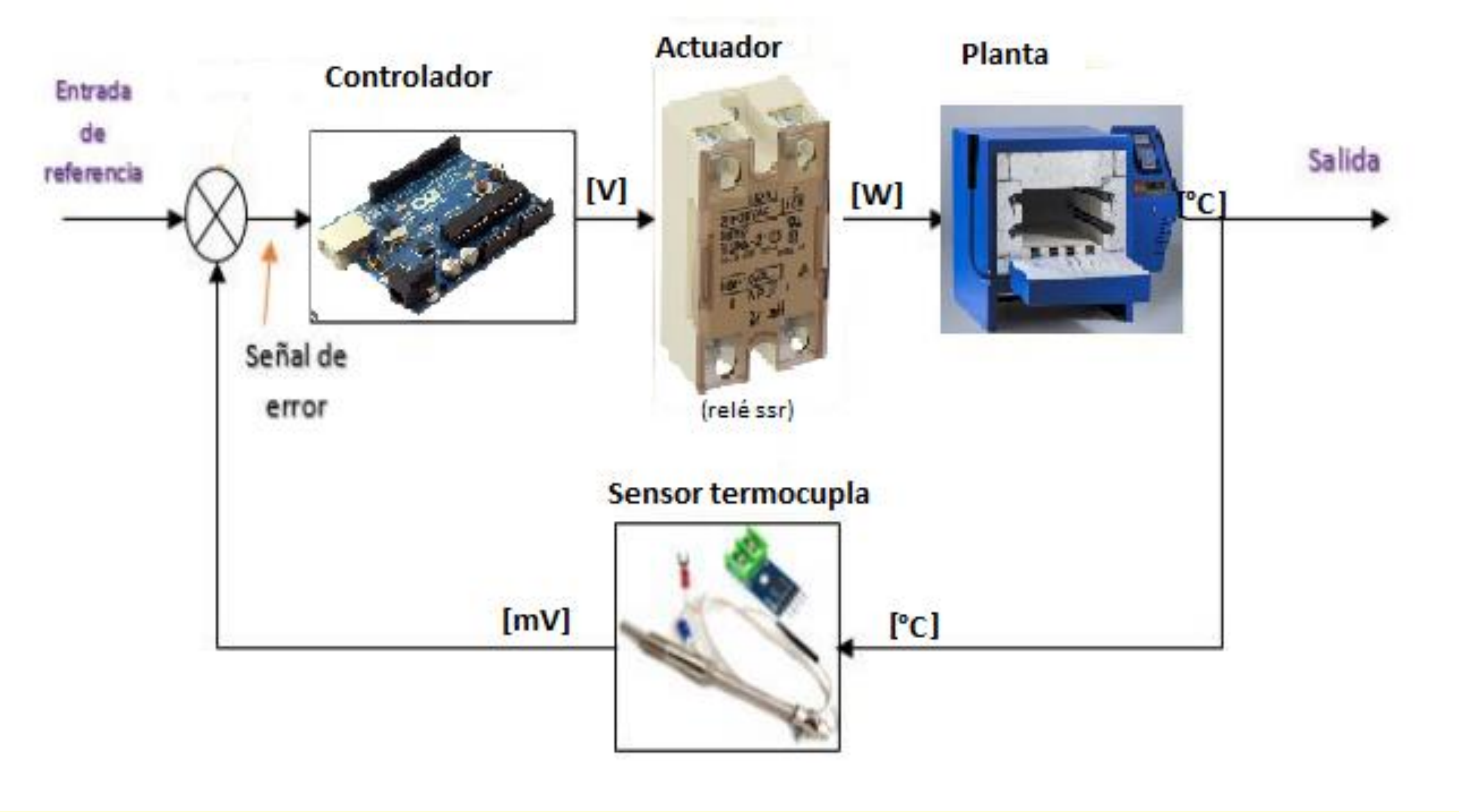
MEC INGENIERIA

INTRODUCIÓN



El tratamiento térmico de materiales, es esencial en la modificación de propiedades en aceros y aleaciones metálicas, para ello utilizamos los hornos eléctricos. En este contexto, exploramos la implementación de un controlador en un horno industrial, con el objetivo de lograr tratamientos térmicos óptimos o fundición de metales mediante una calibraciónmeticulosa del sistema.

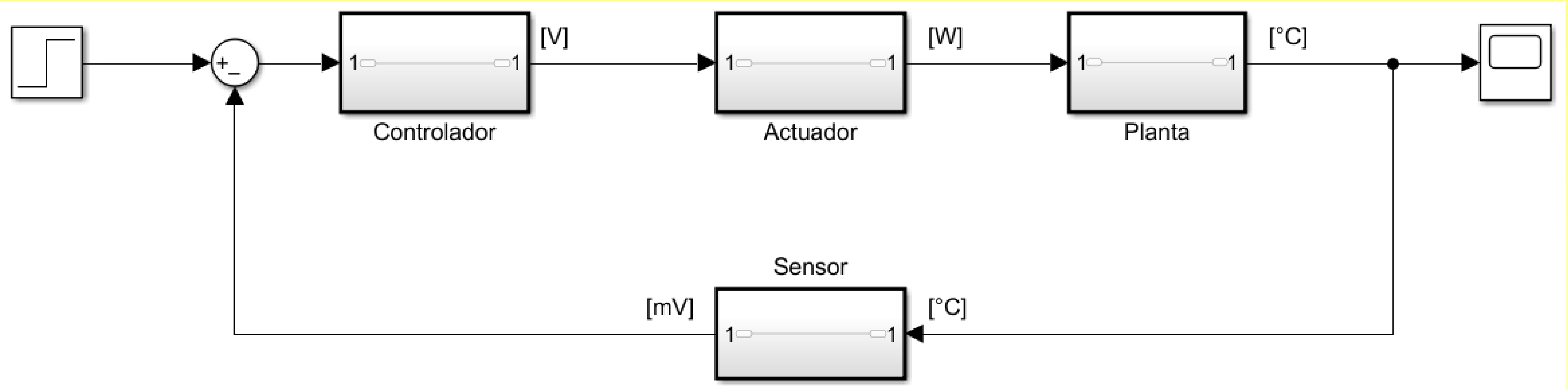
ESQUEMA DEL SISTEMA



Prof. Ing. Adrián Agüero

MEC INGENIERIA

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA



Modelado matemático para la planta

Equivalente Eléctrico			Equivalente Térmico		
Parámetros	Símbolo	Unidad	Parámetros	Símbolo	Unidad
Corriente	i	A	Calor generado	q	W
Voltaje	u	V	Temperatura	θ	°C
Resistencia	R	Ω	Resistencia	R_{th}	°C/W
Capacitancia	C	F	Capacitancia	C_{th}	J/°C
Nodo de referencia	*Gnd*	V	Temperatura ambiente	θ_{amb}	°C

Para la planta, haremos uso de la analogía termoeléctrica de la ley de ohm, donde el voltaje equivale a la temperatura, la corriente a la velocidad de transferencia de calor y la resistencia en ohms es igual a la resistencia térmica [K/W]. Con el fin de simplificar los cálculos, supondremos que el aislamiento es perfecto y que la temperatura del ambiente es igual a cero $\mathbf{T_a = 0}$.

CONSIDERACIONES

Para calcular el volumen del horno, usaremos sus dimensiones internas, que están dadas por el fabricante. Para el horno **SIMCIC HM-1**[1], estas son:

- Ancho: $190\ [mm]$
- Alto: $110\ [mm]$
- Fondo: $230\ [mm]$

El horno está constituido por una capa de ladrillos refractarios **K28** y una placa aislante de **Perlitemp**. De la manera que está compuesto, podemos afirmar que las resistencias térmicas de los materiales están en serie. La suma de las inversas de las conductividades térmicas de cada uno nos dará la resistencia térmica total de nuestro circuito:

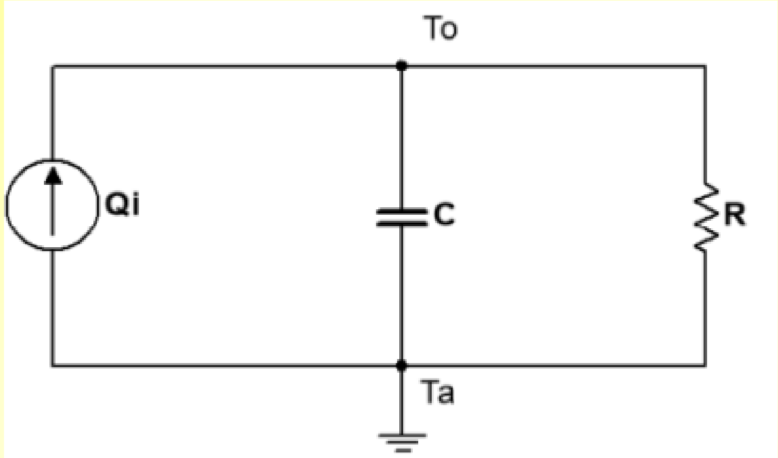
Conductividad térmica a ~1200 °C:

- Ladrillos K28 [2]: $0.38\ [W/m\,K]$
- Perlitemp [3]: $0.14\ [W/m\,K]$

Las unidades que vamos a usar para trabajar con el modelo matemático, a partir del análisis
que hace el ingeniero Katsuhiko Ogata en su libro “Ingeniería de control moderna” para sistemas térmicos, son las siguientes:

- **H** = Razón de transferencia de calor $[\,Kcal/seg\,]$
- **T** = Temperatura $[°C] = [K]$
- **R** = Resistencia térmica $[\,K/Kcal\,] = [\,°C/W\,]$
- **λ** = Conductividad térmica $[\,W/m\,°C\,] = [\,W/m\,K\,]$
- **m** = Masa de aire dentro del horno $[Kg]$
- **C** = Capacitancia térmica $[\,Kcal/°C\,] = [\,J/K\,]$
- **c** = Calor específico del aire a temperatura ambiente $[\,Kcal/Kg\,°C\,] = [\,J/Kg\,K\,]$

Y, a partir de la analogía termoeléctrica[4] , podemos representar nuestro modelo térmico como un modelo eléctrico, cuyo circuito equivalente es el siguiente:



Aplicando la ley de Kirchhoff de corrientes a nuestro circuito:

$$-H + iC + iR = 0$$

$$-H + C\,d(T_o - T_a)/dt + T_o - T_a/R_{th} = 0$$

Como suponemos Ta = 0 [°C]:

$$-H + C\,dT_o/dt + T_o/R_{th} = 0$$

A partir del uso de la transformada de Laplace, podemos encontrar la función de transferencia de la planta:

$$H(s) = C \cdot s \cdot T_o(s) + T_o(S)/R_{th}$$

$$H(s) = T_o(s)[Cs + 1/R_{th}]$$

Para finalmente obtener la función de transferencia de la planta:

$$\frac{T_o(s)}{H(s)} = \frac{R_{th}}{R_{th} \cdot C \cdot s + 1} = \frac{0.1688}{s+0.01728}$$

Esta función de transferencia representa como la temperatura del horno, la cual es la salida, varía respecto a la entrada que es la energía emitida por los resistores que producen el calentamiento. El modelo es propicio para nuestro trabajo y se demuestra que la función es adecuada para el problema.

La unidad de trabajo de H es energía sobre unidad de tiempo, de lo que se encarga el controlador y actuador modificando la potencia que llega a las resistencias, aumentando y reduciendo la temperatura interna del horno según el caso.

Modelado matemático para el sensor

Calibración	Elemento Positivo	Elemento Negativo	Rango de temperatura habitual
Tipo T	Cobre	Constantan	-200°C~0°C
Tipo T	Cobre	Constantan	0°C~370°C
Tipo J	Hierro	Constantan	0°C~760°C
Tipo E	Cromel	Constantan	0°C~870°C
Tipo K	Cromel	Alumel	0°C~1260°C
Tipo N	Nicrosil	Nisil	0°C~1260°C
Tipo S	90% Platino / 10% Rhihate	Pt 100%	0°C~1480°C
Tipo R	87% Platino / 13% Rhihate	Pt 100%	0°C~1480°C
Tipo B	70% Platino / 30% Rhihate	94% Platino / 06% Rhihate	870°C~1700°C

Tipos de Termocuplas y rangos.

Las termocuplas de tipo S son dispositivos intercambiables y económicos que emplean un conector estándar. Poseen una sensibilidad aproximada de 0,01 mV/°C y una precisión de ±0.7 °C. Sin embargo, estos valores no son suficientes para una lectura adecuada por parte del usuario de este sistema.

Para convertir estos valores en una variable más legible, se implementará un bloque amplificador, específicamente un amplificador de ganancia 100, para ajustar la salida del sensor. De esta manera, cuando la temperatura alcance los 1000°C, el controlador registrará una lectura de 1 mV, un valor más manejable para el comparador y el sistema en general. La señal a la salida del comparador será procesada por nuestro microcontrolador.

A continuación, se presenta la función de transferencia del sensor:

$$G_{Sensor} = 0.01\ [\frac{mV}{K}]$$

$$G_{Amplificador} = 100$$

Además, la multiplicación de estos dos bloques nos dará como resultado el lazo de realimentación, la cual será

$$V(s) = 1\ [\frac{mV}{K}]$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL SISTEMA

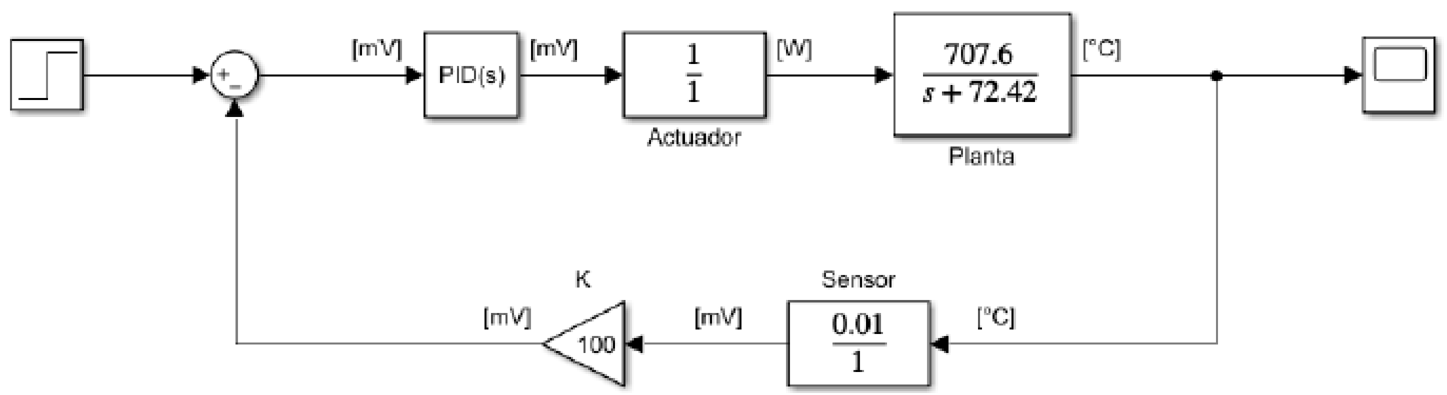


Fig 7. Diagrama de bloques.

$$FdTLC = \frac{FdTLA}{1+K*FdTLA} = \frac{0.1688}{s+0.1861}$$