Modelo del Overshooting cambiario con precios rígidos a corto plazo y tipo de cambio flexible

Rudiger Dornbusch fue uno de los primeros en estudiar las implicancias de las expectativas racionales en modelos macroeconómicos. En 1976, publicó un artículo en el que estudiaba un típico modelo IS-LM-BP (Equilibrio en el mercado de bienes y servicios-Equilibrio en el mercado financiero-Balanza de Pagos) de economía abierta o modelo de Mundell-Fleming consistente con la formación de expectativas racionales determinísticas (es decir, consistente con los supuestos de previsión e información perfectas) pero donde el índice de precios en el mercado de bienes y servicios se ajusta lentamente a lo largo del tiempo hacia su valor de equilibrio estacionario (de ahí la denominación de modelo monetario de la determinación del tipo de cambio con precios rígidos en el corto plazo, pero con precios flexibles en el largo plazo) y el mercado de activos financieros se ajusta instantáneamente (en este mercado Dornbusch asume que tanto la tasa de interés como el tipo de cambio nominal tienen una velocidad de ajuste infinita). El resultado fundamental del modelo de Dornbusch, radica en que a pesar de que se supone que los agentes racionales tienen previsión perfecta, el tipo de cambio nominal puede desbordar su valor de largo plazo (overshooting[1]).

Supuestos del modelo:

1. Economía pequeña y abierta. Este supuesto implica que la tasa de interés nominal extranjera i_t^* y el índice de precios en el extranjero P_t^* expresado en $(\text{unidad de moneda extranjera}/\text{unidades reales de consumo extranjero})$ se podrán considerar como variables exógenas dadas (Nuestra economía, al suponerse que es pequeña, no tiene capacidad de alterar la determinación de i_t^* y P_t^*).
2. La producción real de bienes nacionales, Y_t, se encuentra a su nivel de pleno empleo, $\overline{Y}_t$. Esto es:

$$Y_t = \overline{Y}_t \qquad (1)$$

Entonces, si hacemos:

$$y_t = \ln(Y_t) \Rightarrow \bar{y}_t = \ln(\overline{Y}_t) \Rightarrow y_t = \bar{y}_t \qquad (2)$$

3. El mercado de dinero siempre permanece en equilibrio. Esto implica que en cada instante la oferta real de dinero debe ser igual a la demanda real de dinero.

$$\text{LM}: \qquad L^o(M_t, P_t) = \frac{M_t}{P_t} = L^d(Y_t, i_t) = Y_t^{\psi} e^{-\theta i_t}; \;\; \theta > 0; \; \psi > 0 \qquad (3)$$

[1] Se dice que una variable endógena exhibe desbordamiento (overshooting) en respuesta a un cambio exógeno no anticipado (shock) si su movimiento en el corto plazo excede el cambio en su valor de estado estacionario.

Dónde Y_t es la producción real de bienes nacionales. i_t representa la tasa de interés nominal nacional. M_t es el stock nominal de dinero en el mercado nacional expresado en $(\text{unidad de moneda nacional})$. P_t es el índice de precios nacional expresado en $(\text{unidad de moneda nacional}/\text{unidades reales de consumo nacional})$. M_t/P_t es el stock real de dinero expresado en $(\text{unidades reales de consumo nacional})$. ψ es la elasticidad de los saldos reales de dinero respecto de la producción real nacional, y θ es la semielasticidad de los saldos reales de dinero en el mercado nacional respecto a la tasa de interés nominal nacional. Siendo:

$$\psi = \frac{Y_t}{(M_t/P_t)} \cdot \frac{\partial(M_t/P_t)}{\partial Y_t} = \frac{\partial[\ln(M_t/P_t)]}{\partial[\ln(Y_t)]} \qquad (4)$$

$$\theta = -\frac{\partial[\ln(M_t/P_t)]}{\partial i_t} \qquad (5)$$

Bajo la hipótesis de índice de precios nacional rígido a corto plazo y producción real a su nivel de pleno empleo, $\overline{Y}_t$, la ecuación (3) determina la tasa de interés nominal nacional para cada nivel del stock real del dinero, M_t/P_t, en el mercado nacional.

Aplicando logaritmos neperianos a (3) se tiene:

$$\ln\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = \ln\left(Y_t^{\psi} e^{-\theta i_t}\right) = \psi \ln Y_t - \theta i_t$$

$$\ln(M_t) - \ln(P_t) = \psi \ln(Y_t) - \theta i_t \qquad (6)$$

Si hacemos:

$$m_t = \ln(M_t) \qquad (7)$$

Entonces, la tasa de crecimiento instantáneo del dinero será:

$$\dot{m}_t = \frac{\dot{M}_t}{M_t} \qquad (8)$$

Asimismo, si hacemos:

$$p_t = \ln(P_t) \qquad (9)$$

Entonces la tasa de crecimiento instantánea del índice de precios (inflación) nacional será:

$$\dot{p}_t = \frac{\dot{P}_t}{P_t} \qquad (10)$$

Si ahora hacemos:

$$y_t = \ln(Y_t) \quad (11)$$

Entonces la tasa de crecimiento instantánea del nivel de producción de bienes nacionales (crecimiento económico) será:

$$\dot{y}_t = \dot{Y}_t / Y_t \quad (12)$$

Reemplazando (2), (7), (9) y (11) en (6) se tiene que el mercado de activos financieros viene caracterizado por una típica curva LM:

$$LM: \quad m_t - p_t = \psi\bar{y}_t - \theta i_t \quad (13)$$

4. La relación de equilibrio entre los mercados financieros nacional y extranjero viene determinada por la condición de paridad no cubierta de intereses. Esta condición implica que en mercados de capitales totalmente integrados en los que ante activos financieros con las mismas características (riesgo, liquidez y rentabilidad esperada) los agentes no muestran preferencias por activos específicos (los activos financieros internos y externos, denominados en distintas monedas, son sustitutivos perfectos) y en los que los agentes son neutrales al riesgo cambiario (no se cubren de los posibles riesgos de la variación del tipo de cambio, por lo que van a formarse expectativas sobre el tipo de cambio futuro)[2], los activos financieros nacionales y extranjeros, denominados en moneda nacional y extranjera, ofrecen la misma tasa de rentabilidad esperada (movilidad perfecta de capitales[3]). Esto a su vez nos lleva a que la diferencia entre las tasas de interés nominal de los activos financieros nacionales y extranjeros sea igual a la tasa de crecimiento (decrecimiento) instantáneo del tipo de cambio nominal esperado[4]. Esto es:

$$i_t - i_t^* = \dot{s}_t^e \quad (14)$$

Dónde, haciendo:

$$s_t^e = \ln(S_t^e) \quad (15)$$

Entonces tenemos que la tasa de crecimiento (decrecimiento) instantáneo del tipo de cambio nominal esperado viene dada por la siguiente expresión:

$$\dot{s}_t^e = \frac{\dot{S}_t^e}{S_t^e} \quad (16)$$

[2] Riesgo cambiario: variaciones del tipo de cambio afectan a la rentabilidad de los depósitos en divisas.
[3] La movilidad perfecta del capital supone que no existen barreras que dificulten la movilidad del capital (no hay barreras contra la inversión) y que los inversores son neutrales al riesgo cambiario. Asimismo, una movilidad perfecta del capital implica que si existe cualquier diferencia en la rentabilidad esperada entre los activos nacionales y extranjeros, los inversores destinarían toda su riqueza a la inversión más rentable. Dado que ambos tipos de activos deben estar en manos de alguien, la rentabilidad esperada entre los activos nacionales y extranjeros debería ser igual.
[4] A la tasa de crecimiento (decrecimiento) instantáneo del tipo de cambio nominal esperado (en logarítmicos neperianos) también se le conoce con el nombre de tasa de depreciación (apreciación) esperada de la moneda nacional.

Dónde S_t^e es el tipo de cambio nominal esperado, y $\dot{S}_t^e$ es la tasa de cambio instantánea del tipo de cambio nominal esperado.

5. A diferencia del modelo original de Dornbusch (que asume expectativas adaptativas[5]), se supone que existen expectativas racionales (se supone que los inversores forman sus expectativas respecto de las variaciones del tipo de cambio nominal empleando toda la información disponible). Además, dado que este modelo es determinista, el supuesto de expectativas racionales equivale a suponer previsión perfecta. Es decir, supondremos que ambas economías, la nacional y la extranjera, están pobladas por agentes racionales con previsión perfecta[6]. Este supuesto implica que la tasa de crecimiento (decrecimiento) instantáneo del tipo de cambio nominal esperado sea igual al verdadero valor de la tasa de crecimiento (decrecimiento) del tipo de cambio nominal. Esto es:

$$\dot{s}_t^e = \dot{s}_t \quad (17)$$

6. En el mercado de bienes y servicios nacional los precios se ajustan de acuerdo a la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{\dot{P}_t}{P_t} = \mu \ln\left(\frac{Y_t^d}{\overline{Y}_t}\right) = \mu\left[\ln\left(Y_t^d\right) - \ln\left(\overline{Y}_t\right)\right] \; ; \mu > 0 \qquad (18)$$

Si hacemos:

$$y_t^d = \ln\left(Y_t^d\right) \qquad (19)$$

Entonces la tasa de crecimiento instantánea de la demanda agregada de bienes nacionales será:

$$\dot{y}_t^d = \frac{\dot{Y}_t^d}{Y_t^d} \qquad (20)$$

De manera análoga, tal como en (2), si hacemos:

$$\overline{y}_t = \ln\left(\overline{Y}_t\right) \qquad (21)$$

Entonces la tasa de crecimiento instantánea del nivel de producción de pleno empleo será:

$$\dot{\overline{y}}_t = \frac{\dot{\overline{Y}}_t}{\overline{Y}_t} \qquad (22)$$

---

[5] En su modelo original Dornbusch demuestra que el supuesto de expectativas adaptativas, que inicialmente adopta, resulta equivalente al supuesto de expectativas racionales para algún valor adecuado del parámetro de ajuste de las expectativas adaptativas.

[6] La previsión perfecta implica que el error de predicción de los agentes racionales es nulo en cada instante del tiempo. Esto es, ante una perturbación, los agentes racionales conocen sus efectos de corto y de largo plazo, y los tienen en cuenta en sus decisiones en el instante actual.

Por tanto, reemplazando (10), (19) y (21) en (18) se tiene:

$$\dot{p}_t = \mu\left(y_t^d - \bar{y}_t\right) \qquad (23)$$

Dónde μ es la velocidad de ajuste de los precios en el mercado nacional de bienes y servicios o el grado de flexibilidad del índice de precios en términos logarítmicos. La ecuación (23) no es más que la curva de Phillips, que nos dice que la inflación depende del exceso de oferta $\left(y_t^d - \bar{y}_t < 0\right)$ o de demanda $\left(y_t^d - \bar{y}_t > 0\right)$ en el mercado de bienes y servicios. Es por eso que, a diferencia de lo que ocurre en el mercado de activos financieros, donde la tasa de interés y el tipo de cambio nominal (expresado en logaritmos neperianos) se ajustan en todo instante para garantizar el equilibrio, en el mercado nacional de bienes y servicios pueden darse desequilibrios transitorios.

7. La relación de equilibrio entre los mercados de bienes y servicios nacional y extranjero viene determinada por el mantenimiento de la hipótesis de la paridad del poder adquisitivo en el largo plazo, pero no en el corto plazo[7]. La hipótesis de la Paridad del Poder Adquisitivo (PPA) indica que el índice de precios en un país es igual al índice de precios en otro luego de convertirlo a través de un mercado cambiario. Por tanto, la PPA implica que:

$$S_t = \frac{P_t}{P_t^*} \Rightarrow s_t = \ln(S_t) = \ln\left(\frac{P_t}{P_t^*}\right) = \ln(P_t) - \ln\left(P_t^*\right) \Rightarrow$$

$$s_t = p_t - p_t^* \qquad (24)$$

Si normalizamos el índice de precios en el exterior, esto es si hacemos:

$$P_t^* = 1 \Rightarrow \ln\left(P_t^*\right) = \ln(1) \Rightarrow$$

$$p_t^* = 0 \qquad (25)$$

Reemplazando (25) en (24) obtenemos que la condición de PPA es la siguiente:

$$\text{PPA}: \; s_t = p_t \quad (26)$$

8. La demanda agregada, se supone que es afectada directamente por el tipo de cambio real e inversamente por la tasa de interés.

$$\text{IS}: \quad Y_t^d = \left(\frac{S_t \cdot P_t^*}{P_t}\right)^{\beta_1} e^{(\beta_0 - \beta_2 i_t)}; \; \beta_0 > 0; \beta_1 > 0; \beta_2 > 0 \qquad (27)$$

[7] Al suponer que los precios son rígidos en el corto plazo, el supuesto de la PPA se cumplirá sólo en el largo plazo.

Dónde S_t es el tipo de cambio nominal[8] expresado en $(\text{unidad de moneda nacional}/\text{unidad de moneda extranjera})$. P_t es el índice de precios en el mercado nacional expresado en $(\text{unidad de moneda nacional}/\text{unidades reales de consumo nacional})$. P_t^* es el índice de precios en el mercado extranjero expresado en $(\text{unidad de moneda extranjera}/\text{unidades reales de consumo extranjero})$. β_0 es el componente autónomo de la demanda agregada (que incluye el gasto público), β_1 es la elasticidad de la demanda agregada de bienes respecto al tipo de cambio real[9], SR_t. Mientras que β_2 es la semielasticidad de la demanda agregada de bienes respecto a la tasa de interés nominal nacional, i_t. Siendo:

$$\beta_1 = \frac{SR_t}{\left(Y_t^d\right)} \cdot \frac{\partial\left(Y_t^d\right)}{\partial\left(SR_t\right)} = \frac{\partial\left[\ln\left(Y_t^d\right)\right]}{\partial\left[\ln\left(SR_t\right)\right]} \qquad (28)$$

$$SR_t = \frac{\text{Precio de bienes extranjeros en moneda nacional}}{\text{Precio de bienes nacionales en moneda nacional}} = \frac{S_t \cdot P_t^*}{P_t}\left(\frac{\text{unidades reales de consumo nacional}}{\text{unidades reales de consumo extranjero}}\right) \quad (29)$$

$$\beta_2 = -\frac{\partial\left[\ln\left(Y_t^d\right)\right]}{\partial i_t} \qquad (30)$$

Aplicando logaritmos neperianos a (27) resulta:

$$\ln\left(Y_t^d\right) = \ln\left[\left(\frac{S_t \cdot P_t^*}{P_t}\right)^{\beta_1} e^{\left(\beta_0 - \beta_2 i_t\right)}\right] = \beta_1 \ln\left(\frac{S_t \cdot P_t^*}{P_t}\right) + \beta_0 - \beta_2 i_t$$

$$\ln\left(Y_t^d\right) = \beta_1\left[\ln\left(S_t\right) + \ln\left(P_t^*\right) - \ln\left(P_t\right)\right] + \beta_0 - \beta_2 i_t \qquad (31)$$

Ahora hacemos:

$$s_t = \ln\left(S_t\right) \qquad (32)$$

[8] El tipo de cambio nominal representa el precio de una unidad de divisa extranjera expresado en unidades de la moneda local. Es decir, una unidad de moneda extranjera equivaldría a S_t unidades de moneda nacional. Un incremento en el tipo de cambio nominal denota una depreciación de la moneda doméstica, o equivalentemente una apreciación de la moneda extranjera.

[9] El tipo de cambio real es el precio relativo de los bienes extranjeros (es el cociente entre el índice de precios de los bienes extranjeros expresado en moneda nacional y el índice de precios de los bienes nacionales expresado en moneda nacional). Es decir, una unidad real de consumo extranjera equivale a SR_t unidades reales de consumo nacional, o equivalentemente, el índice de precios de los bienes extranjeros expresado en moneda nacional equivale a SR_t veces el índice de precios de los bienes nacionales expresado en moneda nacional. Por tanto, el tipo de cambio real denota la competitividad de los bienes nacionales en relación a los bienes extranjeros.

Asimismo, si hacemos:

$$p_t^* = \ln(P_t^*) \qquad (33)$$

Entonces la tasa de crecimiento instantánea del índice de precios (inflación) extranjero será:

$$\dot{p}_t^* = \frac{\dot{P}_t^*}{P_t^*} \qquad (34)$$

Reemplazando (9), (19), (32), y (33) en (31) obtenemos:

$$y_t^d = \beta_0 + \beta_1(s_t + p_t^* - p_t) - \beta_2 i_t \qquad (35)$$

Reemplazando (25) en (35) resulta:

$$y_t^d = \beta_0 + \beta_1(s_t - p_t) - \beta_2 i_t \qquad (36)$$

La ecuación (36) es una IS en términos logarítmicos en la que el nivel de la demanda agregada depende de su componente autónomo, del nivel de exportaciones netas de bienes y servicios, que a su vez depende del tipo de cambio real expresado en términos logarítmicos (definido como las desviaciones de la paridad del poder adquisitivo), y de la tasa de interés nominal nacional. Es importante resaltar que en la función de la demanda deberíamos haber utilizado la tasa de interés real, $r_t = i_t - \dot{p}_t^e$, y no la nominal, i_t. No obstante, dado que los resultados serán los mismos independientemente de que tasa de interés se use, entonces por simplicidad aquí utilizaremos la tasa de interés nominal. Esto explica porque en la IS no aparecen expectativas de inflación y porque se utiliza la tasa de interés nominal en lugar de la real, que sería lo correcto. Asimismo, como ya se ha mencionado, debido al supuesto de que el índice de precios nacional es fijo en el corto plazo, en el mercado nacional de bienes y servicios pueden darse desequilibrios transitorios, a diferencia del mercado de activos financieros, donde la tasa de interés nominal y el tipo de cambio nominal (expresado en logaritmos neperianos) se ajustan en todo momento para garantizar el equilibrio[10].

9. El régimen cambiario es de tipo de cambio flexible.

10. Todos los parámetros del modelo son positivos.

[10] En 1976 Dornbusch señala, y en 2003 García-Cobián lo demuestra, que el supuesto de índice de precios fijo en el corto plazo en el mercado de bienes y servicios doméstico no es necesario para garantizar el overshooting del tipo de cambio. Para ello, basta con que el índice de precios se ajuste más lentamente que el tipo de cambio. No obstante, Dornbusch en su célebre artículo "Expectations and Exchange Rate Dynamics", opta por la simplificación al suponer que el índice de precios es rígido en el corto plazo.

Resolución del modelo:

En este modelo las variables exógenas son: $m_t, p_t^*, i_t^*, \bar{y}_t, \beta_0$. Aunque hay que recordar que hemos normalizado el índice de precios en el extranjero a uno, esto es equivalente a que el logaritmo neperiano del índice de precios en el extranjero sea nulo: $p_t^* = 0$. Mientras que las variables endógenas son: s_t, p_t, i_t, y_t^d. Para resolver este modelo vamos a suponer que las variables endógenas de referencia son p_t y s_t. Por tanto, ahora deberemos determinar las ecuaciones diferenciales para dichas variables.

Para determinar la ecuación diferencial correspondiente al índice de precios en términos logarítmicos, en primer lugar, vamos a despejar la tasa de interés nominal nacional de la ecuación (13):

$$i_t = \frac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t + p_t\right) \quad (37)$$

Reemplazando (37) en (36) obtenemos la demanda agregada de la economía nacional:

$$y_t^d = \beta_0 + \beta_1(s_t - p_t) - \frac{\beta_2}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t + p_t\right) \quad (38)$$

Sustituyendo (38) en (23) obtenemos:

$$\dot{p}_t = \mu\left[\beta_0 + \beta_1(s_t - p_t) - \frac{\beta_2}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t + p_t\right) - \bar{y}_t\right]$$

$$\dot{p}_t = -\mu\left(\beta_1 + \frac{\beta_2}{\theta}\right)p_t + (\mu\beta_1)s_t + \mu\left[\beta_0 + \frac{\beta_2 m_t}{\theta} - \left(1 + \frac{\beta_2\psi}{\theta}\right)\bar{y}_t\right] \quad (39)$$

La ecuación (39) representa la ecuación de equilibrio en el mercado financiero y de bienes y servicios.

Ahora, para determinar la ecuación diferencial para el tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos) vamos a reemplazar la ecuación (37) en la ecuación (14):

$$\frac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t + p_t\right) - i_t^* = \dot{s}_t^e \quad (40)$$

Reemplazando (17) en (40) se tiene:

$$\dot{s}_t = \frac{1}{\theta}p_t + \frac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t\right) - i_t^* \quad (41)$$

La ecuación (41) representa la ecuación de equilibrio conjunto en el mercado de activos financieros.

En consecuencia, el sistema de ecuaciones diferenciales que define el comportamiento dinámico de este modelo, expresado en forma matricial, viene dado por las ecuaciones (39) y (41):

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) & \mu\beta_1 \\ \dfrac{1}{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu & \dfrac{\mu\beta_2}{\theta} & -\mu\left(1 + \dfrac{\beta_2\psi}{\theta}\right) & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{\theta} & \dfrac{\psi}{\theta} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ m_t \\ \bar{y}_t \\ i_t^* \end{bmatrix} \qquad (42)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} -\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) & \mu\beta_1 \\ \dfrac{1}{\theta} & 0 \end{bmatrix}}^{A} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} \mu\left[\beta_0 + \dfrac{\beta_2 m_t}{\theta} - \left(1 + \dfrac{\beta_2\psi}{\theta}\right)\bar{y}_t\right] \\ \dfrac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t\right) - i_t^* \end{bmatrix}}^{\bar{b}} \qquad (43)$$

Análisis cualitativo

Ahora vamos a realizar el análisis de estabilidad. Para ello vamos a determinar lo siguiente:

$$\begin{cases} trA = -\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) < 0 \\ |A| = -\dfrac{\mu\beta_1}{\theta} < 0 \\ \Delta = (trA)^2 - 4|A| = \mu^2\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right)^2 + 4\dfrac{\mu\beta_1}{\theta} > 0 \end{cases} \qquad (44)$$

Ahora vamos a determinar el punto de equilibrio del sistema (43):

$$\begin{bmatrix} p^E \\ s^E \end{bmatrix} = -A^{-1}\bar{b}$$

$$\begin{bmatrix} p^E \\ s^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_t + \theta i_t^* - \psi\bar{y}_t \\ \dfrac{\left[m_t\beta_1 - \beta_0 - \bar{y}_t(\psi\beta_1 - 1) + (\theta\beta_1 + \beta_2)i_t^*\right]}{\beta_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*\right) \\ s^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right) \end{bmatrix} \qquad (45)$$

El polinomio característico viene dado por:

$$p(\lambda) = |A - \lambda I| = \lambda^2 - (trA)\lambda + |A| = 0 \qquad (46)$$

Los autovalores o raíces características son:

$$\lambda = \frac{trA \pm \sqrt{(trA)^2 - 4|A|}}{2} = \frac{trA \pm \sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{trA + \sqrt{\Delta}}{2} > 0 \\ \lambda_2 = \dfrac{trA - \sqrt{\Delta}}{2} < 0 \end{cases} \qquad (47)$$

De (44) y (47) podemos concluir que el punto de equilibrio del sistema es un punto de silla. En este caso será necesario calcular los autovectores asociados a cada uno de los autovalores de (47) para poder determinar la ecuación de las trayectorias estable (una recta cuyo vector generador es el autovector asociado al autovalor negativo y que pasa por el punto de equilibrio) e inestable (una recta cuyo vector generador es el autovector asociado al autovalor positivo y que pasa por el punto de equilibrio).

La pendiente del autovector $\vec{v}_1$ asociado a $\lambda_1 > 0$ se calculará a partir de:

$$\begin{bmatrix} -\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) - \lambda_1 & \mu\beta_1 \\ \dfrac{1}{\theta} & -\lambda_1 \end{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}}^{\vec{v}_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (48)$$

De donde:

$$b = \left(\frac{1}{\theta\lambda_1}\right) a = \left[\frac{\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) + \lambda_1}{\mu\beta_1}\right] a \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{\theta\lambda_1} = \frac{\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) + \lambda_1}{\mu\beta_1} > 0 \qquad (49)$$

La ecuación (49) nos representa la tangente del ángulo de inclinación que forma el autovector asociado a $\lambda_1 > 0$ con el eje horizontal (eje del índice de precios). Es decir, la ecuación (49) es la pendiente del brazo (recta) inestable (asociada a $\lambda_1 > 0$). Por tanto, la ecuación del brazo inestable, que en general pasará por el punto genérico (s_t, p_t) y que en particular pasará por el punto de equilibrio (s^E, p^E) del sistema será:

$$\frac{s_t - s^E}{p_t - p^E} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\theta\lambda_1} = \frac{\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) + \lambda_1}{\mu\beta_1} > 0 \qquad (50)$$

$$s_t = s^E + \left(\frac{1}{\theta\lambda_1}\right)(p_t - p^E)$$

$$s_t = \left[s^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_1}\right)p^E\right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_1}\right)p_t \quad (51)$$

La pendiente del autovector $\bar{v}_2$ asociado a $\lambda_2 < 0$ se calculará a partir de:

$$\begin{bmatrix} -\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) - \lambda_2 & \mu\beta_1 \\ \dfrac{1}{\theta} & -\lambda_2 \end{bmatrix} \overbrace{\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}}^{\bar{v}_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

De dónde:

$$d = \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)c = \left[\frac{\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) + \lambda_2}{\mu\beta_1}\right]c \Rightarrow \frac{d}{c} = \frac{1}{\theta\lambda_2} = \frac{\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) + \lambda_2}{\mu\beta_1} < 0 \quad (53)$$

La ecuación (53) nos representa la tangente del ángulo de inclinación que forma el autovector asociado a $\lambda_2 < 0$ con el eje horizontal (eje del índice de precios). Es decir, la ecuación (53) es la pendiente del brazo (recta) estable (asociada a $\lambda_2 < 0$). Por tanto, la ecuación del brazo estable, que en general pasará por el punto genérico (s_t, p_t), que en particular pasará por el punto de equilibrio (s^E, p^E) del sistema, y que buscamos que pase por el punto cuyas coordenadas son las condiciones iniciales de la economía nacional (s_0, p_0) será:

$$\frac{s_t - s^E}{p_t - p^E} = \frac{s_0 - s^E}{p_0 - p^E} = \frac{d}{c} = \frac{1}{\theta\lambda_2} = \frac{\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right) + \lambda_2}{\mu\beta_1} < 0 \quad (54)$$

$$s_t = s^E + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)(p_t - p^E)$$

$$s_t = \left[s^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p^E\right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_t \quad (55)$$

De (54), conocido el valor de p_0, se obtiene el valor de s_0 necesario para que los valores iniciales de la economía nacional se encuentren sobre el brazo estable:

$$s_0 = s^E + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)(p_0 - p^E) \quad (56)$$

Ahora, para bosquejar el retrato de fase del modelo, vamos a determinar las ceroclinas a partir del sistema de ecuaciones (43). Esto es:

$$\begin{cases} \dot{p}_t = -\mu\left(\beta_1 + \dfrac{\beta_2}{\theta}\right)p_t + (\mu\beta_1)s_t + \mu\left[\beta_0 + \dfrac{\beta_2 m_t}{\theta} - \left(1 + \dfrac{\beta_2\psi}{\theta}\right)\bar{y}_t\right] = 0 \\ \dot{s}_t = \dfrac{1}{\theta}p_t + \dfrac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t - m_t\right) - i_t^* = 0 \end{cases} \qquad (57)$$

En el sistema de ecuaciones del equilibrio estacionario, es evidente que el nivel del índice de precios en términos logarítmicos queda determinado por la segunda ecuación, mientras que el nivel del tipo de cambio nominal en términos logarítmicos queda determinado por la primera ecuación de (57).

De donde la ceroclina $\dot{p}_t = 0$ viene dada por:

$$IS\left(\beta_0, m_t, \bar{y}_t, p_t^* = 0\right): \qquad s_t = \left[\left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{\beta_2\psi}{\beta_1\theta}\right)\bar{y}_t - \frac{\beta_0}{\beta_1} - \frac{\beta_2 m_t}{\beta_1\theta}\right] + \left(1 + \frac{\beta_2}{\beta_1\theta}\right)p_t \quad (58)$$

La ecuación (58), una curva IS, representa el equilibrio en el mercado financiero y el mercado de bienes y servicios.

Mientras que la ceroclina $\dot{s}_t = 0$ viene dada por:

$$LM\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*\right): \qquad p_t = m_t + \theta i_t^* - \psi\bar{y}_t = \overbrace{p^E}^{de(45)} \quad (59)$$

La ecuación (59), una curva LM, representa el equilibrio conjunto en el mercado de activos financieros.

Note que al reemplazar (17) en la condición de paridad no cubierta de intereses, dada por (14), resulta:

$$\dot{s}_t = \dot{s}_t^{e} = i_t - i_t^* \qquad (60)$$

Ahora, si igualamos a cero la ecuación (60), resulta que:

$$\dot{s}_t = \dot{s}_t^{e} = i_t - i_t^* = 0 \Rightarrow i_t = i_t^* \Rightarrow i^E = i_t^* \qquad (61)$$

En consecuencia, de la condición de paridad no cubierta de intereses deducimos que sobre los puntos de la ceroclina $\dot{s}_t = 0,$ para que el logaritmo neperiano del tipo de cambio nominal s_t permanezca constante, la tasa de interés nominal nacional debe coincidir con la tasa de interés nominal del extranjero para cualquier instante del tiempo. Por tanto, la tasa de interés nominal de equilibrio de la economía es igual al tipo de interés del extranjero $\left(i^E = i_t^*\right)$. Además, de (45), sobre la ceroclina $\dot{s}_t = 0,$ se debe verificar que el logaritmo neperiano del índice de precios en el mercado nacional debe ser igual a p^E.

Ahora vamos a determinar gráficamente las condiciones de equilibrio dinámicas. En primer lugar, vamos a graficar la ceroclina $\dot{s}_t = 0$. De la segunda ecuación del sistema (57) y por (59) tenemos que:

$$\dot{s}_t = \frac{1}{\theta} p^E + \frac{1}{\theta}\left(\psi \bar{y}_t - m_t\right) - i_t^* = 0 \qquad (62)$$

Por tanto, de (62), se puede apreciar que dicha ceroclina es una recta vertical que corta al eje del índice de precios nacionales en p^E. Además, para valores de $p_t > p^E$, a la derecha de la recta vertical, que se aprecia en la figura 1, $\dot{s}_t > 0$. En consecuencia, conforme transcurra el tiempo el valor de la tasa de cambio nominal nacional en términos logarítmicos irá aumentando (la moneda nacional se irá depreciando), lo cual es representado por flechas verticales orientadas hacia arriba. A la izquierda de dicha recta $\dot{s}_t < 0$, por lo que conforme transcurra el tiempo el valor de la tasa de cambio nominal nacional en términos logarítmicos irá disminuyendo (la moneda nacional se irá apreciando), lo cual es representado con flechas verticales orientadas hacia abajo.

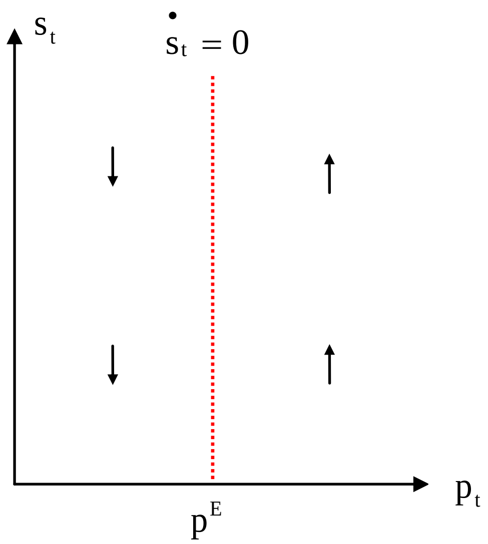


Figura 1: Equilibrio dinámico parcial para el tipo de cambio nominal en términos logarítmicos

A continuación vamos a graficar la ceroclina $\dot{p}_t = 0$. De (58), se aprecia que esta ceroclina es una línea recta con pendiente positiva (mayor a uno), mientras que el valor del intercepto con el eje vertical (eje del tipo de cambio nominal nacional expresado en logaritmos neperianos) dependerá del valor de los parámetros del modelo. Además, si estando en un punto de la ceroclina $\dot{p}_t = 0$ como el punto A, el tipo de cambio nominal nacional en términos logarítmicos disminuye y el nivel del índice de precios en términos logarítmicos permanece constante, pasando a un punto debajo de la ceroclina $\dot{p}_t = 0$ tal como el punto B. Entonces, al reemplazar las coordenadas del punto B en la primera ecuación del sistema (57), al haber disminuido el valor de la tasa de cambio nominal nacional en términos logarítmicos, se verifica que en un punto debajo de la ceroclina $\dot{p}_t = 0,$ tal como el punto B, $\dot{p}_t < 0.$ Por tanto, conforme transcurra el tiempo, el valor del índice de precios nacional en términos logarítmicos irá disminuyendo. En consecuencia, debajo de la ceroclina $\dot{p}_t = 0,$ tal como se aprecia en la figura 2, las líneas de fuerza dinámicas serán horizontales y en sentido de derecha a izquierda. Al lado opuesto de dicha ceroclina las líneas de fuerza dinámicas serán horizontales y en sentido de izquierda a derecha ya que en dicha región del plano de fase se verifica que $\dot{p}_t > 0.$

Superponiendo las ceroclinas del índice de precios nacional en términos logarítmicos y de la tasa de cambio nacional en términos logarítmicos, graficando los brazos estable e inestable del punto de silla y bosquejando algunas sendas de fase en el plano de fase se obtiene la figura 3. Lo peculiar de este modelo radica en que el equilibrio de largo plazo resulta ser inestable, ya que se trata de un punto de silla. Sólo si la economía inicia en un punto que exactamente esté sobre el brazo estable del punto de silla, entonces el tipo de cambio nominal nacional en términos logarítmicos y el índice de precios nacional en términos logarítmicos convergerían a sus valores de equilibrio de largo plazo.

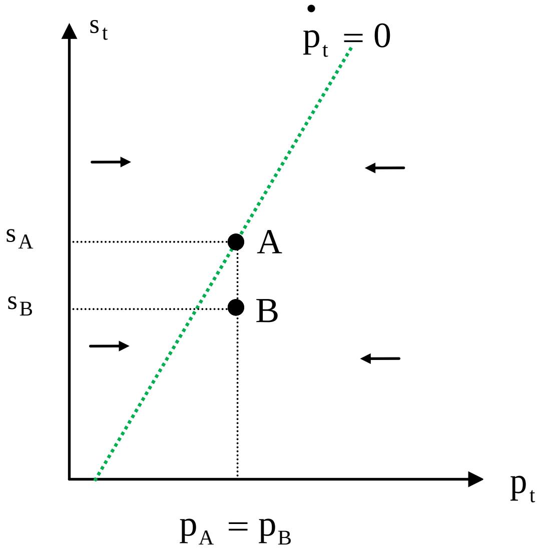


Figura 2: Equilibrio dinámico parcial para el nivel de precios en términos logarítmicos

En este tipo de modelo es usual suponer que el tipo de cambio nominal nacional en términos logarítmicos, al ser flexible, se ajusta inmediatamente para ubicarse sobre el brazo estable de manera tal que posteriormente tanto el tipo de cambio nominal nacional en términos logarítmicos como el índice de precios nacional en términos logarítmicos se ajuste a sus valores de equilibrio de largo plazo. Este supuesto ha sido muy criticado ya que las ecuaciones del modelo no garantizan dicho ajuste hacia el brazo estable que conduce al equilibrio[11].

[11] No obstante, Begg (1989) muestra que en los modelos con expectativas racionales, como el que se desarrolla aquí, los equilibrios son convergentes.

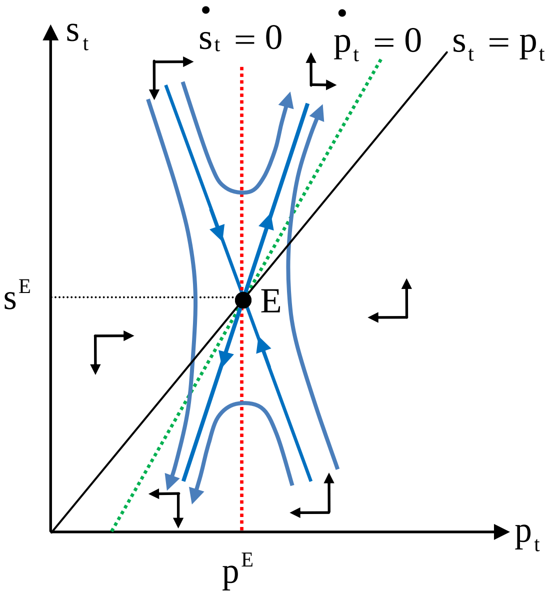


Figura 3: Retrato de fase de la economía

Análisis cuantitativo

El comportamiento del tipo de cambio nominal nacional en términos logarítmicos y del índice de precios nacional en términos logarítmicos vienen dados por:

$$\begin{bmatrix} p_t - p^E \\ s_t - s^E \end{bmatrix} = c_1 \overbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}}^{\vec{v}_1} e^{\lambda_1 t} + c_2 \overbrace{\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}}^{\vec{v}_2} e^{\lambda_2 t} \qquad (63)$$

$$\begin{cases} p_t = p^E + c_1 \cdot a \cdot e^{\lambda_1 t} + c_2 \cdot c \cdot e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s^E + c_1 \cdot b \cdot e^{\lambda_1 t} + c_2 \cdot d \cdot e^{\lambda_2 t} \end{cases} \qquad (64)$$

Si suponemos que el estado inicial de la economía viene dado por (s_0, p_0), reemplazando dichas condiciones iniciales en el sistema dado por (64), se tiene que:

$$\begin{cases} p_0 = p^E + c_1 \cdot a + c_2 \cdot c \\ s_0 = s^E + c_1 \cdot b + c_2 \cdot d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = \dfrac{d(p_0 - p^E) - c(s_0 - s^E)}{ad - bc} \\ c_2 = \dfrac{a(s_0 - s^E) - b(p_0 - p^E)}{ad - bc} \end{cases} \qquad (65)$$

Reemplazando los valores de c_1 y c_2 en (64) resulta:

$$\begin{cases} p_t = p^E + \left[\dfrac{d(p_0 - p^E) - c(s_0 - s^E)}{ad - bc}\right] a e^{\lambda_1 t} + \left[\dfrac{a(s_0 - s^E) - b(p_0 - p^E)}{ad - bc}\right] c e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s^E + \left[\dfrac{d(p_0 - p^E) - c(s_0 - s^E)}{ad - bc}\right] b e^{\lambda_1 t} + \left[\dfrac{a(s_0 - s^E) - b(p_0 - p^E)}{ad - bc}\right] d e^{\lambda_2 t} \end{cases} \qquad (66)$$

De donde:

$$\begin{cases} p_t = p^E + \left[\dfrac{\left(\dfrac{d}{c}\right)\left(p_0 - p^E\right) - \left(s_0 - s^E\right)}{\dfrac{d}{c} - \dfrac{b}{a}}\right] e^{\lambda_1 t} + \left[\dfrac{\left(s_0 - s^E\right) - \left(\dfrac{b}{a}\right)\left(p_0 - p^E\right)}{\dfrac{d}{c} - \dfrac{b}{a}}\right] e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s^E + \left[\dfrac{\left(p_0 - p^E\right) - \left(\dfrac{c}{d}\right)\left(s_0 - s^E\right)}{\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d}}\right] e^{\lambda_1 t} + \left[\dfrac{\left(\dfrac{a}{b}\right)\left(s_0 - s^E\right) - \left(p_0 - p^E\right)}{\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{d}}\right] e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (67)$$

Reemplazando (49) y (53) en (67), y efectuando sencillas operaciones algebraicas se tiene que:

$$\begin{cases} p_t = p^E + \left[\dfrac{\lambda_1\left(p_0 - p^E\right) - \theta\lambda_1\lambda_2\left(s_0 - s^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right] e^{\lambda_1 t} + \left[\dfrac{\theta\lambda_1\lambda_2\left(s_0 - s^E\right) - \lambda_2\left(p_0 - p^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right] e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s^E + \left[\dfrac{\left(\dfrac{1}{\theta}\right)\left(p_0 - p^E\right) - \lambda_2\left(s_0 - s^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right] e^{\lambda_1 t} + \left[\dfrac{\lambda_1\left(s_0 - s^E\right) - \left(\dfrac{1}{\theta}\right)\left(p_0 - p^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right] e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (68)$$

En la senda estable los coeficientes que acompañan al término $e^{\lambda_1 t}$ deberán ser nulos para eliminar su efecto explosivo. Esto es:

$$\begin{cases} \dfrac{\lambda_1\left(p_0 - p^E\right) - \theta\lambda_1\lambda_2\left(s_0 - s^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2} = 0 \Rightarrow \lambda_1\left(p_0 - p^E\right) = \theta\lambda_1\lambda_2\left(s_0 - s^E\right) \\ \dfrac{\left(\dfrac{1}{\theta}\right)\left(p_0 - p^E\right) - \lambda_2\left(s_0 - s^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2} = 0 \Rightarrow \left(\dfrac{1}{\theta}\right)\left(p_0 - p^E\right) = \lambda_2\left(s_0 - s^E\right) \end{cases} \quad (69)$$

Reemplazando (69) en (68) resulta que sobre el brazo estable el índice de precios en términos logarítmicos y el tipo de cambio nominal en términos logarítmicos evolucionan a lo largo del tiempo de acuerdo a:

$$\begin{cases} p_t = p^E + \left[\dfrac{\lambda_1\left(p_0 - p^E\right) - \lambda_2\left(p_0 - p^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right] e^{\lambda_2 t} \Rightarrow p_t = p^E + \left(p_0 - p^E\right) e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s^E + \left[\dfrac{\lambda_1\left(s_0 - s^E\right) - \lambda_2\left(s_0 - s^E\right)}{\lambda_1 - \lambda_2}\right] e^{\lambda_2 t} \Rightarrow s_t = s^E + \left(s_0 - s^E\right) e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (70)$$

De donde:

$$e^{\lambda_2 t} = \frac{p_t - p^E}{p_0 - p^E} = \frac{s_t - s^E}{s_0 - s^E} \Rightarrow s_t = \left[s^E - \left(\frac{s_0 - s^E}{p_0 - p^E} \right) p^E \right] + \left(\frac{s_0 - s^E}{p_0 - p^E} \right) p_t \quad (71)$$

Reemplazando (54) en (71) obtenemos la ecuación del brazo estable, que coincide con la ecuación (55):

$$s_t = \left[s^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2} \right) p^E \right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2} \right) p_t \quad (72)$$

De la primera ecuación del sistema (70) podemos obtener el índice de precios de la economía nacional si suponemos que las condiciones iniciales de nuestra economía se encuentran sobre el brazo estable del punto de silla, y que $p_0 > p^E$. Esto es:

$$P_t = e^{p_t} = e^{\left[p^E + \left(p_0 - p^E\right)e^{\lambda_2 t}\right]} \quad (73)$$

En la figura 4 se puede apreciar como el índice de precios en la economía nacional, sobre el brazo estable del punto de silla, se ajusta lentamente a su valor de equilibrio estacionario.

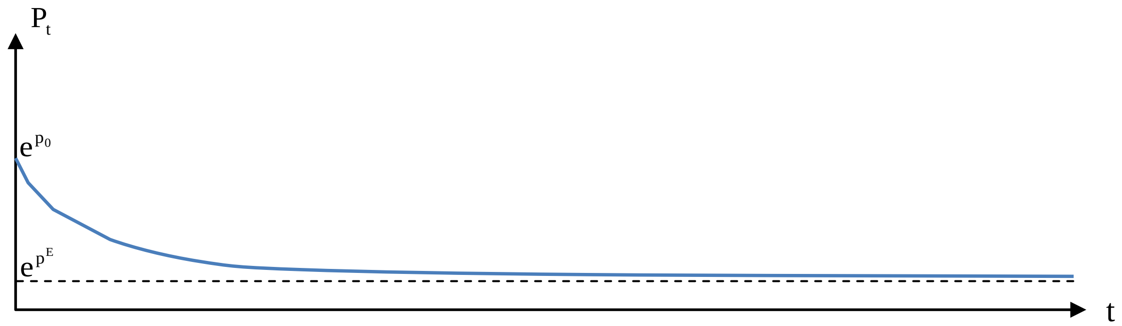


Figura 4: Comportamiento temporal del índice de precios nacional a lo largo del brazo estable del punto de silla

Derivando las ecuaciones de (70) respecto del tiempo resulta:

$$\begin{cases} \dot{p}_t = \lambda_2 \left(p_0 - p^E\right) e^{\lambda_2 t} \\ \dot{s}_t = \lambda_2 \left(s_0 - s^E\right) e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (74)$$

Reemplazando (71) en (74) se tiene que las tasas de crecimiento instantáneo del índice de precios de la economía doméstica y del tipo de cambio nominal a lo largo del brazo estable del punto de silla vienen dadas por:

$$\begin{cases} \dot{p}_t = \lambda_2 \left(p_t - p^E\right) \\ \dot{s}_t = \lambda_2 \left(s_t - s^E\right) \end{cases} \quad (75)$$

Por otro lado, siendo $\left(s_0^E, p_0^E\right)$ los valores de equilibrio estacionario del sistema antes del cambio de alguna variable exógena, de (72), el brazo estable del punto de silla correspondiente viene dado por:

$$s_t = \left[s_0^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_0^E\right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_t \quad (76)$$

Además, siendo $\left(s_1^E, p_1^E\right)$ los valores de equilibrio estacionario del sistema luego del cambio de alguna variable exógena, de (72), el brazo estable del punto de silla correspondiente viene dado por:

$$s_t = \left[s_1^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_1^E\right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_t \quad (77)$$

Efectos de corto plazo de un cambio exógeno permanente y no anticipado[12]

Ahora vamos a analizar qué pasaría en el corto plazo con los valores de las variables endógenas de referencia si habiendo alcanzado sus valores de equilibrio estacionario se produce un aumento permanente y no anticipado (shock) de alguna de las variables exógenas del modelo ceteris paribus.

Si suponemos que la economía inicialmente se encontraba en el estado estacionario, que denotaremos por $\left(s_0^E, p_0^E\right)$, y que el tipo de cambio nominal y el índice de precios expresados en términos logarítmicos en el corto plazo vienen dados por $\left(s(0), p(0)\right)$ respectivamente. Entonces, los efectos de corto plazo de un cambio permanente y no anticipado de alguna variable exógena en el tipo de cambio nominal y en el índice de precios en términos logarítmicos respectivamente vendrán dados por:

$$\begin{cases} dp(0) = p(0) - p_0^E \\ ds(0) = s(0) - s_0^E \end{cases} \quad (78)$$

Ya que $\left(s_0^E, p_0^E\right)$, es un punto que pertenece al brazo estable del punto de silla, entonces debe satisfacer la ecuación (76) verificándose que:

$$s_0^E = \left[s_0^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_0^E\right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_0^E \quad (79)$$

Asimismo, el punto $\left(s(0), p(0)\right)$ debe encontrarse sobre el nuevo brazo estable, y en consecuencia deberá satisfacer la ecuación (77) cumpliéndose que:

$$s(0) = \left[s_1^E - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p_1^E\right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)p(0) \quad (80)$$

[12] Estas secciones se basan fundamentalmente en Mendoza y Herrera (2006).

Restando (79) de (80) y teniendo en cuenta (78) y que se ha supuesto que el índice de precios expresado en términos logarítmicos es fijo en el corto plazo, $p(0) = p_0^E \Rightarrow dp(0) = 0,$ obtenemos la variación del tipo de cambio nominal expresado en términos logarítmicos:

$$ds(0) = s(0) - s_0^E = \left[\left(s_1^E - s_0^E\right) - \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)\left(p_1^E - p_0^E\right) \right] + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)\overbrace{\left(p(0) - p_0^E\right)}^{dp(0)=0} \quad (81)$$

Haciendo:

$$\begin{cases} ds^E = s_1^E - s_0^E \\ dp^E = p_1^E - p_0^E \end{cases} \quad (82)$$

Reemplazando (82) en (81) se tiene:

$$ds(0) = ds^E + \left(\frac{-1}{\theta\lambda_2}\right)dp^E \quad (83)$$

La ecuación (83) nos dice que, dado un cambio exógeno permanente y no anticipado de alguna variable exógena ceteris paribus, la variación del tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos) en el corto plazo es igual a la suma de la variación del tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos) en el largo plazo y de una fracción positiva de la variación del índice de precios (expresado en términos logarítmicos) en el largo plazo. Es decir, si un cambio exógeno permanente y no anticipado de alguna variable exógena ceteris paribus produce un incremento simultáneo del tipo de cambio nominal y del índice de precios (ambos expresados en logaritmos neperianos) en el largo plazo, la variación del tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos) en el corto plazo será mayor que la de largo plazo, esto es, se producirá un desbordamiento (overshooting) del tipo de cambio.

Por otro lado, calculando la diferencial total para las ecuaciones del sistema (45) tenemos:

$$dp^E = \frac{\partial p^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*\right)}{\partial m_t} dm_t + \frac{\partial p^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*\right)}{\partial i_t^*} di_t^* + \frac{\partial p^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*\right)}{\partial \bar{y}_t} d\bar{y}_t$$

$$dp^E = dm_t + \theta di_t^* - \psi d\bar{y}_t \quad (84)$$

$$ds^E = \frac{\partial s^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial m_t} dm_t + \frac{\partial s^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial i_t^*} di_t^* + \frac{\partial s^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial \bar{y}_t} d\bar{y}_t + $$
$$+ \frac{\partial s^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial \beta_0} d\beta_0$$

$$ds^E = dm_t + \left(\frac{\theta\beta_1 + \beta_2}{\beta_1}\right)di_t^* + \left(\frac{1 - \psi\beta_1}{\beta_1}\right)d\bar{y}_t - \left(\frac{1}{\beta_1}\right)d\beta_0 \quad (85)$$

Por otra parte, teniendo en cuenta que hemos normalizado a uno el índice de precios en el extranjero, $p_t^* = 0$, y dado que el tipo de cambio real expresado en términos logarítmicos viene definido, como ya hemos dicho, como las desviaciones de la paridad del poder adquisitivo. Esto es:

$$sr_t = s_t + \overbrace{p_t^*}^{0} - p_t \Rightarrow sr_t = s_t - p_t \qquad (86)$$

En el estado estacionario, el tipo de cambio real, expresado en términos logarítmicos, vendrá dado por:

$$sr^E = s^E - p^E \qquad (87)$$

Reemplazando (45) en (87) resulta:

$$sr^E = -\left(\frac{1}{\beta_1}\right)\beta_0 + \left(\frac{1}{\beta_1}\right)\bar{y}_t + \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)i_t^* = sr^E\left(\bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right) \qquad (88)$$

Calculando la diferencial total de (87) resulta:

$$dsr^E = ds^E - dp^E \qquad (89)$$

Calculando la diferencial total de (88) resulta:

$$dsr^E = \frac{\partial sr^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial i_t^*} di_t^* + \frac{\partial sr^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial \bar{y}_t} d\bar{y}_t + \frac{\partial sr^E\left(m_t, \bar{y}_t, i_t^*, \beta_0\right)}{\partial \beta_0} d\beta_0$$

$$dsr^E = \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)di_t^* + \left(\frac{1}{\beta_1}\right)d\bar{y}_t - \left(\frac{1}{\beta_1}\right)d\beta_0 \qquad (90)$$

Note que la ecuación (90) también se obtiene reemplazando (84) y (85) en (89). Asimismo, reemplazando (84) y (85) en (83) resulta:

$$ds(0) = \left(1 - \frac{1}{\theta\lambda_2}\right)dm_t + \left(\frac{\theta\beta_1 + \beta_2}{\beta_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)di_t^* + \left(\frac{1 - \psi\beta_1}{\beta_1} + \frac{\psi}{\theta\lambda_2}\right)d\bar{y}_t - \left(\frac{1}{\beta_1}\right)d\beta_0 \qquad (91)$$

Teniendo en cuenta (86), el tipo de cambio real de corto plazo, expresado en logaritmos neperianos, viene dado por:

$$sr(0) = s(0) - p(0) \qquad (92)$$

Diferenciando (92) y teniendo en cuenta que hemos supuesto que en el corto plazo el índice de precios es fijo, $dp(0) = 0$, obtenemos la variación del tipo de cambio real (expresado en términos logarítmicos) en el corto plazo:

$$dsr(0) = ds(0) - \overbrace{dp(0)}^{0} \Rightarrow dsr(0) = ds(0) \qquad (93)$$

Es decir:

$$dsr(0)=\left(1-\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)dm_t+\left(\frac{\theta\beta_1+\beta_2}{\beta_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)di_t^*+\left(\frac{1-\psi\beta_1}{\beta_1}+\frac{\psi}{\theta\lambda_2}\right)d\bar{y}_t-\left(\frac{1}{\beta_1}\right)d\beta_0 \quad (94)$$

A partir de la ecuación (37) podemos obtener el valor de la tasa de interés nominal doméstica en el estado estacionario:

$$i^E=\frac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_t-m_t+p^E\right)=i^E\left(\bar{y}_t,m_t\right) \quad (95)$$

En el brazo estable inicial se tiene que:

$$i_0^E=\frac{1}{\theta}\left(\psi\bar{y}_0-m_0+p_0^E\right) \quad (96)$$

En el nuevo brazo estable se debe verificar que:

$$i(0)=\frac{1}{\theta}\left[\psi\bar{y}_1-m_1+p(0)\right] \quad (97)$$

La variación de corto plazo de la tasa de interés nominal nacional vendrá dada por:

$$di(0)=i(0)-i_0^E=-\left(\frac{1}{\theta}\right)\overbrace{\left(m_1-m_0\right)}^{dm_t}+\left(\frac{1}{\theta}\right)\overbrace{\left(p(0)-p_0^E\right)}^{dp(0)=0}+\left(\frac{\psi}{\theta}\right)\overbrace{\left(\bar{y}_1-\bar{y}_0\right)}^{d\bar{y}_t} \quad (98)$$

$$di(0)=-\left(\frac{1}{\theta}\right)dm_t+\left(\frac{\psi}{\theta}\right)d\bar{y}_t \quad (99)$$

Diferenciando (95) resulta:

$$di^E=\frac{\partial i^E\left(m_t,\bar{y}_t\right)}{\partial m_t}dm_t+\frac{\partial i^E\left(m_t,\bar{y}_t\right)}{\partial\bar{y}_t}d\bar{y}_t$$

$$di^E=-\left(\frac{1}{\theta}\right)dm_t+\left(\frac{\psi}{\theta}\right)d\bar{y}_t=di(0) \quad (100)$$

Efectos de mediano plazo de un cambio exógeno permanente y no anticipado

Para el mediano plazo, una vez que la economía alcanza el punto $\left(s(0),p(0)\right)$ del nuevo brazo estable, ésta se conduce a través de dicho brazo hasta alcanzar el nuevo punto de equilibrio estacionario $\left(s_1^E,p_1^E\right)$.

La ecuación del nuevo brazo estable la podemos obtener adaptando las ecuaciones del sistema dado por (70), tal como sigue:

$$\begin{cases} p_t = p_1^E + \left(p(0) - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s_1^E + \left(s(0) - s_1^E\right)e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (101)$$

Adaptando la segunda ecuación de (69) tenemos:

$$\left(\frac{1}{\theta}\right)\left(p(0) - p_1^E\right) = \lambda_2\left(s(0) - s_1^E\right) \Rightarrow s(0) - s_1^E = \left(\frac{1}{\theta\lambda_2}\right)\left(p(0) - p_1^E\right) \quad (102)$$

Reemplazando $p(0) = p_0^E$, y reemplazando (102) en (101) tenemos que en el mediano plazo las trayectorias del índice de precios doméstico y el tipo de cambio nominal (ambos en términos logarítmicos) vienen dadas por:

$$\begin{cases} p_t = p_1^E + \left(p_0^E - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t} \\ s_t = s_1^E + \left(\dfrac{1}{\theta\lambda_2}\right)\left(p_0^E - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (103)$$

Restando la primera ecuación a la segunda ecuación del sistema (103) obtenemos el comportamiento de mediano plazo del tipo de cambio real (en términos logarítmicos) tal como sigue:

$$sr_t = \overbrace{\left(s_1^E - p_1^E\right)}^{sr^E} + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2} - 1\right)\left(p_0^E - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t} \quad (104)$$

$$sr_t = sr^E + \left(\frac{1}{\theta\lambda_2} - 1\right)\left(p_0^E - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t} \quad (105)$$

Finalmente, reemplazando la primera ecuación del sistema (103) en (37) resulta:

$$i_t = \frac{1}{\theta}\left[\psi\bar{y}_t - m_t + p_1^E + \left(p_0^E - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t}\right] \quad (106)$$

El valor de largo plazo de la tasa de interés nominal doméstica será:

$$i_{LP} = \lim_{t\to+\infty} i_t = \frac{1}{\theta}\left[\psi\bar{y}_t - m_t + p_1^E\right] \quad (107)$$

Bajo el supuesto de que la economía doméstica alcanza el estado estacionario en el largo plazo, entonces resulta que:

$$i_{LP} = i^E = i_t^* = \frac{1}{\theta}\left[\psi\bar{y}_t - m_t + p_1^E\right] \quad (108)$$

Reemplazando (108) en (106) obtenemos el comportamiento de mediano plazo de la tasa de interés nominal en función de su valor de estado estacionario:

$$i_t = i_t^* + \frac{1}{\theta}\left[\left(p_0^E - p_1^E\right)e^{\lambda_2 t}\right] \quad (109)$$

Efectos de un aumento sorpresivo (no anticipado) y permanente del stock nominal de dinero (política monetaria expansiva: $dm_t > 0$)

Ahora vamos a analizar qué pasaría con los valores de las variables endógenas del modelo si habiendo alcanzado sus valores de equilibrio estacionario se produce un aumento no anticipado del stock nominal de dinero ceteris paribus.

En el corto plazo:

De (78), (91), (94) y (99), y teniendo en cuenta que la única diferencial no nula es dm_t, se tiene:

$$dp(0) = 0 \quad (110)$$

$$ds(0) = \left(1 - \frac{1}{\theta\lambda_2}\right)dm_t > 0 \quad (111)$$

$$dsr(0) = \left(1 - \frac{1}{\theta\lambda_2}\right)dm_t > 0 \quad (112)$$

$$di(0) = -\left(\frac{1}{\theta}\right)dm_t < 0 \quad (113)$$

En el largo plazo:

De (84) y (85), teniendo en cuenta que $dm_t > 0$ y que $di_t^* = d\bar{y}_t = 0,$ resulta que:

$$dp^E = dm_t > 0 \quad (114)$$

$$ds^E = dm_t > 0 \quad (115)$$

Las ecuaciones anteriores nos dicen que, ante un cambio permanente y sorpresivo en la oferta monetaria, en el nuevo estado estacionario, E_1, el índice de precios y la tasa de cambio nominal (ambos en logaritmos neperianos) se incrementan en proporción al incremento de la oferta monetaria, de manera que todas las variables reales no se verán afectadas [tal como ocurre con el tipo de cambio real: ver ecuación (116)]. Es decir, se mantiene la neutralidad monetaria en el nuevo equilibrio de largo plazo. Asimismo, las ecuaciones (114) y (115) nos indican que en el nuevo equilibrio estacionario, E_1, se debe seguir verificando la condición de paridad del poder adquisitivo (el nuevo equilibrio estacionario se ubica sobre una recta que forma 45º con cualquiera de los ejes del plano de fase, esto es, sobre una recta con pendiente igual a 1, y cuya ecuación viene dada por: $s_t = p_t$). En la figura 5 se aprecia que ante el incremento sorpresivo y permanente de $m_t, dm_t > 0$, las ceroclinas $\dot{s}_t = 0$ y $\dot{p}_t = 0$ se desplazarán hacia la derecha hasta intersecarse en el nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1. Asimismo, se aprecia que la pendiente de la recta que pasa por E_1 y por E_0 es igual a: $ds^E / dp^E = dm_t / dm_t = 1$.

Por otro lado, se aprecia que en el nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1, al igual que en el punto de equilibrio estacionario inicial E_0, se sigue cumpliendo la condición de paridad de poder adquisitivo, $s_t = p_t$, por tanto se verifica que:

$$dsr^E = 0 \quad (116)$$

Finalmente, en el nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1, al igual que en el punto de equilibrio estacionario inicial E_0, se sigue cumpliendo que la tasa nominal de interés doméstica debe ser igual a la tasa nominal de interés extranjera, por tanto se cumple que:

$$di^E = 0 \quad (117)$$

Efectos de corto plazo:

Efecto 1: Ante un incremento sorpresivo del stock nominal de dinero (expresado en logaritmos neperianos), $m_t \uparrow$, ceteris paribus, dado que se ha supuesto que en el corto plazo el índice de precios nacional es fijo, los saldos reales expresados en términos logarítmicos se incrementarían, $(m_t - p_t)\uparrow$. En consecuencia, resulta que el mercado financiero estaría en desequilibrio en el corto plazo ya que $m_t - p_t > \psi\bar{y}_t - \theta i_t$. Por tanto, la tasa de interés nominal doméstica, disminuiría ya que ésta depende inversamente de los saldos reales, expresados en términos logarítmicos. Es decir, si $(m_t - p_t)\uparrow$, entonces $[\psi\bar{y}_t - (m_t - p_t)]\downarrow$, por lo que $i_t \downarrow = [\psi\bar{y}_t - (m_t - p_t)]/\theta$. Esto, a su vez, hace que los activos financieros extranjeros sean más rentables que los nacionales, generando que la demanda de los activos financieros extranjeros se incremente y que el tipo de cambio nominal, expresado en términos logarítmicos, aumente (que se deprecie la moneda nacional).

Efecto 2: Por otro lado, dado que se ha supuesto que los agentes económicos tienen expectativas racionales, éstos conocen que en el largo plazo el tipo de cambio nominal en términos logarítmicos será mayor que su valor actual (antes del shock monetario expansivo), por lo que los agentes económicos tendrán una razón más para adquirir activos financieros extranjeros, lo que a su vez incrementará adicionalmente el tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos).

Ambos efectos hacen que el tipo de cambio nominal (en términos logarítmicos) se eleve por encima de su valor de largo plazo (overshooting cambiario). En la figura 5, la economía se desplaza del punto E_0 al punto A.

El fenómeno económico del overshooting cambiario puede explicarse de la siguiente manera: En el punto A, debido al shock monetario no anticipado, la tasa de interés nominal doméstica ha disminuido a un valor inferior al de la tasa de interés nominal extranjera, por lo que la condición de paridad no cubierta de intereses se verificará únicamente si los agentes esperan que el tipo de cambio nominal expresado en logaritmos neperianos disminuya (se aprecie), esto es: $\dot{s}_t = i_t - i_t^* < 0.$ En consecuencia, ya que por hipótesis, los agentes tienen expectativas racionales, para que ello ocurra, debe verificarse que en el corto plazo el tipo de cambio nominal, en logaritmos neperianos, aumente instantáneamente a un valor mayor a su nuevo valor de equilibrio estacionario.

Por tanto, por los efectos antes descritos, en el corto plazo, el tipo de cambio nominal (expresado en logaritmos neperianos) se incrementa por encima de su nuevo valor de equilibrio estacionario. Esto es, ante un incremento permanente y sorpresivo del stock nominal de dinero (en términos logarítmicos), en el corto plazo se produce un sobreajuste del tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos): overshooting cambiario. En la figura 5, el shock monetario expansivo hace que la economía pase del punto E_0 al punto A, donde se aprecia que el índice de precios (en términos logarítmicos) permanece constante y el tipo de cambio nominal (en términos logarítmicos) aumenta instantáneamente por encima de su nuevo valor de largo plazo, esto es: $s(0) > s_1^E$.

Efectos de mediano plazo:

En la figura 5, el mediano plazo se da entre el punto A y el punto E_1. En el punto A, se tiene un tipo de cambio nominal (en términos logarítmicos) mayor que en el punto E_0, pero una tasa de interés nominal menor (undershooting de la tasa de interés nominal doméstica). En consecuencia, al haber simultáneamente una disminución de la tasa de interés nominal y un incremento del tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos) al pasar del punto E_1 al punto A, entonces de (36) se observa que la demanda agregada de bienes y servicios se incrementa. Además, por (23) resulta que al incrementarse la demanda agregada de bienes y servicios respecto a la producción a pleno empleo, el índice de precios nacional aumenta. El índice de precios más alto reduce la oferta real de dinero, es decir, $(m_t - p_t)\downarrow,$ y esto a su vez, de acuerdo a (37), produce un incremento en la tasa de interés nominal doméstica. No obstante, este incremento en la tasa de interés nominal doméstica es en términos absolutos menor a la disminución que se produjo en la tasa de interés nominal nacional debido al shock monetario expansivo. Es por esto que la tasa de interés nominal doméstica todavía sigue siendo menor a la extranjera, $i_t - i_t^* = \dot{s}_t = \dot{s}_t^e < 0,$ lo que a su vez generará expectativas de disminución (apreciación) del tipo de cambio nominal (en logaritmos neperianos) respecto del punto A. En consecuencia, en el punto E_1 se tendrá un tipo de cambio nominal (en logaritmos neperianos) menor al del punto A, pero mayor al del punto E_0.

Este proceso de índice de precios nacional aumentando, tipo de cambio nominal (en logaritmos neperianos) disminuyendo y tasa de interés nominal doméstica aumentando se produce hasta llegar al nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1.

Efectos de largo plazo:

La economía se ubica sobre el punto E_1. En este punto, el índice de precios y el tipo de cambio nominal (expresado en términos logarítmicos) coinciden con sus valores de estado estacionario finales, la tasa de interés nominal doméstica coincide con la extranjera (la tasa esperada de crecimiento instantáneo del tipo de cambio nominal es nula), y se mantiene la paridad del poder adquisitivo.

Principales resultados del shock monetario expansivo permanente y sorpresivo:

Ante un incremento sorpresivo y permanente del stock nominal del dinero, el tipo de cambio nominal (en términos logarítmicos) sobrerreacciona (overshooting) instantáneamente a un nivel superior a su nivel de estado estacionario (debido a la diferencia de las velocidades de ajuste del mercado financiero y del mercado de bienes y servicios). En el nuevo estado estacionario, el índice de precios nacional y el tipo de cambio nominal (en logaritmos neperianos) son mayores a los valores que tenían antes del shock monetario expansivo. Además, se cumple la neutralidad monetaria de largo plazo. Asimismo, la tasa de interés nominal interna y el tipo de cambio real se mantienen constantes.

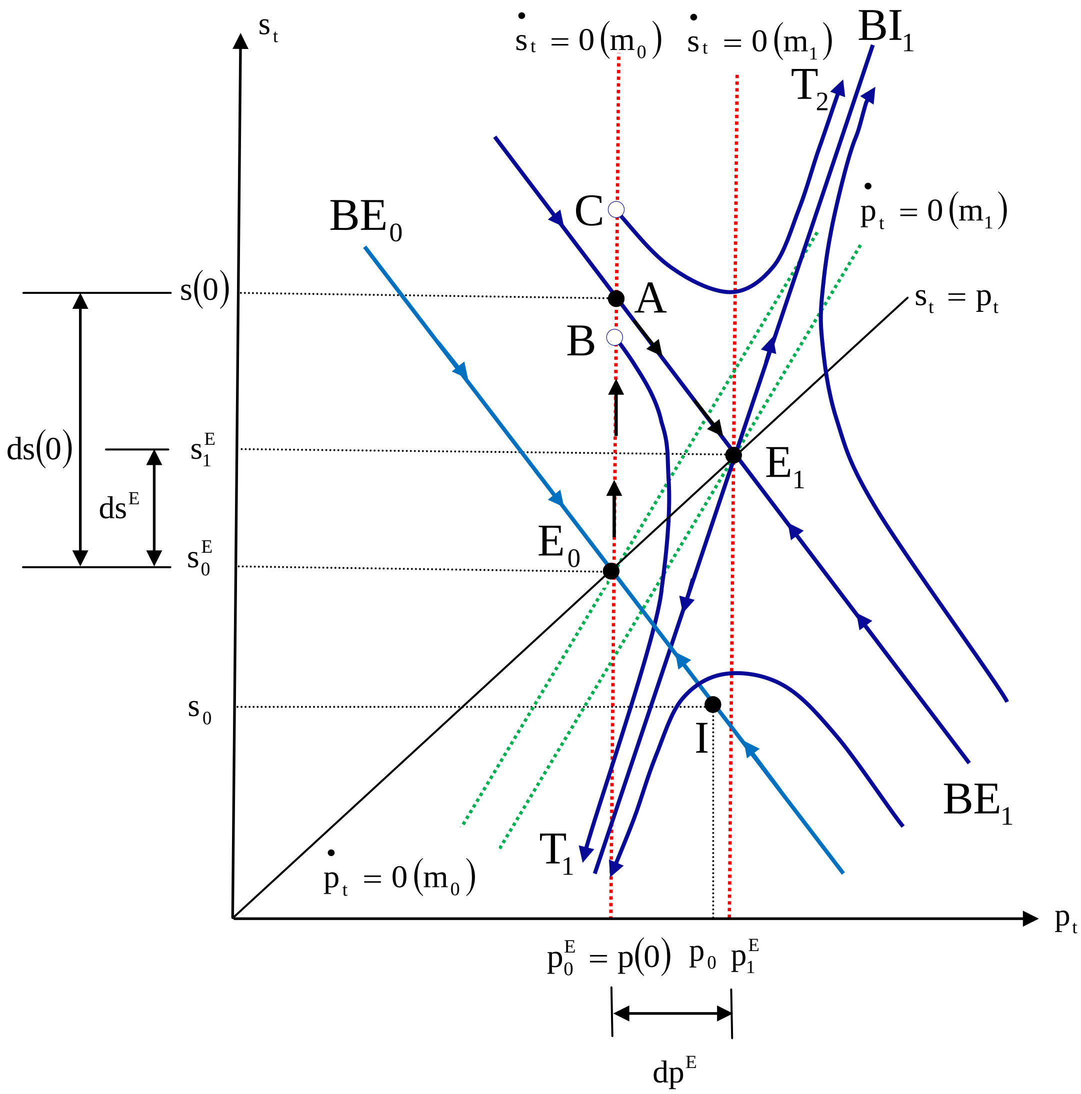


Figura 5: Comportamiento dinámico de la economía ante una expansión monetaria permanente no anticipada

Finalmente, es importante resaltar que en la figura 5 se representa cómo ha evolucionado la economía a lo largo del tiempo, ante un shock monetario expansivo. En esta figura se aprecia que la economía inicialmente se encontraba ubicada en el plano de fase en el punto I, perteneciente al brazo estable inicial (BE_0) del punto de silla. Con el devenir del tiempo, la economía se ha desplazado a lo largo de BE_0 hasta el punto de equilibrio estacionario inicial, E_0. Se aprecia que en el desplazamiento desde el punto I hasta el punto E_0 el índice de precios (en términos logarítmicos) ha disminuido hasta converger con el valor de estado estacionario inicial, p_0^E. Asimismo, en este mismo trayecto el tipo de cambio nominal doméstico se ha incrementado hasta converger a su valor de estado estacionario inicial: s_0^E. Estando la economía en el punto de equilibrio inicial, E_0, se produce un incremento sorpresivo y permanente del stock nominal de dinero (pasando de m_0 a m_1, con $m_1 > m_0 : dm_t > 0$). Ante este shock monetario expansivo, la ceroclina $\dot{s}_t = 0(m_0)$ se desplaza hacia la derecha un $dp^E = dm_t$, siendo ahora la ceroclina $\dot{s}_t = 0(m_1)$, mientras que la ceroclina $\dot{p}_t = 0(m_0)$, a su vez, se desplaza hacia la derecha, siendo ahora la ceroclina $\dot{p}_t = 0(m_1)$. El cruce de las ceroclinas $\dot{s}_t = 0(m_1)$ y $\dot{p}_t = 0(m_1)$ se da en el nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1. Asimismo, ante el shock monetario expansivo sorpresivo y permanente, dado que se ha supuesto que el índice de precios es rígido en el corto plazo (pero flexible en el largo plazo), que el tipo de cambio nominal es flexible (con velocidad de ajuste infinita), y que los agentes tienen expectativas racionales (información y previsión perfecta), la economía se desplazará de forma instantánea a lo largo de la ceroclina $\dot{s}_t = 0(m_0)$ hasta el punto A, perteneciente al nuevo brazo estable (BE_1) del punto de silla[13]. Se aprecia que en el desplazamiento desde el punto E_0 hasta el punto A el tipo de cambio nominal (en términos logarítmicos) ha aumentado (la moneda nacional se ha depreciado) a un valor superior al valor del nuevo equilibrio estacionario (overshooting)[14]. Una vez que la economía ha alcanzado el punto A del nuevo brazo estable (BE_1), la economía convergerá hacia el punto E_1, eventualmente restableciendo la paridad del poder adquisitivo en dicho punto. Cualquier error por parte del mercado enviaría a la economía lejos del punto E_1 y hacia el brazo inestable (BI_1) del punto de silla.

[13] Aquí es importante resaltar que, desafortunadamente en este modelo, cualquier carencia de perfección alejaría a la economía del nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1. Por ejemplo, si tras el shock monetario expansivo el mercado subestima la depreciación de la moneda nacional moviéndose desde el punto E_0 al punto B, entonces la economía, conforme transcurra el tiempo, se alejaría del equilibrio estacionario E_1 a lo largo de la trayectoria T_1, con tipos de cambio nominales (en términos logarítmicos) disminuyendo (moneda nacional apreciándose) y con periodos de inflación y de deflación. Similarmente, si el mercado sobreestima la depreciación y se mueve al punto C, entonces el sistema dinámico se hará explosivo, con índice de precios crecientes conforme transcurre el tiempo (inflación) y con el tipo de cambio nominal (en términos logarítmicos) aumentando (moneda nacional depreciándose), como se muestra a lo largo de la trayectoria T_2.

[14] Es importante resaltar que en el punto A se produce, además, un undershooting de la tasa de interés nominal doméstica, ya que su valor de corto plazo (el que tiene en el punto A) resulta inferior que el valor que alcanza en el nuevo punto de equilibrio estacionario, E_1.

Simulación Numérica:

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la simulación numérica, efectuada en Matlab 7.12.0, con determinados valores para los parámetros del modelo, tales que satisfagan las condiciones dadas por (44). Dichos valores se encuentran resumidos en la tabla I.

Parámetros	Valores
β_2	0,1
μ	0,06
θ	0,8
ψ	0,06
β_1	20

Tabla I: Valores de los parámetros simulados

En la tabla II se muestran los valores de las variables exógenas en el instante inicial. Estos valores se han elegido de forma arbitraria.

Variables exógenas	Valores
$\mathbf{m_0}$	150
$\mathbf{i_0^*}$	2,5
$\bar{\mathbf{y}}_0$	1800
De (45), se cumplirá la hipótesis de PPA: $\mathbf{s^E = p^E \Leftrightarrow \beta_0 = \beta_2 i_0^* + \bar{y}_0}$	1800,25

Tabla II: Valores iniciales de las variables exógenas

Para estos valores de los parámetros del modelo y de las variables exógenas en el instante inicial, el sistema (43) resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} -1,2075 & 1,2 \\ 1,25 & 0 \end{bmatrix}}^{A} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0,33 \\ -55 \end{bmatrix}}^{\vec{b}} \qquad (I)$$

Las ceroclinas del sistema (I) vienen dadas por:

$$\begin{cases} \dot{p}_t = 0 \Leftrightarrow s_t = 1,00625 p_t - 0,275 \\ \dot{s}_t = 0 \Leftrightarrow p_t = 44 \end{cases} \qquad (II)$$

Asimismo, por (45), el punto de equilibrio del sistema vendrá dado por:

$$\begin{bmatrix} p^E \\ s^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 \\ 44 \end{bmatrix} \qquad (III)$$

Mientras que por (44), tenemos que:

$$\begin{cases} trA = -1,2075 < 0 \\ |A| = -1,5 < 0 \\ \Delta = 7,45806 > 0 \end{cases} \qquad (IV)$$

En la figura I se muestra el retrato de fase, los brazos estable (BE) e inestable (BI), y las ceroclinas correspondientes al sistema dado por (I).

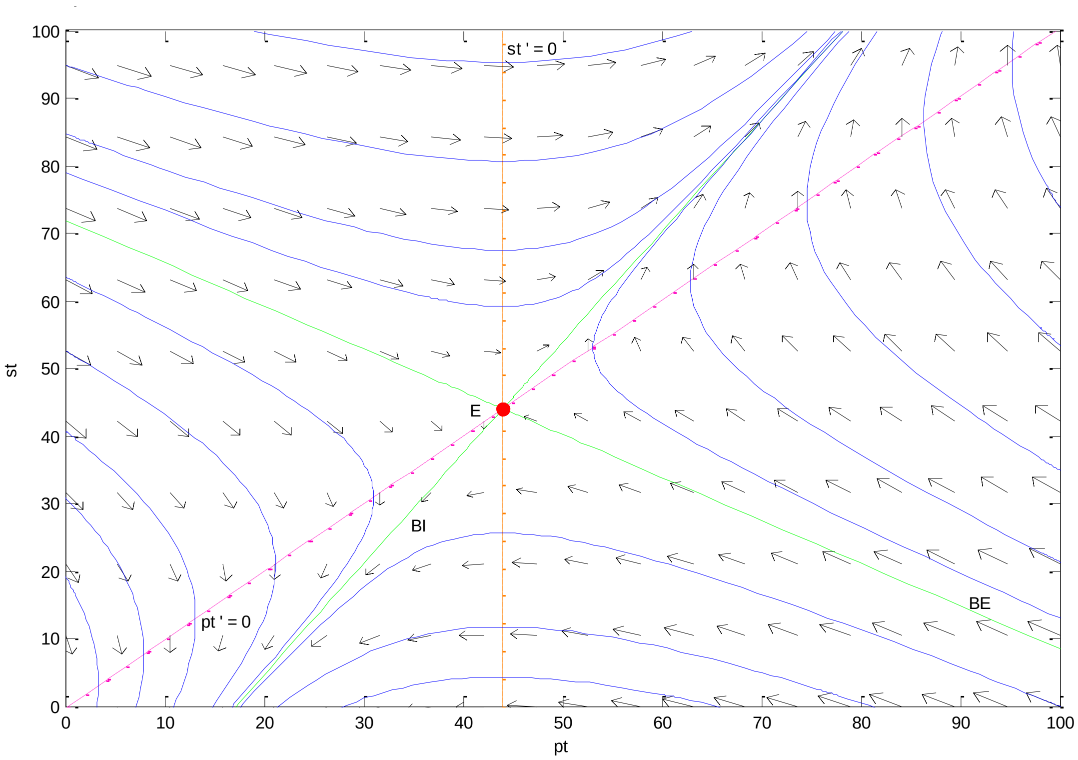


Figura I: Retrato de fase del sistema

Sustituyendo (IV) en (47) tenemos que:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0{,}7617221 > 0 \\ \lambda_2 = -1{,}9692221 < 0 \end{cases} \qquad (\text{V})$$

Reemplazando el valor de "θ", dado por la tabla I, (III) y (V) en (55) obtenemos la ecuación del brazo estable del punto de silla. Esto es:

$$s_t = -0{,}63476842\ p_t + 71{,}92981 \qquad (\text{VI})$$

Supondremos que en el instante inicial el índice de precios en la economía doméstica asciende a $p_0 = 90$. Sustituyendo este valor en (VI) obtenemos que el tipo de cambio nominal (en logaritmos) que deberá tener la economía para estar sobre el brazo estable deberá ascender a $s_0 = 14{,}8006527$.

Sustituyendo p_0, s_0, λ_2 y (III) en (70) obtenemos cómo evolucionan en el tiempo el tipo de cambio nominal y el índice de precios, ambos en términos logarítmicos, sobre el brazo estable. Esto es:

$$\begin{cases} p_t = 44 + 46e^{-1{,}9692221t} \\ s_t = 44 - 29{,}2e^{-1{,}9692221t} \end{cases} \qquad (\text{VII})$$

En las figuras II y III se muestran respectivamente el diagrama de fase y la evolución a lo largo del tiempo del tipo de cambio nominal y del índice de precios, ambos en términos logarítmicos, para el sistema (I), sobre el brazo estable (E), con las siguientes condiciones iniciales: $I = (p_0, s_0) = (90; 14{,}8006527)$.

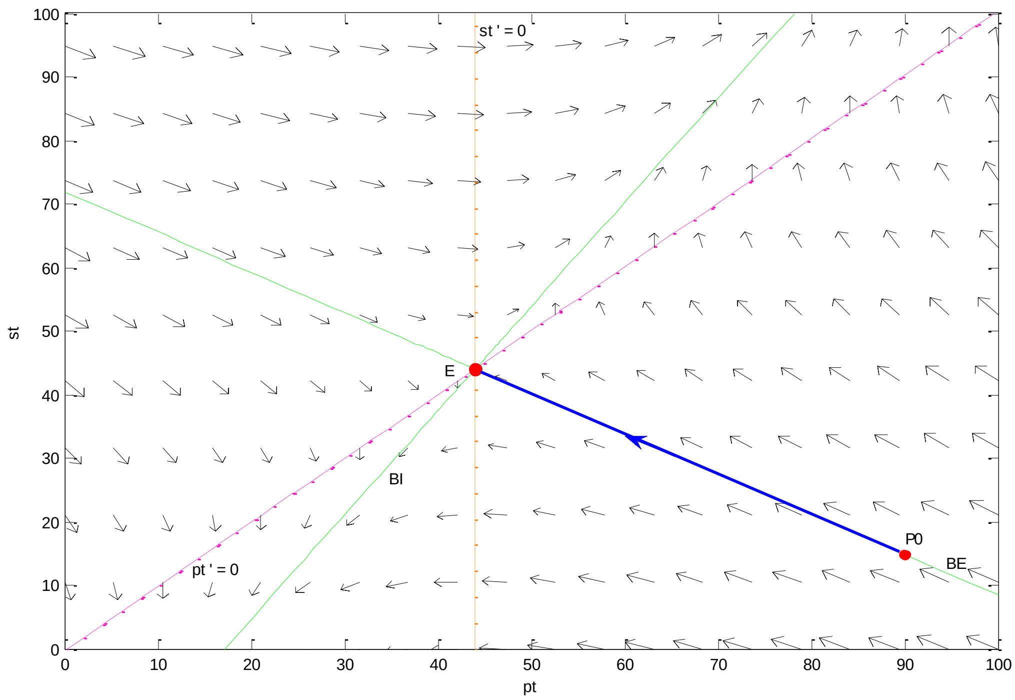


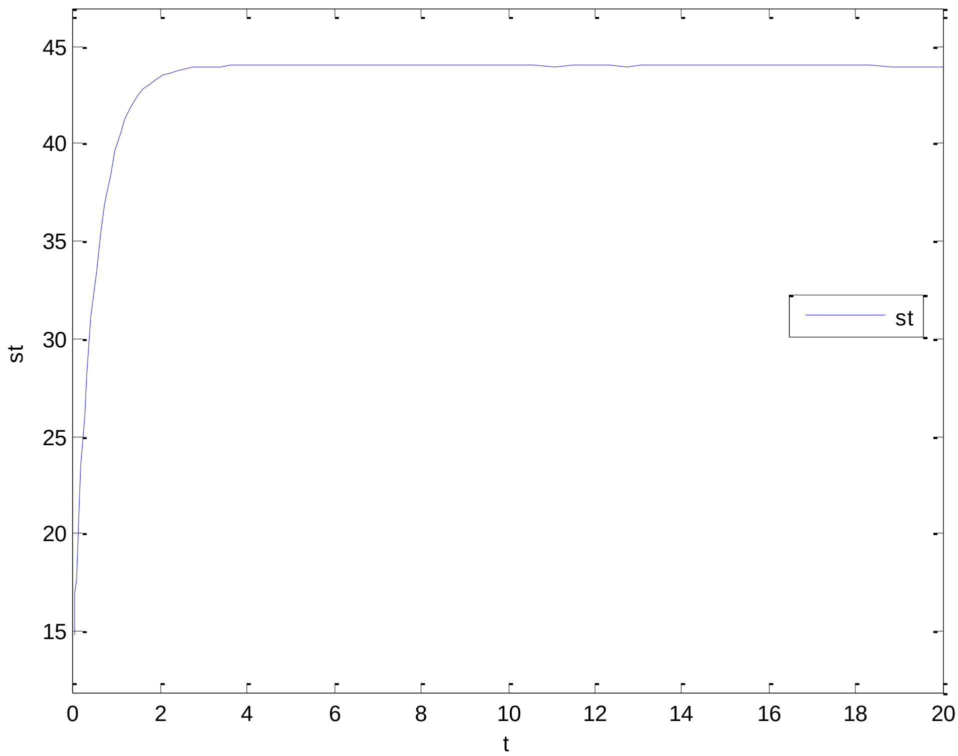
Figura II: Diagrama de fase del sistema sobre el brazo estable $(m_0 = 150)$

Tomando como punto de partida el punto de equilibrio estacionario dado por (III), si ahora incrementamos el stock nominal de dinero en términos logarítmicos, ceteris paribus, pasando de $m_0 = 150$ a $m_1 = 151$, el sistema (43) resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} -1{,}2075 & 1{,}2 \\ 1{,}25 & 0 \end{bmatrix}}^{A} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0{,}3375 \\ -56{,}25 \end{bmatrix}}^{\bar{b}} \qquad \text{(VIII)}$$

Las ceroclinas del sistema (V) vienen dadas por:

$$\begin{cases} \dot{p}_t = 0 \Leftrightarrow s_t = 1{,}00625 p_t - 0{,}28125 \\ \dot{s}_t = 0 \Leftrightarrow p_t = 45 \end{cases} \qquad \text{(IX)}$$



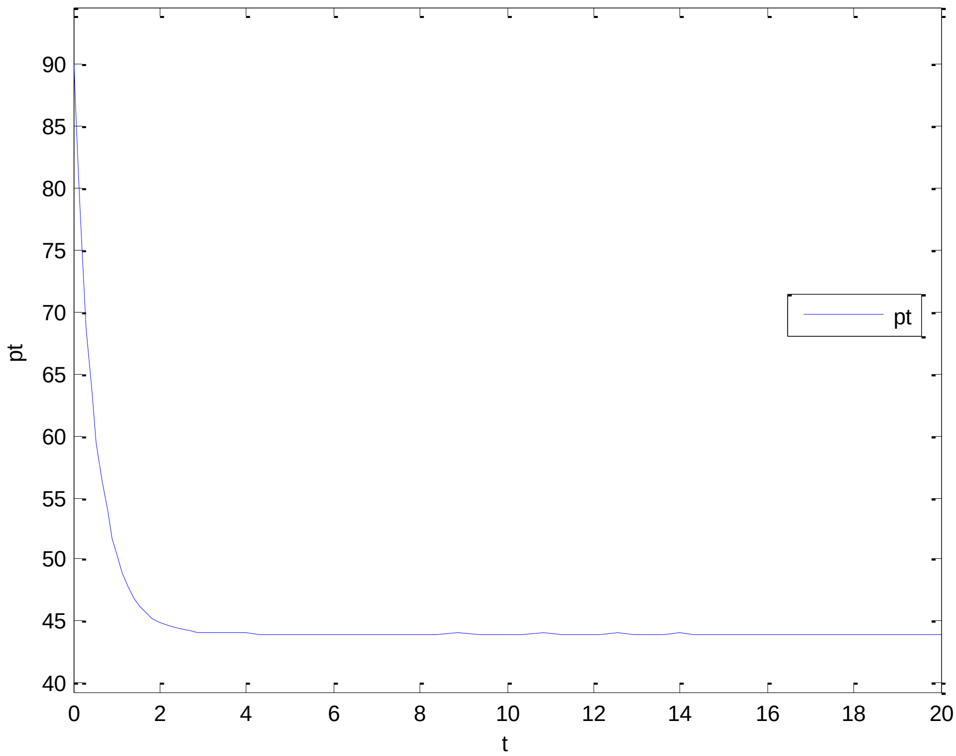


Figura III: Evolución temporal del tipo de cambio nominal y del índice de precios en términos logarítmicos sobre el brazo estable (BE)

Asimismo, por (45), el punto de equilibrio del sistema vendrá dado por:

$$E_1 = \begin{bmatrix} p_1^E \\ s_1^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 45 \end{bmatrix} \qquad (X)$$

Mientras que los valores dados por (IV) se mantienen invariables ante el incremento del stock nominal de dinero en términos logarítmicos.

Reemplazando el valor de "θ", dado por la tabla I, (X) y (V) en (77) obtenemos la ecuación del brazo estable (BE1) del punto de silla. Esto es:

$$s_t = -0{,}63476842\ p_t + 73{,}5645788 \qquad (XI)$$

Como hemos supuesto que antes del shock monetario la economía se encontraba en $E_0 = \left(p_0^E, s_0^E\right) = (44;44)$, al producirse el shock monetario expansivo sorpresivo y permanente, dado que hemos supuesto que el índice de precios es rígido en el corto plazo (pero flexible en el largo plazo), que el tipo de cambio nominal es flexible (con velocidad de ajuste infinita), y que los agentes tienen expectativas racionales (información y previsión perfecta), la economía se desplazará de forma instantánea a lo largo de la ceroclina $\dot{s}_t = 0(m_0)$ hasta el punto A, perteneciente al nuevo brazo estable (BE_1) del punto de silla que aparece en la figura 5. Por tanto, teniendo en cuenta (III), en el punto A, el índice de precios será $p_A = p_0^E = p(0) = p^E = 44.$ Para determinar el tipo de cambio nominal en dicho punto reemplazaremos $p_A = 44$ en (XI). En consecuencia:

$$s_A = 45{,}63597752 \Rightarrow A = \left(p_A, s_A\right) = (44; 45{,}63597752) \qquad (XII)$$

Cambiando p_0 por p_A, s_0 por s_A, p^E por p_1^E, s^E por s_1^E, y sustituyendo λ_2 en (70) obtenemos cómo evolucionan en el tiempo el tipo de cambio nominal y el índice de precios, ambos en términos logarítmicos, sobre el nuevo brazo estable (BE1). Esto es:

$$\begin{cases} p_t = 45 - e^{-1{,}969222\mathbf{t}} \\ s_t = 45 + 0{,}6372684e^{-1{,}969222\mathbf{t}} \end{cases} \qquad (XIII)$$

En la figura IV se muestra se muestra el diagrama de fase del sistema (VIII) tras el incremento en el stock nominal de dinero en términos logarítmicos, teniendo como punto de partida el punto de equilibrio estacionario antes de dicho incremento, esto es: $E_0 = \left(p_0^E, s_0^E\right) = (44;44)$.

En la figura V se aprecia la evolución temporal del sistema (VIII), el índice de precios y el tipo de cambio nominal (expresados en logaritmos neperianos), tras el incremento del stock nominal de dinero, en términos logarítmicos, ceteris paribus, siendo el punto inicial $E_0 = \left(p_0^E, s_0^E\right) = 44.$

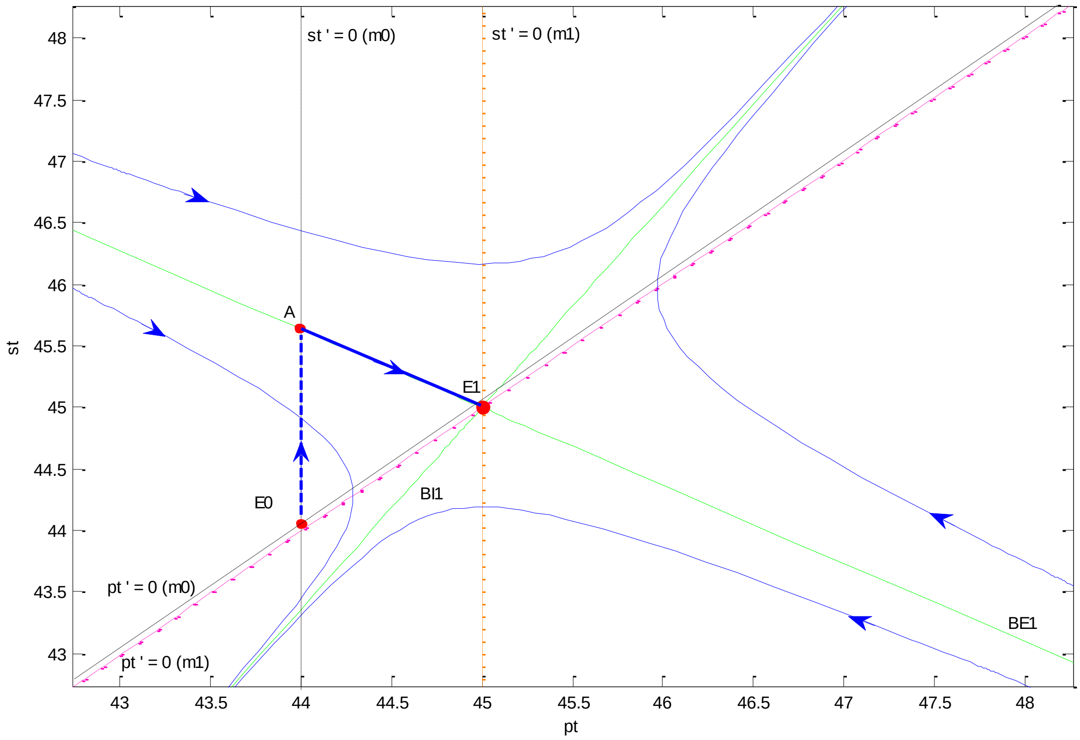
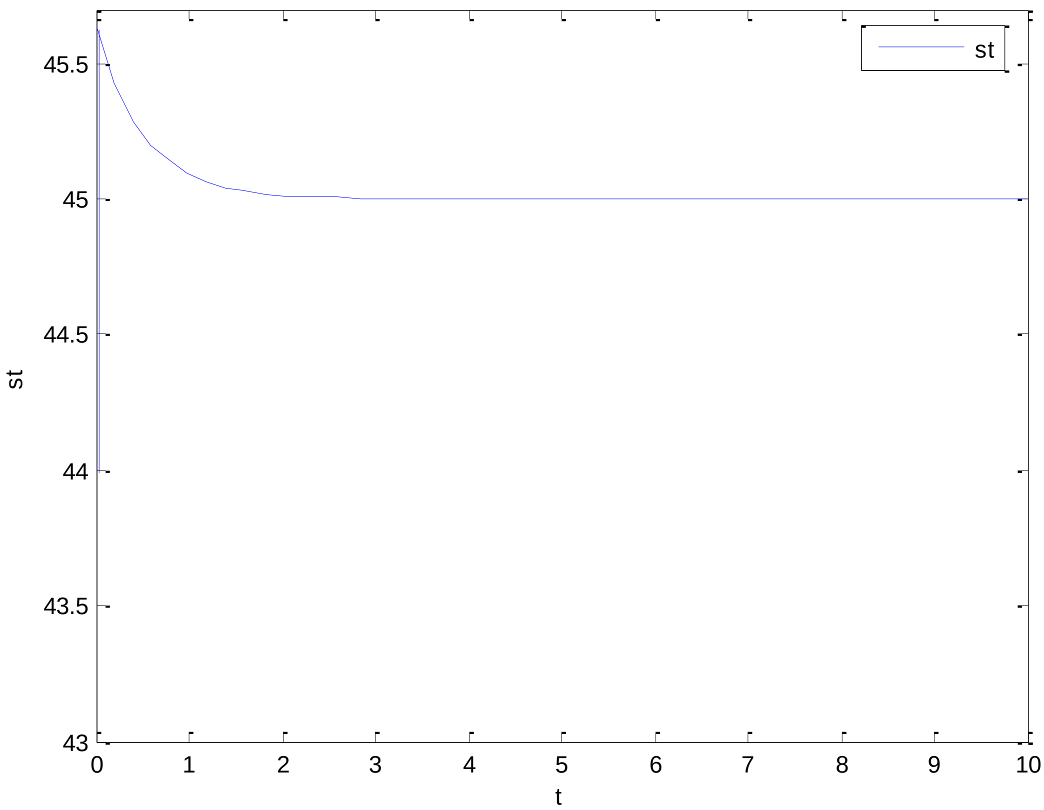


Figura IV: Diagrama de fase del sistema $(m_1 = 151)$



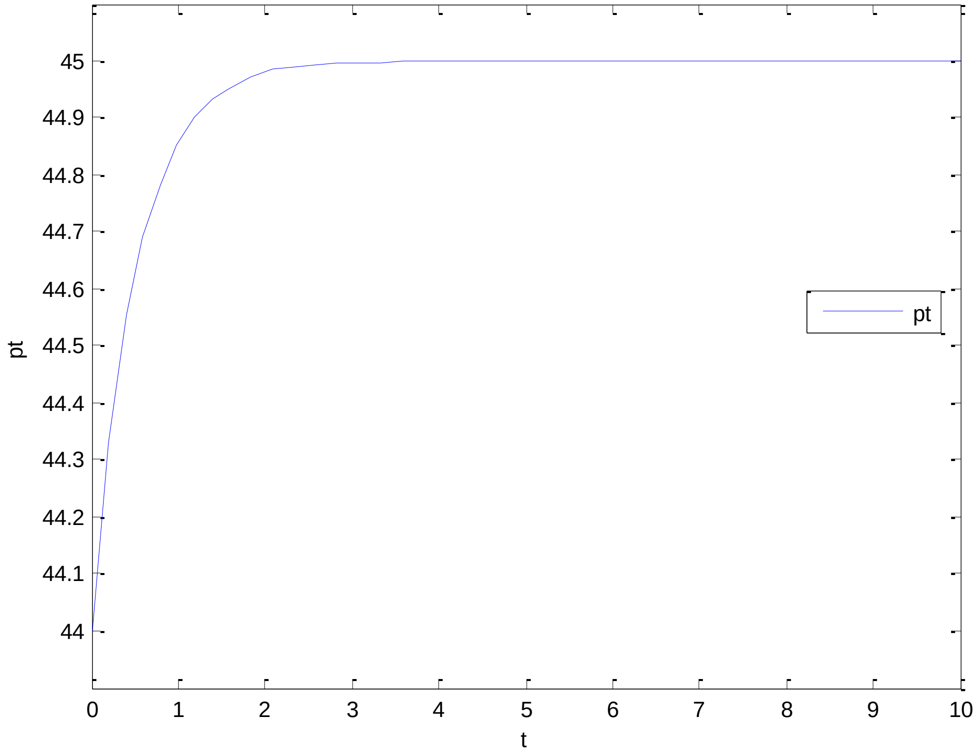


Figura V: Evolución temporal del tipo de cambio nominal y del índice de precios en términos logarítmicos tras el incremento del stock nominal de dinero, ceteris paribus

Conclusiones:

En este documento hemos estudiado el comportamiento dinámico del modelo de overshooting cambiario de Dornbush. Este modelo incorpora la balanza de pagos al típico modelo IS-LM en un contexto de economía pequeña y abierta en la que se supone que los agentes económicos tienen expectativas racionales determinísticas sobre el tipo de cambio nominal, que los precios en el corto plazo son rígidos (aunque flexibles en el largo plazo), que el tipo de cambio nominal es flexible, y que la velocidad de ajuste del mercado financiero es infinita.

Asimismo, se ha analizado el efecto de un incremento de la oferta monetaria de forma permanente e imprevista sobre el tipo de cambio nominal. En concreto, la expansión monetaria genera que en el corto plazo el tipo de cambio nominal sobre reaccione por encima de su nivel de largo plazo y que el índice de precios permanezca constante. No obstante, en el largo plazo, en el nuevo equilibrio estacionario el índice de precios y el tipo de cambio nominal son más altos que los valores que tenían antes de la expansión monetaria. Asimismo, tras el incremento en la oferta monetaria, se aprecia que el tipo de cambio real y la tasa de interés doméstica han permanecido invariables.

Finalmente, es importante resaltar que en este modelo, dada su característica de ensilladura (normalmente inestable), cualquier carencia de perfección (en la formación de las expectativas racionales determinísticas del tipo de cambio nominal por parte de los agentes económicos) alejaría a la economía del punto de equilibrio estacionario.

Bibliografía

Argandoña, A.; Gámez, C.; y Mochón, F. (1996): "Macroeconomía Avanzada I: Modelos Dinámicos y Teoría de la Política Económica", McGraw Hill. Primera Edición.

Begg, D. (1989): "La Revolución de las Expectativas Racionales en la Macroeconomía", Fondo de Cultura Económica, México. Primera Edición.

Dornbusch, R. (1976): "Expectations and Exchange Rate Dynamics", The Journal of Political Economy. Vol. (84), pp. 1161-1176.

Gandolfo, G. (2002): "International Finance and Open-Economy Macroeconomics", Springer.

Gandolfo, G. (1997): "Economic Dynamics", Study Edition. Springer.

García-Cobián, R. (2003): "Compleción del Modelo del Overshooting de Dornbusch", Revista de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNMSN. Año VIII. Nº 22, pp. 137-144.

Mendoza, W.; y Herrera, P. (2006): "Macroeconomía: Un Marco de Análisis para una Economía Pequeña y Abierta", Fondo Editorial. Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Primera Edición.

Shone, R. (2002): "Economic Dynamics: Phase Diagrams and Their Economic Application", Cambridge University Press. Second Edition.