Valeurs manquantes, estimations manquées?

Nicolas Corneau-Tremblay

août 2016

Ce document présente (brièvement) sous quelles conditions l'estimation de modèles de régression à partir d'un échantillon contenant des valeurs manquantes pose et ne pose pas problème.

1 Le cas général

Soit un modèle de régression

$$y = g(X) + u$$

où $g(.)$ est une forme générale définissant la relation entre y et X. L'espérance de y conditionnelle à X peut être écrite telle que

$$\mathrm{E}(y|X) = g(X) + \mathrm{E}(u|X)$$

Sous l'hypothèse que tous les éléments de X sont orthogonaux au terme d'erreur, c'est-à-dire $\mathrm{E}(u|X) = 0$, l'estimation de

$$\mathrm{E}(y|X) = \hat{g}(X)$$

peut être faite sans biais à l'aide d'un estimateur adéquat[1].

Soit à présent un échantillon contenant des valeurs manquantes pour certaines observations. Soit également s, une variable indicatrice prenant la valeur 0 si l'une des variables $\{y, X\}$ d'un individu est non-observée et 1 autrement. La sélection des valeurs manquantes peut être due à un processus aléatoire affectant soit y ou X (*missing completely at random, MCAR*). Puisque ce processus survient de façon aléatoire, il n'est lié à aucune caractéristique particulière des individus. L'estimation de $g(.)$ peut donc être faite sans risque de biais, puisque $\mathrm{E}(u|X) = 0$ est toujours respectée.

La sélection peut aussi être due à un processus non-aléatoire qui est fonction des autres variables considérées dans le modèle de régression. Si la sélection est fonction des variables indépendantes contenues dans X (*missing at random, MAR*), il est alors possible d'écrire la fonction suivante

$$s = h(X)$$

où s, le fait pour un individu d'avoir une valeur manquante, suit une fonction $h(.)$ qui dépend des variables indépendantes X. Dans ce cas,

$$\mathrm{E}(u|X, s) = \mathrm{E}(u|X, h(X)) = \mathrm{E}(u|X)$$

Puisque la variable s dépend uniquement des variables indépendantes X à travers sa fonction $h(.)$, l'espérance de u conditionnellement à X n'est pas affectée par s, le processus de sélection. Ceci s'explique par le fait que lorsque u est considéré en maintenant X fixe, s ne contient aucune variation, puisque lui même ne varie qu'en fonction de X. Le problème de régression demeure alors

$$\mathrm{E}(y|X, s) = \mathrm{E}(y|X) = g(X) + \mathrm{E}(u|X)$$

[1] D'autres hypothèses sont également nécessaires pour effectuer cette estimation sans biais, mais leur importance est secondaire dans la présente discussion.

et peut être estimé sans biais, toujours sous l'hypothèse que $\mathrm{E}(u|X) = 0$.

Un problème dans l'estimation de la régression survient lorsque s est fonction de y (*not missing at random, NMAR*), par exemple lorsque

$$s = h(y, X)$$

Dans ce cas alors

$$\mathrm{E}(u|X, s) = \mathrm{E}(u|X, h(y, X)) \neq \mathrm{E}(u|X)$$

puisque cette fois s peut varier avec y et ainsi faire varier u. Il est —'a noter que cela survient même lorsque u est considéré en maintenant X fixe et lorsque tous les éléments de X sont orthogonaux à u. Le modèle de régression souffre alors d'endogénéité et son estimation risque d'être biaisée, puisque

$$\mathrm{E}(y|X, s) = g(X) + \mathrm{E}(u|X, s)$$

où

$$\mathrm{E}(u|X, s) \neq 0$$

2 Le cas linéaire

Cette section investigue plus particulièrement le problème de sélection des variables manquantes pour le modèle de régression linéaire. Les résultats de la section précédente y sont développés pour ce cas particulier. Soit un modèle linéaire

$$y = X\beta + u \tag{1}$$

où $u \overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$ et où l'hypothèse $\mathrm{E}(u|X) = 0$ est respectée. Le cas linéaire où $g(X) = X\beta$ est un cas particulier de la forme générale présentée dans la section précédente. Soit également $s = h(.)$ le processus de sélection des valeurs manquantes. Par exemple, soit

$$s = \mathbb{1}\{X < c\}$$

une fonction indicatrice prenant la valeur 1 si la valeur de X est en dessous d'une constante c, et 0 si elle est égale ou supérieure à c. Si $s = 0$, alors l'individu possède une valeur manquante en X, ce qui est un cas de sélection des valeurs manquantes sur les variables indépendantes (*MAR*). Qu'advient-il alors du modèle à estimer? Si l'on prend $\mathrm{E}(y|X, s)$, l'équation (1) devient

$$\mathrm{E}(y|X, s) = \mathrm{E}(y|X, X < c) = X\beta + \mathrm{E}(u|X, X < c)$$

Rappelons qu'un biais survient si $\mathrm{E}(u|X, X < c) \neq 0$. Conséquemment au dveloppement suivant

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}(u|X, X < c) &= \mathrm{E}[\mathrm{E}(u|X = x)] \;\; \forall \;\; X < c \;\; \text{par la loi des espérances itérées} \\
&= \mathrm{E}[0] \;\; \text{puisque} \;\; \mathrm{E}(u|X = x) = 0 \;\; \text{sous l'hypothèse} \;\; \mathrm{E}(u|X) = 0 \\
&= 0
\end{aligned}$$

il est possible de voir que le problème de biais ne se pose pas dans un modèle linéaire lorsque la sélection des valeurs manquantes est faite sur les variables indépendantes.

Soit à présent

$$s = \mathbb{1}\{y < c\}$$

Dans ce cas, la sélection s'effectue sur la variable dépendante (*NMAR*). L'équation (1) devient cette fois

$$E(y|X,s) = E(y|X, y < c) = X\beta + E(u|X, y < c)$$

Encore une fois, un biais survient si $E(u|X, y < c) \neq 0$. Dans ce cas

$$\begin{aligned} E(u|X, y < c) &= E(u|X, X\beta + u < c) \\ &= E(u|X\beta + u < c) \\ &= E(u|u < c - X\beta) \\ &= \sigma\, E\left(\frac{u}{\sigma} \,\Big|\, \frac{u}{\sigma} < \frac{c - X\beta}{\sigma}\right) \\ &= \sigma \left[\frac{\phi(c - X\beta)}{\Phi(c - X\beta)}\right] \text{ sous l'hypothèse } u \overset{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2) \end{aligned}$$

Alors $E(y|X,s)$ devient

$$\begin{aligned} E(y|X,s) &= X\beta + E(u|X, y < c) \\ &= X\beta + \sigma \left[\frac{\phi(c - X\beta)}{\Phi(c - X\beta)}\right] \end{aligned}$$

où $\phi(.)$ et $\Phi(.)$ sont respectivement la fonction de densité et la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. Il est possible de voir que $E(u|X, y < c) \neq 0$, et donc que l'estimation d'un modèle linéaire qui ne prend pas un compte la sélection sur y mène à des paramètres biaisés.

3 Simulation

Il est possible d'explorer ces preuves théoriques à l'aide d'une simulation.

3.1 Régressions linéaires simples

Soit le modèle de régression

$$y = \alpha + \beta_1 exposition + \beta_2 x + \beta_3 interaction + u \tag{2}$$

où

$$exposition \sim N(0,1)$$
$$x \sim N(0,1)$$
$$interaction = exposition * x$$
$$u \overset{i.i.d.}{\sim} N(0,1)$$

et

$$\alpha = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1$$

Les variables *exposition*, x, *interaction* et y ont été créées par simulation[2]. En estimant le modèle de régression présenté en (2) à partir de données simulées, Les résultats suivant sont obtenus

[2] L'ensemble du code et de l'output *Stata* utilisé dans cette section et la suivante est disponible en Appendix du présent document.

Régression : modèle de base

Variable	Coefficient	(Std. Err.)
expo	1.019**	(0.033)
x	1.015**	(0.032)
inter	1.024**	(0.033)
Intercept	0.959**	(0.032)
N	1000	
R^2	0.738	
$F_{(3,996)}$	936.143	
Significance levels : † : 10%	∗ : 5%	∗∗ : 1%

Les résultats sont cohérents, puisque chaque paramètre est relativement près de sa vraie valeur.

Le premier type de valeur manquante abordé précédement est celui dû à un processus aléatoire. Ainsi, en retirant de façon aléatoire le 1/4 de l'échantillon simulé, l'estimation des paramètres devient

Régression : sélection aléatoire (MCAR)

Variable	Coefficient	(Std. Err.)
expo	1.059**	(0.037)
x	1.041**	(0.038)
inter	1.031**	(0.040)
Intercept	0.971**	(0.036)
N	750	
R^2	0.739	
$F_{(3,746)}$	703.928	
Significance levels : † : 10%	∗ : 5%	∗∗ : 1%

Comme anticipé, les résultats sont encore une fois cohérents.

Le second type de valeurs manquantes est lorsqu'une sélection sur les variables indépendantes survient. Dans le cas présent, le 1/4 de l'échantillon ayant les plus grandes valeurs pour x a été retiré. Les résultats sont

Régression : sélection sur x (MAR)

Variable	Coefficient	(Std. Err.)
expo	1.019**	(0.042)
x	0.972**	(0.051)
inter	1.028**	(0.053)
Intercept	0.932**	(0.042)
N	750	
R^2	0.576	
$F_{(3,746)}$	337.975	
Significance levels : † : 10%	∗ : 5%	∗∗ : 1%

Malgré une sélection forte sur une variable indépendante et la perte de beaucoup d'observations, les estimations ne semblent pas être affectées. Il est à noter que ce résultat est vérifié même si la variable x est corrélée à la variable *exposition*.

Enfin, le dernier type de valeur manquante est celui où une sélection est faite sur la variable dépendante.

Dans le cas présent, le 1/4 de l'échantillon ayant les plus grandes valeurs pour y a été retiré. Les résultats obtenus sont les suivants

Régression : sélection sur y (NMAR)

Variable	**Coefficient**	**(Std. Err.)**
expo	0.746**	(0.040)
x	0.731**	(0.041)
inter	0.834**	(0.041)
Intercept	0.589**	(0.038)
N	750	
R^2	0.442	
$F_{(3,746)}$	196.821	

Significance levels : † : 10% $*$: 5% $**$: 1%

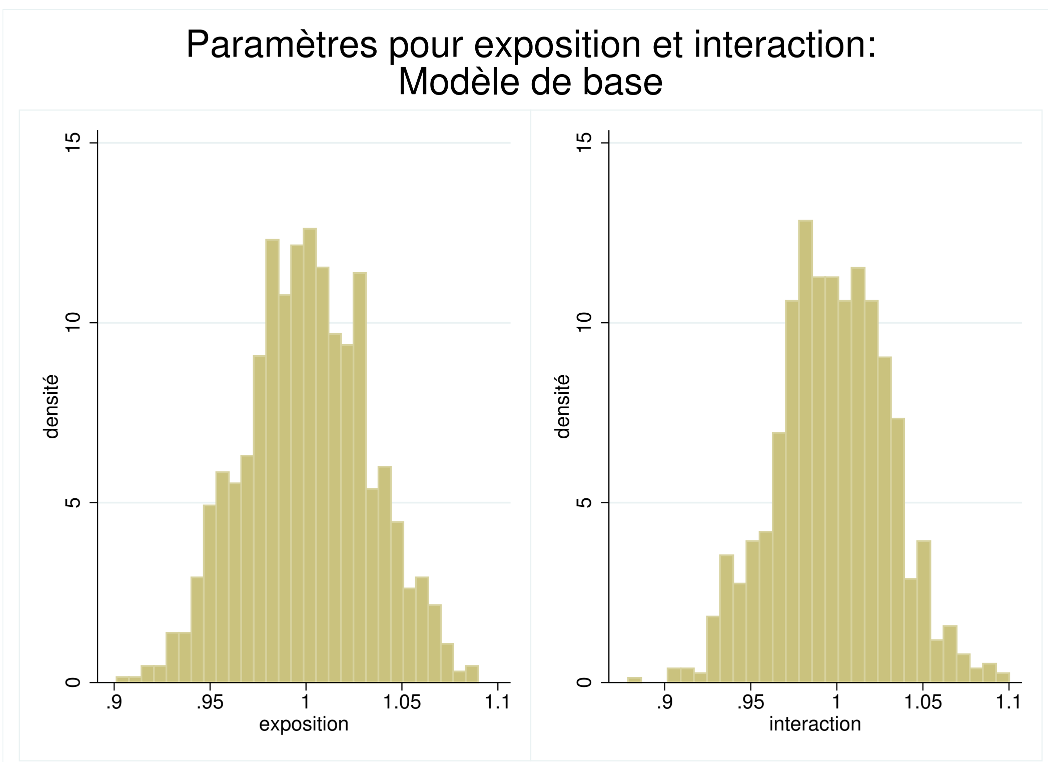
Dans ce dernier exemple, on vient bien que la sélection non-aléatoire sur y cause de lourds problèmes de biais. Les paramètres dévient fortement de leur vraie valeur. Ces résultats sont cohérents avec les présentations théoriques faites dans les sections précédentes.

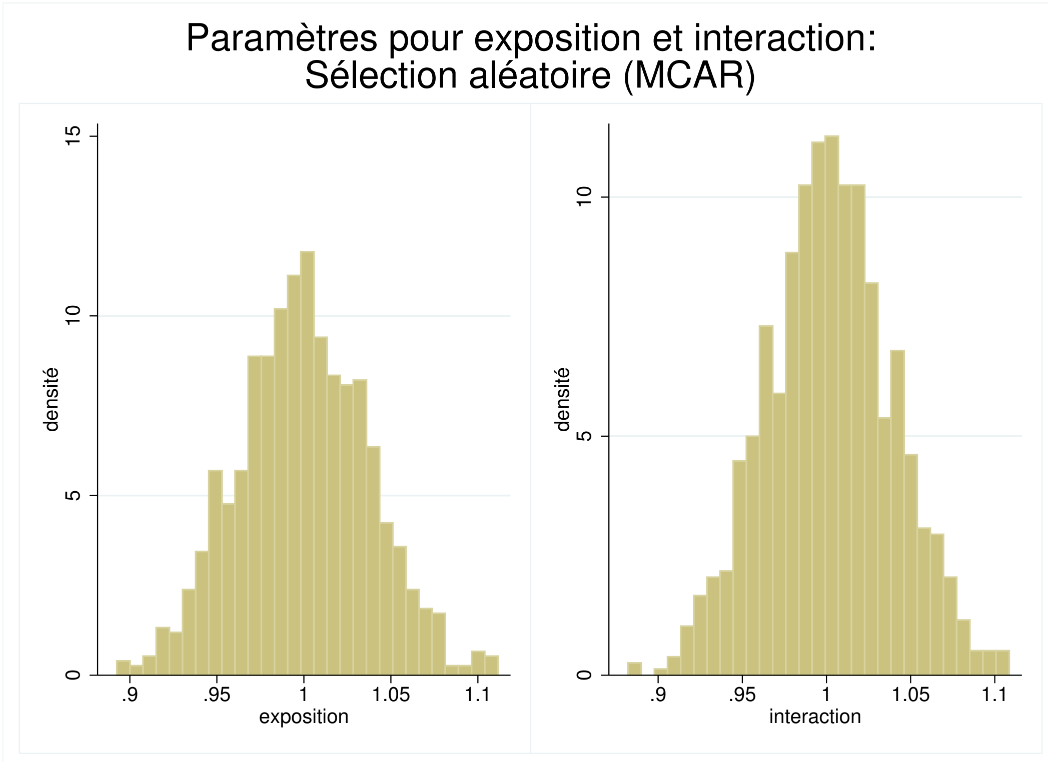
3.2 Monte Carlo

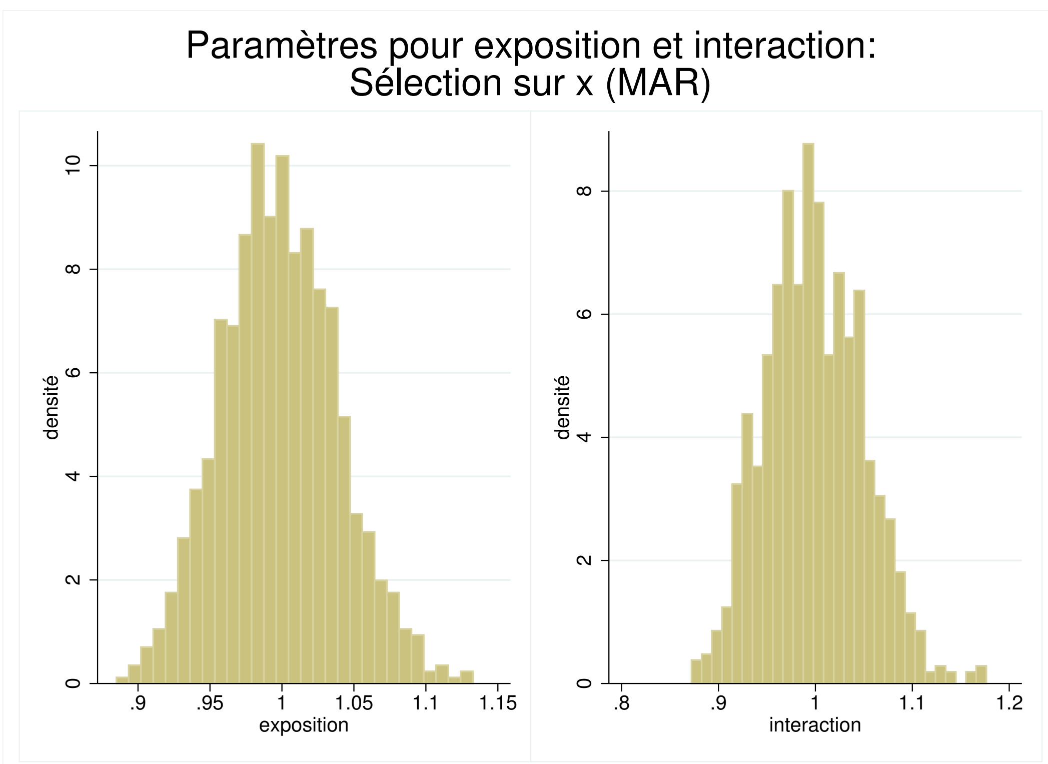
Soit le même modèle de régression qu'en (2)

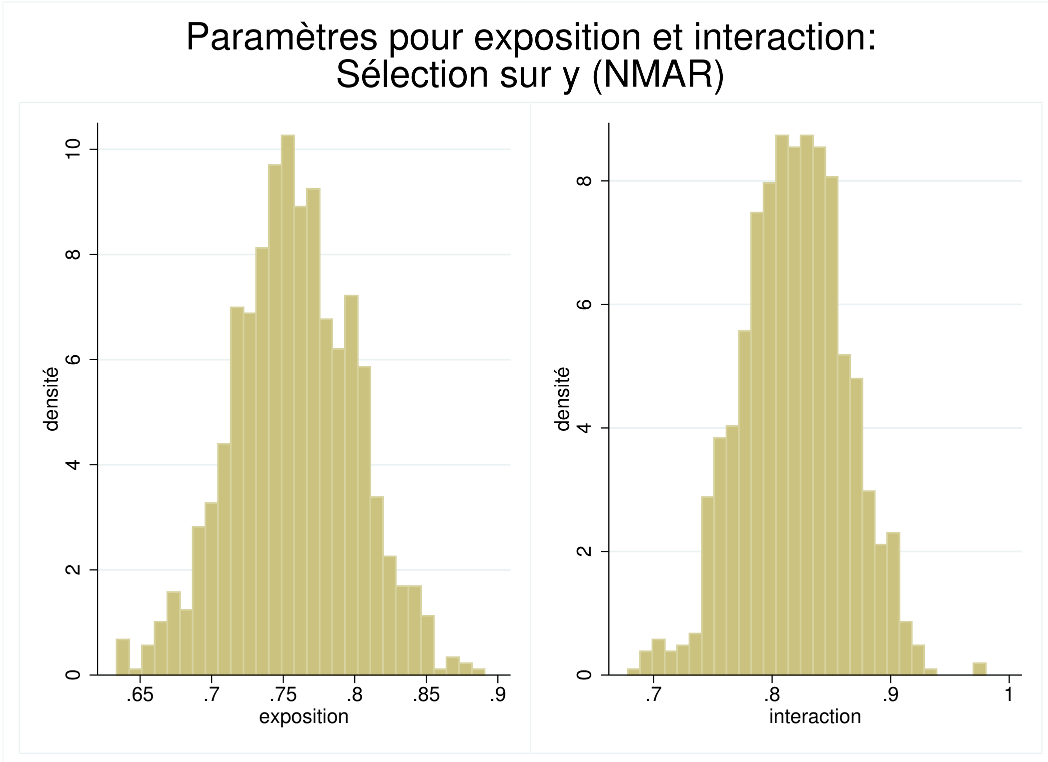
$$y = \alpha + \beta_1 exposition + \beta_2 x + \beta_3 interaction + u$$

Cette sous-section présente les densités estimées des paramètres de régression pour *exposition* et *interaction* pour 1000 itérations. Elles ont été estimées pour chacun des types de sélections de la sous-section précédente.




Paramètres pour exposition et interaction:
Sélection aléatoire (MCAR)
densité
exposition
interaction
0
5
10
15
.9
.95
1
1.05
1.1


Paramètres pour exposition et interaction:
Sélection sur x (MAR)
densité
exposition
interaction
0
2
4
6
8
10
.8
.9
.95
1
1.05
1.1
1.15
1.2



Cet exemple apporte une autre preuve que seul le processus de sélection sur y cause des problèmes systématiques de biais. En effet, comme le montrent les histogrammes, seul ce processus fait immanquablement dévier les paramètres estimés de leur vraie valeur.

A Variable omise : le cas linéaire

Un problème similaire (mais distinct) à celui des valeurs manquantes est celui des variables omises. Le cas linéaire est abordé dans cette section, notamment les conditions nécessaires pour que l'omission d'une variable cause un problème de biais d'estimation dans les paramètres.

Soit, par exemple, le modèle linéaire

$$y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 s + u \tag{3}$$

où cette fois s n'est plus le processus de sélection des valeurs manquantes mais une simple variable. L'estimation de l'équation en (3) peut être faite par moindres carrés ordinaires, menant aux équations

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})y_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2}$$
$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(s_i - \bar{s})y_i}{\sum_{i=1}^{N}(s_i - \bar{s})^2}$$
$$\hat{\alpha} = \bar{y} - (\hat{\beta}_1 \bar{X} + \hat{\beta}_2 \bar{s})$$

Sous l'hypothèse que les variables $\{X, s\}$ sont exogènes, l'estimation se fait sans biais.
Cependant, si au lieu de l'équation (3), l'équation

$$y = \alpha + \beta_1 X + \tilde{u} \tag{4}$$

est estimée, où $\tilde{u} = \beta_2 s + u$, alors l'omission de la variable s dans l'estimation peut engendrer un biais dans les autres paramètres. Pour bien voir cela, il est possible d'écrire

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})y_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})(\alpha + \beta_1 X_i + \beta_2 s_i + u_i)}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2} \\
&= \beta_1 + \beta_2 \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})s_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2} + \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})u_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2}
\end{aligned}$$

Sous l'hypothèse que $\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})u_i = \text{cov}(X, u) = 0$, c'est-à-dire que X est bien exogène, il reste

$$\hat{\beta}_1 = \beta_1 + \beta_2 \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})s_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2}$$

On voit alors que l'estimation de $\hat{\beta}_1$ sera biaisée et déviera de β_1, sa vraie valeur, si

$$\beta_2 \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})s_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2} \neq 0$$

Pour qu'il y est effectivement un problème de biais, deux conditions doivent être remplies.

Tout d'abord, il faut que l'expression $\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})s_i}{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2} \neq 0$. Cela signifie que $\text{cov}(X, s) \neq 0$, c'est-à-dire que la variable omise s est corrélée à X, la variable observée.

Ensuite, il faut que $\beta_2 \neq 0$. Cette seconde condition implique que la variable s est corrélée à la variable dépendante y.

Si ces deux conditions, à savoir que la variable omise s est corrélée à la fois à X et à y, ne sont *pas* satisfaites, alors la variable omise ne pose pas de risque de biais.

B Code *Stata*

```
      name:  <unnamed>
       log:  /Users/nicot/Dropbox (CEDIA)/ULaval/Travail/SLIM/Selection/select
> code.smcl
  log type:  smcl
 opened on:  11 Aug 2016, 11:16:41

 1 .
 2 . //Simulation de regressions
 3 . clear all

 4 . cd "/Users/nicot/Dropbox (CEDIA)/ULaval/Travail/SLIM/Selection"
   /Users/nicot/Dropbox (CEDIA)/ULaval/Travail/SLIM/Selection

 5 .
 6 . set obs 1000
   number of observations (_N) was 0, now 1,000

 7 . set seed 123

 8 .
 9 . *creation du modele
10 . gen expo=rnormal(0,1)

11 . gen x=rnormal(0,1)

12 . gen inter=expo*x

13 .
14 . gen error=rnormal(0,1)

15 .
16 . gen y=1+expo+x+inter+error

17 .
18 . sum y expo x inter

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           y |      1,000    .9978072    1.987555  -6.321197   10.84289
        expo |      1,000    .0204975    .9719571  -4.604603   2.807839
           x |      1,000    .0202697    .9961863  -3.542322    3.40045
       inter |      1,000    -.002354    .9786722  -8.675727   5.957363
```

```
19 .
20 . regress y expo x inter

      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =     1,000
-------------+----------------------------------   F(3, 996)       =    936.14
       Model |  2913.24857         3  971.082857   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  1033.17408       996  1.03732337   R-squared       =    0.7382
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.7374
       Total |  3946.42265       999  3.95037303   Root MSE        =    1.0185

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        expo |   1.018943   .0331618    30.73   0.000      .953868    1.084018
           x |   1.015131    .032414    31.32   0.000     .9515233    1.078738
       inter |   1.023784   .0330023    31.02   0.000     .9590223    1.088546
       _cons |    .958755   .0322214    29.76   0.000     .8955253    1.021985
------------------------------------------------------------------------------

21 .
22 . *outtex, detail level legend title(R\'{e}gression : mod\`{e}le de base) key(
> modele)
23 .
24 . *selection aleatoire
25 . gen toto = runiform()

26 . sort toto

27 . generate random = _n <= 750

28 .
29 . bysort random: summarize x

------------------------------------------------------------------------------
-> random = 0

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           x |        250    .0091655    1.104196  -3.023799    3.40045

------------------------------------------------------------------------------
-> random = 1

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           x |        750    .0239711    .9582475  -3.542322   3.139379
```

```
30 .
31 . regress y expo x inter if random==1

      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       750
-------------+----------------------------------   F(3, 746)       =    703.93
       Model |  2098.52164         3  699.507212   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  741.315286       746  .993720222   R-squared       =    0.7390
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.7379
       Total |  2839.83692       749  3.79150457   Root MSE        =    .99686

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        expo |   1.059464    .037394    28.33   0.000     .9860545    1.132874
           x |   1.040988   .0380342    27.37   0.000     .9663211    1.115655
       inter |   1.031223   .0402996    25.59   0.000     .9521084    1.110337
       _cons |   .9707738   .0364255    26.65   0.000     .8992651    1.042283
------------------------------------------------------------------------------

32 .
33 . *outtex, detail level legend title(R\'{e}gression : s\'{e}lection al\'{e}ato
> ire (MCAR))
34 .
35 .
36 . *selection sur x, avec x et expo correles
37 . sort x

38 . gen n1=_n

39 . gen selectx=n1 <= 750

40 .
41 . bysort selectx: summarize x

------------------------------------------------------------------------------
-> selectx = 0

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           x |        250    1.274757    .5667745   .6579035    3.40045

------------------------------------------------------------------------------
-> selectx = 1

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           x |        750   -.3978927    .7186514  -3.542322    .657464
```

```
42 .
43 . regress y expo x inter if selectx==1

      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       750
-------------+----------------------------------   F(3, 746)       =    337.98
       Model |  1006.48905         3  335.496351   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  740.528516       746   .99266557   R-squared       =    0.5761
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.5744
       Total |  1747.01757       749  2.33246672   Root MSE        =    .99633

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        expo |   1.019353   .0424256    24.03   0.000     .9360654    1.102641
           x |   .9721352   .0507898    19.14   0.000     .8724273    1.071843
       inter |   1.027505   .0529332    19.41   0.000     .9235897    1.131421
       _cons |   .9320326   .0416651    22.37   0.000     .8502378    1.013827
------------------------------------------------------------------------------

44 .
45 . *outtex, detail level legend title(R\'{e}gression : s\'{e}lection sur x (MAR
> ))
46 .
47 . *selection sur y
48 . sort y

49 . gen n2=_n

50 . gen selecty=n2 <= 750

51 .
52 . bysort selecty: summarize y

------------------------------------------------------------------------------
-> selecty = 0

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           y |        250    3.634055     1.46297   2.097084   10.84289

------------------------------------------------------------------------------
-> selecty = 1

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
           y |        750    .1190579    1.210155  -6.321197   2.069365
```

```
53 .
54 . regress y expo x inter if selecty==1

      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =       750
-------------+----------------------------------   F(3, 746)       =    196.82
       Model |  484.617296         3  161.539099   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  612.274102       746  .820742764   R-squared       =    0.4418
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.4396
       Total |  1096.8914        749   1.4644745   Root MSE        =    .90595

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        expo |   .7459536   .0402281    18.54   0.000     .6669798    .8249275
           x |    .731424   .0413839    17.67   0.000     .6501812    .8126669
       inter |   .8337301   .0405708    20.55   0.000     .7540836    .9133766
       _cons |   .5888732   .0384818    15.30   0.000     .5133277    .6644187
------------------------------------------------------------------------------

55 .
56 . *outtex, detail level legend title(R\'{e}gression : s\'{e}lection sur y (NMA
> R))
57 .
58 .
59 . //Simulation MC
60 . *modele
61 . clear all

62 . capture program drop model

63 . program define model, rclass
    1.
64 . drop _all
    2. set obs 1000
    3.
65 . generate expo = rnormal(0,1)
    4. generate x = rnormal(0,1)
    5. generate inter=expo*x
    6. generate error = rnormal(0,1)
    7. generate y = 1 + expo + x + inter + error
    8.
```

```
66 . regress y expo x inter
     9.
67 . return scalar bcons = _b[_cons]
    10. return scalar bexpo = _b[expo]
    11. return scalar bx = _b[x]
    12. return scalar binter = _b[inter]
    13. end

68 .
69 . simulate b_cons=r(bcons) b_expo=r(bexpo) b_x=r(bx) b_inter=r(binter), reps(1
   > 000) nodots: model

         command:  model
          b_cons:  r(bcons)
          b_expo:  r(bexpo)
             b_x:  r(bx)
         b_inter:  r(binter)


70 .
71 . program drop _all

72 . sum
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
b_cons	1,000	.9986508	.0313321	.8839754	1.103671
b_expo	1,000	1.000525	.03217	.9012343	1.089759
b_x	1,000	1.001356	.0322228	.9023424	1.096507
b_inter	1,000	.9975404	.0327809	.8787383	1.100114

```
73 . hist b_expo, xtitle(exposition) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
   (bin=29, start=.90123433, width=.00650086)

74 . graph save hist_b_expo, replace
   (file hist_b_expo.gph saved)
```

```
75 . hist b_inter, xtitle(interaction) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
   (bin=29, start=.87873834, width=.00763365)

76 . graph save hist_b_inter, replace
   (file hist_b_inter.gph saved)

77 . graph combine hist_b_expo.gph hist_b_inter.gph, title("Paramètres pour expos
   > ition et interaction:" "Modèle de base", color(black)) graphregion(fcolor(wh
   > ite))

78 .
79 . gr export "model.eps", as(eps) preview(off) replace
   (file model.eps written in EPS format)

80 .
81 .
82 . *selection aleatoire
83 . clear all

84 . capture program drop random

85 . program define random, rclass
     1.
86 . drop _all
     2. set obs 1000
     3.
87 . generate expo = rnormal(0,1)
     4. generate x = rnormal(0,1)
     5. generate inter=expo*x
     6. generate error = rnormal(0,1)
     7. generate y = 1 + expo + x + inter + error
     8.
88 . gen toto = runiform()
     9. sort toto
    10. generate random = _n <= 750
    11.
89 . regress y expo x inter if random==1
    12.
```

```
90 . return scalar bcons = _b[_cons]
    13. return scalar bexpo = _b[expo]
    14. return scalar bx = _b[x]
    15. return scalar binter = _b[inter]
    16. end

91 .
92 . simulate b_cons=r(bcons) b_expo=r(bexpo) b_x=r(bx) b_inter=r(binter), reps(1
   > 000) nodots: random

         command:  random
          b_cons:  r(bcons)
          b_expo:  r(bexpo)
             b_x:  r(bx)
         b_inter:  r(binter)


93 .
94 . program drop _all

95 . sum
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
b_cons	**1,000**	**.9988118**	**.0363242**	**.8671843**	**1.113319**
b_expo	**1,000**	**.9996793**	**.0371919**	**.8924965**	**1.111483**
b_x	**1,000**	**.9998527**	**.0353161**	**.8851036**	**1.148267**
b_inter	**1,000**	**1.001782**	**.037343**	**.8821909**	**1.108563**

```
96 . hist b_expo, xtitle(exposition) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
   (bin=29, start=.89249647, width=.00755125)

97 . graph save hist_b_expo, replace
   (file hist_b_expo.gph saved)

98 . hist b_inter, xtitle(interaction) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
   (bin=29, start=.88219094, width=.00780593)
```

```
 99 . graph save hist_b_inter, replace
    (file hist_b_inter.gph saved)

100 . graph combine hist_b_expo.gph hist_b_inter.gph, title("Paramètres pour expos
    > ition et interaction:" "Sélection aléatoire (MCAR)", color(black)) graphregi
    > on(fcolor(white))

101 .
102 . gr export "random.eps", as(eps) preview(off) replace
    (file random.eps written in EPS format)

103 .
104 .
105 . *selection sur x
106 . clear all

107 . capture program drop selectx

108 . program define selectx, rclass
      1.
109 . drop _all
      2. set obs 1000
      3.
110 . generate expo = rnormal(0,1)
      4. generate x = rnormal(0,1)
      5. generate inter=expo*x
      6. generate error = rnormal(0,1)
      7. generate y = 1 + expo + x + inter + error
      8.
111 . sort x
      9. gen n1=_n
     10. gen selectx=n1 <= 750
     11.
112 . regress y expo x inter if selectx==1
     12.
113 . return scalar bcons = _b[_cons]
     13. return scalar bexpo = _b[expo]
     14. return scalar bx = _b[x]
     15. return scalar binter = _b[inter]
     16. end
```

```
114 .
115 . simulate b_cons=r(bcons) b_expo=r(bexpo) b_x=r(bx) b_inter=r(binter), reps(1
    > 000) nodots: selectx

          command:  selectx
           b_cons:  r(bcons)
           b_expo:  r(bexpo)
              b_x:  r(bx)
          b_inter:  r(binter)


116 .
117 . program drop _all

118 . sum

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
      b_cons |      1,000    1.002956    .0427962   .8598431   1.115789
      b_expo |      1,000    .9985082    .0402189   .8850054   1.132673
         b_x |      1,000    1.002135    .0504367   .8331351   1.155716
     b_inter |      1,000    .9988019    .0504382   .8721379     1.1764

119 . hist b_expo, xtitle(exposition) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
    (bin=29, start=.88500541, width=.00854027)

120 . graph save hist_b_expo, replace
    (file hist_b_expo.gph saved)

121 . hist b_inter, xtitle(interaction) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
    (bin=29, start=.8721379, width=.01049181)

122 . graph save hist_b_inter, replace
    (file hist_b_inter.gph saved)

123 . graph combine hist_b_expo.gph hist_b_inter.gph, title("Paramètres pour expos
    > ition et interaction:" "Sélection sur x (MAR)", color(black)) graphregion(fc
    > olor(white))
```

```
.
. gr export "selectx.eps", as(eps) preview(off) replace
(file selectx.eps written in EPS format)

.
.
. *selection sur y
. clear all

. capture program drop selecty

. program define selecty, rclass
  1.
. drop _all
  2. set obs 1000
  3.
. generate expo = rnormal(0,1)
  4. generate x = rnormal(0,1)
  5. generate inter=expo*x
  6. generate error = rnormal(0,1)
  7. generate y = 1 + expo + x + inter + error
  8.
. sort y
  9. gen n2=_n
 10. gen selecty=n2 <= 750
 11.
. regress y expo x inter if selecty==1
 12.
. return scalar bcons = _b[_cons]
 13. return scalar bexpo = _b[expo]
 14. return scalar bx = _b[x]
 15. return scalar binter = _b[inter]
 16. end

.
. simulate b_cons=r(bcons) b_expo=r(bexpo) b_x=r(bx) b_inter=r(binter), reps(1
> 000) nodots: selecty

      command:  selecty
       b_cons:  r(bcons)
       b_expo:  r(bexpo)
          b_x:  r(bx)
      b_inter:  r(binter)
```

```
139 .
140 . program drop _all

141 . sum

    Variable |        Obs        Mean    Std. Dev.       Min        Max
-------------+---------------------------------------------------------
      b_cons |      1,000    .6501032    .0436375   .4756556   .7768875
      b_expo |      1,000    .7575017    .0423007   .6335891   .8906894
         b_x |      1,000    .7607323    .0415359   .5884346   .8960094
     b_inter |      1,000    .8190863    .0436601   .6781988   .9803056

142 . hist b_expo, xtitle(exposition) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
    (bin=29, start=.63358909, width=.00886553)

143 . graph save hist_b_expo, replace
    (file hist_b_expo.gph saved)

144 . hist b_inter, xtitle(interaction) ytitle(densité) graphregion(fcolor(white))
    (bin=29, start=.67819875, width=.01041748)

145 . graph save hist_b_inter, replace
    (file hist_b_inter.gph saved)

146 . graph combine hist_b_expo.gph hist_b_inter.gph, title("Paramètres pour expos
    > ition et interaction:" "Sélection sur y (NMAR)", color(black)) graphregion(f
    > color(white))

147 .
148 . gr export "selecty.eps", as(eps) preview(off) replace
    (file selecty.eps written in EPS format)

149 .
150 . log close
          name:  <unnamed>
           log:  /Users/nicot/Dropbox (CEDIA)/ULaval/Travail/SLIM/Selection/select
    > code.smcl
      log type:  smcl
     closed on:  11 Aug 2016, 11:17:53
    ------------------------------------------------------------------------------
```