

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

MODELACIÓN, SIMULACIÓN Y CONTROL DE SISTEMAS AÉREOS NO TRIPULADOS UTILIZANDO INTELIGENCIA ARTIFICIAL

PROYECTO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y CONTROL

FREDDY ROBERTO GUERRERO NOBOA
roberto.guerrero.noboa@gmail.com

OSWALDO ANÍBAL MENÉNDEZ GRANIZO
oswaldomenendez1989@gmail.com

DIRECTOR: ING. CÉSAR AUGUSTO ASTUDILLO MUÑOZ
cesar_astudillo1@yahoo.es

CO- DIRECTOR: ING. ANDRES ROSALES ACOSTA, PhD
andres.rosales@epn.edu.ec

Quito, Septiembre 2013

DECLARACIÓN

Nosotros, Freddy Roberto Guerrero Noboa y Oswaldo Aníbal Menéndez Granizo, declaramos bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de nuestra autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que hemos consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedemos nuestros derechos de propiedad intelectual correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

Freddy Roberto Guerrero Noboa

Oswaldo Aníbal Menéndez Granizo

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por Freddy Roberto Guerrero Noboa y Oswaldo Aníbal Menéndez Granizo, bajo mi supervisión.

Ing. César Augusto Astudillo Muñoz
DIRECTOR DEL PROYECTO

Ing. Andrés Rosales Acosta, PhD
CO - DIRECTOR DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios, por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi vida y mi carrera para lograr los objetivos que me he planteado.

Le doy gracias a mi madre Fanny por apoyarme en todo momento, y por haber inculcado en mí grandes valores y cualidades durante toda mi vida, así como por darme la posibilidad de tener una excelente educación.

A mi hermano Sebastián por ser una parte importante en mi vida y por siempre estar apoyándome. A mi familia por ser quien representa la unión y la confraternidad en mi vida, y por demostrarme su completo cariño y apoyo incondicional.

Agradezco a los profesores de la Escuela Politécnica Nacional por haber compartido sus conocimientos, en especial al Dr. Andrés Rosales por su confianza y apoyo en los momentos necesarios. Así también agradezco al Ing. Cesar Astudillo por haberme guiado en el proyecto de titulación, y al Dr. Gustavo Scaglia por formar parte en mi proceso de aprendizaje.

A mi compañero de tesis, Oswaldo, por su paciencia y dedicación para realizar el proyecto, pero por sobre todas las cosas por ser un gran amigo.

Y finalmente agradezco a todos mis amigos por confiar en mí y apoyarme incondicionalmente, además de hacer de mi experiencia universitaria una etapa de mi vida que nunca olvidare.

Freddy

AGRADECIMIENTO

Le agradezco a Dios por haberme guiado a lo largo de mi vida y por haber sido mi fortaleza para poder culminar con éxitos este proyecto de titulación.

A mis padres Oswaldo y Angélica, por todo el apoyo brindado a lo largo de mi vida, por ser un ejemplo de dedicación y esfuerzo y por darme la oportunidad de haber estudiado y seguido esta carrera.

A mi hermana Paola, por apoyarme en los momentos de necesidad y representar la unión familiar. Así también a mi sobrino Matías por convertirse en mi nuevo motor de vida y ser la persona por la que debo esforzarme y ser un gran ejemplo.

A mi abuelita Tere, por creer en mí en cada momento. Y a toda mi familia por demostrarme su amor incondicional a lo largo de mi vida.

A mis profesores, Dr. Andrés Rosales por haberme brindado su apoyo durante la realización de este proyecto, por su tiempo y dedicación y por sobre todo por su gran amistad. Al Ing. Cesar Astudillo por haber creído en mi y permitirme desarrollar esta tesis profesional. Y al Dr. Gustavo Scaglia por todo el conocimiento enseñado para el desarrollo de esta tesis.

A Freddy por ser un gran apoyo durante la realización de este proyecto pero por sobre todo por convertirse en algo más que un amigo, un gran hermano.

A mis amigos de universidad por todos los momentos compartidos juntos, por la amistad y por hacer de esta etapa una de las mejores de mi vida. Así también a mis amigos de colegio, que más que amigos son hermanos, por permanecer a mi lado en todas las dificultades y brindarme su amistad incondicionalmente.

Y finalmente a mi Flaka Ily, por todo el apoyo brindado, por soportarme y por buscar siempre la manera de alegrarme los días y no dejar que me dé por vendido, pero por sobre todas las cosas por siempre mi mejor amiga. Te amo.

Oswaldo

DEDICATORIA

A mi madre Fanny y mi hermano Sebastián.

Freddy

DEDICATORIA

*Dedico este logro a mi mamá y a mi papá que
fueron los motores para alcanzarlo.*

Oswaldo

CONTENIDO

DECLARACIÓN.....	ii
CERTIFICACIÓN	iii
AGRADECIMIENTO	iv
AGRADECIMIENTO	v
DEDICATORIA.....	vi
DEDICATORIA.....	vii
CONTENIDO	viii
RESUMEN	xiv
PRESENTACIÓN.....	xv
1. MARCO TEÓRICO	1
1.1. DEFINICIONES GENERALES.....	1
1.1.1. SISTEMA AÉREO NO TRIPULADO.	1
1.1.2. TIPOS DE SISTEMAS AÉREOS NO TRIPULADOS.	1
1.1.3. INTELIGENCIA ARTIFICIAL.	2
1.1.4. MODELO MATEMÁTICO.	2
1.1.5. SISTEMA.	3
1.2. CONTROLADOR AUTOMÁTICO.....	9
1.2.1. CLASIFICACIÓN DE LOS CONTROLADORES.	9
1.2.2. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL.	9
1.2.3. ACCIÓN DE CONTROL INTEGRAL.....	10
1.2.4. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL INTEGRAL.....	10
1.2.5. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL DERIVATIVA.	11
1.2.6. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVA.	12
1.2.7. EFECTOS DE LA ACCIÓN DE CONTROL INTEGRAL.	13
1.2.8. EFECTOS DE LA ACCIÓN DE CONTROL DERIVATIVA.	13
1.2.9. CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA.....	14
1.2.10. CONTROLADOR EN BASE A REDES NEURONALES.....	17
1.2.11. CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.....	22
2. DESARROLLO Y OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE UAV	23
2.1. AVIÓN PVTOL. [10], [11].....	23
2.1.1. MODELO MATEMÁTICO DEL AVIÓN PVTOL.	23
2.2. CUADRICÓPTERO. [10], [12].....	25

2.2.1	MOVIMIENTO DE ALABEO (ROLL).....	25
2.2.2	MOVIMIENTO DE CABECEO (PITCH).....	25
2.2.3	MOVIMIENTO DE GUIÑADA (YAW).....	26
2.2.4	MODELO MATEMÁTICO CUADRICÓPTERO.	26
2.3	TRICÓPTERO. [10], [13], [14], [15]	31
2.3.1	MODELO MATEMÁTICO.	31
2.4	BIRD LIKE (SKY SAILOR) [10], [16], [17], [18].	35
2.4.1	MODELO MATEMÁTICO.	36
2.5	HELICÓPTERO. [10], [19], [20], [21], [22].....	43
2.5.1	MODELO MATEMÁTICO.	44
2.5.2	DINÁMICA DE CUERPO RÍGIDO.....	45
2.5.3	FUERZAS Y TORQUES DEL HELICÓPTERO.	46
2.5.3.1	FUERZAS DEL HELICÓPTERO.	46
2.5.3.1.1	Fuerza generada debido al empuje del motor principal.	47
2.5.3.1.2	Fuerza generada debido al empuje del motor principal.	47
2.5.3.1.3	Fuerza generada por la aceleración de la gravedad.....	47
2.5.3.2	TORQUES DEL HELICÓPTERO.	48
2.5.3.2.1	Torque generado debido al empuje del motor principal.	48
2.5.3.2.2	Torque causado debido al empuje del motor de cola.....	49
2.5.4	ADAPTACIÓN DEL MODELO PARA EL CONTROL.	49
2.5.5	LINEALIZACIÓN DEL MODELO.....	51
2.5.6	MODELO DE ALTITUD DEL HELICÓPTERO.	52
2.5.7	MODELO LATERAL DEL HELICÓPTERO.	53
2.5.8	MODELO LONGITUDINAL DEL HELICÓPTERO.	55
2.5.9	MODELO DE ORIENTACION DEL HELICÓPTERO.....	55
3. DESARROLLO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS.....		57
3.1	SIMULACIÓN Y CONTROL UAV AVIÓN PVTOL.....	58
3.1.1	SIMULACIÓN UAV AVIÓN PVTOL.	59
3.1.2	CONTROL DEL UAV AVIÓN PVTOL.	60
3.1.3	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [23], [24], [25], [26].....	61
3.1.4	DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [4].....	64
3.1.4.1	Diseño del controlador PID para altura del avión PVTOL.....	64

3.1.4.2	Diseño del controlador PID para posición en x del avión PVTOL	65
3.1.5	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [27]	66
3.1.6	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [11]	69
3.2	SIMULACIÓN Y CONTROL UAV CUADRICÓPTERO.	72
3.2.1	SIMULACIÓN UAV CUADRICÓPTERO	73
3.2.2	CONTROL DEL UAV CUADRICÓPTERO.....	75
3.2.3	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL CUADRICÓPTERO. [23], [24], [25], [26].....	76
3.2.4	DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV CUADRICÓPTERO. [4].....	77
3.2.5	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV CUADRICÓPTERO. [27]	78
3.2.6	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV CUADRICÓPTERO. [12]	79
3.3	SIMULACIÓN Y CONTROL UAV TRICÓPTERO.	85
3.3.1	SIMULACIÓN UAV TRICÓPTERO.....	86
3.3.2	CONTROL DEL UAV TRICÓPTERO.....	88
3.3.3	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL TRICÓPTERO...89	
3.3.4	DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV TRICÓPTERO. [4]	89
3.3.5	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV TRICÓPTERO. [27]	91
3.3.6	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV TRICÓPTERO. [12]	92
3.4	SIMULACIÓN Y CONTROL UAV BIRD LIKE.	98
3.4.1	SIMULACIÓN UAV BIRD LIKE.....	99
3.4.2	CONTROL DEL UAV BIRD LIKE.	100
3.4.3	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL UAV BIRD LIKE. [23], [24], [25], [26].....	101
3.4.4	DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV BIRD LIKE. [4]	101
3.4.5	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV BIRD LIKE. [27]	103
3.4.6	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV BIRD LIKE.	105
3.5	SIMULACIÓN Y CONTROL UAV HELICOPTERO.....	112
3.5.1	SIMULACIÓN UAV HELICOPTERO.....	113

3.5.2	CONTROL DEL UAV HELICOPTERO.	114
3.5.3	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL UAV HELICOPTERO. [23], [24], [25], [26]	115
3.5.4	DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV HELICOPTERO. [4]	116
3.5.5	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV HELICOPTERO. [27]	118
3.5.6	DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV HELICÓPTERO.....	119
4.	PRUEBAS Y RESULTADOS.	127
4.1	RESULTADOS DEL AVION PVTOL.	127
4.1.1	RESULTADOS DEL CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.	127
4.1.1.1	Trayectoria Recta.	127
4.1.1.2	Trayectoria Circular.....	128
4.1.1.3	Trayectoria Seno.	128
4.1.2	RESULTADOS DEL CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.	129
4.1.2.1	Trayectoria Recta.	130
4.1.2.2	Trayectoria Circular.....	130
4.1.2.3	Trayectoria Seno.	131
4.1.3	RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.	132
4.1.3.1	Trayectoria Recta.	132
4.1.3.2	Trayectoria Circular.....	132
4.1.3.3	Trayectoria Seno.	133
4.2	RESULTADOS DEL CUADRICÓPTERO.....	134
4.2.1	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.....	134
4.2.1.1	Trayectoria Recta.	134
4.2.1.2	Trayectoria Espiral.....	134
4.2.1.3	Trayectoria Resorte.....	135
4.2.2	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.....	136
4.2.2.1	Trayectoria Recta.	137
4.2.2.2	Trayectoria Espiral.....	137
4.2.2.3	Trayectoria Resorte.....	137
4.2.3	RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL	138
4.2.3.1	Trayectoria Recta.	138
4.2.3.2	Trayectoria Espiral.....	139

4.2.3.3	Trayectoria Resorte.....	139
4.3	RESULTADOS DEL TRICÓPTERO.....	140
4.3.1	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.....	141
4.3.1.1	Trayectoria Recta.....	141
4.3.1.2	Trayectoria Seno Creciente.....	142
4.3.1.3	Trayectoria Resorte.....	142
4.3.2	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.....	143
4.3.2.1	Trayectoria Recta.....	143
4.3.2.2	Trayectoria Seno Creciente.....	143
4.3.2.3	Trayectoria Circular.....	143
4.3.3	RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.....	145
4.3.3.1	Trayectoria Recta.....	145
4.3.3.2	Trayectoria Seno Creciente.....	146
4.3.3.3	Trayectoria Resorte.....	146
4.4	RESULTADOS DEL UAV BIRD LIKE.....	147
4.4.1	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.....	147
4.4.1.1	Trayectoria Recta.....	147
4.4.1.2	Trayectoria Espiral.....	147
4.4.1.3	Trayectoria Seno Creciente.....	148
4.4.2	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.....	149
4.4.2.1	Trayectoria Recta.....	149
4.4.2.2	Trayectoria Espiral.....	150
4.4.2.3	Trayectoria Seno Creciente.....	150
4.4.3	RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.....	151
4.4.3.1	Trayectoria Recta.....	151
4.4.3.2	Trayectoria Espiral.....	151
4.4.3.3	Trayectoria Seno creciente.....	151
4.5	RESULTADOS DEL UAV HELICÓPTERO.....	152
4.5.1	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.....	152
4.5.1.1	Trayectoria Recta.....	153
4.5.1.2	Trayectoria Resorte.....	153
4.5.1.3	Trayectoria Seno creciente.....	153
4.5.2	RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.....	154

4.5.2.1	Trayectoria Recta.	155
4.5.2.2	Trayectoria Resorte.....	155
4.5.2.3	Trayectoria Seno creciente.....	155
4.5.3	RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.	156
4.5.3.1	Trayectoria Recta.	156
4.5.3.2	Trayectoria Resorte.....	157
4.5.3.3	Trayectoria Seno creciente.....	158
4.6	Desarrollo de la interfaz gráfica GUI.....	158
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	159
5.1	CONCLUSIONES.	159
5.2	RECOMENDACIONES	162
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	163
	CAPITULO UNO	163
	CAPITULO DOS.....	164
	CAPITULO TRES.....	165
	REFERENCIAS ANALIZADAS	165

RESUMEN

El presente proyecto tiene como objetivo la modelación, simulación y control de cinco sistemas aéreos no tripulados (UAV – Unmanned Aerial Vehicle): Avión PVTOL, Cuadricóptero, Tricóptero, Bird Like y Helicóptero.

La modelación de los cinco sistemas aéreos no tripulados se basa en la metodología de Newton – Euler y Euler – LaGrange, con lo cual se obtienen los modelos matemáticos no lineales de los cinco sistemas. Los cinco modelos se implementan utilizando s-functions¹, archivos .m y los diferentes bloques y funciones del software Matlab y Simulink. En la simulación de cada modelo se obtienen las respuestas de posición ante varios tipos de entradas.

El control de los cinco UAV se realiza mediante el diseño de cuatro tipos de controladores para cada modelo: PID, Lógica Difusa, Redes Neuronales y un controlador basado en Álgebra Lineal. Los controladores se implementan en Matlab y Simulink, y se incorporan a los modelos previamente obtenidos para conseguir que los UAV sigan una trayectoria establecida.

Las respuestas de los diferentes modelos son mostradas mediante una interfaz gráfica (GUI) desarrollada en MATLAB.

Todos los objetivos, así como el alcance del Plan de Proyecto de Titulación fueron cumplidos a cabalidad, y además, se comprobó el funcionamiento de los controladores diseñados en el presente proyecto mediante la simulación realizada en el software Matlab.

¹ S-function, bloque de Simulink que ejecuta un código escrito en un archivo .m de Matlab, se utiliza para reducir el número de interconexiones en el entorno de Simulink.

PRESENTACIÓN

El proyecto se divide en cuatro capítulos, más el capítulo de conclusiones y recomendaciones, desarrollados de manera secuencial para conseguir los objetivos planteados, siendo éstos los siguientes:

El Capítulo Uno, “Marco Teórico”, abarca los conceptos básicos sobre sistemas aéreos no tripulados, sistemas de control, respuestas de un sistema de control, así como una breve introducción de cada uno de los controladores utilizados en el proyecto.

El Capítulo Dos, “Desarrollo y Obtención del Modelo Matemático de UAV”, contiene el análisis matemático de cada uno de los sistemas aéreos no tripulados: Avión PVTOL, Cuadricóptero, Tricóptero, Bird Like y Helicóptero, así como la obtención del modelo matemático que rige el comportamiento de los cinco sistemas.

En el Capítulo Tres, “Desarrollo, Simulación y Control de los Modelos Matemáticos”, se realiza la simulación de los cinco sistemas para obtener la respuesta de los sistemas frente a las entradas de control del modelo. Una vez obtenida la respuesta de los sistemas, se diseñan las cuatro técnicas de control: PID, Lógica Difusa, Redes Neuronales y Controlador basado en Álgebra Lineal para cada uno de los sistemas.

El Capítulo Cuatro, “Pruebas y Resultados”, presenta las gráficas de seguimiento de los sistemas mediante el uso de los controladores diseñados para las trayectorias deseadas. También contiene el desarrollo del GUI diseñado para crear una interfaz gráfica.

Finalmente el Capítulo Cinco, “Conclusiones y Recomendaciones”, abarca las conclusiones más importantes obtenidas de este trabajo, así como también las soluciones más convenientes para resolver el problema de seguimiento de trayectoria de los cinco sistemas aéreos no tripulados.

CAPÍTULO 1

1. MARCO TEÓRICO

1.1. DEFINICIONES GENERALES

1.1.1. SISTEMA AÉREO NO TRIPULADO.

Es una aeronave que vuela sin la presencia de tripulación humana a bordo. Conocido por sus siglas en inglés como UAV (Unmanned Aerial Vehicle). [1]

1.1.2. TIPOS DE SISTEMAS AÉREOS NO TRIPULADOS.

Los UAV, dependiendo su misión principal, suelen ser clasificados en seis tipos:

a) UAV de Blanco.

Utilizados para simular aviones o ataques enemigos en los sistemas de defensa de tierra o aire.

b) UAV de Reconocimiento.

Utilizado para el envío y recepción de información.

c) UAV de Combate.

Utilizado para combatir y llevar a cabo misiones que suelen ser muy peligrosas.

d) UAV de Logística.

Diseñado y utilizado para el transporte de carga de un lugar a otro.

e) UAV de Investigación y Desarrollo.

Construidos para realizar pruebas de los diferentes sistemas en desarrollo.

f) UAV Comerciales y Civiles.

Diseñados y construidos para efectuar propósitos civiles o particulares.

1.1.3. INTELIGENCIA ARTIFICIAL.

Capacidad de una máquina para realizar actividades conforme a ciertos principios de optimización y consistencia, con el fin de conseguir que simulen la inteligencia humana. La inteligencia artificial permite a una máquina u objeto evaluar y actuar para satisfacer algún objetivo o finalidad.

1.1.4. MODELO MATEMÁTICO.

El modelado matemático de un sistema dinámico se define como un conjunto de ecuaciones que representan el sistema, lo más cercano a la realidad. Se debe tener en cuenta que un modelo matemático no es único para un sistema, es decir un sistema puede ser representado en varias formas, por lo que se puede obtener algunos modelos matemáticos, dependiendo del grado de exactitud que la persona que realiza el modelo le desee dar.

La dinámica de sistemas, ya sean eléctricos, electrónicos, mecánicos, etc., se describe en base de ecuaciones diferenciales. Tales ecuaciones diferenciales se obtienen a partir de las leyes físicas que gobiernan dicho sistema, como son las leyes de la mecánica clásica de Newton para sistemas mecánicos o las leyes de Kirchhoff para sistemas eléctricos. Una vez obtenido el modelo matemático de un sistema, se utilizan algunos recursos analíticos disponibles como las computadoras y software especializados para estudiarlo y sintetizarlo.

Dentro de los modelos matemáticos existe una división muy importante: sistemas lineales y sistemas no lineales, ambos serán explicados más adelante.

Para poder realizar un sistema de control, como en este proyecto, un control PID, control por Redes Neuronales, control por Lógica Difusa y control basado en Álgebra Lineal, es necesario primero conocer el modelo matemático de los sistemas a controlar, por esta razón el primer paso es definir el modelo matemático del vuelo estacionario de un avión PVTOL, un cuadricóptero, un tricóptero, un helicóptero y un bird-like.

1.1.5. SISTEMA.

Un sistema es un conjunto de componentes que interactúan entre sí buscando un fin específico.

a) SISTEMA DINÁMICO.

Sistema que evoluciona con el tiempo, capaz de almacenar energía y que presenta un estado transitorio.

b) SISTEMA LINEAL.

Un sistema es lineal si se aplica el principio de superposición. Este principio establece que la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos o más funciones de entradas diferentes es la suma de las dos o más respuestas individuales. De esta manera, para el sistema lineal, la respuesta a varias entradas se calcula evaluando una entrada a la vez y sumando los resultados.

c) SISTEMA NO LINEAL.

Un sistema es no lineal si no se aplica el principio de superposición. Por tanto, un sistema no lineal no puede ser tratado por separado ante la aplicación de varias entradas para luego sumar los resultados.

Cabe recalcar que la mayoría de problemas de la vida real se modelan como sistemas no lineales. En general, los procedimientos para encontrar las soluciones de un sistema no lineal son muy complicados.

d) LINEALIZACIÓN DE SISTEMAS NO LINEALES.

En ingeniería de control, la operación normal del sistema puede ocurrir alrededor de un punto de equilibrio², y las señales pueden considerarse señales pequeñas alrededor del equilibrio. Sin embargo, si el sistema opera alrededor de un punto de equilibrio y si las señales son pequeñas, es posible aproximar el sistema no lineal mediante un sistema lineal. Dicho sistema lineal es equivalente al sistema no lineal, considerado dentro de un rango de operación limitado.

e) SISTEMA DE CONTROL EN LAZO ABIERTO.

Es aquel en el que la señal de salida no influye sobre la señal de entrada. Su exactitud depende de la calibración y son muy sensibles a perturbaciones.

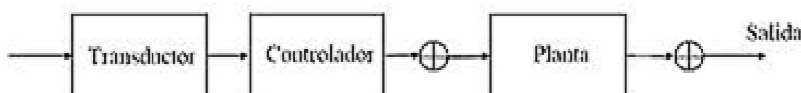


Figura 1.1 Sistema de control en lazo abierto. [2]

f) SISTEMA DE CONTROL EN LAZO CERRADO.

Es aquel que presenta realimentación (feed-back). La realimentación permite comparar la salida del sistema con la entrada del mismo para determinar el error y de manera que la acción de control sea una función de ambas. Son menos sensibles a perturbaciones.

² Punto de equilibrio: Valor en el cual la operación del sistema es estable y normal.

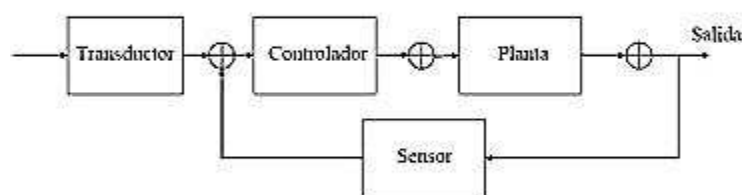


Figura 1.2 Sistema de control en lazo cerrado. [3]

g) FUNCION DE TRANSFERENCIA.

La función de transferencia de un sistema se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada. La función de transferencia relaciona la salida del sistema con la entrada del mismo. Debido a que los modelos matemáticos resultan ecuaciones diferenciales, se utiliza la transformada de Laplace para facilitar los cálculos.

$$FT = \frac{\mathcal{L}(SALIDA)}{\mathcal{L}(ENTRADA)}$$

Ecuación 1.1-1

h) DIAGRAMA DE BLOQUES.

Los diagramas de bloques se emplean con frecuencia para modelar todo tipo de sistemas lineales o no lineales, describen la composición e interconexión de un sistema, así como el flujo de señales. Conjuntamente con funciones de transferencia, presentan las relaciones entrada – salida de todo el sistema.

i) SIMULACIÓN.

Simulación es una técnica que comprende diseñar un modelo de un sistema real, realizar pruebas en él para comprender el comportamiento del mismo y evaluar los parámetros que intervienen en el sistema.

j) ANALISIS DE RESPUESTA EN EL TIEMPO DE UN SISTEMA.

En el análisis y diseño de sistemas de control, se debe tener una base de comparación del desempeño de estos sistemas. Esta base se configura especificando las señales de entrada de prueba particulares y comparando las respuestas de varios sistemas a estas señales de entrada. [4]

Los modelos se analizarán obteniendo las respuestas de los diferentes sistemas ante diversos tipos de señales de entrada, para de esta manera realizar un análisis de los diferentes parámetros y desarrollar controladores óptimos.

k) TIPOS DE SEÑALES DE ENTRADA.

Las señales de prueba que se usan regularmente son funciones escalón, rampa, parábola, impulso, senoidales, etc. Con estas señales de prueba, es posible realizar con facilidad análisis matemáticos y experimentales de sistemas de control, dado que las señales son funciones del tiempo muy simples. [4]

a) Función Paso.

La función paso es una señal discontinua que toma el valor de uno para tiempos mayores a cero y el valor de cero para tiempos menores de cero. Toma el nombre de paso unitario cuando el valor máximo de la función es uno.

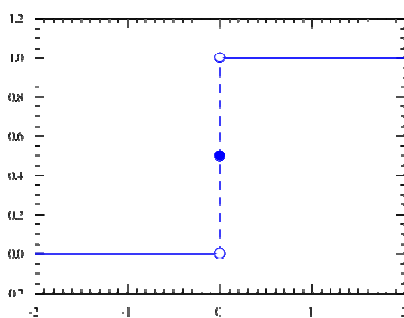


Figura 1.3 Función Paso Unitario. [5]

b) Función Rampa.

La función rampa es la integral de la función escalón. Si se considera que se está sumando toda el área bajo la función escalón a hasta un tiempo t . La función rampa es continua y diferenciable en todo su dominio excepto en un punto (inicio de la rama). La función rampa se puede definir como:

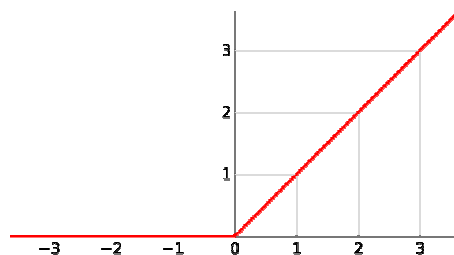


Figura 1.4 Función Rampa. [6]

PARAMETROS DE LA RESPUESTA DE UN SISTEMA.

La respuesta transitoria de un sistema de control práctico exhibe con frecuencia oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar el estado estable. Para definir la estabilidad de un sistema de control se debe conocer los parámetros de la respuesta mostrados en la Figura 1.5.

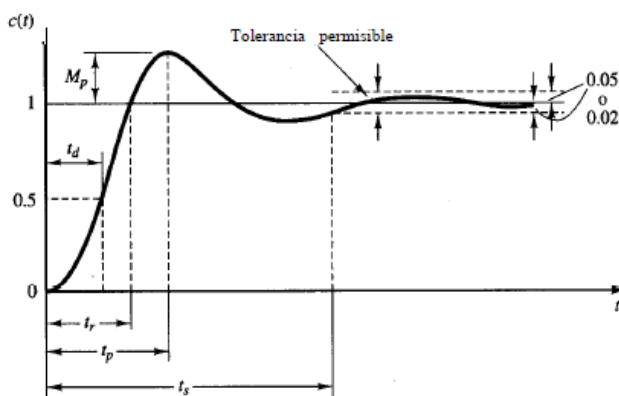


Figura 1.5 Parámetros de la respuesta de un sistema. [4]

Los parámetros de la respuesta de un sistema son: Tiempo de retardo, t_d ; Tiempo de crecimiento, t_r ; Tiempo pico, t_p ; Sobrepaso máximo, M_p ; y Tiempo de establecimiento, t_s .

- **Tiempo de Retardo (td).**

El tiempo de retardo es el tiempo requerido para que la respuesta alcance por primera vez la mitad del valor final.

- **Tiempo de Crecimiento (tr).**

El tiempo de crecimiento es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 10% al 90%, de su valor final.

- **Tiempo Pico (tp).**

El tiempo pico es el tiempo requerido para que la respuesta alcance el primer pico del sobrepaso.

- **Sobrepaso máximo (Mp).**

El sobrepaso máximo es el valor pico máximo de la curva de respuesta, medido a partir de la unidad. Si el valor final en estado estable de la respuesta es diferente de la unidad, es común usar el porcentaje de sobrepaso máximo. Se define mediante:

$$M_p = \frac{y(tp) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

Ecuación 1.1-2

La cantidad de sobrepaso máximo (en porcentaje) indica de manera directa la estabilidad relativa del sistema.

- **Tiempo de Establecimiento (ts).**

El tiempo de establecimiento es el tiempo que se requiere para que la curva de respuesta alcance un rango alrededor del valor final del tamaño especificado por

el porcentaje absoluto del valor final (por lo general, de 2 a 5%) y permanezca dentro de él.

1.2. CONTROLADOR AUTOMÁTICO.

Un controlador automático compara el valor real de la salida de un sistema con el valor de entrada (valor deseado), determina el error y produce una señal de control que reducirá el error a cero o a un valor pequeño. La manera en la cual el controlador automático produce la señal de control se denomina acción de control. [4]

1.2.1. CLASIFICACIÓN DE LOS CONTROLADORES.

A continuación se nombran los controladores que se utilizarán:

- Proporcionales.
- Integrales.
- Proporcionales-integrales.
- Proporcionales-derivativos.
- Proporcionales-integrales-derivativos.
- Controlador basado en Lógica Difusa.
- Controlador en base a Redes Neuronales.
- Controlador basado en Álgebra Lineal.

1.2.2. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL.

Para un controlador con acción de control proporcional, la relación entre la salida del controlador $u(t)$ y la señal de error $e(t)$ es: $u(t) = K_p e(t)$, en donde K_p se considera la ganancia proporcional. Cualquiera que sea el mecanismo real y la forma de la potencia de operación, el controlador proporcional es, en esencia, un amplificador con una ganancia ajustable. [10]

La función de transferencia de un control proporcional es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Ecuación 1.2-1

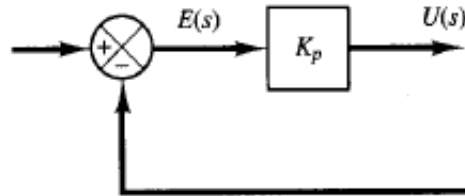


Figura 1.6 Acción de control proporcional. [4]

1.2.3. ACCIÓN DE CONTROL INTEGRAL.

En un controlador con acción de control integral, el valor de la salida del controlador $u(t)$ se cambia a una razón proporcional a la señal de error $e(t)$.

Es decir, $\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t)$ o escrito de otra manera: $u(t) = K_i \int e(t) dt$, en donde K_i es una constante ajustable. Para un error de cero, el valor de $u(t)$ permanece estacionario. [4]

La función de transferencia de un controlador integral es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

Ecuación 1.2-2

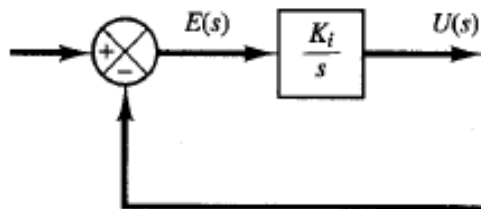


Figura 1.7 Acción de Control Integral. [4]

1.2.4. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL INTEGRAL.

La acción de control de un controlador proporcional-integral (PI) se define mediante:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e(t) dt$$

Ecuación 1.2-3

En donde K_p , es la ganancia proporcional y T_i se denomina tiempo integral. Tanto K_p como T_i son ajustables. El tiempo integral ajusta la acción de control integral, mientras que un cambio en el valor de K_p afecta las partes integral y proporcional de la acción de control.

El inverso del tiempo integral T_i se denomina velocidad de reajuste. La velocidad de reajuste es la cantidad de veces por minuto que se duplica la parte proporcional de la acción de control. La velocidad de reajuste se mide en términos de las repeticiones por minuto. [4]

La función de transferencia de un controlador proporcional integral es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

Ecuación 1.2-4

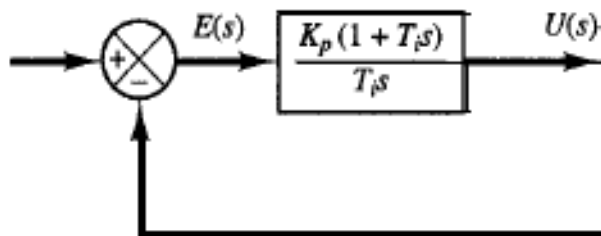


Figura 1.8 Acción de control proporcional integral. [4]

1.2.5. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL DERIVATIVA.

La acción de control de un controlador proporcional-derivativo (PD) se define mediante: $u(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$.

En donde K_p es la ganancia proporcional y T_d es una constante denominada tiempo derivativo. Tanto K_p como T_d son ajustables. La acción de control derivativa, en ocasiones denominada control de velocidad, ocurre donde la

magnitud de la salida del controlador es proporcional a la velocidad de cambio de la señal de error. El tiempo derivativo T_d es el intervalo de tiempo durante el cual la acción de la velocidad hace avanzar el efecto de la acción de control proporcional. [4]

La función de transferencia de un controlador proporcional derivativo es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s)$$

Ecuación 1.2-5

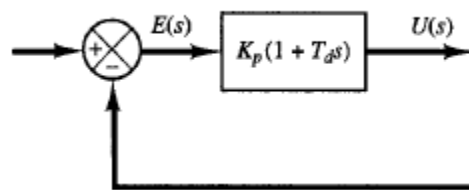


Figura 1.9 Acción de control proporcional derivativo. [4]

1.2.6. ACCIÓN DE CONTROL PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVA.

La combinación de una acción de control proporcional, una acción de control integral y una acción de control derivativa se denomina acción de control proporcional-integral-derivativa (PID). Esta acción combinada tiene las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de un controlador con esta acción combinada se obtiene mediante:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

Ecuación 1.2-6

En donde K_p es la ganancia proporcional, T_i es el tiempo integral y T_d es el tiempo derivativo. La función de transferencia de un control proporcional integral derivativo (PID) es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Ecuación 1.2-7

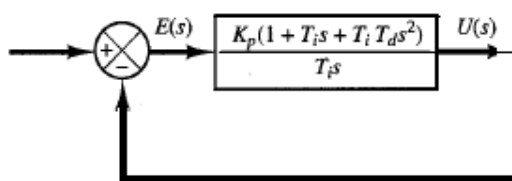


Figura 1.10 Acción de control proporcional integral derivativo. [4]

1.2.7. EFECTOS DE LA ACCIÓN DE CONTROL INTEGRAL.

En el control proporcional de una planta, cuya función de transferencia no posee un integrador ($1/s$), hay un error en estado estable, o desplazamiento (offset), en la respuesta para una entrada escalón. Tal offset se elimina si se incluye la acción de control integral en el controlador. La acción de control integral, aunque elimina el offset o el error en estado estable, puede conducir a una respuesta oscilatoria de amplitud decreciente lenta o, incluso, de amplitud creciente, y ambos casos, por lo general, se consideran inconvenientes. [4]

1.2.8. EFECTOS DE LA ACCIÓN DE CONTROL DERIVATIVA.

Cuando una acción de control derivativa se agrega a un controlador proporcional, aporta un medio de obtener un controlador con alta sensibilidad. Una ventaja de usar una acción de control derivativa es que responde a la velocidad del cambio del error y produce una corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande. Por tanto, el control derivativo prevé el error, inicia una acción correctiva oportuna y tiende a aumentar la estabilidad del sistema. Aunque el control derivativo no afecta en forma directa el error en estado estable, añade amortiguamiento al sistema y, por tanto, permite el uso de un valor más grande que la ganancia K , lo cual provoca una mejora en la precisión en estado estable. Debido a que el control derivativo opera sobre la velocidad de cambio del error, y no sobre el error mismo, este modo nunca se usa solo. Siempre se emplea junto con una acción de control proporcional o proporcional-integral. [4]

1.2.9. CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA.

Teoría de los Conjuntos Difusos.

La Teoría de Conjuntos Difusos se refiere al estudio de clases de objetos con fronteras indefinidas, de tal forma que las transiciones entre sus conjuntos son graduales antes que abruptas. Los conjuntos difusos permiten representar conceptos imprecisos. Están basados en la premisa que los elementos clave en el pensamiento humano no son solamente números, sino que pueden ser representados, aproximadamente, por clases de objetos cuyas funciones de membrecía pueden tener transiciones graduales entre ellas y traslaparse.

La función de membrecía.

Define como un punto en el espacio de entrada (universo de lectura), es proyectado a un valor de membrecía (difusidad) comprendido entre 0 y 1. La función de membrecía puede ser lineal por tramos o una curva continua de forma arbitraria, escogida de tal manera que satisfaga la naturaleza del problema que representa.

Difusidad.

La difusidad describe el grado de pertenencia o membrecía de un elemento a un conjunto difuso. Es una medida de cuan bien una instancia (valor) conforma con un ideal semántico o concepto. [7]

Variables lingüísticas.

Una variable lingüística puede tener uno o más valores lingüísticos, que corresponden a los nombres de las funciones de membrecía. [7]

Conjuntos difusos.

Los conjuntos difusos relacionan un valor que representa un miembro de un conjunto, a un número entre 0 y 1 que indica el grado de pertenencia (μ) de ese miembro a dicho conjunto. Un grado igual a 0 significa que el valor no está contenido en el conjunto, mientras que un grado igual a 1 implica que el valor es totalmente representativo del conjunto. Estos dos extremos están unidos por una función continua que representa una transición gradual entre 0 y 1.

Lógica difusa.

Es la base para el desarrollo de una nueva tecnología en el diseño de sistemas de inteligencia artificial. La lógica difusa se encuentra relacionada en las áreas de procesos e ingeniería de control, con el beneficio de:

- Reducción significativa del tiempo de desarrollo.
- Modelación de sistemas no-lineales muy complejos.
- Implantación de controles utilizando sensores y circuitos integrados más baratos.

Proporciona los medios para reducir y explicar la complejidad de sistemas: mucho de la complejidad está relacionada con la forma en que las variables del sistema son representadas y procesadas. [7]

Sistemas difusos.

Las variables y la lógica difusa pueden ser utilizadas en reglas difusas para hacer inferencias y crear un sistema difuso. El razonamiento en sistemas difusos, se realiza a través de proposiciones (reglas). Los conjuntos difusos son los bloques constructivos de las reglas difusas.

Interpretación de las reglas difusas.

La interpretación de las reglas difusas se realiza en tres pasos:

- Fusificar las entradas que significa resolver todas las proposiciones difusas de los antecedentes a un grado de membrecía entre 0 y 1.
- Aplicar operadores fuzzy a antecedentes múltiples, si en el antecedente hay múltiples partes, entonces aplicar los operadores difusos y resolver el antecedente a un solo valor entre 0 y 1.
- Aplicar el método de implicación es decir usar el grado de contribución de la regla para conformar el conjunto difuso de salida.

Si el antecedente es parcialmente verdadero, el conjunto difuso de salida es truncado, de acuerdo al método de implicación utilizado. En los sistemas difusos, las reglas se ejecutan en paralelo y todas contribuyen al resultado, según su grado de veracidad. La salida de cada regla es un conjunto difuso. Los conjuntos difusos resultantes de todas las reglas son agregados en un solo conjunto difuso de salida. Finalmente, el conjunto resultante es defusificado, es decir resuelto a un valor numérico único.

Inferencia difusa.

Es un método que interpreta los valores de un vector de entrada y, basado en un conjunto de reglas, asigna valores al vector de salida. Para relacionar el vector de entrada dado al vector de salida, el proceso de inferencia difusa involucra funciones de membrecía, operadores difusos y reglas difusas. Estas relaciones proporcionan la base para tomar decisiones o identificar patrones.

Metodología para desarrollo de sistemas difusos.

Para desarrollar un sistema difuso se debe seguir el método:

- Seleccionar las variables de entrada y salida del modelo.
- Definir las funciones de membrecía para cada valor difuso de las variables de entrada y salida del modelo.
- Definir las reglas difusas: Establecer las relaciones entre todos los valores difusos de las variables de entrada y salida.
- Definir los métodos para los operadores difusos: AND y OR.

- Ejecutar la simulación del sistema.
- Refinar y validar el modelo.

Para el desarrollo del controlador basado en lógica difusa se emplea el ToolBox de Matlab: Fuzzy Logic.



Figura 1.11 Toolbox Matlab Fuzzy Logic. [7]

1.2.10. CONTROLADOR EN BASE A REDES NEURONALES. [9]

Neurociencia.

La neurociencia es una disciplina científica que estudia la estructura, función, desarrollo, del sistema nervioso y la psicología.

En la actualidad la neurociencia se complementa con otras disciplinas incluyendo ciencias de computación, estadística, física, matemática, filosofía y medicina. La neurociencia está en la frontera de la investigación del cerebro y la mente.

Neurona biológica.

Nuestro sistema nervioso y, en especial, nuestro cerebro, está compuesto por un conjunto de células nerviosas, también llamadas neuronas. Una neurona es una célula altamente especializada en el proceso de información, cuya estructura básica puede observarse en la Figura 1.12.

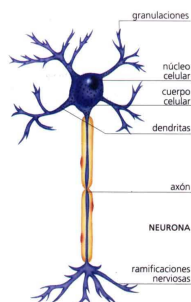


Figura 1.12 Estructura básica de una neurona. [8]

La morfología de una neurona comprende tres elementos principales: el soma, o núcleo; las dendritas, o terminaciones de la neurona que actúan como contactos funcionales de entrada con otras neuronas; y el axón o eje, una rama más larga que será la encargada de conducir el impulso nervioso y que finaliza también en diversas ramificaciones. La comunicación entre neuronas se realiza a través de las llamadas sinapsis, que son los puntos de conexión entre las fibras terminales del axón de una neurona y una dendrita de otra. El tiempo de respuesta de una neurona está limitado al orden de milisegundos, lo cual es mucho más lento que un circuito electrónico.

Modelo neuronal.

Las neuronas biológicas, que sirven de modelo para la computación neuronal, son entre 5 a 6 órdenes de magnitud más lentas que los chips de silicio. Los eventos de las neuronas biológicas ocurren en el orden de los milisegundos, mientras que en los chips de silicio ocurren en el rango de los nanosegundos.

Modelo McCulloch – Pitts.

En 1943 McCulloch y Pitts publicaron un trabajo en el que se hablaba, por primera vez, de las neuronas artificiales y de cómo éstas podrían realizar cálculos lógicos. El modelo de neurona artificial propuesto consiste en una unidad con función de activación tipo escalón similar a la Figura 15.

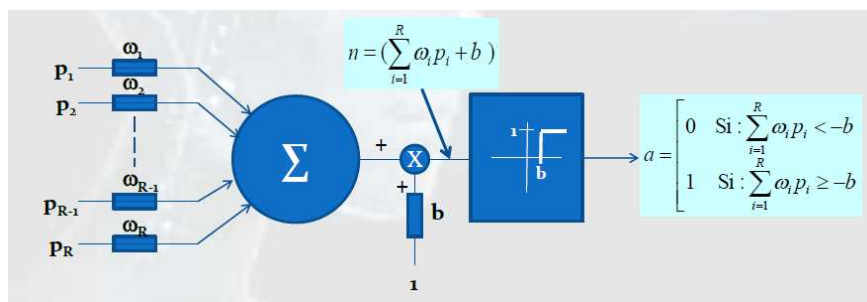


Figura 1.13 Modelo McCulloch y Pitts. [9]

Este modelo de neurona artificial presenta numerosas analogías con las neuronas biológicas, como los cables o conexiones son análogos a dendritas y axones, los pesos de ponderación de las conexiones equivalen a las sinapsis; y, el umbral de activación de la neurona representa la actividad del soma. En función de su signo, los pesos sinápticos pueden actuar tanto como activadores cuando presentan signo positivo o como inhibidores cuando presentan signo negativo. La operación de la neurona funciona así: la unidad realiza una función de proceso, sumando los productos de los valores de las entradas p_i por los pesos sinápticos w_i :

$$\sum_{i=1}^R w_i p_i$$

Ecuación 1.2-8

Si el resultado obtenido es igual o mayor el valor del umbral ($-b$), la neurona se activa produciendo como respuesta el valor de la activación ($a=1$).

Por el contrario, si el resultado de aplicar la función de proceso a los valores de entrada no superara el valor del umbral ($-b$), la neurona permanecerá inactiva y su salida será nula ($a=0$).

Funciones de Activación.

Las funciones de activación más empleadas son: función Rampa, Gaussiana y Sigmoide, como se muestra en la Figura 1.14.

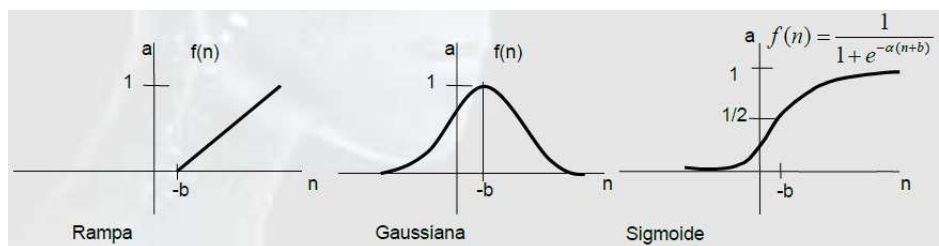


Figura 1.14 Funciones de activación. [9]

Proceso de aprendizaje.

El proceso de aprendizaje de una neurona implica la siguiente secuencia de eventos:

- La red neuronal es estimulada por muestras de su entorno.
- La red neuronal sufre cambios como resultado del estímulo aplicado.
- La red neuronal responde al entorno demostrando el entrenamiento recibido, debido a los cambios que ha ocurrido en su estructura interna.

Red neuronal.

Una red neuronal es un sistema procesador paralelo – distribuido, masivamente interconectado, capaz de almacenar y utilizar conocimiento experimental. Está diseñado para modelar la forma en que el cerebro realiza una tarea o función de interés. En una red neuronal el conocimiento es adquirido mediante un proceso de adaptación y dicho conocimiento se almacena en las conexiones entre las neuronas de la red (sinapsis).

Arquitectura de redes neuronales artificiales.

Las redes neuronales artificiales se pueden agrupar en tres estructuras: mono capa, multicapa, recurrentes y en malla.

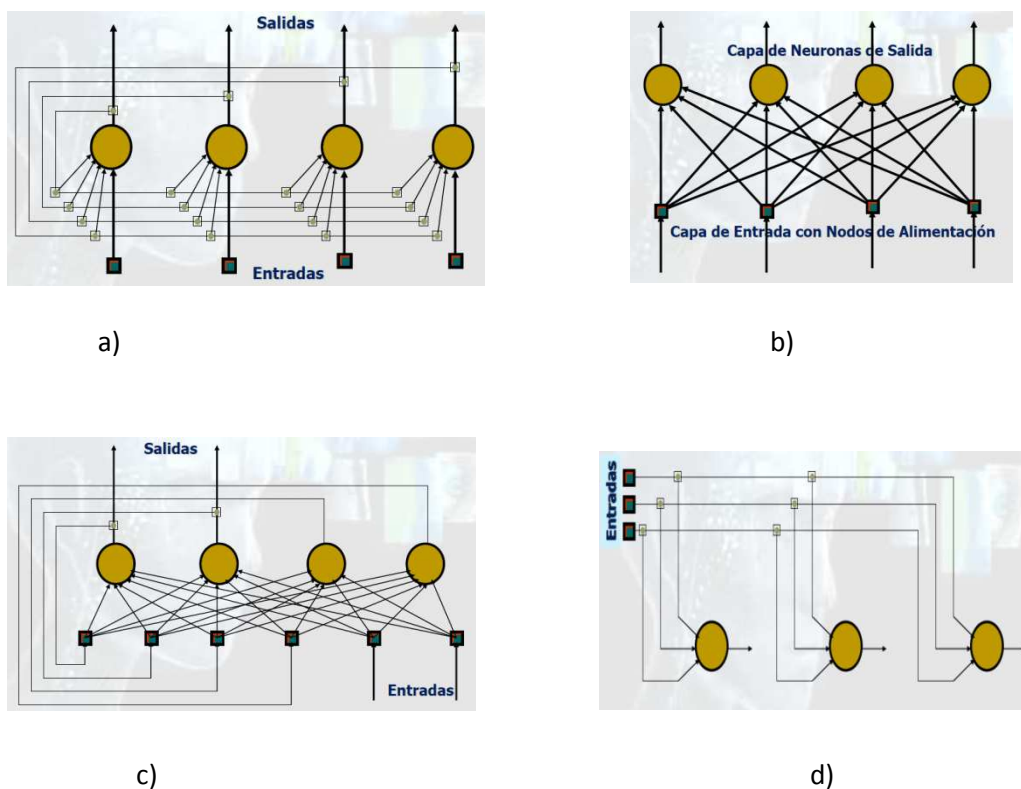


Figura 1.15 Arquitectura de redes neuronales a) Mono capa, b) Multicapa, c) Recurrente y d) Malla. [9]

Diseño de redes neuronales artificiales.

El diseño de redes neuronales artificiales comprende los siguientes pasos:

- Seleccionar una arquitectura de red neuronal apropiada para resolver el problema identificado.
- Escoger un conjunto de ejemplos para entrenar la red, utilizando un algoritmo apropiado.
- Probar la capacidad de la red entrenada para resolver el problema propuesto, utilizando un conjunto de datos de prueba.
- Evaluar la operación de la red con un conjunto de datos de verificación, que no hayan sido utilizados en el entrenamiento o las pruebas. [9]

1.2.11. CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.

Un controlador basado en Álgebra Lineal representa un nuevo enfoque de control que se basa en la aplicación de métodos numéricos y álgebra lineal para el seguimiento de una trayectoria deseada aplicada.

Este tipo de control provee el valor de señal adecuado para el sistema con el fin de seguir una trayectoria si se conoce el valor del estado del sistema.

CAPÍTULO 2

2. DESARROLLO Y OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE UAV

2.1. AVIÓN PVTOL. [10], [11]

El avión PVTOL es un vehículo aéreo no tripulado que se desplaza en un plano vertical. El avión PVTOL posee tres grados de libertad (x, z, ϕ) que corresponden a la posición y orientación en el plano. El avión PVTOL posee dos propulsores, ubicados en las alas del mismo, los cuales producen una fuerza de sustentación y un momento en el vuelo de la aeronave, que le permite el desplazamiento en el aire, como se muestra en la Figura 2.1.

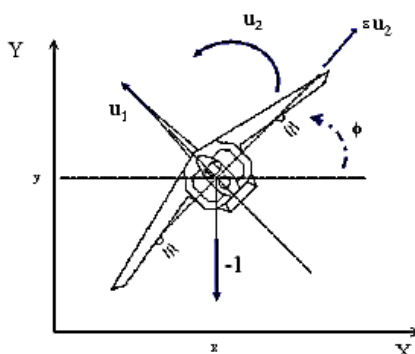


Figura 2.1 Esquema del avión PVTOL. [10]

2.1.1 MODELO MATEMÁTICO DEL AVIÓN PVTOL.

El modelo matemático del avión PVTOL se obtiene aplicando las leyes de Newton para obtener las fuerzas que actúan en el avión.

En la Figura 2.1 se muestra el avión PVTOL con la nomenclatura a utilizar, donde x es el desplazamiento horizontal, z es el desplazamiento vertical, ϕ es el ángulo que forma el cohete con la línea horizontal, u_1 es la fuerza total, u_2 es el torque

del cohete y ε es un parámetro que caracteriza el acoplamiento entre el momento de balanceo y la aceleración lateral de la aeronave.

Aplicando la segunda ley de Newton para cada eje se tiene:

$$\sum F_x = m\ddot{x}$$

Ecuación 2.1-1

$$m\ddot{x} = -u_1 \sin(\phi) + \varepsilon u_2 \cos(\phi)$$

Ecuación 2.1-2

$$\sum F_z = m\ddot{z}$$

Ecuación 2.1-3

$$m\ddot{z} = u_1 \cos(\phi) + \varepsilon u_2 \sin(\phi) - 1$$

Ecuación 2.1-4

Donde m representa la masa del avión PVTOL.

Despejando la aceleración en cada eje se obtiene:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(-u_1 \sin(\phi) + \varepsilon u_2 \cos(\phi))$$

Ecuación 2.1-5

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(\cos(\phi) + \varepsilon u_2 \sin(\phi) - 1)$$

Ecuación 2.1-6

En general el parámetro ε es insignificante y se puede considerar nulo, es decir, $\varepsilon = 0$. Con lo cual las Ecuaciones 2.1-5 y 2.1-6 se pueden escribir como:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(-u_1 \sin(\phi))$$

Ecuación 2.1-7

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(1 \cos(\phi) - 1)$$

Ecuación 2.1-8

Para el análisis del torque se emplea la ecuación de torque de un cuerpo que gira en torno a un eje fijo:

$$\tau = I \ddot{\phi}$$

Ecuación 2.1-9

Donde τ representa el torque del avión, llamada en este proyecto u_2 , I es la inercia del cohete y $\ddot{\phi}$ es la aceleración angular.

Asumiendo la inercia del cuerpo, $I = 1 \text{ kg/m}^2$, y cambiando la nomenclatura se tiene:

$$u_2 = \ddot{\phi}$$

Ecuación 2.1-10

Con lo cual el modelo del cohete PVTOL queda definido por las Ecuaciones 2.1-7, 2.1-8 y 2.1-10.

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(-u_1 \sin(\phi))$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(\cos(\phi) - 1)$$

$$u_2 = \ddot{\phi}$$

Ecuación 2.1-11

Donde u_1 y u_2 representan las entradas de control.

2.2 CUADRICÓPTERO. [10], [12]

El cuadricóptero es un UAV que posee cuatro rotores ubicados a manera de una cruz para realizar los movimientos de desplazamiento y elevación. El control del movimiento se logra variando la velocidad angular de cada uno de los cuatro motores. Los cuadricópteros poseen tres tipos de movimiento: alabeo (roll), cabeceo (pitch) y guiñada (yaw).



Figura 2.2 Cuadricóptero. [23]

2.2.1 MOVIMIENTO DE ALABEO (ROLL).

El movimiento de alabeo permite al cuadricóptero realizar movimientos a la izquierda o derecha. Este movimiento está definido por el ángulo de giro ϕ .

2.2.2 MOVIMIENTO DE CABECEO (PITCH).

El movimiento de cabeceo permite al cuadricóptero realizar movimientos hacia adelante y atrás. Este movimiento está definido por el ángulo de giro θ .

2.2.3 MOVIMIENTO DE GUIÑADA (YAW).

El movimiento de guiñada permite al cuadricóptero girar su eje vertical. Este movimiento está definido por el ángulo de giro ψ .

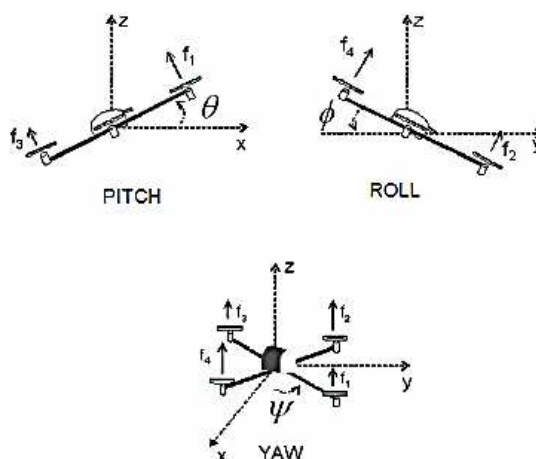


Figura 2.3 Movimientos del cuadricóptero. [21]

2.2.4 MODELO MATEMÁTICO CUADRICÓPTERO.

Los cuadricóptero posee algunas ventajas sobre los helicópteros convencionales debido a que los motores traseros giran en sentido anti-horario y los delanteros en sentido horario, los efectos giroscópicos y momentos aerodinámicos tienden a cancelarse en vuelos pequeños.

La entrada del acelerador es la suma de los empujes de cada motor. Para obtener el momento de pitch se realiza el aumento de la velocidad del motor trasero mientras se reduce la velocidad del motor de adelante. Para generar el momento de roll se realiza lo mismo pero con las velocidades de los motores laterales. Mientras que para generar el momento de yaw se trabaja mediante el aumento de las velocidades de los motores delantero y trasero, y disminución de las velocidades de los motores laterales.

Para modelar matemáticamente el cuadricóptero se considera como un cuerpo sólido de masa m en un sistema de referencia I , sujeto a una fuerza total u y a tres momentos $\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$. La dinámica de los motores del cuadricóptero es relativamente rápida, por lo que se desprecia la flexibilidad de las alas. Las

coordenadas generales del modelo del cuadricóptero de manera general vienen dadas por:

$$q = (x, y, z, \phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^6$$

Ecuación 2.2-1

Donde $\xi = (x, y, z)$ denota la posición del centro de masa del cuadricóptero respecto a la Tierra y $\eta = (\phi, \theta, \psi)$ son los ángulos de Euler e indican la orientación del cuadricóptero. Para la obtención del modelo se utiliza Euler – LaGrange, que es un método en el que se relaciona la energía cinética de un cuerpo con su energía potencial. Así se tiene que la energía cinética de traslación del cuerpo viene dado por:

$$E_{CT} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi}$$

Ecuación 2.2-2

Donde se tiene que m es la masa del cuadricóptero y $\dot{\xi}$ es la velocidad lineal en cada uno de los ejes, la energía cinética de rotación viene dada por:

$$E_{CR} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}$$

Ecuación 2.2-3

La matriz \mathbb{J} es la matriz de inercias del cuadricóptero y $\dot{\eta}$ es la velocidad angular en cada uno de los ejes. La energía potencial del cuadricóptero viene dada por:

$$E_P = mgz$$

Ecuación 2.2-4

Donde z es la altura a la que se encuentra el cuadricóptero en el espacio.

Con las energías que se tiene se puede calcular el Lagrangiano como:

$$L(q, \dot{q}) = E_{CT} + E_{CR} - E_P$$

Ecuación 2.2-5

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} - mgz$$

Ecuación 2.2-6

El modelo dinámico del cuadricóptero es obtenido por el método del Euler – LaGrange con la fuerza externa generalizada, así se tiene que:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \mathcal{F}$$

Ecuación 2.2-7

Se conoce que $\mathcal{F} = (F_\xi, \tau)$, donde F_ξ es la fuerza de traslación y τ son los momentos generalizados aplicados al cuadricóptero por la entrada de control. La fuerza depende principalmente de las entradas de control μ y τ , por lo que se puede escribir de la siguiente manera:

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-8

Donde se tiene que μ es la fuerza de sustentación y viene dada por:

$$\mu = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

Ecuación 2.2-9

Y se tiene que:

$$f_i = k_i \omega_i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Ecuación 2.2-10

Donde se tiene que $k_i > 0$ y ω_i es la velocidad angular a la que gira el motor de las hélices.

La fuerza de traslación es calculada de la siguiente manera:

$$F_\xi = R_{abc}^{NED^T} \hat{F}$$

Ecuación 2.2-11

Donde $R_{abc}^{NED^T}$ es la matriz de rotación y \hat{F} está definida en la Ecuación 2.2-8.

Las matrices de rotación de cada uno de los ejes vienen dadas por:

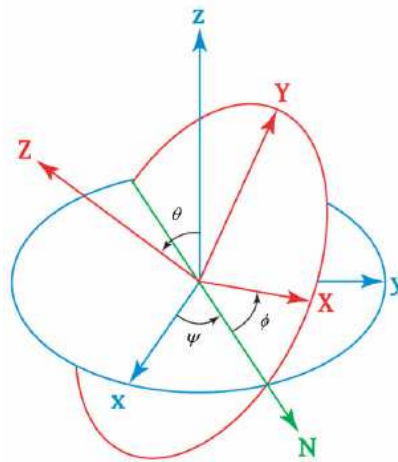


Figura 2.4 Ángulos de Euler

$$R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-12

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-13

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-14

$$R_{abc}^{NED} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-15

Dónde: $c\psi = \cos \psi$, $c\theta = \cos \theta$, $c\phi = \cos \phi$
 $s\psi = \sin \psi$, $s\theta = \sin \theta$, $s\phi = \sin \phi$

Remplazando en la Ecuación 2.2-11:

$$F_{\xi} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-16

Desarrollando la Ecuación 2.2-16 se obtiene:

$$F_{\xi} = \mu \begin{bmatrix} -s\theta \\ c\theta s\phi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-17

Los momentos generalizados viene dados por:

$$\tau \triangleq \begin{bmatrix} \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-18

La letra τ representa a los tres momentos que el cuadricóptero presenta en los tres ejes. Está referido a los ángulos de yaw, pitch y roll. Para el momento de guiñada (yaw) se tiene:

$$\tau_{\psi} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$$

Ecuación 2.2-19

Para el momento de cabeceo (pitch) se tiene:

$$\tau_{\theta} = \Delta f_{2,4} \cdot l$$

Ecuación 2.2-20

Donde $\Delta f_{2,4}$ es la diferencia de fuerza de sustentación que habrá entre los motores 2 y 4, que se encuentran ubicados uno en frente de otro, multiplicada por la distancia desde el motor 2 o 4 hasta el centro de gravedad.

Para el momento de alabeo (roll) se tiene:

$$\tau_{\phi} = \Delta f_{1,3} \cdot l$$

Ecuación 2.2-21

Donde $\Delta f_{1,3}$ es la diferencia de fuerza de sustentación que habrá entre los motores 1 y 3, que se encuentran ubicados uno en frente de otro, multiplicada por la distancia desde el motor 1 o 3 hasta el centro de gravedad. Uniendo los momentos en una sola matriz se tiene:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \\ \Delta f_{2,4} \cdot l \\ \Delta f_{1,3} \cdot l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \\ (f_2 - f_4) l \\ (f_1 - f_3) l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-22

Como las ecuaciones del Lagrangiano no contienen términos cruzados en la energía cinética, se puede combinar ξ y η ; la ecuación de Euler – Lagrange puede ser dividida en dinámica para ξ y dinámica para η , de esta manera se tiene que:

$$m\ddot{\xi} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = F_{\xi}$$

Ecuación 2.2-23

Remplazando la Ecuación 2.2-17 en la Ecuación 2.2-23 y separando en cada uno de los ejes se obtiene:

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta$$

Ecuación 2.2-24

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \phi$$

Ecuación 2.2-25

$$m\ddot{z} = u \cos \theta \cos \phi - mg$$

Ecuación 2.2-26

Con lo cual con las Ecuaciones 2.2-22, 2.2-24, 2.2-25 y 2.2-26, queda definido el modelo del cuadricóptero.

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= -u \sin \theta \\
m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\
m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.2-27

Donde $u, \tau_\psi, \tau_\theta, \tau_\phi$ representan las entradas de control.

2.3 TRICÓPTERO. [10], [13], [14], [15]

Un Tricóptero es un vehículo aéreo no tripulado que posee dos motores principales en la parte delantera, los dos motores giran en direcciones opuestas y están fijadas al fuselaje. Debido a que los dos motores giran en direcciones opuestas el torque de reacción generado es aproximadamente cero. El tercer motor se coloca en la cola del tricóptero y este puede inclinarse mediante un servomotor con la finalidad de producir un torque de guiñada. Las velocidades angulares de los dos rotores principales pueden ser modificadas para producir el empuje principal, así como el torque de alabeo. El torque de alabeo es calculado como función de la diferencia de velocidades angulares de los dos rotores principales. Finalmente, el momento de cabeceo se obtiene variando la velocidad angular del rotor de cola.

2.3.1 MODELO MATEMÁTICO.

Para modelar matemáticamente el tricóptero se considera como un cuerpo sólido de masa m en un sistema de referencia I , sujeto a una fuerza total u y a tres momentos $\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$. La dinámica de los motores del tricóptero es relativamente rápida como en el cuadricóptero, por lo que se desprecia la flexibilidad de las alas. Las coordenadas generales del modelo del cuadricóptero de manera general vienen dados por:

$$q = (x, y, z, \phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^6$$

Ecuación 2.3-1

Donde $\xi = (x, y, z)$ denota la posición del centro de masa del cuadricóptero respecto a la Tierra y $\eta = (\phi, \theta, \psi)$ son los ángulos de Euler e indican la orientación del tricóptero. Para la obtención del modelo se utilizará Euler – LaGrange que es un método en el que se relaciona la energía cinética de un cuerpo con su energía potencial así se tiene que la energía cinética de traslación del cuerpo viene dada por:

$$E_{CT} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi}$$

Ecuación 2.3-2

Donde se tiene que m es la masa del tricóptero y $\dot{\xi}$ es la velocidad lineal en cada uno de los ejes, la energía cinética de rotación viene dada por:

$$E_{CR} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta}$$

Ecuación 2.3-3

La matriz \mathbb{J} es la matriz de inercias del tricóptero y $\dot{\eta}$ es la velocidad angular en cada uno de los ejes. La energía potencial del tricóptero viene dado por:

$$E_P = mgz$$

Ecuación 2.3-4

Donde z es la altura a la que se encuentra el tricóptero en el espacio.

Con las energías que se tiene se puede calcular el Lagrangiano como:

$$L(q, \dot{q}) = E_{CT} + E_{CR} - E_P$$

Ecuación 2.3-5

$$L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} - mgz$$

Ecuación 2.3-6

El modelo dinámico del tricóptero es obtenido por el método del Euler – LaGrange con la fuerza externa generalizada así se tiene que:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \mathcal{F}$$

Ecuación 2.3-7

Se conoce que $\mathcal{F} = (F_\xi, \tau)$, donde F_ξ es la fuerza de traslación y τ son los momentos generalizados aplicados al tricóptero por la entrada de control. La fuerza depende principalmente de las entradas de control μ y τ , por lo que se puede escribir de la siguiente manera:

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-8

Donde se tiene que μ es la fuerza de sustentación y viene dada por:

$$\mu = f_1 + f_2 + f_3 \cos \alpha$$

Ecuación 2.3-9

Y se tiene que:

$$f_i = k_i \omega_i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Ecuación 2.3-10

Y α representa el ángulo de inclinación del motor de cola del tricóptero.

Donde se tiene que $k_i > 0$ y ω_i es la velocidad angular a la que gira el motor de las hélices.

La fuerza de traslación es calculada de la siguiente manera:

$$F_\xi = R_{abc}^{NED^T} \hat{F}$$

Ecuación 2.3-11

Donde $R_{abc}^{NED^T}$ es la matriz de rotación y \hat{F} está definida en la Ecuación 2.3-8.

Las matrices de rotación de cada uno de los ejes vienen dados por:

$$R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-12

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-13

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-14

$$R_{abc}^{NED} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-15

Donde: $c\psi = \cos \psi$, $c\theta = \cos \theta$, $c\phi = \cos \phi$

$s\psi = \sin \psi$, $s\theta = \sin \theta$, $s\phi = \sin \phi$

Remplazando en la Ecuación 2.3-11:

$$F_{\xi} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-16

Desarrollando la Ecuación 2.3-16 se obtiene:

$$F_{\xi} = \mu \begin{bmatrix} -s\theta \\ c\theta s\phi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-17

Los momentos generalizados viene dados por:

$$\tau \triangleq \begin{bmatrix} \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-18

La letra τ representa a los tres momentos que el tricóptero presenta en los tres ejes y está referido a los ángulos de yaw, pitch y roll. Para el momento de guiñada (yaw) se tiene:

$$\tau_{\psi} = l_2 f_3 \sin \alpha$$

Ecuación 2.3-19

Para el momento de cabeceo (pitch) se tiene:

$$\tau_{\theta} = l_3(f_1 + f_2) - l_2 f_3 \cos \alpha$$

Ecuación 2.3-20

Para el momento de alabeo (roll) se tiene:

$$\tau_{\phi} = (f_2 - f_1)l_2$$

Ecuación 2.3-21

Resumiendo las ecuaciones de torque se obtiene:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 f_3 \sin \alpha \\ l_3(f_1 + f_2) - l_2 f_3 \cos \alpha \\ \Delta f_{2,1} \cdot l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 f_3 \sin \alpha \\ l_3(f_1 + f_2) - l_2 f_3 \cos \alpha \\ (f_2 - f_1)l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-22

Como las ecuaciones del Lagrangiano no contiene términos cruzados en la energía cinética, se puede combinar ξ y η , la ecuación de Euler – Lagrange puede ser dividida en dinámica para ξ y dinámica para η de esta manera se tiene que:

$$m\ddot{\xi} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = F_{\xi}$$

Ecuación 2.3-23

Remplazando la Ecuación 2.3-17 en la Ecuación 2.3-22 y separando en cada uno de los ejes se obtiene:

$$m\dot{x}' = -u \sin \theta$$

Ecuación 2.3-24

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \phi$$

Ecuación 2.3-25

$$m\dot{z}' = u \cos \theta \cos \phi - mg$$

Ecuación 2.3-26

Con lo cual con las Ecuaciones 2.3-22, 2.3-24, 2.3-25 y 2.3-26, queda definido el modelo del tricóptero.

$$m\dot{x}'' = -u \sin \theta$$

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \phi$$

$$m\dot{z}'' = u \cos \theta \cos \phi - mg$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{\psi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.3-27

Donde $u, \tau_{\psi}, \tau_{\theta}, \tau_{\phi}$ representan las entradas de control.

Como puede observarse, tanto el modelo del cuadricóptero como el modelo del tricóptero son los mismos. Esto se debe a que se realiza un análisis de cada UAV como un cuerpo rígido y se considera que presentan solo tres momentos $\tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi}$ que representan las entradas de control.

2.4 BIRD LIKE (SKY SAILOR) [10], [16], [17], [18].

El Bird Like es un vehículo aéreo no tripulado inspirado en sistemas biológicos con alas como son aves, insectos, etc. El vuelo automático de estos robots todavía es incipiente debido a la alta complejidad y no linealidad de los modelos.

En este proyecto se realizará la modelación y simulación de uno de los precursores de los modelos para Bird Like conocido como Sky Sailor, que es un

modelo propulsado por dos motores ubicados a cada uno sobre el ala del Sky Sailor que tiene posibilidad de movimiento vertical como horizontal lo que le da bastante maniobrabilidad.

El Sky Sailor es un modelo de Bird Like modelado a escala para alcanzar el vuelo continuo. Se compone de un planeador con un motor de corriente continua conectado a una hélice a través de una caja de cambios. Posee dos alerones que le permite al ala principal realizar el momento de roll del avión. Posee dos superficies de control que actúan principalmente en el elevador y en momento de giñada si la desviación no es simétrica. Los sistemas voladores son muy difíciles de modelar, debido a la gran cantidad de fuerzas dinámicas y aerodinámicas que actúan sobre el sistema, por lo que es necesario hacer suposiciones con el fin de encontrar el modelo ideal y simplificado del sistema de una manera correcta.

El Bird Like (Sky Sailor) analizado se considera como un sistema de cuerpo rígido con 6 grados de libertad en donde actúan tres tipos de fuerzas aerodinámicas diferentes como son: sustentación, resistencia y momento. Se asume que el centro de masa y el origen del sistema de coordenadas del cuerpo de la aeronave coinciden. La velocidad del viento se desprecia en el presente estudio, lo que representa que la velocidad del Bird Like solo depende de las características del sistema mecánico.

2.4.1 MODELO MATEMÁTICO.

El modelo de un Bird Like como se nombró anteriormente es un sistema de cuerpo rígido con 6 grados de libertad y donde actúan fuerzas aerodinámicas de esta manera el modelo matemático se lo obtiene de la siguiente manera:

Las ecuaciones cinemáticas para la traslación y la rotación de un sistema de coordenadas ABC con eje en el cuerpo a un sistema local de coordenadas geográfica NED (Norte – Este – Abajo) puede ser expresado en términos de los ángulos de Euler.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_E \\ \dot{Y}_E \\ \dot{Z}_E \end{bmatrix} = R_{abc}^{NED} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-1

Las matrices de rotación de cada uno de los ejes vienen dadas por:

$$R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-2

$$R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-3

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-4

$$R_{abc}^{NED} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-5

Las ecuaciones de la posición del Bird Like vienen dadas por:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\phi} R_{y,\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-6

Trabajando con la Ecuación 2.4-6 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{c\theta} \begin{bmatrix} c\theta & s\phi s\theta & c\phi s\theta \\ 0 & c\phi c\theta & -s\phi c\theta \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-7

Trabajando con la Ecuación 2.4-1 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(c\psi c\theta) + V(-s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi) + W(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\ U(s\psi c\theta) + V(c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi) + W(-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi) \\ U(-s\theta) + V(c\theta s\phi) + W(c\phi c\theta) \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-8

Las ecuaciones del cuerpo rígido del Bird Like se obtienen mediante la segunda ecuación de Newton para la fuerza y momento se tiene:

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{V})$$

Ecuación 2.4-9

$$\sum \vec{M} = \frac{d}{dt}(\vec{H})$$

Ecuación 2.4-10

Donde el vector \vec{F} es la fuerza que actúa sobre el Bird Like y se asume que es igual a la tasa de cambio de la fuerza del cuerpo; \vec{M} representa el momento externo sobre el cuerpo y se asume que es igual a la tasa de tiempo de cambio del momento de impulso (momento angular).

La Ecuación 2.4-9 puede ser escrita para cada eje como:

$$F_x = \frac{d}{dt}(mu)$$

Ecuación 2.4-11

$$F_y = \frac{d}{dt}(mv)$$

Ecuación 2.4-12

$$F_z = \frac{d}{dt}(mw)$$

Ecuación 2.4-13

Donde se tiene que F_x , F_y , F_z y u , v , w son las componentes de la fuerza y la velocidad en coordenadas x, y, z, respectivamente.

La Ecuación 2.4-10 puede ser escrita para cada eje como:

$$L = \frac{d}{dt}(H_x)$$

Ecuación 2.4-14

$$M = \frac{d}{dt}(H_y)$$

Ecuación 2.4-15

$$N = \frac{d}{dt}(H_z)$$

Ecuación 2.4-16

Donde se tiene que L , M , N y H_x , H_y , H_z son las componentes del momento total y del momento de impulso en coordenadas x, y, z respectivamente.

Los componentes de la fuerza se componen de varias contribuciones debidas a las fuerzas aerodinámicas, fuerzas de propulsión y fuerzas gravitacionales que actúan sobre el Bird Like.

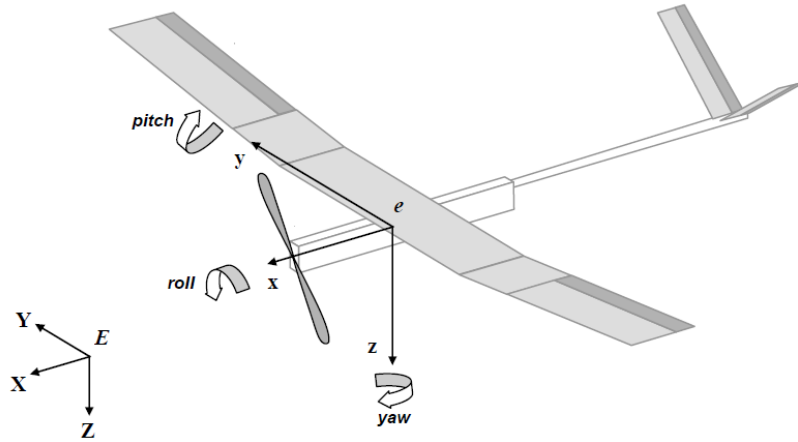


Figura 2.5 Bird Like(Sky Sailor)

Realizando el análisis para un elemento de masa δm del Bird Like, con la segundo ley de Newton, se puede escribir como:

$$\delta \vec{F} = \delta m \frac{d}{dt} (\vec{V})$$

Ecuación 2.4-17

Donde se tiene que \vec{V} es la velocidad del elemento de masa con respecto al eje absoluto de inercias y $\delta \vec{F}$ es la fuerza resultante que actúa sobre el elemento de masa.

Por lo tanto, la fuerza actuante sobre el Bird Like es:

$$\sum \delta \vec{F} = \vec{F}$$

Ecuación 2.4-18

La velocidad del elemento diferencial de masa puede ser expresado como:

$$\vec{V} = \vec{V}_c + \frac{d}{dt} (\vec{r})$$

Ecuación 2.4-19

Donde \vec{V}_c es la velocidad del centro de masa del aeroplano y $\frac{d}{dt} (\vec{r})$ es la velocidad del elemento de masa relativo al centro de masa.

Por lo que, podemos expresar la Ecuación 2.4-9 como:

$$\sum \delta \vec{F} = \frac{d}{dt} \sum \left(\vec{V}_c + \frac{d}{dt} (\vec{r}) \right) \delta m$$

Ecuación 2.4-20

Asumiendo que el centro de masa del vehículo es constante se puede decir que:

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt}(\vec{V}_c) + \frac{d^2}{dt^2} \sum \vec{r} \delta m$$

Ecuación 2.4-21

En las ecuaciones se tiene que \vec{r} se mide desde el centro de masa, por lo que el término $\sum \vec{r} \delta m$ es igual a cero. Entonces, las fuerzas externas que afectan al Bird Like respecto al centro de masa pueden ser escritas como:

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt}(\vec{V}_c)$$

Ecuación 2.4-22

Para un diferencial de masa δm , el momento puede ser escrito como:

$$\delta \vec{M} = \frac{d}{dt} \delta \vec{H} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{V}) \delta m$$

Ecuación 2.4-23

La velocidad de un elemento de masa puede ser expresado como:

$$\vec{V} = \vec{V}_c + \frac{d}{dt}(\vec{r}) = \vec{V}_c + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Ecuación 2.4-24

Donde $\vec{\omega}$ es la velocidad angular del vehículo y \vec{r} es la posición del elemento de masa medida desde el centro de masa.

$$\vec{\omega} = p\vec{i} + q\vec{j} + r\vec{k}$$

Ecuación 2.4-25

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Ecuación 2.4-26

El momento total puede ser escrito como:

$$\vec{H} = \sum \delta \vec{H} = \sum \vec{r} \delta m \times \vec{V}_c + \sum [\vec{r} \times \vec{V}_c] \delta m$$

Ecuación 2.4-27

Como \vec{r} se mide desde el centro de masa el término $\sum \vec{r} \delta m$ es igual a cero.

Entonces reescribiendo \vec{H} para cada eje se tiene:

$$H_x = p \sum (y^2 + z^2) \delta m - q \sum xy \delta m - r \sum xz \delta m$$

Ecuación 2.4-28

$$H_y = -p \sum xy \delta m + q \sum (x^2 + z^2) \delta m - r \sum yz \delta m$$

Ecuación 2.4-29

$$H_z = -p \sum xz \delta m - q \sum yz \delta m + r \sum (x^2 + y^2) \delta m$$

Ecuación 2.4-30

Rescribiendo las Ecuaciones 2.4-27, 2.4-28, 2.4-29 en términos de inercias I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} se tiene que:

$$H_x = pI_{xx} - qI_{xy} - rI_{xz}$$

Ecuación 2.4-31

$$H_y = -pI_{xy} + qI_{yy} - rI_{yz}$$

Ecuación 2.4-32

$$H_z = pI_{xz} - qI_{yz} + rI_{zz}$$

Ecuación 2.4-33

Tomando las derivadas de los vectores \vec{V} y \vec{H} de las Ecuaciones 2.4-24 y 2.4-27 respecto al eje de rotación del cuerpo se tiene:

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt} (\vec{V}_c) + m(\vec{\omega} \times \vec{V}_c)$$

Ecuación 2.4-34

$$\vec{M} = m \frac{d}{dt} (\vec{H}) + m(\vec{\omega} \times \vec{H})$$

Ecuación 2.4-35

Escribiendo las Ecuaciones 2.4-34 y 2.4-35 para cada eje se obtiene:

$$F_x = m(\dot{u} + qw - rv)$$

Ecuación 2.4-36

$$F_y = m(\dot{v} + ru - pw)$$

Ecuación 2.4-37

$$F_z = m(\dot{w} + pv - qu)$$

Ecuación 2.4-38

$$L = \dot{H}_x + qH_z - rH_y$$

Ecuación 2.4-39

$$M = \dot{H}_y + rH_x - pH_z$$

Ecuación 2.4-40

$$N = \dot{H}_z + pH_y - qH_x$$

Ecuación 2.4-41

Posicionando el eje del cuerpo en el plano xz se tiene simetría en el plano xy, yz por lo tanto $I_{yz} = I_{xy} = 0$.

Por lo que se obtiene las ecuaciones del momento como:

$$L = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} + qr(I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}pq$$

Ecuación 2.4-42

$$M = I_{yy}\dot{q} + rp(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(p^2 - r^2)$$

Ecuación 2.4-43

$$N = -I_{xz}\dot{p} + I_{zz}\dot{r} + pq(I_{yy} - I_{zz}) + I_{xz}qr$$

Ecuación 2.4-44

Las Ecuaciones 2.4-36, 2.4-37, 2.4-38, 2.4-42, 2.4-43, 2.4-44 representan las ecuaciones generales de los sistemas no lineales. Como el Bird Like (Sky-Sailor) posee simetría en el plano xy, el producto $I_{xz} = 0$.

Por lo que, las Ecuaciones 2.4-42, 2.4-43, 2.4-44 para el Bird Like (Sky Sailor) se obtienen:

$$L = I_{xx}\dot{p} + qr(I_{zz} - I_{yy})$$

Ecuación 2.4-45

$$M = I_{yy}\dot{q} + rp(I_{xx} - I_{zz})$$

Ecuación 2.4-46

$$N = I_{zz}\dot{r} + pq(I_{yy} - I_{zz})$$

Ecuación 2.4-47

Trabajando con las Ecuaciones 2.4-36, 2.4-37, 2.4-38, 2.4-45, 2.4-46, 2.4-47 se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}}L - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}}qr \\ \frac{1}{I_{yy}}M - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}}rp \\ \frac{1}{I_{zz}}N - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}}pq \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-48

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m}F_x - qw + rv \\ \frac{1}{m}F_y - ru + pw \\ \frac{1}{m}F_z - pv + qu \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.4-49

Con lo cual, el modelo del Bird Like queda definido por las ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(c\psi c\theta) + V(-s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi) + W(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\ U(s\psi c\theta) + V(c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi) + W(-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi) \\ U(-s\theta) + V(c\theta s\phi) + W(c\phi c\theta) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \frac{1}{c\theta} \begin{bmatrix} c\theta & s\phi s\theta & c\phi s\theta \\ 0 & c\phi c\theta & -s\phi c\theta \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} L - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} qr \\ \frac{1}{I_{yy}} M - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} rp \\ \frac{1}{I_{zz}} N - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} pq \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{m} F_x - qw + rv \\ \frac{1}{m} F_y - ru + pw \\ \frac{1}{m} F_z - pv + qu \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ecuación 2.4-50

Donde F_x, F_y, F_z, L, M, N , representan las entradas de control.

2.5 HELICÓPTERO. [10], [19], [20], [21], [22]

Un helicóptero puede ser definido como una máquina voladora donde su sustentación y propulsión es proporcionada por uno o más rotores horizontales. La principal ventaja del helicóptero está dada por el rotor, que proporciona sustentación sin que la aeronave se esté desplazando, esto permite realizar despegues y aterrizajes verticales.

El helicóptero para el estudio está compuesto por un rotor principal y uno de cola.



Figura 2.6 Helicóptero UAV. [21]

El helicóptero presenta tres tipos de movimiento: roll, pitch, yaw.

Roll define el movimiento angular alrededor del eje x. Un movimiento de roll positivo se define cuando es realizado en sentido de las manecillas del reloj visto desde la parte trasera del helicóptero.

Pitch define el movimiento angular alrededor del eje y. Un movimiento de pitch positivo se define cuando es realizado en sentido de las manecillas del reloj visto desde la parte izquierda del helicóptero.

Yaw define el movimiento angular alrededor del eje z. Un movimiento de yaw positivo se define cuando es realizado en sentido de las manecillas del reloj visto desde la parte superior del helicóptero.

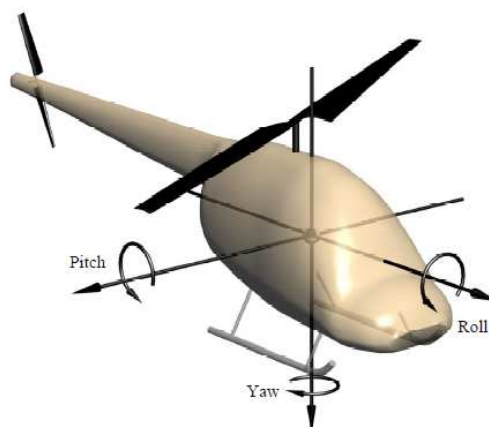


Figura 2.7 Movimientos del helicóptero. [19]

El helicóptero es controlado por cuatro entradas de control diferentes, de las cuales, tres son para el rotor principal y una para el rotor de cola.

2.5.1 MODELO MATEMÁTICO.

El modelo del helicóptero consiste en 2 bloques:

- Fuerza y torque en el helicóptero.- En este bloque el helicóptero puede ser considerado como un cuerpo rígido ya que no posee partes móviles y se calcula como las fuerzas y torques generados por el rotor que afectan en el movimiento del helicóptero.
- Cuerpo Rígido.- El helicóptero es considerado como un cuerpo rígido con seis grados de libertad donde se puede aplicar la segunda ley de Newton y los ángulos de rotación de Euler.

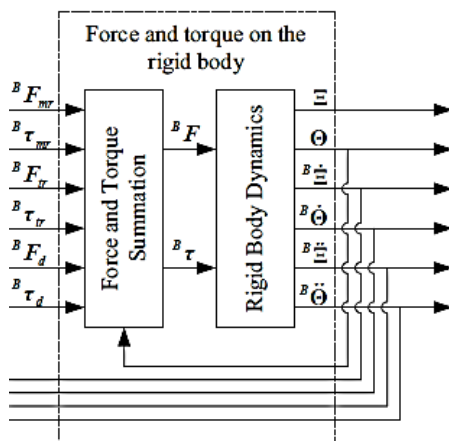


Figura 2.8 Bloques del modelo del helicóptero. [19]

El modelo dinámico del helicóptero es obtenido con las siguientes suposiciones:

- Cada rotor siempre estará en un disco denominado disco del rotor, por lo que se considera que el ángulo de conicidad es igual a cero (no hay desplazamiento de la bisagra).
- Se supone que los ángulos de aleteo longitudinal y lateral son medibles y controlables, por lo que, se consideran como entradas de control directamente.
- La única resistencia del aire que se modelan son las fuerzas de arrastre simples que se oponen a la rotación de los dos rotores.
- No se consideran las fuerzas aerodinámicas generadas por el viento relativo.
- Los efectos de operar el helicóptero cerca de la tierra no se toman en cuenta.
- Los efectos de las fuerzas aerodinámicas generadas por los estabilizadores no se toman en cuenta.

2.5.2 DINÁMICA DE CUERPO RÍGIDO.

Para obtener las ecuaciones del cuerpo rígido se ha utilizado las ecuaciones obtenidas para el Bird Like, de donde se obtiene que:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(c\psi c\theta) + V(-s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi) + W(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\ U(s\psi c\theta) + V(c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi) + W(-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi) \\ U(-s\theta) + V(c\theta s\phi) + W(c\phi c\theta) \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-1

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{c\theta} \begin{bmatrix} c\theta & s\phi s\theta & c\phi s\theta \\ 0 & c\phi c\theta & -s\phi c\theta \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-2

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_{xx}} L - \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}} qr \\ \frac{1}{I_{yy}} M - \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} rp \\ \frac{1}{I_{zz}} N - \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} pq \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-3

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} F_x - qw + rv \\ \frac{1}{m} F_y - ru + pw \\ \frac{1}{m} F_z - pv + qu \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-4

Donde debido a la poca influencia de la fuerza centrípeta la Ecuación 2.5-4 puede ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} F_x \\ \frac{1}{m} F_y \\ \frac{1}{m} F_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-5

Por lo tanto el helicóptero considerado como un cuerpo rígido puede ser descrito por las Ecuaciones 2.5-1, 2.5-2, 2.5-3, y 2.5-5.

2.5.3 FUERZAS Y TORQUES DEL HELICÓPTERO.

2.5.3.1 FUERZAS DEL HELICÓPTERO.

El helicóptero se ve afectado por diferentes fuerzas externas pero principalmente por 3 fuerzas, que son: la fuerza que genera el empuje del motor principal, la fuerza que genera el empuje del motor de cola y la fuerza que genera la aceleración de la gravedad.

2.5.3.1.1 Fuerza generada debido al empuje del motor principal.

La fuerza que genera el efecto de empuje del motor principal depende directamente de los ángulos de aleteo longitudinal β_{1c} y lateral β_{1s} como se ve en la figura 24.

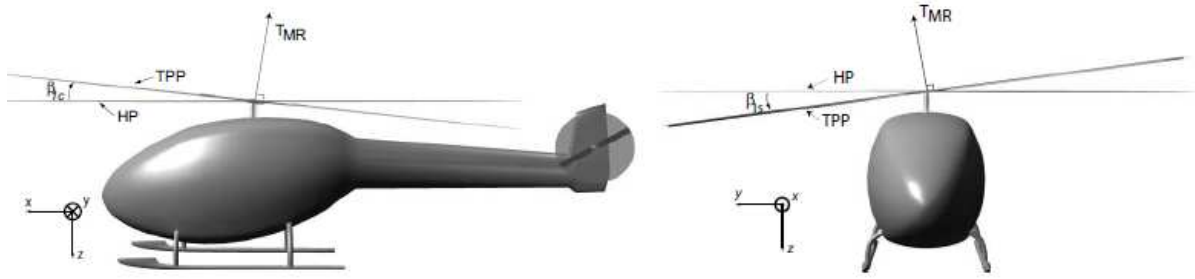


Figura 2.9 Ángulos de aleteo longitudinal y lateral del helicóptero. [19]

La fuerza que genera el efecto de empuje del motor principal puede ser escrita como:

$$F_{MP}^b = \begin{bmatrix} -T_{MR} \times \sin \beta_{1c} \\ T_{MR} \times \sin \beta_{1s} \\ T_{MR} \times \cos \beta_{1c} \times \cos \beta_{1s} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-6

2.5.3.1.2 Fuerza generada debido al empuje del motor principal.

La fuerza generada debido al motor de cola solo es una fuerza que actúa en dirección de y, por lo que se tiene que:

$$F_{MC}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ T_{TR} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-7

2.5.3.1.3 Fuerza generada por la aceleración de la gravedad.

La fuerza de la gravedad que afecta al helicóptero lo afecta solo en el eje z, por lo tanto se tiene que:

$$F_g^l = m \times g$$

Ecuación 2.5-8

2.5.3.2 TORQUES DEL HELICÓPTERO.

El torque causado sobre el helicóptero es debido a las fuerzas del motor de cola y el motor principal, la gravedad no genera torque. Los torques se calculan con la ecuación general:

$$\tau = F \times d$$

Ecuación 2.5-9

Las distancias al eje se calculan en base a las Figuras 2.10 y 2.11.

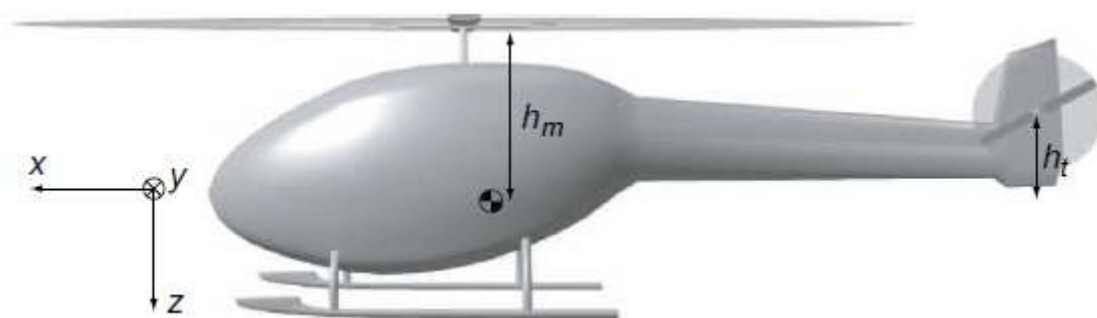


Figura 2.10 Distancia del eje de referencia al motor principal del helicóptero. [19]

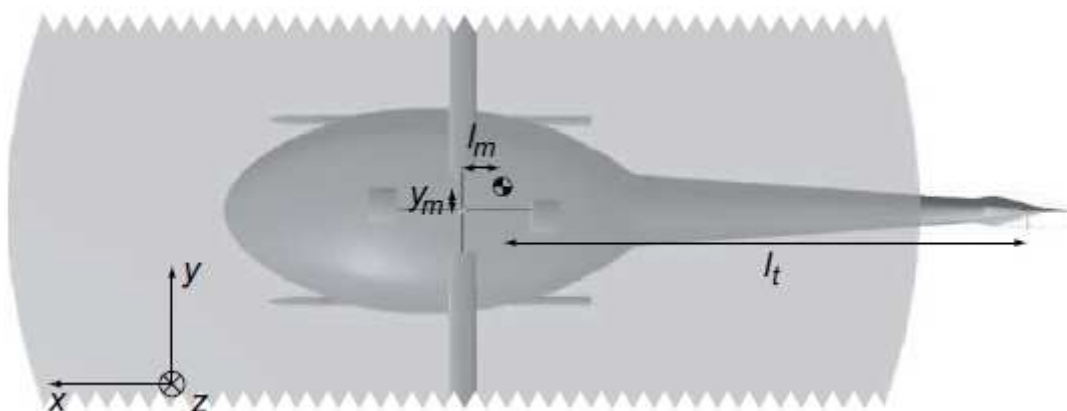


Figura 2.11 Distancia del eje de referencia al motor de cola del helicóptero. [19]

2.5.3.2.1 Torque generado debido al empuje del motor principal.

El torque causado debido a la fuerza del motor principal viene dado por:

$$\begin{bmatrix} L_{MR} \\ M_{MR} \\ N_{MR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{y,MP}^b \times hm - F_{z,MP}^b \times ym \\ -F_{x,MP}^b \times hm - F_{z,MP}^b \times lm \\ F_{x,MP}^b \times ym + F_{y,MP}^b \times lm \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-10

2.5.3.2.2 *Torque causado debido al empuje del motor de cola.*

El torque causado debido a la fuerza del motor de cola viene dado por:

$$\begin{bmatrix} L_{TR} \\ M_{TR} \\ N_{TR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{y,TR}^b \times ht \\ 0 \\ -F_{y,TR}^b \times lt \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-11

2.5.4 ADAPTACIÓN DEL MODELO PARA EL CONTROL.

La adaptación del modelo del helicóptero se realiza ya que es un sistema con un alto grado de complejidad debido al acoplamiento de términos de traslación y rotación, por lo que se propone un desacoplamiento de los términos de rotación con los de traslación. Debido al desacoplamiento de términos la fuerza externa total del helicóptero puede ser escrita como:

$$F_{Total}^I = R_{abc}^{NED} \times T_{MR} \times \begin{bmatrix} -\sin \beta_{1c} \\ \sin \beta_{1s} \\ \cos \beta_{1c} \times \cos \beta_{1s} \end{bmatrix} + R_{abc}^{NED} \times \begin{bmatrix} 0 \\ T_{TR} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-12

Como se considera que el helicóptero esta en vuelo estacionario los ángulos de aleteo longitudinal y lateral son muy pequeños, ya que no requiere de variaciones abruptas, por lo que la ecuación anterior viene dada por:

$$F_{Total}^I = R_{abc}^{NED} \times T_{MR} \times \begin{bmatrix} -\beta_{1c} \\ \beta_{1s} \\ 1 \end{bmatrix} + R_{abc}^{NED} \times \begin{bmatrix} 0 \\ T_{TR} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-13

La ecuación del torque total del helicóptero puede ser representada por:

$$\tau_{Total} = \begin{bmatrix} F_{y,MP}^b \times hm - F_{z,MP}^b \times ym \\ -F_{x,MP}^b \times hm - F_{z,MP}^b \times lm \\ F_{x,MP}^b \times ym + F_{y,MP}^b \times lm \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{y,TR}^b \times ht \\ 0 \\ -F_{y,TR}^b \times lt \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-14

$$\tau_{Total} = T_{MR} \times \begin{bmatrix} 0 & -hm & ym \\ hm & 0 & -lm \\ -ym & lm & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\beta_{1c} \\ \beta_{1s} \\ 1 \end{bmatrix} + T_{TR} \times \begin{bmatrix} -ht \\ 0 \\ lt \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-15

$$\tau_{Total} = \begin{bmatrix} 0 & -hm & lt \\ hm & 0 & 0 \\ -ym & lm & ht \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\beta_{1c} \\ \beta_{1s} \\ T_{TR} \end{bmatrix} + T_{MR} \times \begin{bmatrix} ym \\ -lm \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-16

Para simplificar la ecuación anterior se utiliza la siguiente notación:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -hm & lt \\ hm & 0 & 0 \\ -ym & lm & ht \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-17

$$k_0 = \begin{bmatrix} ym \\ -lm \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-18

Donde se puede ver que el término K contribuye significativamente para el control de la dinámica de la rotación, mientras el término k_0 es el término de acoplamiento entre la rotación y la traslación, entonces se puede introducir un vector de entradas de control para la dinámica de rotación.

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix} = K \times \begin{bmatrix} -\beta_{1c} \\ \beta_{1s} \\ T_{TR} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-19

Entonces considerando la fuerza de traslación. Esta fuerza puede ser escrita como:

$$F_{Total}^b = T_{MR} \times E_3 + [E_1 \ E_2 \ E_3] \times \begin{bmatrix} -\beta_{1c} \\ \beta_{1s} \\ T_{TR} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-20

Donde $[E_1 \ E_2 \ E_3]$ son los vectores unitarios en coordenadas respecto al cuerpo del helicóptero. Definiendo la entrada de control como u asociada a la dinámica de la traslación se tiene que:

$$u = -T_{MR}$$

Ecuación 2.5-21

Considerando:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.5-22

Entonces la fuerza puede ser escrita como:

$$F_{Total}^b = -u \times E_3 + L \times K^{-1} \times \gamma$$

Ecuación 2.5-23

Donde

$$\sigma = L \times K^{-1}$$

Ecuación 2.5-24

Con lo cual la fuerza total que actúa sobre el helicóptero es:

$$F_{Total}^b = -u \times E_3 + \sigma \times \gamma$$

Ecuación 2.5-25

Finalmente la fuerza de traslación puede ser escrita como un término relacionado con la traslación directamente y un término ortogonal a E_3 .

$$\Gamma = \gamma + k_0 u$$

Ecuación 2.5-26

Finalmente, el modelo adaptado para el control es:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(c\psi c\theta) + V(-s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi) + W(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\ U(s\psi c\theta) + V(c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi) + W(-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi) \\ U(-s\theta) + V(c\theta s\phi) + W(c\phi c\theta) \end{bmatrix}$$

$$F_{Total}^b = -u \times E_3 + \sigma \times \gamma$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{c\theta} \begin{bmatrix} c\theta & s\phi s\theta & c\phi s\theta \\ 0 & c\phi c\theta & -s\phi c\theta \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \gamma + k_0 u$$

Ecuación 2.5-27

En donde u y γ representan las entradas del control.

2.5.5 LINEALIZACIÓN DEL MODELO.

El modelo del helicóptero es muy extenso y complejo al tratar de tener una visión general de la interconexión entre los diferentes bloques y la dependencia entre cada uno de ellos. Por lo cual, se trabaja con los modelos simplificados del helicóptero, en los cuales se asume que cada entrada de control afecta un solo parámetro del helicóptero, despreciando los acoplamientos cruzados que existen

entre los diversos parámetros. De esta manera se asume que las entradas de control de la Figura 2.12 están relacionadas así: S_{lon} está relacionada con la posición del helicóptero en el eje x; la entrada S_{lat} está relacionada con la posición del helicóptero en el eje y; S_{mr} está relacionada con la posición del helicóptero en el eje z y, S_{tr} está relacionada con la orientación del helicóptero. De esta manera pasamos a un sistema SISO en el cual cada entrada de control afecta a un solo parámetro del helicóptero, como se muestra en la Figura 2.12.

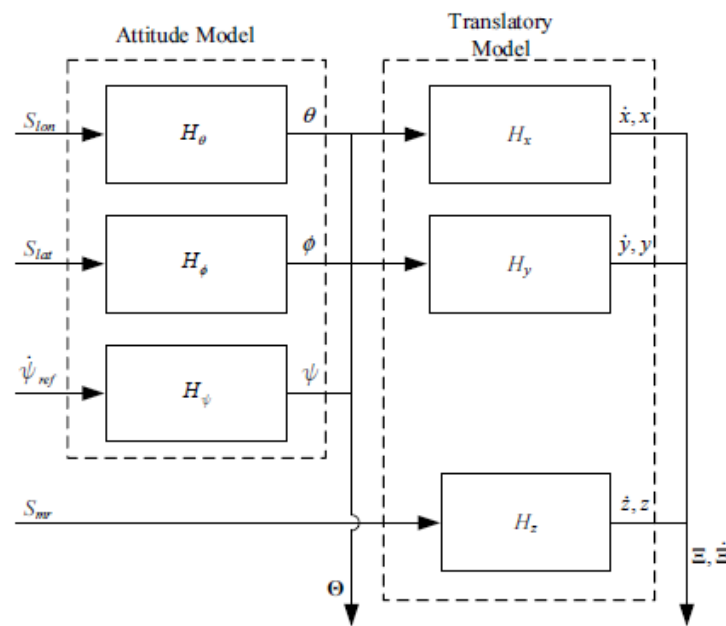


Figura 2.12 Modelo simplificado del helicóptero.

Los modelos linealizados fueron tomados del libro “Autonomous hover of a small electric Helicopter – Towards Helicopter Aided Mapping of Crops” que consta en la bibliografía. [19]

2.5.6 MODELO DE ALTITUD DEL HELICÓPTERO.

La función de transferencia de la posición de altitud del helicóptero es dada por:

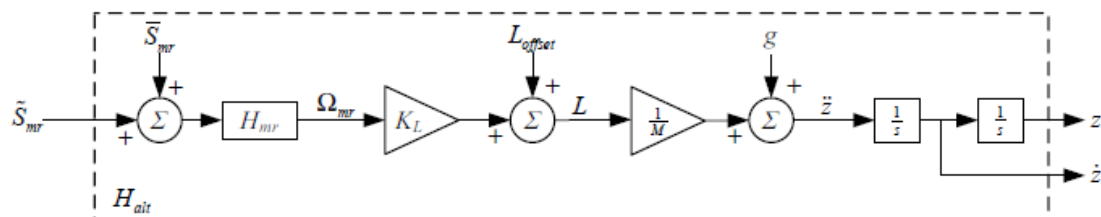


Figura 2.13 Modelo de altitud del helicóptero. [19]

Dónde:

L es el empuje de sustentación del rotor principal

$L_{offset} = 8,26\text{N}$ es la intersección con el eje de la abscisa de la función L

$M = 2\text{ kg}$ es la masa del helicóptero

$K_L = -0,126\text{ Ns/rad}$ es la ganancia de Ω_{mr} a L

$g = 9,8\text{m/s}^2$ es el valor de la gravedad

H_{mr} es una función de segundo grado que representa la función de transferencia de un servo motor que es utilizado como actuador en el helicóptero.

$$H_{mr} = \frac{25}{s^2 + 10s + 25}$$

Ecuación 2.5-28

Al remplazar los valores de las variables y realizando la reducción del diagrama de bloques de la Figura 2.13 se obtiene la función de transferencia del movimiento de altitud del helicóptero.

$$H_z = \frac{6.54 \times 10^4 s^2 + 2.61 \times 10^4 s + 6.47 \times 10^4}{25s^4 + 10s^3 + 25s^2}$$

Ecuación 2.5-29

2.5.7 MODELO LATERAL DEL HELICÓPTERO.

El movimiento lateral del helicóptero es producido por el ángulo ϕ que genera un momento de alabeo (roll), debido a la inclinación que produce el rotor principal.

Para modelar este movimiento se asume que existe una relación entre la entrada de control S_{lat} y el ángulo de alabeo (ϕ), la misma que dice que la velocidad angular roll es proporcional a la entrada S_{lat} .

$$\phi = \frac{K_{lat}}{s} S_{lat}$$

Ecuación 2.5-30

Dónde: ϕ es el ángulo roll del helicóptero.

$K_{lat} = -2\text{ rad/s}$ es la ganancia DC de S_{lat} a ϕ

S_{lat} es la entrada de control.

Para evitar acoplamientos cruzados entre los diferentes parámetros del helicóptero se asume que el empuje de sustentación es igual a

$$L = mg.$$

Ecuación 2.5-31

Con lo cual, la aceleración del helicóptero en el eje y puede ser calculada como:

$$\ddot{y} = \frac{Ly}{M}$$

Ecuación 2.5-32

Dónde: Ly es la proyección del empuje de sustentación sobre el eje y, el cual es calculado de la siguiente manera:

$$Ly = L \sin(\phi)$$

Ecuación 2.5-33

Se asume que se trabaja con ángulos pequeños con lo cual

$$\sin(\phi) = \phi$$

Ecuación 2.5-34

Sustituyendo las Ecuaciones 2.5-31 y 2.5-34 en 2.5-33 se obtiene:

$$Ly = Mg \phi$$

Ecuación 2.5-35

Remplazando la Ecuación 2.5-35 en 2.5-32 se tiene:

$$\ddot{y} = \frac{Mg \phi}{M}$$

Ecuación 2.5-36

Integrando dos veces la aceleración en y para obtener la posición en y se tiene:

$$y = \frac{\ddot{y}}{s^2}$$

Ecuación 2.5-37

Trabajando con las Ecuaciones 2.5-30, 2.5-36 en 2.5-37:

$$y = \frac{g}{s^2} \frac{K_{lat}}{s} S_{lat}$$

Ecuación 2.5-38

Con lo cual, se obtiene la función de transferencia del movimiento lateral del helicóptero:

$$H_y = \frac{gK_{lat}}{s^3}$$

Ecuación 2.5-39

Remplazando los valores de g y K_{lat} , finalmente se obtiene:

$$H_y = \frac{-19.6}{s^3}$$

Ecuación 2.5-40

2.5.8 MODELO LONGITUDINAL DEL HELICÓPTERO.

El movimiento longitudinal del helicóptero se modela exactamente de la misma manera que el lateral, con la diferencia que el ángulo θ interviene en este movimiento y genera un momento de cabeceo (pitch).

La función de transferencia será la misma que la del movimiento lateral, con una diferencia en el signo, debido a que la proyección del empuje de sustentación sobre el eje x es:

$$L_x = -L \sin(\theta)$$

Ecuación 2.5-41

Con lo cual, la función de transferencia del movimiento longitudinal es:

$$H_x = -\frac{gK_{lon}}{s^3}$$

Ecuación 2.5-42

Donde $K_{lon} = -2$ rad/s es la ganancia DC de S_{lon} a θ

Finalmente, la función de transferencia es:

$$H_x = \frac{19.6}{s^3}$$

Ecuación 2.5-43

2.5.9 MODELO DE ORIENTACION DEL HELICÓPTERO.

El modelo de orientación del helicóptero es caracterizado por el ángulo yaw (ψ) y es modelado como una simple ganancia de la entrada a la salida que en este caso es la velocidad angular en yaw (ψ).

La función de transferencia de la orientación del helicóptero es:

$$H_\psi = \frac{K_{yaw}}{s}$$

Ecuación 2.5-44

Donde $K_{yaw} = 1$ rad/s

Con lo cual se obtiene:

$$H_\psi = \frac{1}{s}$$

Ecuación 2.5-45

De esta manera con las Ecuaciones 2.5-29, 2.5-40, 2.5-43, 2.5-45 queda definido el modelo lineal del helicóptero.

$$H_x = \frac{19.6}{s^3}$$

$$H_y = \frac{-19.6}{s^3}$$

$$H_z = \frac{6.54 \times 10^4 s^2 + 2.61 \times 10^4 s + 6.47 \times 10^4}{25s^4 + 10s^3 + 25s^2}$$

$$H_\psi = \frac{1}{s}$$

Ecuación 2.5-46

CAPÍTULO 3

3. DESARROLLO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS.

El desarrollo, simulación y control de los modelos matemáticos se desarrolla utilizando MATLAB y Simulink. Para la implementación de los modelos matemáticos obtenidos en el Capítulo 2, se utilizan los diferentes bloques de Simulink, además de s-functions que son archivos .m en los cuales se genera un código de programa útil en la implementación del modelo. De la misma manera para la implementación de los controles se utiliza los diferentes bloques de Simulink, como son:

- Bloque de control PID, en el cual se puede cargar los valores de las ganancias proporcional, integral y derivativo.

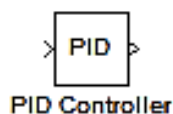


Figura 3.1 Bloque controlador PID

- Bloque de Lógica Difusa, en el cual se carga el controlador previamente realizado en el toolbox Fuzzy Logic.

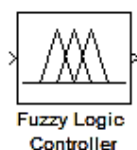


Figura 3.2 Bloque controlador Lógica Difusa

- Bloque de Redes Neuronales, en el cual se genera la red neuronal previamente realizada en Matlab.

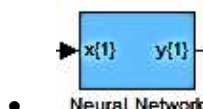


Figura 3.3 Bloque controlador redes neuronales

- Bloque de función, en el cual se carga el archivo .m que contiene el controlador basado en Álgebra Lineal.

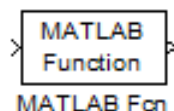


Figura 3.4 Bloque de función de MATLAB

3.1 SIMULACIÓN Y CONTROL UAV AVIÓN PVTOL.

El modelo del avión PVTOL implementado en Simulink basándose en las Ecuaciones 2.1-11 es:

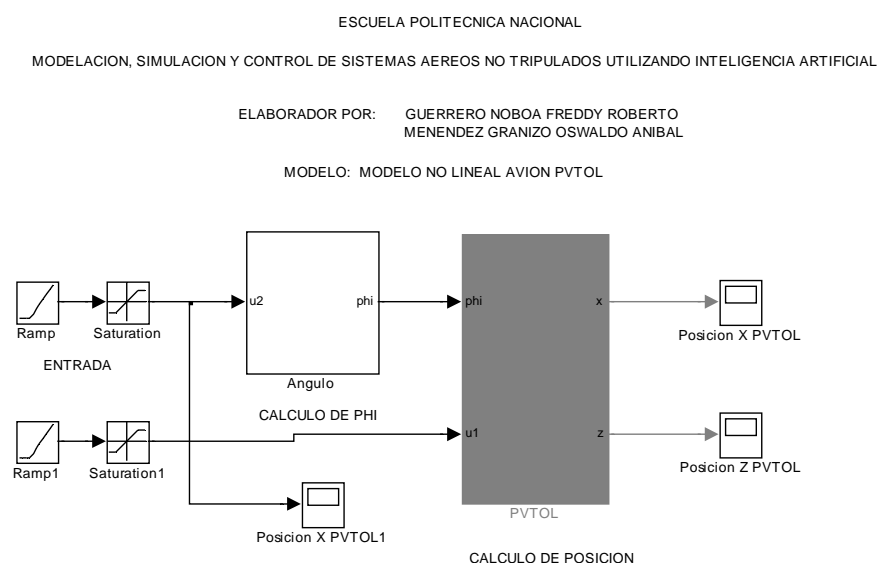


Figura 3.5 Modelo del avión PVTOL

El modelo del avión PVTOL consta de las entrada de control u_1 , u_2 un bloque de cálculo del ángulo ϕ y un bloque de cálculo de la posición del avión PVTOL.

El bloque de cálculo del ángulo ϕ consiste de dos integradores, mientras que el bloque de posición del avión PVTOL contiene una s-function para el respectivo cálculo, como se muestra en las Figuras 3.6 y 3.7 respectivamente.

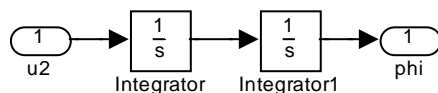


Figura 3.6 Bloque de cálculo de phi del avión PVTOL

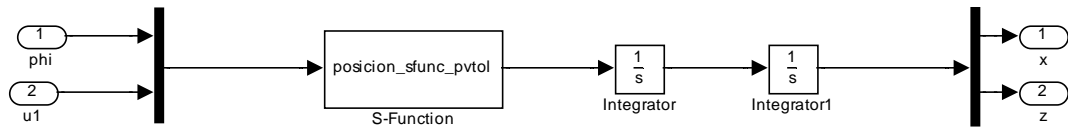


Figura 3.7 Bloque de cálculo de posición del avión PVTOL

3.1.1 SIMULACIÓN UAV AVIÓN PVTOL.

Una vez implementado el modelo, se coloca una entrada (u_1, u_2) tipo rampa a cada entrada de control, con una saturación en el valor de 10.

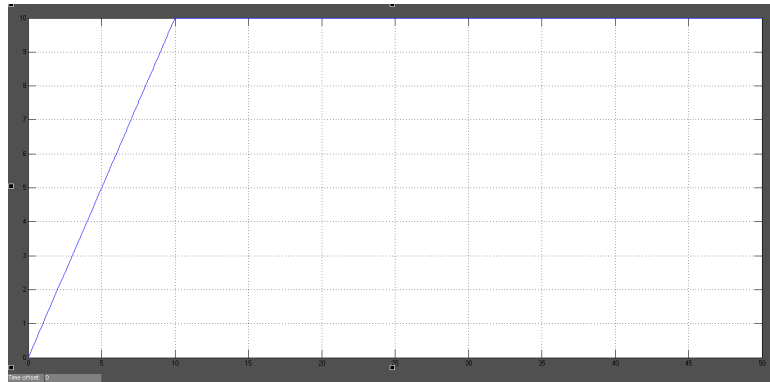


Figura 3.8 Entrada de control (u_1, u_2) del avión PVTOL

Al aplicar la entrada de control de la figura 3.8 a u_1, u_2 se espera que el avión PVTOL alcance la posición 10 en x, y en z. Las respuestas en x, z se muestran en las figuras 3.9 y 3.10, respectivamente.

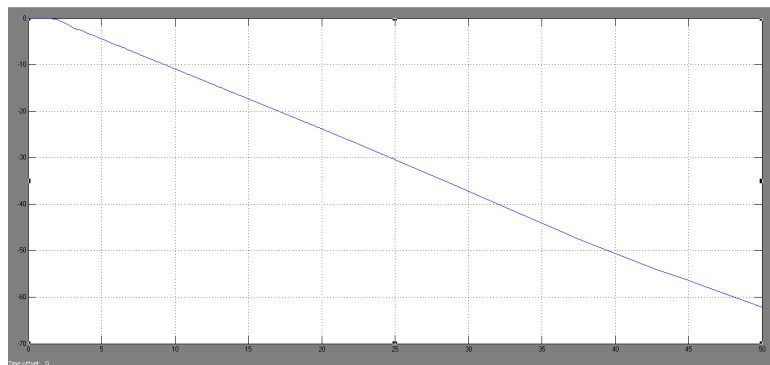


Figura 3.9 Respuesta x del avión PVTOL

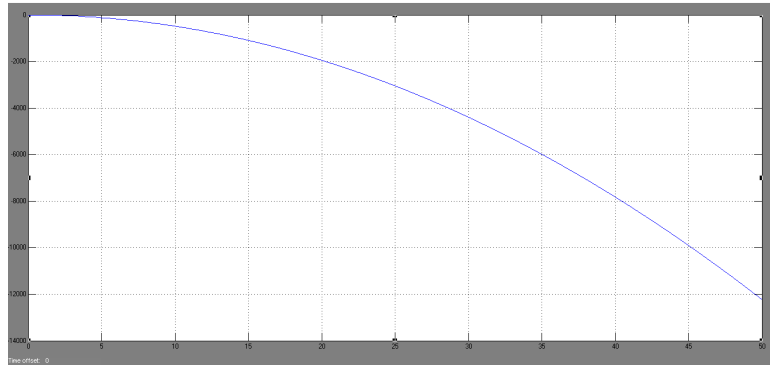


Figura 3.10 Respuesta z del avión PVTOL

Las respuestas en los ejes x, z indican que el avión PVTOL no sigue la trayectoria deseada, por lo que es necesario introducir un controlador al modelo para lograr la posición deseada.

3.1.2 CONTROL DEL UAV AVIÓN PVTOL.

Para realizar el control de posición del avión PVTOL es necesario agregar un bloque de generación de trayectoria adicional al modelo, el mismo que contenga los controladores que serán los encargados de generar las señales de entrada al modelo (u_1, u_2). De igual manera para el control del avión PVTOL se trabaja con los 12 estados de un cuerpo rígido que son: posición (x, y, z), orientación (ϕ, θ, ψ), velocidad lineal ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$) y velocidad angular ($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$).

Para el caso del avión PVTOL, que posee tres grados de libertad (x, z, ϕ), se trabaja solo con estos parámetros, los demás parámetros se cargan con cero (0). Los 12 estados del PVTOL se trabajan por medio del bloque de Simulink: Bus creator, que permite generar una sola línea de datos con los 12 parámetros, ésta línea toma el nombre de Estados PVTOL en el modelo. Para el control de la señal de control (u_1) se utiliza un controlador PID cuya entrada es el error entre la altura deseada y la posición real en y del avión PVTOL, mientras que para el control de la señal de control (u_2) se utilizará un control combinado entre PID y lógica difusa, así como PID y Redes Neuronales.

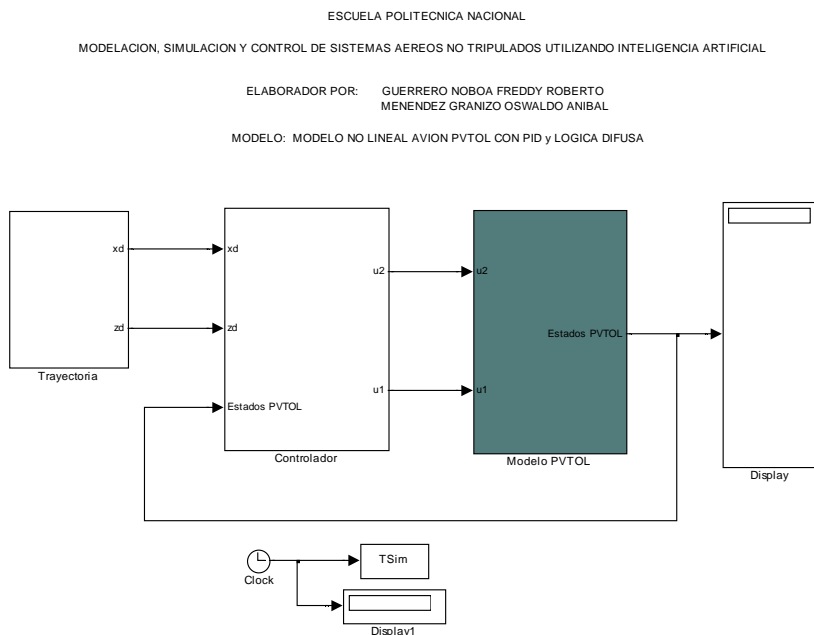


Figura 3.11 Modelo de control del avión PVTOL

3.1.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [23], [24], [25], [26]

El controlador basado en lógica difusa se utiliza para el control de posicionamiento en x , el cual permite adaptar variables, es decir de un valor de x deseado obtener un valor de ϕ deseado, el cual será la entrada de un PID que genera la señal de control (u_2). Para diseñar el controlador basado en lógica difusa se utiliza el Toolbox de Matlab Fuzzy Logic.

Primero, se elige dos entradas para el controlador y una salida:

- Entrada de error de posición, que se obtiene al restar la posición deseada de la posición real del avión PVTOL.
- Entrada de velocidad del avión PVTOL, en este caso será la velocidad en x del avión PVTOL.
- Salida de control, la cual es el ángulo ϕ deseado.

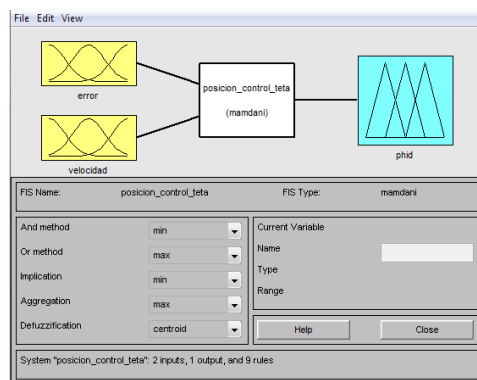


Figura 3.12 Entradas y salida del controlador de lógica difusa

Las funciones de membresía de las entradas y la salida fueron realizadas de la siguiente manera:

Función de membresía del error, que posee un rango máximo de error entre $[-60, 60]$ en el cual se consideran tres funciones: negativo, cero y positivo.

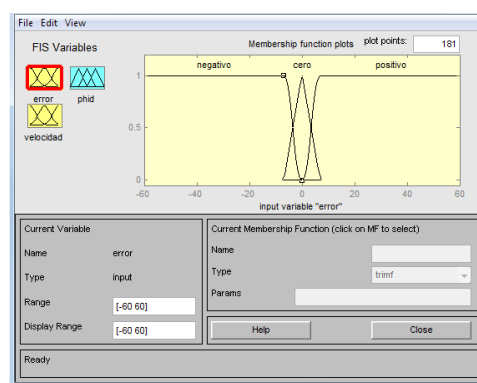


Figura 3.13 Función de membresía del error

Función de membresía de la velocidad del avión PVTOL, que posee un rango entre $[-10, 10]$ en el cual se consideran tres funciones: negativo, cero y positivo.

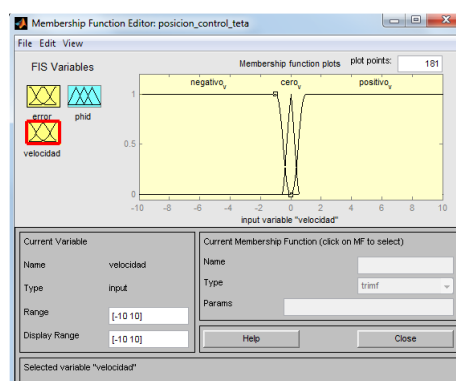


Figura 3.14 Función de membresía de la velocidad

Función de membresía de salida de control, que posee un rango entre $[-0.02, 0.02]$, debido a que se debe generar ángulos pequeños comprendidos

entre -1.14° y 1.14° , en el cual se consideran nueve funciones: $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8$ y s_9 , todas del tipo triangular, en donde:

s_1 = ángulo negativo grande

s_2 = ángulo negativo poco grande

s_3 = ángulo negativo muy pequeño

s_4 = ángulo negativo pequeño

s_5 = ángulo cero

s_6 = ángulo positivo pequeño

s_7 = ángulo positivo muy pequeño

s_8 = ángulo positivo poco grande

s_9 = ángulo positivo grande.

Se elige nueve funciones para obtener una mayor pertenencia entre las variables del controlador.

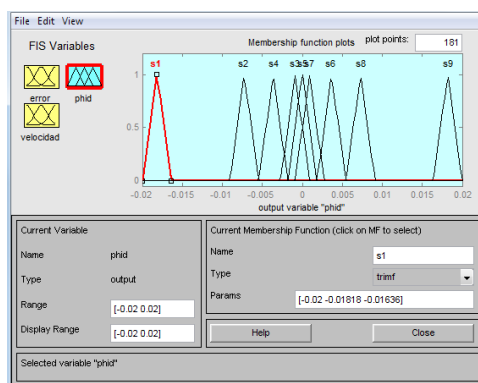


Figura 3.15 Función de membresía de la salida de control

Con las funciones de membresía de las entradas y salida definidas se procede a elaborar las reglas del controlador, las mismas que son:

- Si error es negativo y velocidad es negativa, entonces salida es negativo grande.
- Si error es cero y velocidad es negativa, entonces salida es negativo poco grande.
- Si error es positivo y velocidad es negativa, entonces salida es negativo muy pequeño.
- Si error es negativo y velocidad es cero, entonces salida es positivo pequeño.
- Si error es cero y velocidad es cero, entonces salida es cero.

- Si error es positivo y velocidad es cero, entonces salida es negativo pequeño.
- Si error es negativo y velocidad es positivo, entonces salida es positivo muy pequeño.
- Si error es cero y velocidad es positivo, entonces salida es positivo poco grande.
- Si error es positivo y velocidad es positivo, entonces salida es positivo grande.

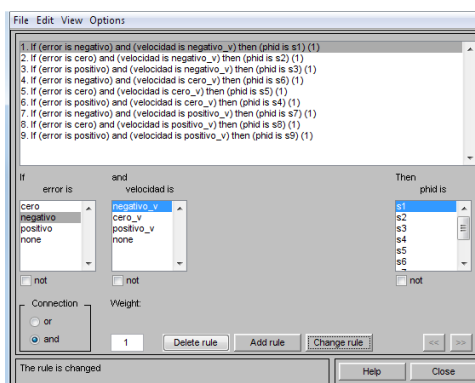


Figura 3.16 Reglas del controlador de lógica difusa

3.1.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [4]

Para el control del modelo en z , es decir alcanzar una altura deseada, se utiliza un PID, el cual toma el error entre la altura deseada y la altura real del avión PVTOL y genera un valor de entrada (u_1) al modelo.

La función del controlador PID es tomar el error de una medición y reducir el error a cero, en este caso calcular los valores deseados de las entradas de control (u_1, u_2) que eliminen el error.

3.1.4.1 Diseño del controlador PID para altura del avión PVTOL.

El PID para control de altura interviene directamente en la entrada de control (u_1), para lo cual el diagrama del controlador es el siguiente:

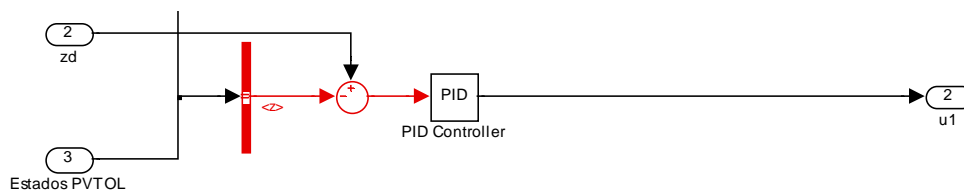


Figura 3.17 Diagrama PID para control altura del avión PVTOL.

En la Figura 3.17 se observa que la entrada del PID es el error entre la altura deseada (z_d) y la altura real del avión PVTOL, la misma que es realimentada a través del bus de datos (Estados PVTOL), y la salida del PID se conecta directamente a la entrada de control (u_1).

La sintonización del PID se realiza mediante prueba y error debido a que se trata de un sistema no lineal y lo que se busca con el control PID es mantener una referencia. Con lo cual las constantes del controlador PID luego de realizar algunas pruebas son:

Tabla 3.1 Valores PID para altura del avión PVTOL

Controlador PID para altura del avión PVTOL	P	I	D
	40	1	10

3.1.4.2 Diseño del controlador PID para posición en x del avión PVTOL.

El PID para control de posición en x interviene directamente en la entrada de control (u_2), el cual se une con el controlador basado en lógica difusa para generar la entrada de control. La entrada del PID es el error entre el ángulo ϕ deseado, que es obtenido mediante el controlador de lógica difusa, y el ángulo ϕ actual del avión que es realimentado.

El esquema de control es el siguiente:

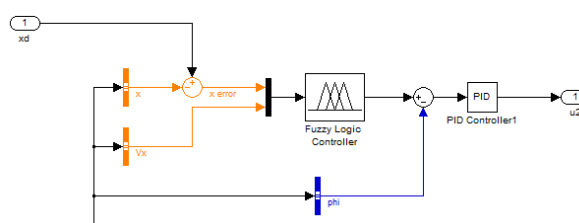


Figura 3.18 Esquema de control de posición en x del avión PVTOL

El PID diseñado es un controlador PD, debido a que al realizar pruebas con parte integral el sistema se vuelve inestable. Siguiendo el procedimiento de 3.1.4.1 las constantes del PID son:

Tabla 3.2 Valores PID para posición en x del avión PVTOL

Controlador PID para posición en x del avión PVTOL	P	I	D
	10	0	10

El control conjunto entre lógica difusa y PID se muestra a continuación:

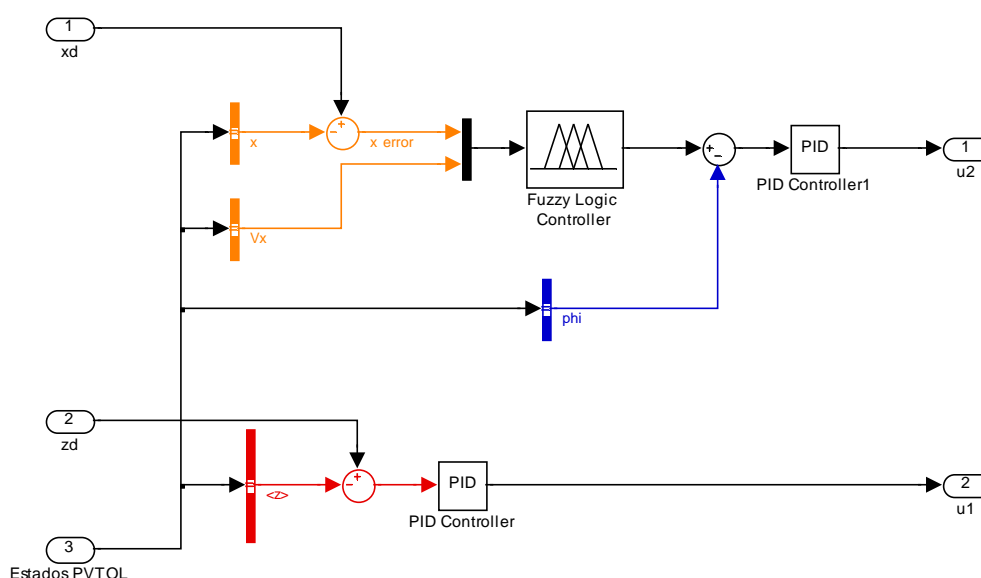


Figura 3.19 Diagrama de control conjunto PID y lógica difusa para el avión PVTOL

3.1.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [27]

El controlador basado en redes neuronales, al igual que el controlador basado en lógica difusa, se utiliza para el control de posicionamiento en x, el cual permite adaptar variables, es decir de un valor de x deseado obtener un valor de ϕ deseado, el cual será la entrada de un PID que genera la señal de control (u_2). Para diseñar el controlador basado en redes neuronales primero se crea la red neuronal en un archivo .m de Matlab para luego ser exportado a Simulink.

Para diseñar el controlador basado en redes neuronales se utiliza la función `newff`. En el diseño se considera que la entrada de la red neuronal es el error de posición y la velocidad del avión PVTOL y la salida es el valor de ϕ deseado.

Las funciones de entrada: error de posición y velocidad están en el intervalo entre -1 a 1. Además la red neuronal tendrá seis capas ocultas. La función de activación de la red neuronal para la entrada y salida de la red neuronal es 'tansig' que representa una función tangente. El entrenamiento de la red neuronal se realiza por medio de la función 'trainlm' que es la función que presenta el Matlab por default. El código para generar esta red neuronal es:

```
net = newff([-1 1; -1 1], [6,1], {'tansig','tansig'}, 'traingdx');
```

Las salidas deseadas de la red neuronal entrenada son las siguientes:

```
Pos_Vel = [ -1    0    1    1    0   -1   -1    0    1 ;
            -1   -1   -1    0    0    0    1    1    1 ];
Angulo   = [ -0.182  -0.073  -0.0091  -0.0364  0  0.0364  0.0091
            0.073   0.182];
```

Donde la matriz `Pos_Vel` es una matriz que representa las entradas de la red neuronal: error de posición y velocidad, mientras que la matriz `Angulo` representa la salida de la red neuronal. La red neuronal es programada para que efectúe 10000 interacciones en su entrenamiento con un error de 0.0000001.

```
net.trainParam.epochs = 10000;
net.trainParam.goal    = 0.0000001;
net = train(net, Pos_Vel, Angulo);
```

Una vez entrenada la red neuronal se la exporta al entorno de Simulink.

```
sim(net,Pos_Vel)
gensim(net,-1)
```

Con lo cual se obtiene el controlador basado en redes neuronales.

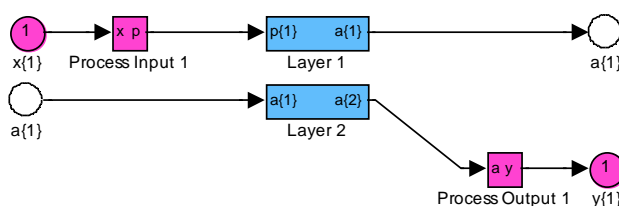


Figura 3.20 Controlador basado en redes neuronales para el avión PVTOL

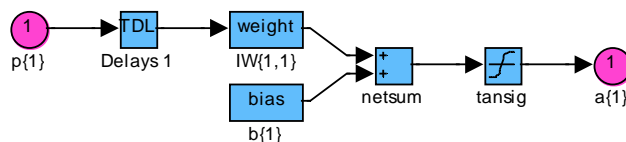


Figura 3.21 Red neuronal con función de activación

En la Figura 3.21 se muestra que la función ‘tansig’ es utilizada para activar la red neuronal.

El controlador completo de redes neuronales se muestra en la Figura 3.22.

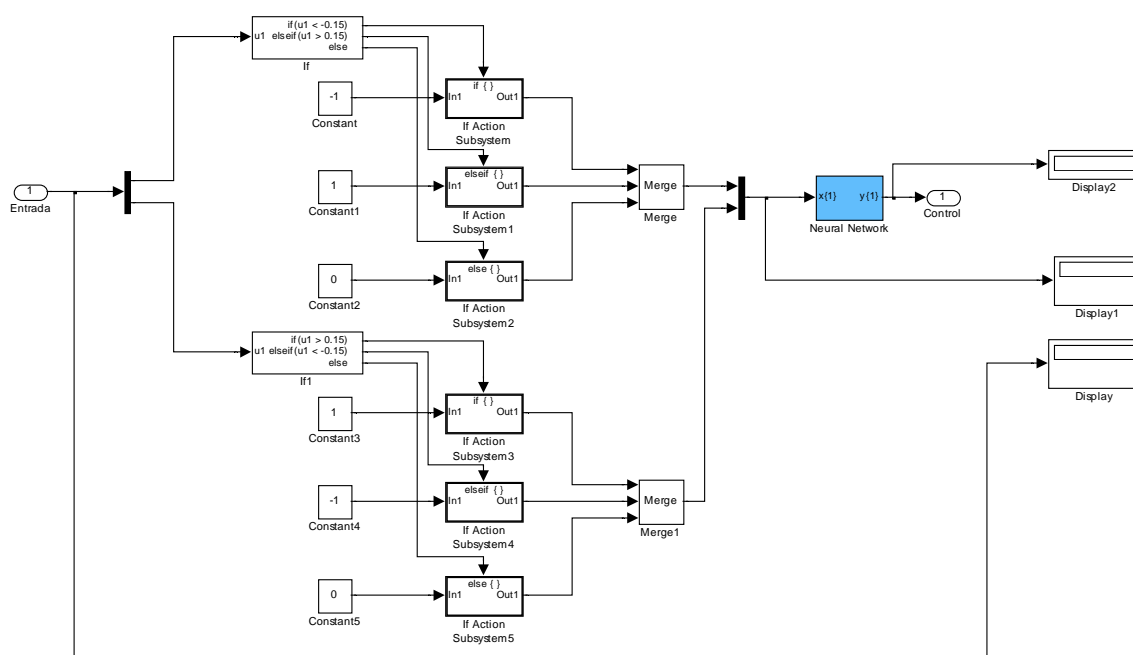


Figura 3.22 Controlador basado en redes neuronales para el avión PVTOL.

Las entradas del controlador basado en redes neuronales son acondicionadas mediante una selección previa de las entradas, error de posición y velocidad, las cuales generarán las señales de salida del controlador.

El controlador basado en redes neuronales se complementa con un PID para mantener la referencia del ángulo. Las constantes del controlador PID luego de realizar algunas pruebas son:

Tabla 3.3 Valores PID complementario para redes neuronales del avión PVTOL

Controlador PID	P	I	D
	10	0	10

3.1.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV AVIÓN PVTOL. [11]

El objetivo de diseñar el controlador basado en algebra lineal es obtener las señales (u_1, u_2) que permitan al avión PVTOL seguir una trayectoria deseada (x_d, z_d) .

El primer paso en el diseño del controlador consiste en expresar el modelo del avión PVTOL mostrado en la Ecuación 3.1-1 en espacio de Estado, considerando una masa de 1kg, como un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= (-u_1 \sin(\phi)) \\ \ddot{z} &= (u_1 \cos(\phi) - 1) \\ u_2 &= \ddot{\phi}\end{aligned}$$

Ecuación 3.1-1 Modelo del avión PVTOL

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ z \\ \dot{z} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.1-2 Variables de estado

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -u_1 \sin(x_5) \\ x_4 \\ u_1 \cos(x_5) - 1 \\ x_6 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.1-3 Modelo avión PVTOL en espacio de estado

Usando la aproximación de Euler tenemos:

$$\begin{aligned}x_{1(n+1)} &= x_{1(n)} + T_o x_{2(n)} \\ x_{2(n+1)} &= x_{2(n)} - T_o u_{1(n)} \sin(x_{5(n)}) \\ x_{3(n+1)} &= x_{3(n)} + T_o x_{4(n)} \\ x_{4(n+1)} &= x_{4(n)} + T_o u_{1(n)} \cos(x_{5(n)}) - T_o \\ x_{5(n+1)} &= x_{5(n)} + T_o x_{6(n)} \\ x_{6(n+1)} &= x_{6(n)} + T_o u_{2(n)}\end{aligned}$$

Ecuación 3.1-4 Aproximación de Euler del modelo del avión PVTOL

Expresando la Ecuación 3.1-4 en forma matricial se tiene

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -T_o \sin(x_{5(n)}) & 0 \\ 0 & 0 \\ T_o \cos(x_{5(n)}) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & T_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1(n+1)} - x_{1(n)} - T_o x_{2(n)} \\ x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{3(n+1)} - x_{3(n)} - T_o x_{4(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} + T_o \\ x_{5(n+1)} - x_{5(n)} - T_o x_{6(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.1-5 Modelo del avión PVTOL expresado en forma matricial

La ecuación 3.1-5 representa un sistema de ecuaciones lineales que permite calcular las acciones de control ($u1, u2$) para cada instante de muestreo, con el fin de que el avión PVTOL siga la trayectoria deseada. Ahora, es necesario especificar las condiciones para que éste sistema tenga solución exacta. La primera condición es que el sistema de 3 ecuaciones con 2 incógnitas posea solución exacta.

$$\begin{bmatrix} -\sin(x_{5(n)}) & 0 \\ \cos(x_{5(n)}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} + T_o \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.1-6

$$\begin{bmatrix} -T_o \sin(x_{5(n)}) \\ T_o \cos(x_{5(n)}) \end{bmatrix} [u1] = \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} + T_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.1-7

Utilizando la Ecuación 3.1-7 se puede verificar que el sistema posee solución exacta al calcular x_{5ez} mediante la división entre la fila 1 y 2.

$$\frac{-T_o \sin(x_{5(n)})}{T_o \cos(x_{5(n)})} = \frac{x_{2(n+1)} - x_{2(n)}}{x_{4(n+1)} - x_{4(n)} + T_o}$$

Ecuación 3.1-8

$$-tg(x_{5ez}) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_4 + T_o}$$

Ecuación 3.1-9

Donde x_{5ez} es la variable de referencia para que el sistema de la Ecuación 3.1-5 posea solución exacta y de esta manera el avión PVTOL siga la trayectoria deseada. Esta variable de referencia representa la orientación necesaria que debe tener el avión PVTOL para que el error de seguimiento sea igual a cero. De igual manera de la Ecuación 3.1-5 las filas 1, 3, 5 deben cumplir la condición de igualdad a cero, entonces

$$\begin{bmatrix} x_{2(n)} \\ x_{4(n)} \\ x_{6(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{1ref(n+1)} - x_{1(n)} \\ x_{3ref(n+1)} - x_{3(n)} \\ x_{5ref(n+1)} - x_{5(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.1-10

Con el objetivo de que el error de seguimiento tienda a cero, se definen las siguientes expresiones

$$x_{1ref(n+1)} = xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)})$$

$$x_{3ref(n+1)} = xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)})$$

$$x_{5ref(n+1)} = xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)})$$

Ecuación 3.1-11

Donde k_1, k_3, k_5 son constantes de diseño entre 0 y 1.

Remplazando la Ecuación 3.1-11 en la Ecuación 3.1-10 se obtiene la velocidad necesaria del avión PVTOL para que el error de seguimiento sea cero. Estos valores son los deseados de velocidad. Por lo que se representa con el subíndice d .

$$x_{d2(n+1)} = \frac{xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) - x_{1(n)}}{T_o}$$

$$x_{d4(n+1)} = \frac{xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) - x_{3(n)}}{T_o}$$

$$x_{d6(n+1)} = \frac{xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) - x_{5(n)}}{T_o}$$

Ecuación 3.1-12

Aplicando la misma estructura de enfoque que la expresada en 3.1-11 con los valores que se obtuvieron en 3.1-12, para hacer que la velocidad del avión PVTOL tienda a la velocidad de referencia.

$$x_{2ref(n+1)} = xd_{2(n+1)} - k_2(xd_{2(n)} - x_{2(n)})$$

$$x_{4ref(n+1)} = xd_{4(n+1)} - k_4(xd_{4(n)} - x_{4(n)})$$

$$x_{6ref(n+1)} = xd_{6(n+1)} - k_6(xd_{6(n)} - x_{6(n)})$$

Ecuación 3.1-13

Donde k_2, k_4, k_6 son constantes de diseño entre 0 y 1.

Con lo cual el sistema final por ser resuelto es el siguiente

$$\begin{bmatrix} -\sin(x_{5ez}) & 0 \\ \cos(x_{5ez}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2ref(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4ref(n+1)} - x_{4(n)} + T_o \\ x_{6ref(n+1)} - x_{6(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.1-14

La Ecuación 3.1-14 expresada de manera simplificada es:

$$A x = b$$

Ecuación 3.1-15

Para resolver el sistema de la Ecuación 3.1-14 se utiliza la matriz pseudo inversa para encontrar las acciones de control.

La solución del sistema puede ser encontrado de la siguiente manera

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

Ecuación 3.1-16

Entonces

$$\begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -\sin(x_{5ez}) & \cos(x_{5ez}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(x_{5ez}) & 0 \\ \cos(x_{5ez}) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -\sin(x_{5ez}) & \cos(x_{5ez}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} b$$

$$\begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -\frac{x_{2ref(n+1)} - x_{2(n)}}{T_o} \sin(x_{5ez}) + \frac{x_{4ref(n+1)} - x_{4(n)}}{T_o} \cos(x_{5ez}) \\ \frac{x_{6ref(n+1)} - x_{6(n)}}{T_o} \end{pmatrix}$$

Con lo cual las acciones de control son:

$$u1 = -\frac{x_{2ref(n+1)} - x_{2(n)}}{T_o} \sin(x_{5ez}) + \frac{x_{4ref(n+1)} - x_{4(n)}}{T_o} \cos(x_{5ez})$$

$$u2 = \frac{x_{6ref(n+1)} - x_{6(n)}}{T_o}$$

Ecuación 3.1-17 Acciones de control del avión PVTOL

3.2 SIMULACIÓN Y CONTROL UAV CUADRICÓPTERO.

El modelo del Cuadricóptero implementado en Simulink basándose en las Ecuaciones 2.2-27 es:

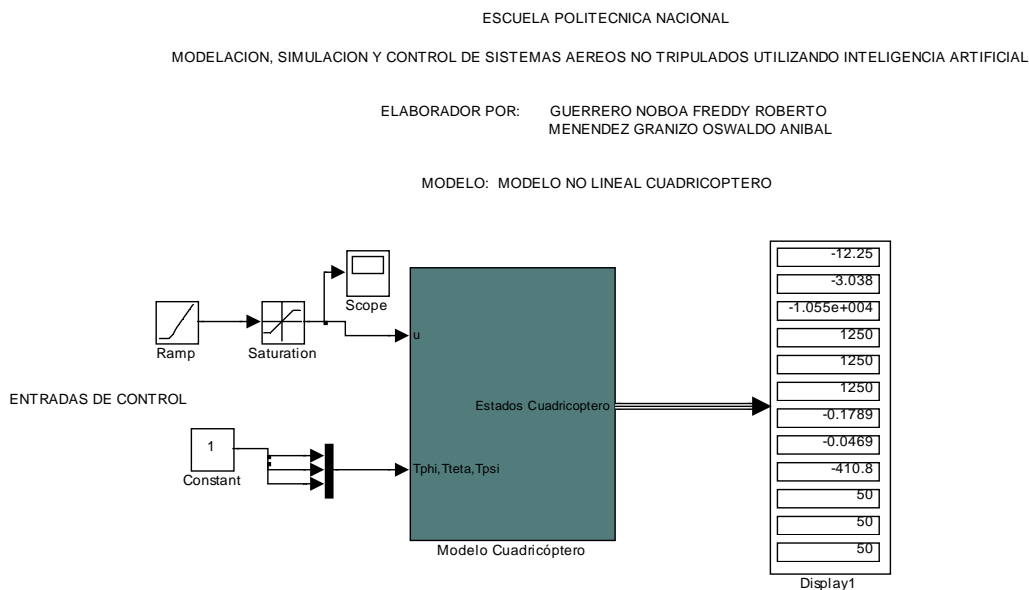


Figura 3.23 Modelo del Cuadricóptero.

El modelo implementado del cuadricóptero posee las entradas de control que son: $u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ y un bloque que contiene el modelo del cuadricóptero implementado en una s-function, como se muestra en la Figura 3.24.

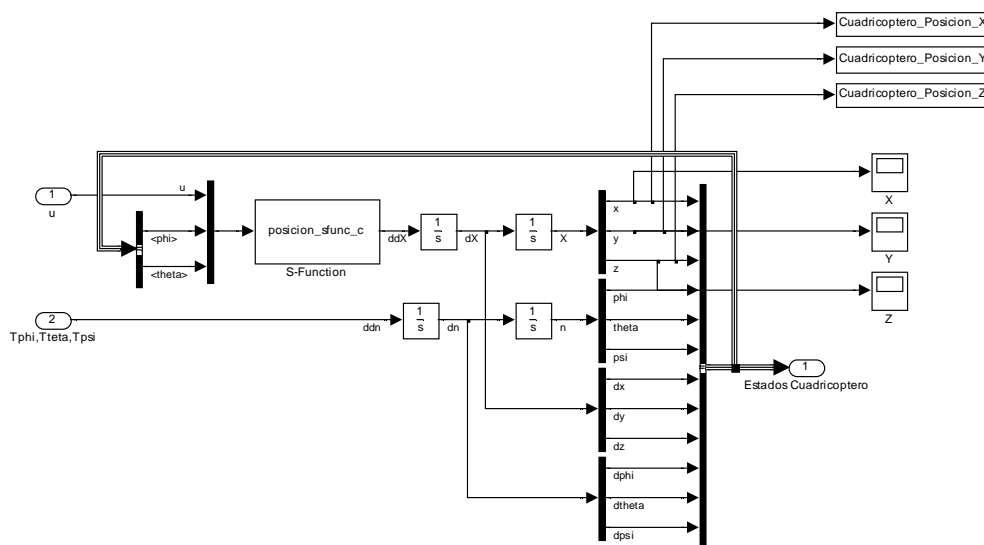


Figura 3.24 Bloque del modelo del cuadricóptero

3.2.1 SIMULACIÓN UAV CUADRICOPTERO

Una vez implementado el modelo, se coloca una entrada (u) tipo rampa, con una saturación en el valor de 15 y se coloca una entrada tipo paso con el valor de 1 Nm. a cada entrada de control de torque ($\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$).

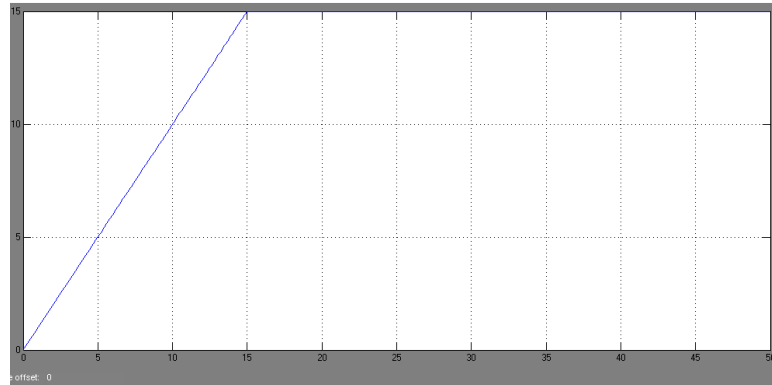


Figura 3.25 Entrada de control u del cuadricóptero

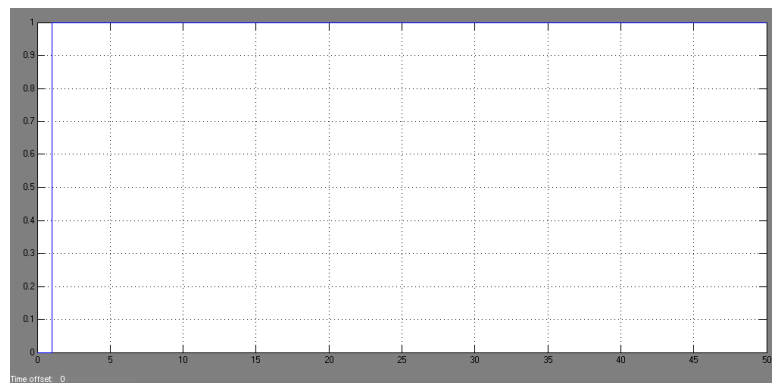


Figura 3.26 Entrada de control para los torques del cuadricóptero

Con dichas entradas de control se realiza la simulación con un tiempo de 50s, las respuestas de posición en x , y , z son las siguientes:

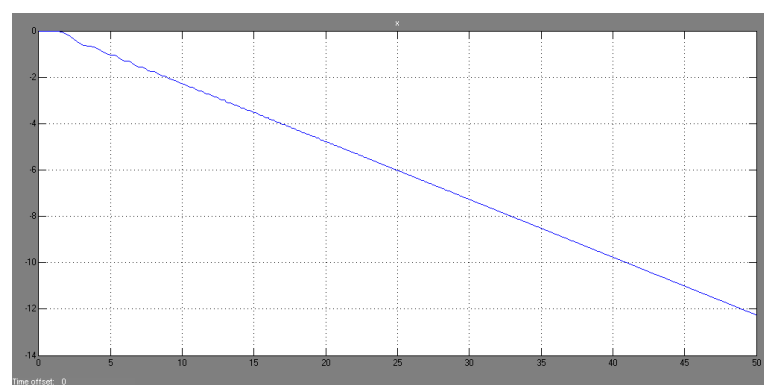


Figura 3.27 Respuesta en x del cuadricóptero

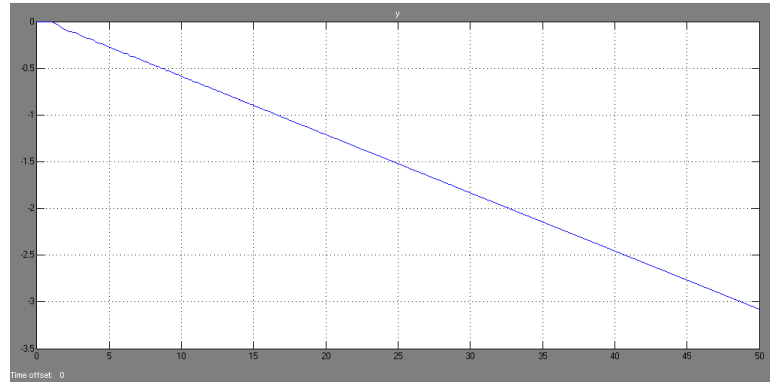


Figura 3.28 Respuesta en y del cuadricóptero

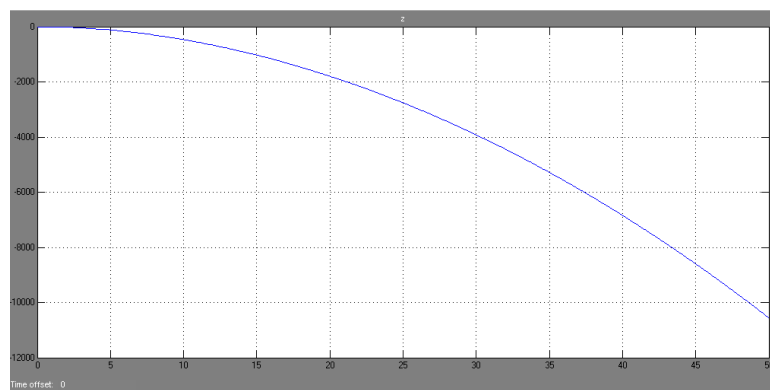


Figura 3.29 Respuesta en z del cuadricóptero

Las Figuras 3.27, 3.28, 3.29 muestran las respuestas del cuadricóptero en los ejes x, y, z respectivamente, las cuales tratan de seguir la forma de rampa de la entrada de control (u) pero crecen sin control al transcurrir el tiempo, por lo que es necesario implementar acciones de control para que el cuadricóptero realice una trayectoria deseada.

3.2.2 CONTROL DEL UAV CUADRICÓPTERO.

Para realizar el control de posición del cuadricóptero es necesario agregar un bloque de generación de trayectoria adicional al modelo, el mismo que contenga los controladores que serán los encargados de generar las señales de entrada al modelo $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$.

De igual manera para el control del cuadricóptero se trabaja con los 12 estados de un cuerpo rígido que son: posición (x, y, z) , orientación (ϕ, θ, ψ) , velocidad lineal $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ y velocidad angular $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$.

El control del cuadricóptero se realiza para un ángulo de guiñada (ψ) igual a cero, con lo cual $\tau_\psi = 0$, para evitar el movimiento sobre el propio eje del cuadricóptero. Para el control de la fuerza de sustentación del cuadricóptero (u) se utilizará un controlador PID cuya entrada es el error entre la altura deseada y la posición real en z del cuadricóptero, mientras que para el control de los torques ($\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$) se utilizará un control combinado entre PID y lógica difusa, así como PID y redes neuronales.

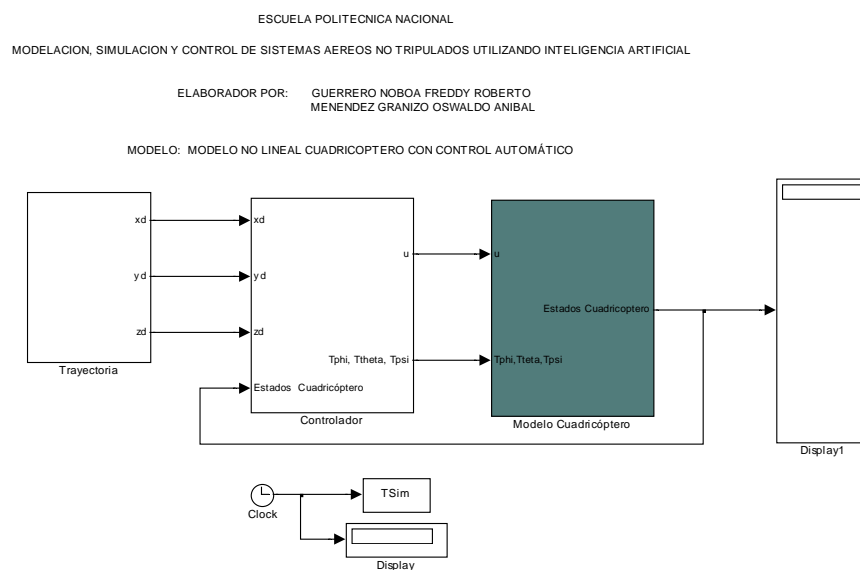


Figura 3.30 Modelo para control del cuadricóptero

3.2.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL CUADRICÓPTERO. [23], [24], [25], [26]

Se utiliza dos controladores basados en lógica difusa, uno para calcular el ángulo θ deseado y otro para calcular el ángulo ϕ deseado. Estos controladores permiten adaptar variables, es decir, pasar de una trayectoria deseada a un valor de ángulo deseado.

Para encontrar el ángulo θ deseado el controlador basado en lógica difusa presenta como entradas la posición y velocidad en x , y como salida se obtiene el ángulo θ .

Para encontrar el ángulo ϕ deseado el controlador basado en lógica difusa presenta como entradas la posición y velocidad en y, y como salida se obtiene el ángulo ϕ .

El diseño de los controladores basados en lógica difusa se utiliza exactamente el mismo procedimiento que en la sección 3.1.3.

3.2.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV CUADRICÓPTERO.

[4]

Para el control del cuadricóptero se utiliza tres PID.

- Uno para el control de altura deseada para la entrada de control (u).
- Uno para acoplar el ángulo θ a la entrada de control (τ_θ)
- Uno para acoplar el ángulo ϕ a la entrada de control (τ_ϕ)

El diseño de los controladores PID se realiza de la misma manera que en la sección 3.1.4, con lo cual los valores de las constantes de los diferentes PID son:

Tabla 3.4 Valores PID para altura del cuadricóptero.

Controlador PID para altura del cuadricóptero	P	I	D
	70	0	0

Tabla 3.5 Valores PID para τ_θ del cuadricóptero.

Controlador PID para τ_θ del cuadricóptero	P	I	D
	10	0	10

Tabla 3.6 Valores PID para τ_ϕ del cuadricóptero.

Controlador PID para τ_ϕ del cuadricóptero	P	I	D
	10	0	10

Con lo cual el diagrama de control combinado entre PID y lógica difusa es el siguiente:

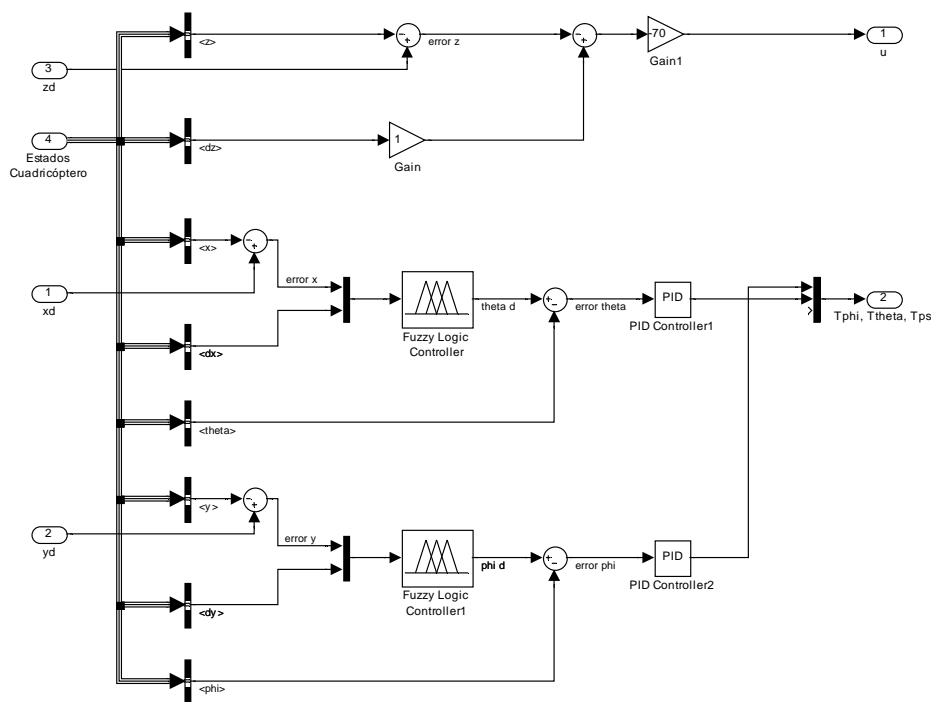


Figura 3.31 Diagrama de control conjunto PID y lógica difusa para el cuadricóptero

3.2.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV CUADRICÓPTERO. [27]

Para diseño del controlador basado en redes neuronales para el UAV cuadricóptero se sigue el mismo procedimiento efectuado en la sección 3.1.5. Con lo cual el código de programa en un archivo .m es:

```
net = newff([-1 1; -1 1], [6,1], {'tansig','tansig'}, 'traingdx');
```

```
Pos_Vel = [ -1    0    1    1    0   -1   -1    0    1 ;
            -1   -1   -1    0    0    0    1    1    1 ];
```

```
Angulo = [ -0.182   -0.073   -0.0091   -0.0364    0    0.0364    0.0091
           0.073    0.182];
```

```
net.trainParam.epochs = 10000;
```

```
net.trainParam.goal = 0.0000001;
```

```
net = train(net, Pos_Vel, Angulo);
sim(net, Pos_Vel)
gensim(net, -1)
```

El controlador basado en redes neuronales para el UAV cuadricóptero es:

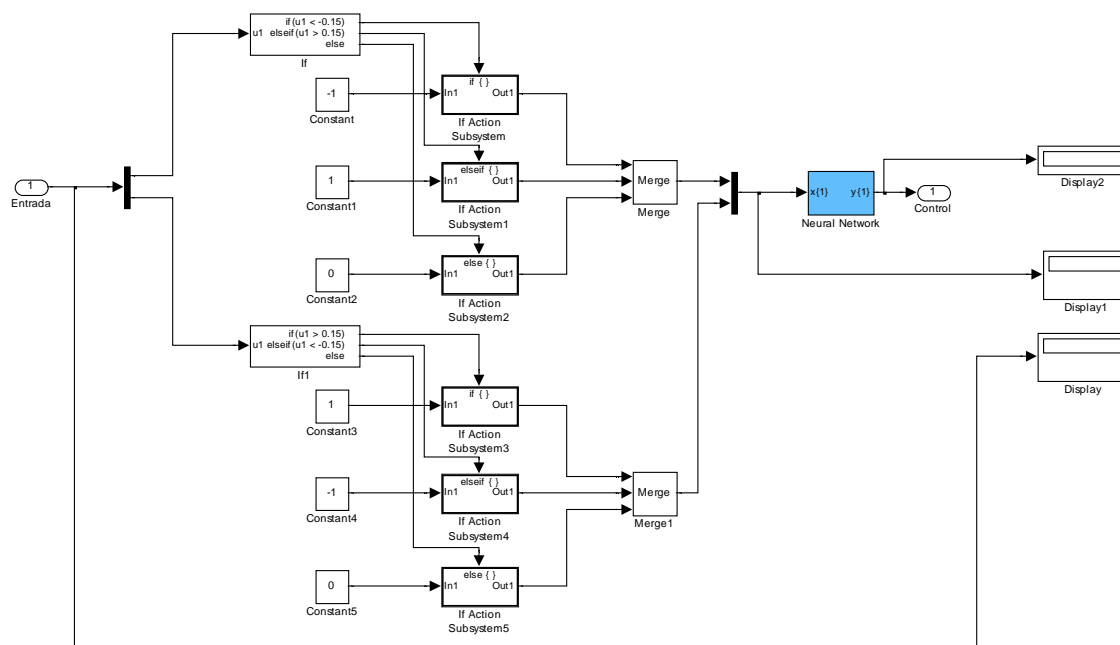


Figura 3.32 Controlador basado en redes neuronales para el UAV cuadricóptero

El controlador basado en redes neuronales se complementa con un PID para mantener la referencia del ángulo. Las constantes del controlador PID luego de realizar algunas pruebas son:

Tabla 3.7 Valores de PID complementario para redes neuronales del cuadricóptero

Controlador PID	P	I	D
	10	0	10

3.2.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV CUADRICÓPTERO. [12]

El objetivo de diseñar el controlador basado en algebra lineal es obtener las señales $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ que permitan al cuadricóptero seguir una trayectoria deseada (x_d, y_d, z_d) .

El primer paso en el diseño del controlador consiste en expresar el modelo del cuadricóptero mostrado a continuación en espacio de Estado, como un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

$$\begin{aligned} m \ddot{x} &= -u \sin \theta \\ m \ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\ m \ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-1

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \\ \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.2-2 Variables de estado

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{u}{m} \sin(x_9) \\ x_4 \\ \frac{u}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\ x_6 \\ \frac{u}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) - g \\ x_8 \\ \tau_\phi \\ x_{10} \\ \tau_\theta \\ x_{12} \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.2-3 Modelo cuadricóptero en espacio de estado

Usando la aproximación de Euler se tiene:

$$\begin{aligned}
 x_{1(n+1)} &= x_{1(n)} + T_o x_{2(n)} \\
 x_{2(n+1)} &= x_{2(n)} - T_o \frac{u}{m} \sin(x_9) \\
 x_{3(n+1)} &= x_{3(n)} + T_o x_{4(n)} \\
 x_{4(n+1)} &= x_{4(n)} + T_o \frac{u}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\
 x_{5(n+1)} &= x_{5(n)} + T_o x_{6(n)} \\
 x_{6(n+1)} &= x_{6(n)} + T_o \frac{u}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) - g T_o \\
 x_{7(n+1)} &= x_{7(n)} + T_o x_{8(n)} \\
 x_{8(n+1)} &= x_{8(n)} + T_o \tau_{\phi(n)} \\
 x_{9(n+1)} &= x_{9(n)} + T_o x_{10(n)} \\
 x_{10(n+1)} &= x_{10(n)} + T_o \tau_{\theta(n)} \\
 x_{11(n+1)} &= x_{11(n)} + T_o x_{12(n)} \\
 x_{12(n+1)} &= x_{12(n)} + T_o \tau_{\psi(n)}
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.2-4 Aproximación de Euler del modelo del cuadricóptero

Expresando la Ecuación 3.2-4 en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix}
 -\frac{T_o}{m} \sin(x_9) \\
 \frac{T_o}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\
 \frac{T_o}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u \\
 \tau_{\phi} \\
 \tau_{\theta} \\
 \tau_{\psi}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\
 x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\
 x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + g T_o \\
 x_{8(n+1)} - x_{8(n)} \\
 x_{10(n+1)} - x_{10(n)} \\
 x_{12(n+1)} - x_{12(n)} \\
 x_{1(n+1)} - x_{1(n)} - x_{2(n)} T_o \\
 x_{3(n+1)} - x_{3(n)} - x_{4(n)} T_o \\
 x_{5(n+1)} - x_{5(n)} - x_{6(n)} T_o \\
 x_{7(n+1)} - x_{7(n)} - x_{8(n)} T_o \\
 x_{9(n+1)} - x_{9(n)} - x_{10(n)} T_o \\
 x_{11(n+1)} - x_{11(n)} - x_{12(n)} T_o
 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-5 Modelo del cuadricóptero expresado en forma matricial

La Ecuación 3.2-5 representa un sistema de ecuaciones lineales que permite calcular las acciones de control $(u, \tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi})$ para cada instante de muestreo, con el fin de que el cuadricóptero siga la trayectoria deseada. Ahora, es necesario especificar las condiciones para que este sistema tenga solución exacta. La

primera condición es que el sistema de 6 ecuaciones con 4 incógnitas posea solución exacta.

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{m} \sin(x_9) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-6

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{m} \sin(x_9) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \end{bmatrix} [u] = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-7

Utilizando la Ecuación 3.2-7 se puede verificar que el sistema posee solución exacta al calcular x_{7ez} y x_{9ez} .

$$tg(x_{7ez}) = \frac{\Delta x_4}{\Delta x_6 + gT_o}$$

Ecuación 3.2-8

$$tg(x_{9ez}) = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_4} \sin(x_{7ez})$$

Ecuación 3.2-9

Donde x_{7ez} y x_{9ez} son las variables de referencia para que el sistema de la Ecuación 3.2-5 posea solución exacta y de ésta manera el cuadricóptero siga la trayectoria deseada. Estas variables de referencia representan la orientación necesaria que debe tener el cuadricóptero para que el error de seguimiento sea igual a cero.

De igual manera de la Ecuación 3.2-5 las filas 7, 8, 9, 10, 11, 12 deben cumplir la condición de igualdad a cero, entonces

$$\begin{bmatrix} x_{2(n)} \\ x_{4(n)} \\ x_{6(n)} \\ x_{8(n)} \\ x_{10(n)} \\ x_{12(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{1ref(n+1)} - x_{1(n)} \\ x_{3ref(n+1)} - x_{3(n)} \\ x_{5ref(n+1)} - x_{5(n)} \\ x_{7ez} - x_{7(n)} \\ x_{9ez} - x_{9(n)} \\ x_{11ref(n+1)} - x_{11(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-10

Con el objetivo de que el error de seguimiento tienda a cero, se definen las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} x_{1ref(n+1)} &= xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) \\ x_{3ref(n+1)} &= xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) \\ x_{5ref(n+1)} &= xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) \\ x_{7ref(n+1)} &= x_{7ez} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)}) \\ x_{9ref(n+1)} &= x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)}) \\ x_{11ref(n+1)} &= xd_{11(n+1)} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)}) \end{aligned}$$

Ecuación 3.2-11

Donde $k_1, k_3, k_5, k_7, k_9, k_{11}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Remplazando la Ecuación 3.2-11 en la Ecuación 3.2-10 se obtiene la velocidad necesaria del cuadricóptero para que el error de seguimiento sea cero. Estos valores son los deseados de velocidad. Por lo que se representa con el subíndice d .

$$\begin{aligned} x_{d2(n+1)} &= \frac{xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) - x_{1(n)}}{T_o} \\ x_{d4(n+1)} &= \frac{xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) - x_{3(n)}}{T_o} \\ x_{d6(n+1)} &= \frac{xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) - x_{5(n)}}{T_o} \\ x_{d8(n+1)} &= \frac{x_{7ez} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)}) - x_{7(n)}}{T_o} \\ x_{d10(n+1)} &= \frac{x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)}) - x_{9(n)}}{T_o} \\ x_{d12(n+1)} &= \frac{xd_{11(n+1)} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)}) - x_{11(n)}}{T_o} \end{aligned}$$

Ecuación 3.2-12

Aplicamos la misma estructura de enfoque que la expresada en la Ecuación 3.2-11 con los valores que se obtuvieron en la Ecuación 3.2-12 para hacer que la velocidad del cuadricóptero tienda a la velocidad de referencia.

$$\begin{aligned}
 x_{2ref(n+1)} &= xd_{2(n+1)} - k_2(xd_{2(n)} - x_{2(n)}) \\
 x_{4ref(n+1)} &= xd_{4(n+1)} - k_4(xd_{4(n)} - x_{4(n)}) \\
 x_{6ref(n+1)} &= xd_{6(n+1)} - k_6(xd_{6(n)} - x_{6(n)}) \\
 x_{8ref(n+1)} &= xd_{8(n+1)} - k_8(xd_{8(n)} - x_{8(n)}) \\
 x_{10ref(n+1)} &= xd_{10(n+1)} - k_{10}(xd_{10(n)} - x_{10(n)}) \\
 x_{12ref(n+1)} &= xd_{12(n+1)} - k_{12}(xd_{12(n)} - x_{12(n)})
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.2-13

Donde $k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Con lo cual el sistema final por ser resuelto es el siguiente

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{m} \sin(x_{9ez}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos(x_{9ez}) \sin(x_{7ez}) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez}) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2ref(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4ref(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6ref(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-14

La Ecuación 3.2-14 expresada de manera simplificada es:

$$A x = b$$

Ecuación 3.2-15

Para resolver el sistema de la Ecuación 3.2-14 se utiliza la matriz pseudo inversa para encontrar las acciones de control.

La solución del sistema puede ser encontrado de la siguiente manera

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

Ecuación 3.2-16

Donde

$$(A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-17

$$A^T b = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} -\frac{\sin(x_{9ez})}{m} \Delta x_2 + \frac{\cos(x_{9ez}) \sin(x_{7ez})}{m} \Delta x_4 + \frac{\cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez})}{m} (\Delta x_6 + g T_o) \\ x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.2-18

Con lo cual las acciones de control son:

$$u = \frac{1}{T_o} \left(-\frac{\sin(x_{9ez})}{m} \Delta x_2 + \frac{\cos(x_{9ez}) \sin(x_{7ez})}{m} \Delta x_4 + \frac{\cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez})}{m} (\Delta x_6 + g T_o) \right)$$

$$\tau_\phi = \frac{1}{T_o} (x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)})$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{T_o} (x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)})$$

$$\tau_\psi = \frac{1}{T_o} (x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)})$$

Ecuación 3.2-19 Acciones de control del cuadricóptero

3.3 SIMULACIÓN Y CONTROL UAV TRICÓPTERO.

El modelo del Tricóptero implementado en Simulink basándose en las Ecuaciones 2.3-27 es:

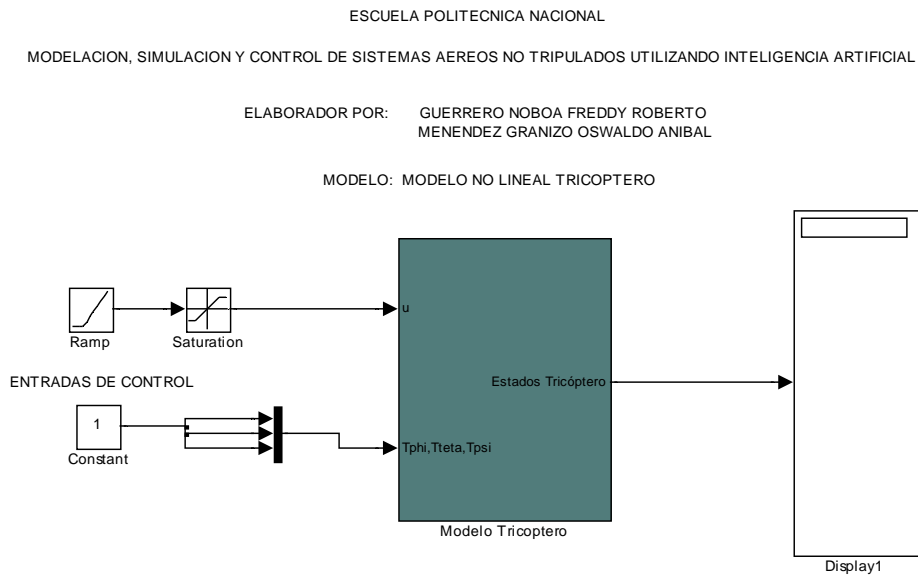


Figura 3.33 Modelo del Tricóptero

El modelo implementado del tricóptero posee las entradas de control que son: $u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ y un bloque que contiene el modelo del cuadricóptero implementado en una s-function, como se muestra en la Figura 3.34.

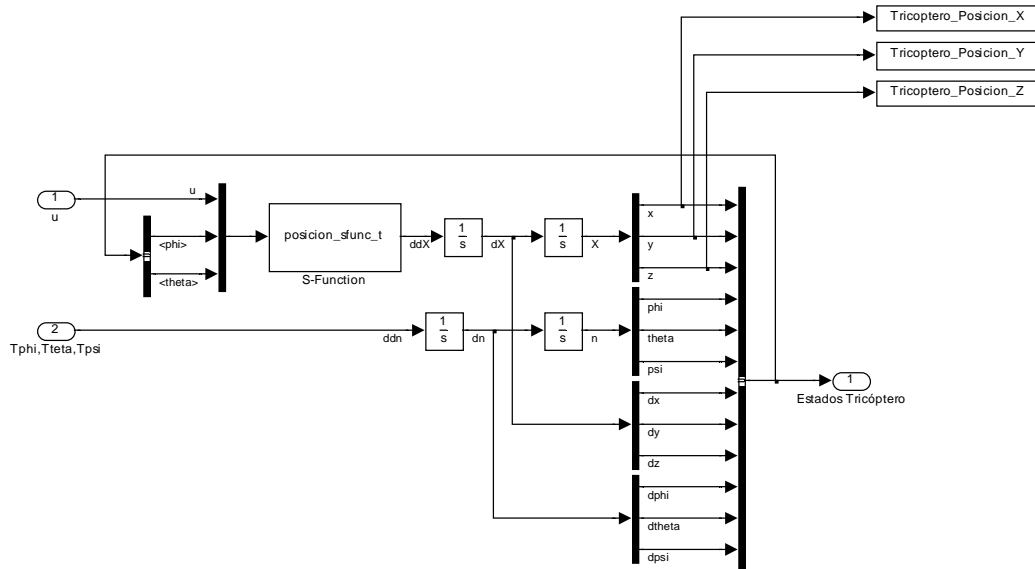


Figura 3.34 Bloque del modelo del tricóptero

3.3.1 SIMULACIÓN UAV TRICOPTERO.

Una vez implementado el modelo, se coloca una entrada (u) tipo rampa, con una saturación en el valor de 15 y se coloca una entrada tipo paso con el valor de 1 Nm. a cada entrada de control de torque ($\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$).

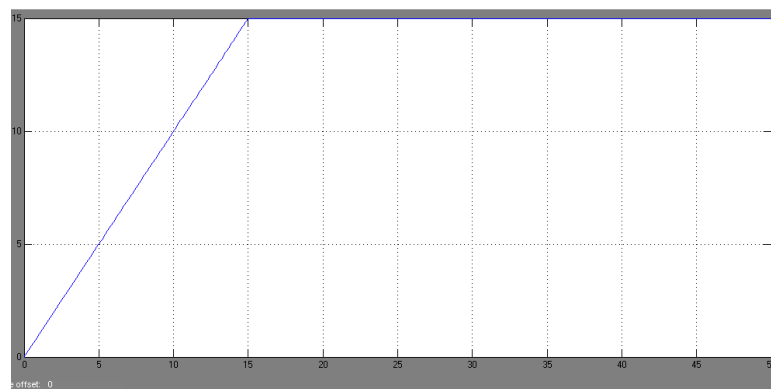


Figura 3.35 Entrada de control u del tricóptero

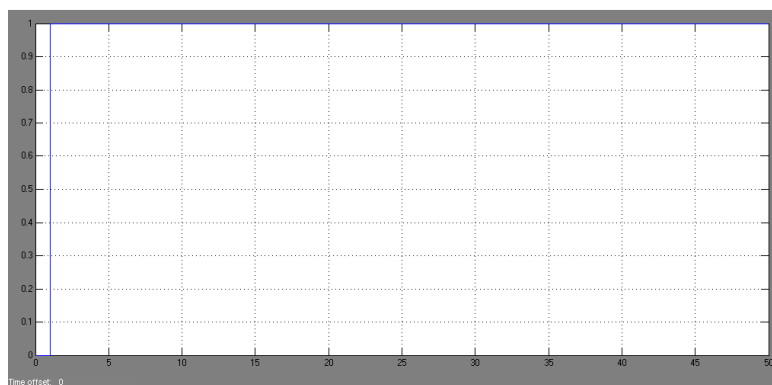


Figura 3.36 Entrada de control para los torques del tricóptero

Con dichas entradas de control se realiza la simulación con un tiempo de 50s, las respuestas de posición en x, y, z son las siguientes:

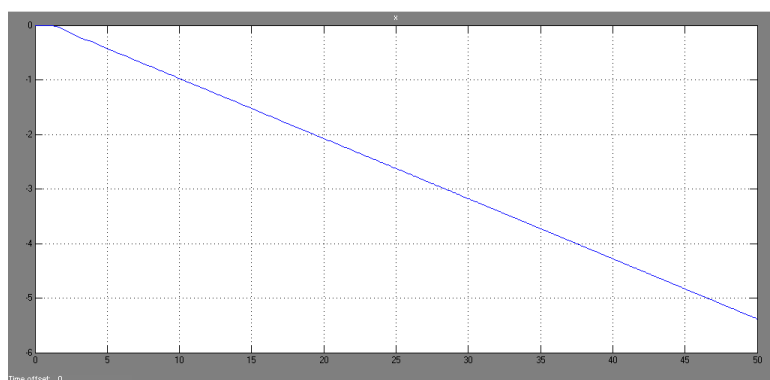


Figura 3.37 Respuesta en x del tricóptero

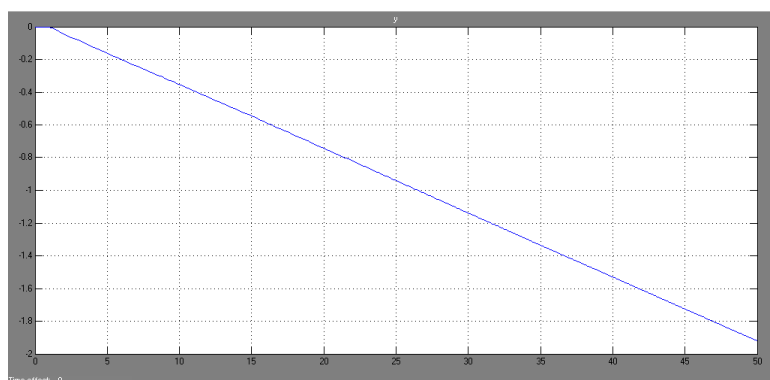


Figura 3.38 Respuesta en y del tricóptero

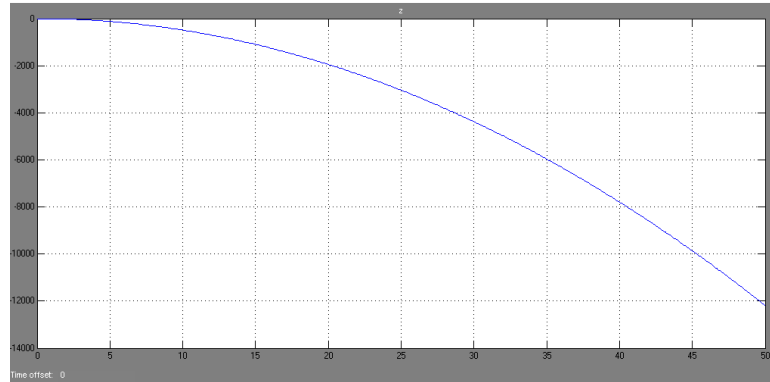


Figura 3.39 Respuesta en z del tricóptero

Las figuras muestran las respuestas del tricóptero en los ejes x, y, z respectivamente, las cuales tratan de seguir la forma de rampa de la entrada de control (u) pero crecen sin control al transcurrir el tiempo, por lo que es necesario implementar acciones de control para que el tricóptero realice una trayectoria deseada.

3.3.2 CONTROL DEL UAV TRICÓPTERO.

Para realizar el control de posición del tricóptero es necesario agregar un bloque de generación de trayectoria adicional al modelo, el mismo que contenga los controladores que serán los encargados de generar las señales de entrada al modelo ($u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$).

De igual manera para el control del tricóptero se trabaja con los 12 estados de un cuerpo rígido que son: posición (x, y, z), orientación (ϕ, θ, ψ), velocidad lineal ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$) y velocidad angular ($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$).

El control del tricóptero se realizará para un ángulo de guiñada (ψ) igual a cero, con lo cual $\tau_\psi = 0$, para evitar el movimiento sobre el propio eje del tricóptero.

Para el control de la fuerza de sustentación del tricóptero (u) se utiliza un controlador PID cuya entrada es el error entre la altura deseada y la posición real en z del tricóptero, mientras que para el control de los torques ($\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$) se utiliza un control combinado entre PID y lógica difusa, así como PID y redes neuronales.

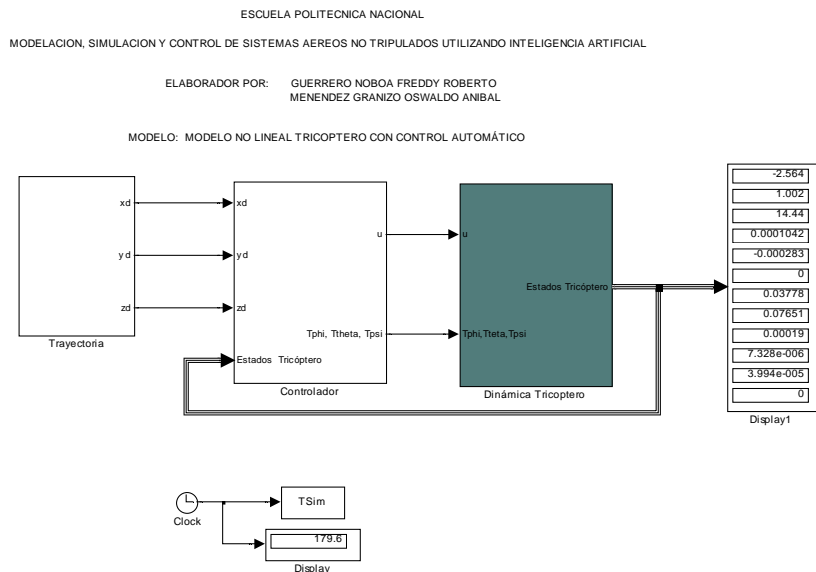


Figura 3.40 Modelo para control del tricóptero

3.3.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL TRICÓPTERO.

Se utiliza dos controladores basados en lógica difusa, uno para calcular el ángulo θ deseado y otro para calcular el ángulo ϕ deseado. Estos controladores permiten adaptar variables, es decir, pasar de una trayectoria deseada a un valor de ángulo deseado.

Para encontrar el ángulo θ deseado el controlador basado en lógica difusa presenta como entradas la posición y velocidad en x , y como salida se obtiene el ángulo θ .

Para encontrar el ángulo ϕ deseado el controlador basado en lógica difusa presenta como entradas la posición y velocidad en y , y como salida se obtiene el ángulo ϕ .

El diseño de los controladores basados en lógica difusa se utiliza exactamente el mismo procedimiento que en 3.1.3.

3.3.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV TRICÓPTERO. [4]

Para el control del tricóptero se utiliza tres PID.

- Uno para el control de altura deseada para la entrada de control (u).
- Uno para acoplar el ángulo θ a la entrada de control (τ_θ).
- Uno para acoplar el ángulo ϕ a la entrada de control (τ_ϕ).

El diseño de los controladores PID se realiza de la misma manera que en la sección 3.1.4, con lo cual los valores de las constantes de los diferentes PID son:

Tabla 3.8 Valores PID para altura del tricóptero

Controlador PID para altura del cuadricóptero	P	I	D
	70	0	0

Tabla 3.9 Valores PID para τ_θ del tricóptero

Controlador PID para τ_θ del cuadricóptero	P	I	D
	10	0	10

Tabla 3.10 Valores PID para τ_ϕ del tricóptero

Controlador PID para τ_ϕ del cuadricóptero	P	I	D
	10	0	10

Con lo cual el diagrama de control combinado entre PID y lógica difusa es el siguiente:

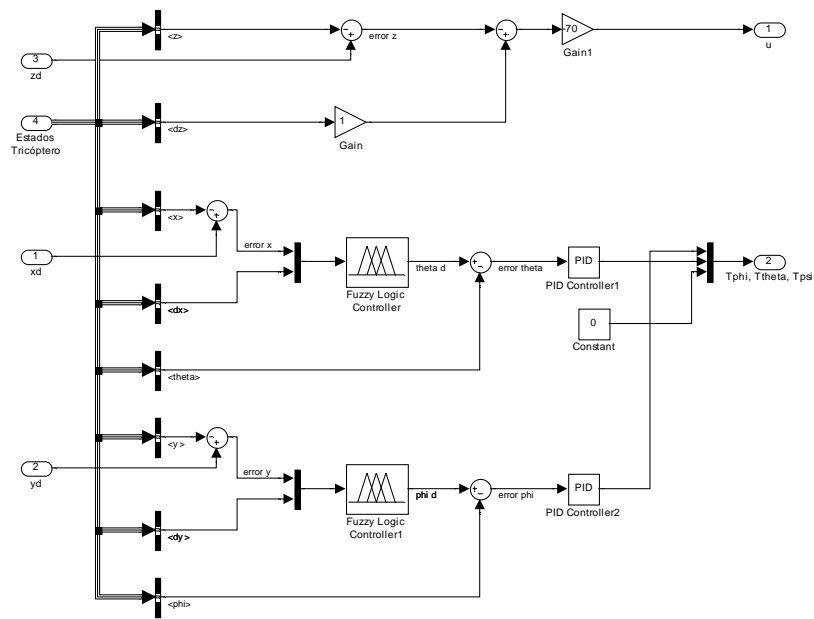


Figura 3.41 Diagrama de control conjunto PID y lógica difusa para el tricóptero

3.3.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV TRICÓPTERO. [27]

Para diseño del controlador basado en redes neuronales para el UAV tricóptero se sigue el mismo procedimiento efectuado en 3.1.5. Con lo cual el código de programa en un archivo .m es:

```
net = newff([-1 1; -1 1], [6,1], {'tansig','tansig'}, 'traingdx');

Pos_Vel = [ -1    0    1    1    0   -1   -1    0    1 ;
            -1   -1   -1    0    0    0    1    1    1 ];

Angulo = [ -0.182   -0.073   -0.0091   -0.0364    0    0.0364    0.0091
           0.073    0.182];

net.trainParam.epochs = 10000;
net.trainParam.goal = 0.0000001;
net = train(net, Pos_Vel, Angulo);

sim(net,Pos_Vel)
```

gensim(net,-1)

El controlador basado en redes neuronales para el UAV tricóptero es:

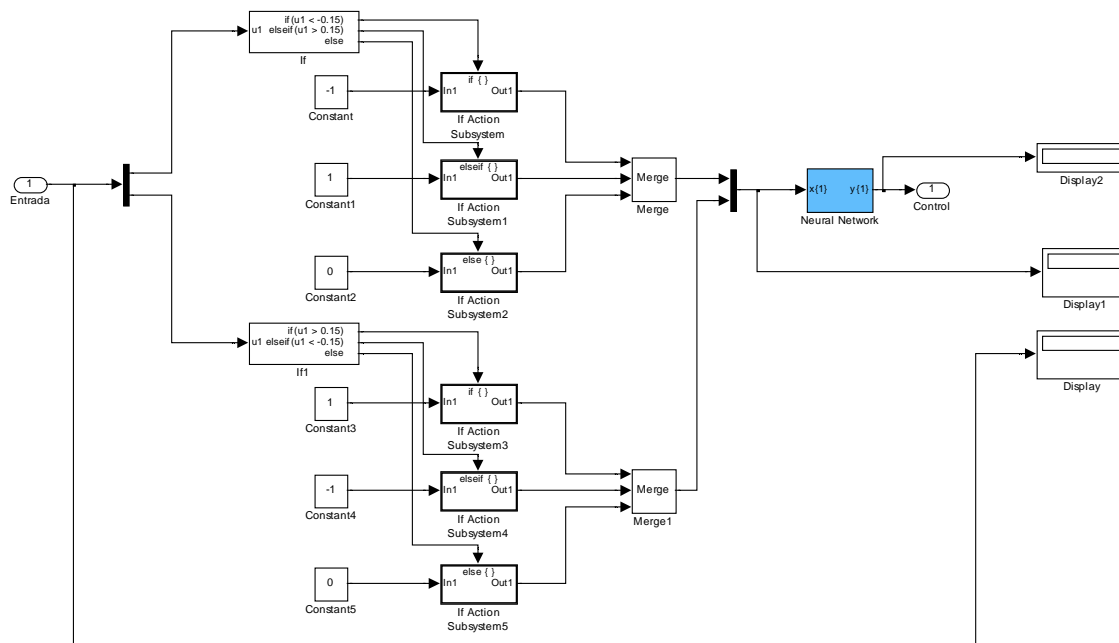


Figura 3.42 Controlador basado en redes neuronales para el UAV tricóptero

El controlador basado en redes neuronales se complementa con un PID para mantener la referencia del ángulo. Las constantes del controlador PID luego de realizar algunas pruebas son:

Tabla 3.11 Valores de PID complementario para redes neuronales del tricóptero

Controlador PID	P	I	D
	10	0	10

3.3.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV TRICÓPTERO. [12]

El objetivo de diseñar el controlador basado en Álgebra Lineal es obtener las señales $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ que permitan al tricóptero seguir una trayectoria deseada (xd, yd, zd) .

El primer paso en el diseño del controlador consiste en expresar el modelo del tricóptero mostrado a continuación en espacio de Estado, como un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

$$\begin{aligned}m \dot{x} &= -u \sin \theta \\m \dot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\m \dot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-1

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \\ \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.3-2 Variables de estado

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\frac{u}{m} \sin(x_9) \\ x_4 \\ \frac{u}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\ x_6 \\ \frac{u}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) - g \\ x_8 \\ \tau_\phi \\ x_{10} \\ \tau_\theta \\ x_{12} \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.3-3 Modelo tricóptero en espacio de estado

Usando la aproximación de Euler se tiene:

$$\begin{aligned}x_{1(n+1)} &= x_{1(n)} + T_o x_{2(n)} \\x_{2(n+1)} &= x_{2(n)} - T_o \frac{u}{m} \sin(x_9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{3(n+1)} &= x_{3(n)} + T_o x_{4(n)} \\
x_{4(n+1)} &= x_{4(n)} + T_o \frac{u}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\
x_{5(n+1)} &= x_{5(n)} + T_o x_{6(n)} \\
x_{6(n+1)} &= x_{6(n)} + T_o \frac{u}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) - g T_o \\
x_{7(n+1)} &= x_{7(n)} + T_o x_{8(n)} \\
x_{8(n+1)} &= x_{8(n)} + T_o \tau_{\phi(n)} \\
x_{9(n+1)} &= x_{9(n)} + T_o x_{10(n)} \\
x_{10(n+1)} &= x_{10(n)} + T_o \tau_{\theta(n)} \\
x_{11(n+1)} &= x_{11(n)} + T_o x_{12(n)} \\
x_{12(n+1)} &= x_{12(n)} + T_o \tau_{\psi(n)}
\end{aligned}$$

Ecuación 3.3-4 Aproximación de Euler del modelo del tricóptero

Expresando la Ecuación 3.3-4 en forma matricial se tiene

$$\begin{bmatrix}
-\frac{T_o}{m} \sin(x_9) \\
\frac{T_o}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\
\frac{T_o}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
u \\
\tau_{\phi} \\
\tau_{\theta} \\
\tau_{\psi}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\
x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\
x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + g T_o \\
x_{8(n+1)} - x_{8(n)} \\
x_{10(n+1)} - x_{10(n)} \\
x_{12(n+1)} - x_{12(n)} \\
x_{1(n+1)} - x_{1(n)} - x_{2(n)} T_o \\
x_{3(n+1)} - x_{3(n)} - x_{4(n)} T_o \\
x_{5(n+1)} - x_{5(n)} - x_{6(n)} T_o \\
x_{7(n+1)} - x_{7(n)} - x_{8(n)} T_o \\
x_{9(n+1)} - x_{9(n)} - x_{10(n)} T_o \\
x_{11(n+1)} - x_{11(n)} - x_{12(n)} T_o
\end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-5 Modelo del tricóptero expresado en forma matricial

La Ecuación 3.3-5 representa un sistema de ecuaciones lineales que permite calcular las acciones de control $(u, \tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi})$ para cada instante de muestreo, con el fin de que el tricóptero siga la trayectoria deseada. Ahora, es necesario especificar las condiciones para que este sistema tenga solución exacta. La primera condición es que el sistema de 6 ecuaciones con 4 incógnitas posea solución exacta.

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{m} \sin(x_9) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-6

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{m} \sin(x_9) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \sin(x_7) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \end{bmatrix} [u] = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-7

Utilizando la Ecuación 3.3-7 se puede verificar que el sistema posee solución exacta al calcular x_{7ez} y x_{9ez} .

$$tg(x_{7ez}) = \frac{\Delta x_4}{\Delta x_6 + gT_o}$$

Ecuación 3.3-8

$$tg(x_{9ez}) = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_4} \sin(x_{7ez})$$

Ecuación 3.3-9

Donde x_{7ez} y x_{9ez} son las variables de referencia para que el sistema de la Ecuación 3.3-5 posea solución exacta y de esta manera el tricóptero siga la trayectoria deseada. Estas variables de referencia representan la orientación necesaria que debe tener el tricóptero para que el error de seguimiento sea igual a cero.

De igual manera de la Ecuación 3.3-5 las filas 7, 8, 9, 10, 11, 12 deben cumplir la condición de igualdad a cero, entonces

$$\begin{bmatrix} x_{2(n)} \\ x_{4(n)} \\ x_{6(n)} \\ x_{8(n)} \\ x_{10(n)} \\ x_{12(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{1ref(n+1)} - x_{1(n)} \\ x_{3ref(n+1)} - x_{3(n)} \\ x_{5ref(n+1)} - x_{5(n)} \\ x_{7ez} - x_{7(n)} \\ x_{9ez} - x_{9(n)} \\ x_{11ref(n+1)} - x_{11(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-10

Con el objetivo de que el error de seguimiento tienda a cero, se definen las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 x_{1ref(n+1)} &= xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) \\
 x_{3ref(n+1)} &= xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) \\
 x_{5ref(n+1)} &= xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) \\
 x_{7ref(n+1)} &= x_{7ez} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)}) \\
 x_{9ref(n+1)} &= x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)}) \\
 x_{11ref(n+1)} &= xd_{11(n+1)} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)})
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.3-11

Donde $k_1, k_3, k_5, k_7, k_9, k_{11}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Remplazando la Ecuación 3.3-11 en la Ecuación 3.3-10 se obtiene la velocidad necesaria del tricóptero para que el error de seguimiento sea cero. Estos valores son los deseados de velocidad. Por lo que se representa con el subíndice d .

$$\begin{aligned}
 x_{d2(n+1)} &= \frac{xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) - x_{1(n)}}{T_o} \\
 x_{d4(n+1)} &= \frac{xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) - x_{3(n)}}{T_o} \\
 x_{d6(n+1)} &= \frac{xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) - x_{5(n)}}{T_o} \\
 x_{d8(n+1)} &= \frac{x_{7ez} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)}) - x_{7(n)}}{T_o} \\
 x_{d10(n+1)} &= \frac{x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)}) - x_{9(n)}}{T_o} \\
 x_{d12(n+1)} &= \frac{xd_{11(n+1)} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)}) - x_{11(n)}}{T_o}
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.3-12

Aplicando la misma estructura de enfoque que la expresada en la Ecuación 3.3-11 con los valores que se obtuvieron en la Ecuación 3.3-12, para hacer que la velocidad del tricóptero tienda a la velocidad de referencia.

$$\begin{aligned}
 x_{2ref(n+1)} &= xd_{2(n+1)} - k_2(xd_{2(n)} - x_{2(n)}) \\
 x_{4ref(n+1)} &= xd_{4(n+1)} - k_4(xd_{4(n)} - x_{4(n)})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{6ref(n+1)} &= xd_{6(n+1)} - k_6(xd_{6(n)} - x_{6(n)}) \\
x_{8ref(n+1)} &= xd_{8(n+1)} - k_8(xd_{8(n)} - x_{8(n)}) \\
x_{10ref(n+1)} &= xd_{10(n+1)} - k_{10}(xd_{10(n)} - x_{10(n)}) \\
x_{12ref(n+1)} &= xd_{12(n+1)} - k_{12}(xd_{12(n)} - x_{12(n)})
\end{aligned}$$

Ecuación 3.3-13

Donde $k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Con lo cual el sistema final por ser resuelto es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{m} \sin(x_{9ez}) \\ \frac{1}{m} \cos(x_{9ez}) \sin(x_{7ez}) \\ \frac{1}{m} \cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2ref(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4ref(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6ref(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-14

La Ecuación 3.3-14 expresada de manera simplificada es:

$$A x = b$$

Ecuación 3.3-15

Para resolver el sistema de la Ecuación 3.2-14 se utiliza la matriz pseudo inversa para encontrar las acciones de control.

La solución del sistema puede ser encontrado de la siguiente manera

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

Ecuación 3.3-16

Donde

$$(A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-17

$A^T b$

$$= \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} -\frac{\sin(x_{9ez})}{m} \Delta x_2 + \frac{\cos(x_{9ez}) \sin(x_{7ez})}{m} \Delta x_4 + \frac{\cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez})}{m} (\Delta x_6 + gT_o) \\ x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3-18

Con lo cual las acciones de control son:

$$u = \frac{1}{T_o} \left(-\frac{\sin(x_{9ez})}{m} \Delta x_2 + \frac{\cos(x_{9ez}) \sin(x_{7ez})}{m} \Delta x_4 + \frac{\cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez})}{m} (\Delta x_6 + gT_o) \right)$$

$$\tau_\phi = \frac{1}{T_o} (x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)})$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{T_o} (x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)})$$

$$\tau_\psi = \frac{1}{T_o} (x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)})$$

Ecuación 3.3-19 Acciones de control del tricóptero

3.4 SIMULACIÓN Y CONTROL UAV BIRD LIKE.

El modelo del UAV Bird Like implementado en Simulink basándose en las Ecuaciones 2.4-50 es:

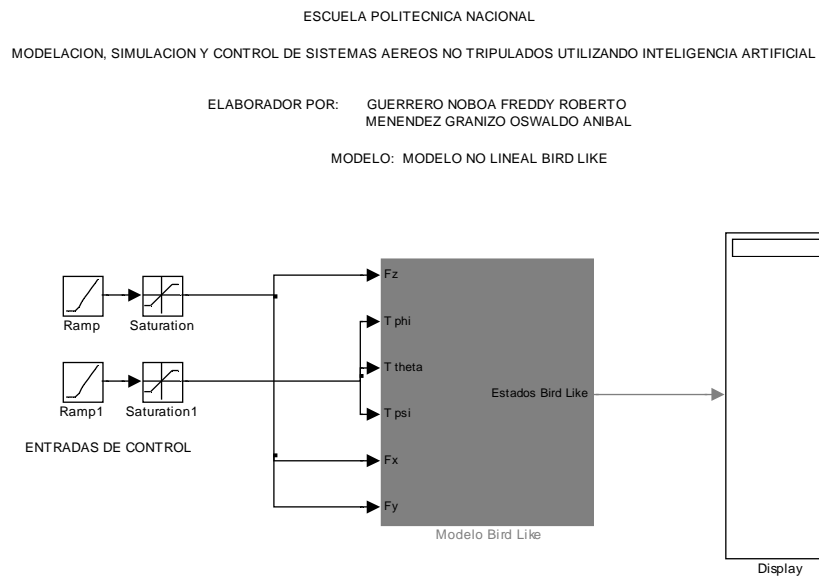


Figura 3.43 Modelo no lineal del UAV Bird Like

El modelo del UAV Bird Like está desarrollado en cuatro sub-bloques que son cálculo de velocidades lineales, cálculo de velocidades angulares, cálculo de los ángulos de Euler y cálculo de la posición del UAV Bird Like. Cada uno de estos sub-bloques contienen una s-function con las ecuaciones respectivas del sistema.

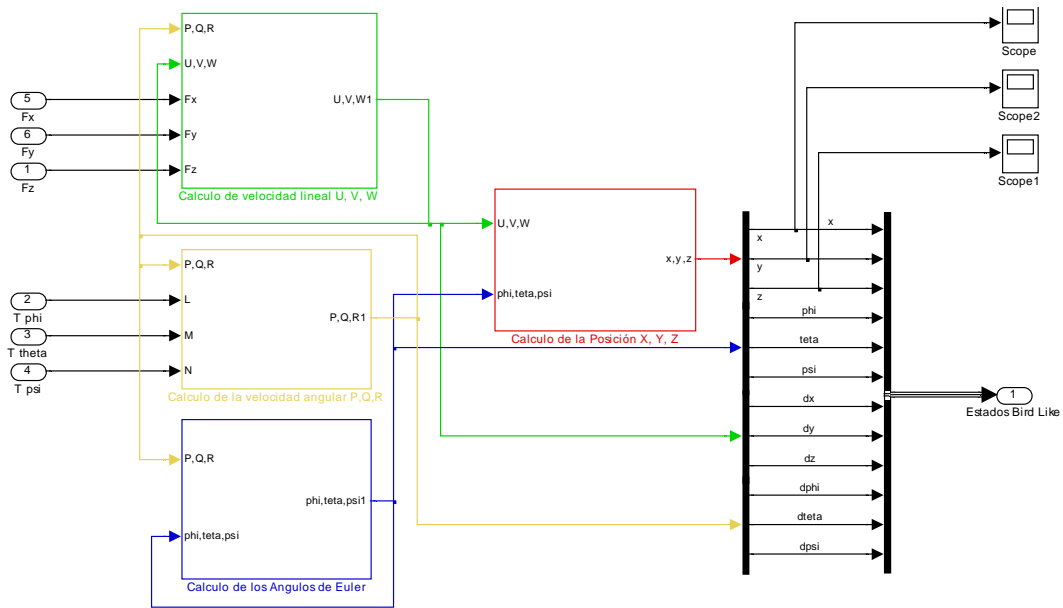


Figura 3.44 Sub- bloques del UAV Bird Like que permiten calcular velocidad lineal, angular, posición y ángulos de Euler

3.4.1 SIMULACIÓN UAV BIRD LIKE.

Una vez implementado el modelo, se coloca una entrada tipo rampa, con una saturación en el valor de 2 a las entradas de control que son las fuerzas y torques (F_x, F_y, F_z, L, M, N).

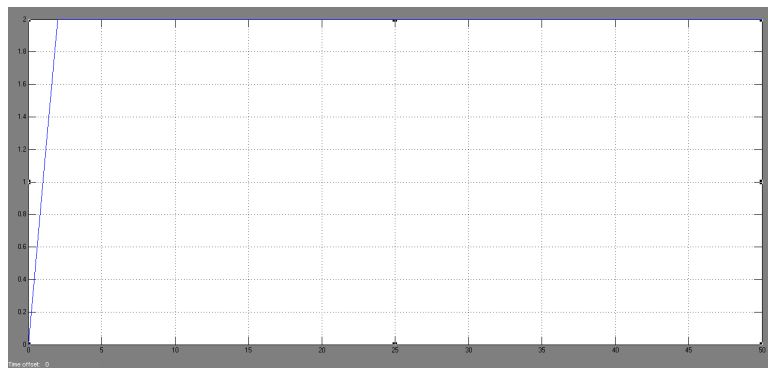


Figura 3.45 Entradas de control F_x, F_y, F_z, L, M, N , del UAV Bird Like

Con dichas entradas de control se realiza la simulación con un tiempo de 50s, las respuestas de posición en x, y, z son las siguientes:

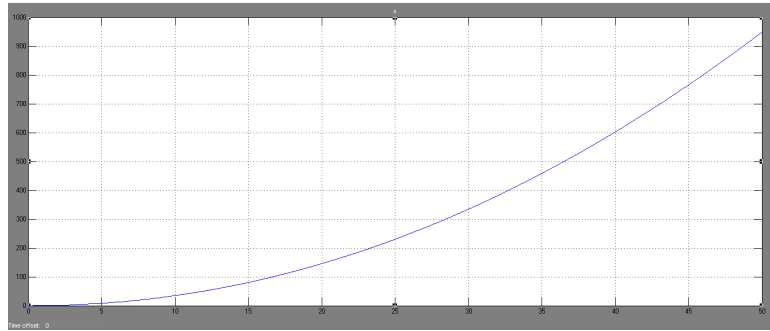


Figura 3.46 Respuesta en x del UAV Bird Like

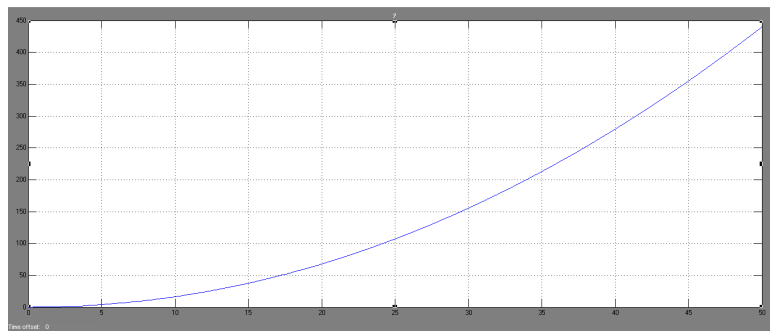


Figura 3.47 Respuesta en y del UAV Bird Like

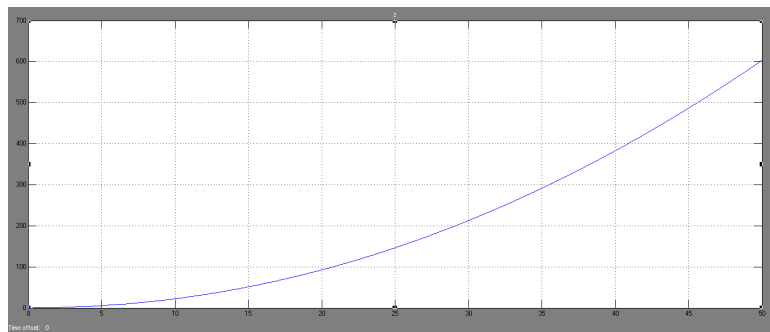


Figura 3.48 Respuesta en z del UAV Bird Like

Las figuras muestran las respuestas del UAV Bird Like en los ejes x, y, z respectivamente, las cuales tratan de seguir la forma de rampa de la entrada de control (F_x , F_y , F_z , L , M , N) pero crecen sin control al transcurrir el tiempo, por lo que es necesario implementar acciones de control para que el UAV Bird Like realice una trayectoria deseada.

3.4.2 CONTROL DEL UAV BIRD LIKE.

Para realizar el control de posición del UAV Bird Like es necesario agregar un bloque de generación de trayectoria adicional al modelo, el mismo que contenga los controladores que serán los encargados de generar las señales de entrada al

modelo (F_x, F_y, F_z, L, M, N) . De igual manera para el control del UAV Bird Like se trabaja con los 12 estados de un cuerpo rígido que son: posición (x, y, z) , orientación (ϕ, θ, ψ) , velocidad lineal $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ y velocidad angular $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$.

El control del UAV Bird Like se realiza para un ángulo de guiñada (ψ) igual a cero, con lo cual $\tau_\psi = 0$, para evitar el movimiento sobre el propio eje del UAV Bird Like.

Para el control de las fuerzas del sistema (F_x, F_y, F_z) se utilizará PID cuyas entradas serán los errores entre la trayectoria deseada y la realimentación de la posición real del UAV Bird Like, mientras que para el control de los torques (L, M, N) se utiliza un control combinado entre PID y lógica difusa, así como PID y Redes Neuronales.

3.4.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL UAV BIRD LIKE. [23], [24], [25], [26]

Se utiliza dos controladores basados en lógica difusa, uno para calcular el ángulo θ deseado y otro para calcular el ángulo ϕ deseado. Estos controladores permiten adaptar variables, es decir, pasar de una trayectoria deseada a un valor de ángulo deseado.

Para encontrar el ángulo θ deseado el controlador basado en lógica difusa presenta como entradas la posición y velocidad en x, y como salida se obtiene el ángulo θ .

Para encontrar el ángulo ϕ deseado el controlador basado en lógica difusa presenta como entradas la posición y velocidad en y, y como salida se obtiene el ángulo ϕ .

El diseño de los controladores basados en lógica difusa se utiliza exactamente el mismo procedimiento que en 3.1.3.

3.4.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV BIRD LIKE. [4]

Para el control del UAV Bird Like se utiliza cinco PID.

- Uno para el control de fuerza en x (F_x) .
- Uno para el control de fuerza en y (F_y) .

- Uno para el control de fuerza en z (F_z).
- Uno para acoplar el ángulo θ a la entrada de control (τ_θ)
- Uno para acoplar el ángulo ϕ a la entrada de control (τ_ϕ)

El diseño de los controladores PID se realiza de la misma manera que en la sección 3.1.4, con lo cual los valores de las constantes de los diferentes PID son:

Tabla 3.12 Valores de PID para F_x del UAV Bird Like

Controlador PID para F_x del UAV Bird Like	P	I	D
	70	0	0

Tabla 3.13 Valores de PID para F_y del UAV Bird Like

Controlador PID para F_x del UAV Bird Like	P	I	D
	70	0	0

Tabla 3.14 Valores de PID para F_z del UAV Bird Like

Controlador PID para F_x del UAV Bird Like	P	I	D
	70	0	0

Tabla 3.15 Valores PID para τ_θ del UAV Bird Like

Controlador PID para τ_θ del UAV Bird Like	P	I	D
	10	0	10

Tabla 3.16 Valores PID para τ_ϕ del UAV Bird Like

Controlador PID para τ_ϕ del UAV Bird Like	P	I	D
	10	0	10

Tabla 3.17

Con lo cual el diagrama de control combinado entre PID y lógica difusa es el siguiente:

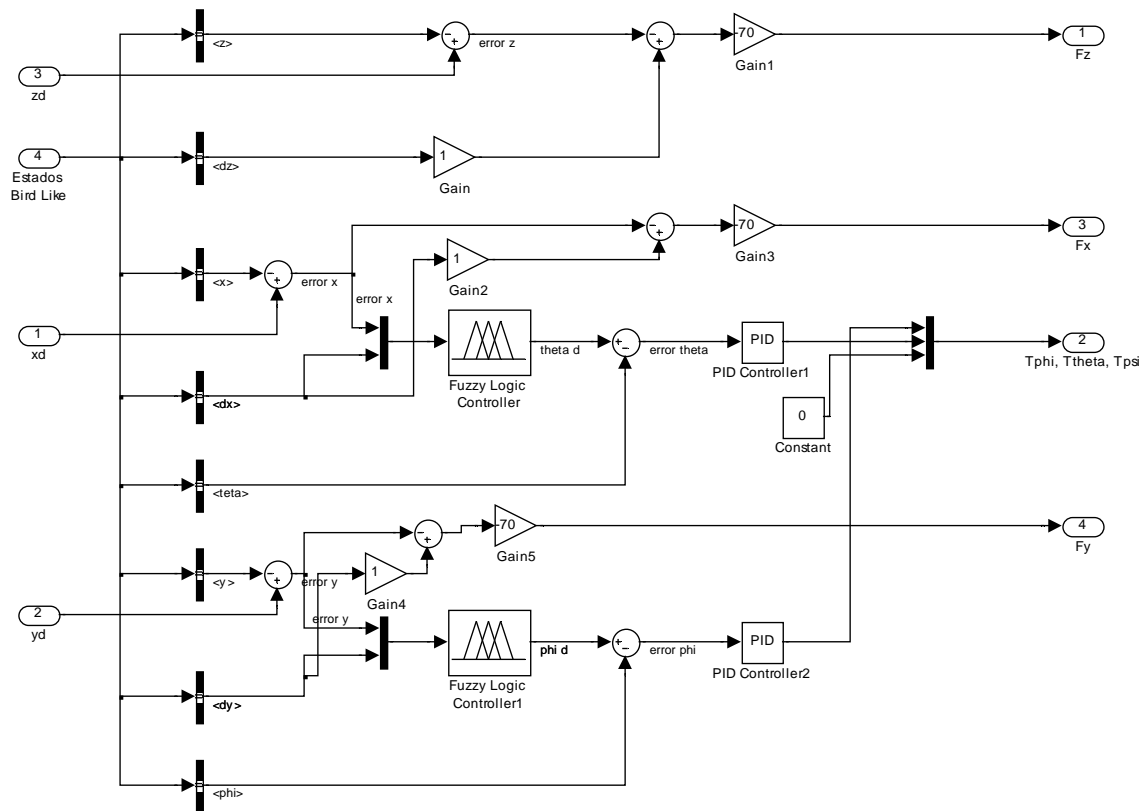


Figura 3.49 Diagrama de control conjunto PID y lógica difusa para el UAV Bird Like

3.4.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV BIRD LIKE. [27]

Para diseño del controlador basado en redes neuronales para el UAV Bird Like se sigue el mismo procedimiento efectuado en la sección 3.1.5. Con lo cual el código de programa en un archivo .m es:

```
net = newff([-1 1; -1 1], [6,1], {'tansig','tansig'}, 'traingdx');

Pos_Vel = [ -1    0    1    1    0   -1   -1    0    1 ;
            -1   -1   -1    0    0    0    1    1    1 ];

Angulo = [ -0.182   -0.073   -0.0091   -0.0364    0    0.0364    0.0091
           0.073    0.182];

net.trainParam.epochs = 10000;
```

```
net.trainParam.goal = 0.0000001;
net = train(net, Pos_Vel, Angulo);
```

```
sim(net, Pos_Vel)
```

```
gensim(net, -1)
```

El controlador basado en redes neuronales para el UAV Bird Like es:

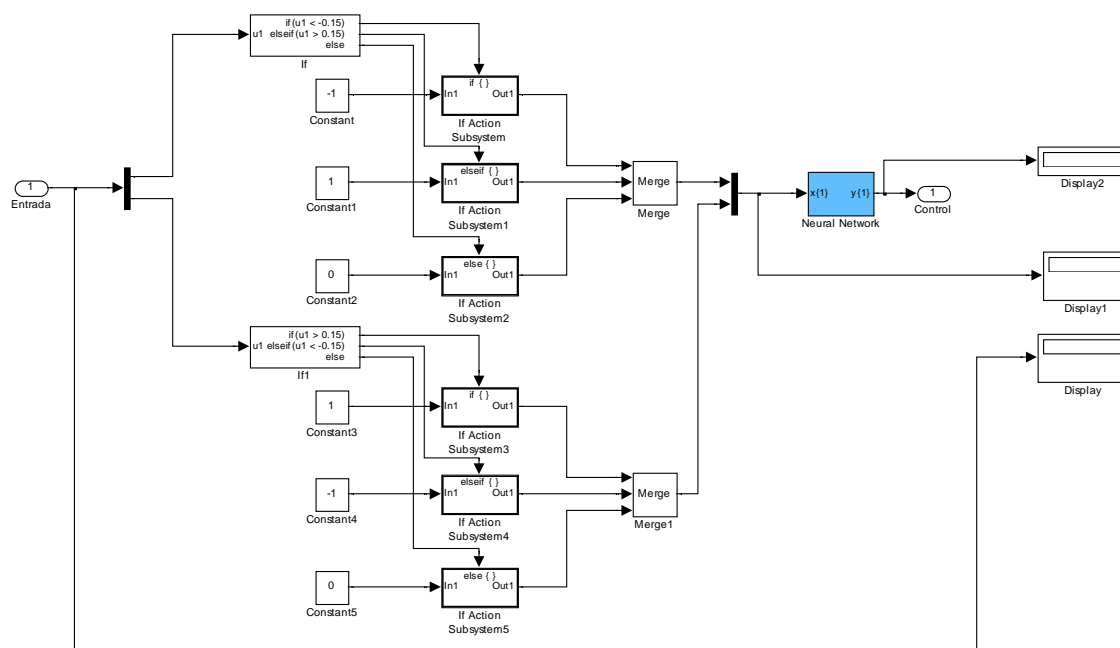


Figura 3.50 Controlador basado en redes neuronales para el UAV Bird Like

El controlador basado en redes neuronales se complementa con un PID para mantener la referencia del ángulo. Las constantes del controlador PID luego de realizar algunas pruebas son:

Tabla 3.18 Valores de PID complementario para redes neuronales del UAV Bird Like

Controlador PID	P	I	D
	10	0	10

3.4.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV BIRD LIKE.

Para el diseño del controlador basado en álgebra lineal para el UAV Bird Like, se realiza las siguientes consideraciones para obtener un modelo simplificado del sistema:

- En el diseño del controlador no se consideran dos acciones de control: F_x , F_y , sólo actúan cuatro entradas de control en lugar de las seis iniciales del Bird Like, las mismas que son: F_z , L , M , N .
- Se considera que los torques tiene una influencia directa en los ángulos de rotación del sistema, con lo cual se considera que las entrada de control con un cambio de notación son:

$$\begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-1

- La fuerza de sustentación F_z , denominada u , representa la fuerza de sustentación del UAV Bird Like, de esta forma las ecuaciones de posición del sistema son:

$$F_\xi = R_{abc}^{NEDT} F_z$$

Ecuación 3.4-2

Donde F_ξ representa la fuerza del Bird Like en los tres ejes inerciales y considerando la matriz de rotación:

$$R_{abc}^{NED} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-3

La posición del Bird Like está definido por:

$$m\ddot{x} = u (s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta)$$

$$m\ddot{y} = u (-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi)$$

$$m\ddot{z} = u (c\phi c\theta) - mg$$

Ecuación 3.4-4

Con lo cual el modelo del Bird Like simplificado queda definido por:

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} &= u (\sin\psi \sin\phi + \cos\psi \cos\phi \sin\theta) \\
m\ddot{y} &= u (-\cos\psi \sin\phi + \sin\psi \cos\phi \sin\theta) \\
m\ddot{z} &= u (\cos\phi \cos\theta) - mg \\
\begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ecuación 3.4-5

El objetivo de diseñar el controlador basado en álgebra lineal es obtener las señales $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ que permitan al Bird Like seguir una trayectoria deseada (x_d, y_d, z_d) .

El primer paso en el diseño del controlador consiste en expresar el modelo del Bird Like mostrado en la Ecuación 3.4-5 en espacio de Estado, como un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \\ \emptyset \\ \emptyset \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.4-6 Variables de estado

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{u}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ x_4 \\ \frac{u}{m} (\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)) \\ x_6 \\ \frac{u}{m} (\cos(x_9) \cos(x_7) - g) \\ x_8 \\ \tau_\phi \\ x_{10} \\ \tau_\theta \\ x_{12} \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.4-7 Modelo Bird Like en espacio de estado

Usando la aproximación de Euler se tiene:

$$\begin{aligned}
 x_{1(n+1)} &= x_{1(n)} + T_o x_{2(n)} \\
 x_{2(n+1)} &= x_{2(n)} + T_o \frac{u}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\
 x_{3(n+1)} &= x_{3(n)} + T_o x_{4(n)} \\
 x_{4(n+1)} &= x_{4(n)} + T_o \frac{u}{m} (\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)) \\
 x_{5(n+1)} &= x_{5(n)} + T_o x_{6(n)} \\
 x_{6(n+1)} &= x_{6(n)} + T_o \frac{u}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) - g T_o \\
 x_{7(n+1)} &= x_{7(n)} + T_o x_{8(n)} \\
 x_{8(n+1)} &= x_{8(n)} + T_o \tau_{\phi(n)} \\
 x_{9(n+1)} &= x_{9(n)} + T_o x_{10(n)} \\
 x_{10(n+1)} &= x_{10(n)} + T_o \tau_{\theta(n)} \\
 x_{11(n+1)} &= x_{11(n)} + T_o x_{12(n)} \\
 x_{12(n+1)} &= x_{12(n)} + T_o \tau_{\psi(n)}
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.4-8 Aproximación de Euler del modelo del Bird Like

Expresando la Ecuación 3.4-7 en forma matricial se tiene la Ecuación 3.4-9.

La Ecuación 3.4-9 representa un sistema de ecuaciones lineales que permite calcular las acciones de control $(u, \tau_{\phi}, \tau_{\theta}, \tau_{\psi})$ para cada instante de muestreo, con el fin de que el Bird Like siga la trayectoria deseada. Ahora, es necesario especificar las condiciones para que este sistema tenga solución exacta. La primera condición es que el sistema de 6 ecuaciones con 4 incógnitas posea solución exacta.

$$\begin{bmatrix} \frac{T_o}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{T_o}{m} (\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{T_o}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \\
= \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12(n+1)} - x_{12(n)} \\ x_{1(n+1)} - x_{1(n)} - x_{2(n)}T_o \\ x_{3(n+1)} - x_{3(n)} - x_{4(n)}T_o \\ x_{5(n+1)} - x_{5(n)} - x_{6(n)}T_o \\ x_{7(n+1)} - x_{7(n)} - x_{8(n)}T_o \\ x_{9(n+1)} - x_{9(n)} - x_{10(n)}T_o \\ x_{11(n+1)} - x_{11(n)} - x_{12(n)}T_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-9 Modelo del Bird Like expresado en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} (\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \\
= \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8(n+1)} - x_{8(n)} \\ x_{10(n+1)} - x_{10(n)} \\ x_{12(n+1)} - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-10

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} (\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_7) \end{bmatrix} [u] = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-11

Utilizando la Ecuación 3.4-11 se puede verificar que el sistema posee solución exacta al calcular x_{7ez} y x_{9ez} .

$$tg(x_{7ez}) = \frac{-(\sin(x_9))(\Delta x_4 \cos(\psi) - \Delta x_2 \sin(\psi))}{\Delta x_4 \sin(\psi) + \Delta x_2 \cos(\psi)}$$

Ecuación 3.4-12

$$tg(x_{9ez}) = \frac{\Delta x_4 \sin(\psi) + \Delta x_2 \cos(\psi)}{\Delta x_6 + gT_o}$$

Ecuación 3.4-13

Donde x_{7ez} y x_{9ez} son las variables de referencia para que el sistema de la Ecuación 3.4-9 posea solución exacta y de esta manera el Bird Like siga la trayectoria deseada. Estas variables de referencia representan la orientación necesaria que debe tener el Bird Like para que el error de seguimiento sea igual a cero.

De igual manera de la Ecuación 3.4-9 las filas 7, 8, 9, 10, 11, 12 deben cumplir la condición de igualdad a cero, entonces

$$\begin{bmatrix} x_{2(n)} \\ x_{4(n)} \\ x_{6(n)} \\ x_{8(n)} \\ x_{10(n)} \\ x_{12(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{1ref(n+1)} - x_{1(n)} \\ x_{3ref(n+1)} - x_{3(n)} \\ x_{5ref(n+1)} - x_{5(n)} \\ x_{7ez} - x_{7(n)} \\ x_{9ez} - x_{9(n)} \\ x_{11ref(n+1)} - x_{11(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-14

Con el objetivo de que el error de seguimiento tienda a cero, se definen las siguientes expresiones

$$x_{1ref(n+1)} = xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)})$$

$$x_{3ref(n+1)} = xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)})$$

$$x_{5ref(n+1)} = xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)})$$

$$x_{7ref(n+1)} = x_{7ez} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)})$$

$$x_{9ref(n+1)} = x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)})$$

$$x_{11ref(n+1)} = xd_{11(n+1)} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)})$$

Ecuación 3.4-15

Donde $k_1, k_3, k_5, k_7, k_9, k_{11}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Remplazando la Ecuación 3.4-15 en la Ecuación 3.4-14 se obtiene la velocidad necesaria del Bird Like para que el error de seguimiento sea cero. Estos valores son los deseados de velocidad. Por lo que se representa con el subíndice d .

$$\begin{aligned} x_{d2(n+1)} &= \frac{xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) - x_{1(n)}}{T_o} \\ x_{d4(n+1)} &= \frac{xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) - x_{3(n)}}{T_o} \\ x_{d6(n+1)} &= \frac{xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) - x_{5(n)}}{T_o} \\ x_{d8(n+1)} &= \frac{x_{7ez} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)}) - x_{7(n)}}{T_o} \\ x_{d10(n+1)} &= \frac{x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)}) - x_{9(n)}}{T_o} \\ x_{d12(n+1)} &= \frac{xd_{11(n+1)} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)}) - x_{11(n)}}{T_o} \end{aligned}$$

Ecuación 3.4-16

Aplicamos la misma estructura de enfoque que la expresada en la Ecuación 3.4-15 con los valores que se obtuvieron en la Ecuación 3.4-16 para hacer que la velocidad del tricóptero tienda a la velocidad de referencia.

$$\begin{aligned} x_{2ref(n+1)} &= xd_{2(n+1)} - k_2(xd_{2(n)} - x_{2(n)}) \\ x_{4ref(n+1)} &= xd_{4(n+1)} - k_4(xd_{4(n)} - x_{4(n)}) \\ x_{6ref(n+1)} &= xd_{6(n+1)} - k_6(xd_{6(n)} - x_{6(n)}) \\ x_{8ref(n+1)} &= xd_{8(n+1)} - k_8(xd_{8(n)} - x_{8(n)}) \\ x_{10ref(n+1)} &= xd_{10(n+1)} - k_{10}(xd_{10(n)} - x_{10(n)}) \\ x_{12ref(n+1)} &= xd_{12(n+1)} - k_{12}(xd_{12(n)} - x_{12(n)}) \end{aligned}$$

Ecuación 3.4-17

Donde $k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Con lo cual el sistema final por ser resuelto es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} (\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} \cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \\
= \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2ref}(n+1) - x_{2(n)} \\ x_{4ref}(n+1) - x_{4(n)} \\ x_{6ref}(n+1) - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8ref}(n+1) - x_{8(n)} \\ x_{10ref}(n+1) - x_{10(n)} \\ x_{12ref}(n+1) - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-18

La Ecuación 3.3-18 expresada de manera simplificada es:

$$A x = b$$

Ecuación 3.4-19

Para resolver el sistema de la Ecuación 3.2-18 se utiliza la matriz pseudo inversa para encontrar las acciones de control.

La solución del sistema puede ser encontrada de la siguiente manera:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

Ecuación 3.4-20

Donde

$$(A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-21

$$A^T b = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} \frac{\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)}{m} \Delta x_2 + \frac{\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)}{m} \Delta x_4 + \frac{\cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez})}{m} (\Delta x_6 + gT_o) \\ x_{8ref}(n+1) - x_{8(n)} \\ x_{10ref}(n+1) - x_{10(n)} \\ x_{12ref}(n+1) - x_{12(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4-22

Con lo cual las acciones de control son:

$$\begin{aligned}
u = \frac{1}{T_o} & \left(\frac{\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)}{m} \Delta x_2 \right. \\
& + \frac{\sin(x_{11}) \sin(x_9) \cos(x_7) - \cos(x_{11}) \sin(x_7)}{m} \Delta x_4 \\
& + \frac{\cos(x_{9ez}) \cos(x_{7ez})}{m} (\Delta x_6 + g T_o) \Big) \\
\tau_\phi &= \frac{1}{T_o} (x_{8ref(n+1)} - x_{8(n)}) \\
\tau_\theta &= \frac{1}{T_o} (x_{10ref(n+1)} - x_{10(n)}) \\
\tau_\psi &= \frac{1}{T_o} (x_{12ref(n+1)} - x_{12(n)})
\end{aligned}$$

Ecuación 3.4-23 Acciones de control del Bird Like

3.5 SIMULACIÓN Y CONTROL UAV HELICOPTERO.

El modelo lineal del Helicóptero implementado en Simulink basándose en las Ecuaciones 2.5-46 es:

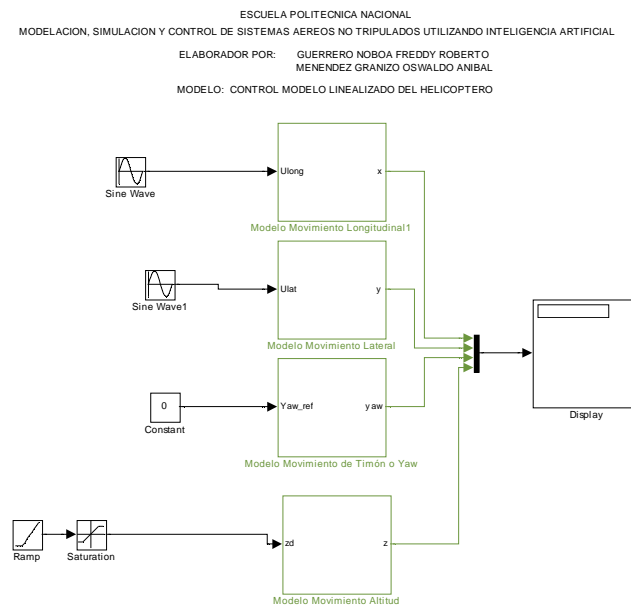


Figura 3.51 Modelo lineal del Helicóptero

En la Figura 3.51 se observa los bloques que conforman el modelo lineal del helicóptero, cada bloque contiene la función de transferencia que caracteriza el comportamiento del sistema.

Mientras que el modelo no lineal basándose en las Ecuaciones 2.5-27 se muestra en la Figura 3.52.

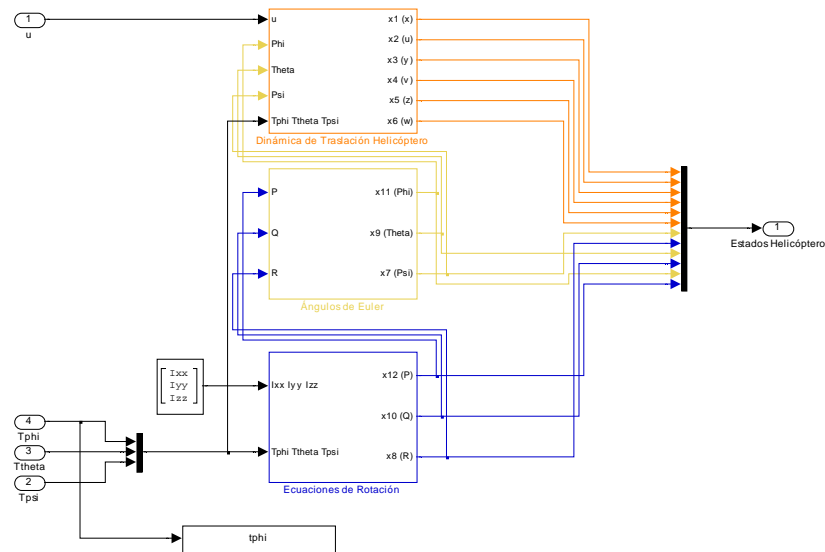


Figura 3.52 Modelo No Lineal Helicóptero

3.5.1 SIMULACIÓN UAV HELICOPTERO.

Una vez implementado el modelo, se coloca una entrada tipo rampa, con una saturación en el valor de 2 a las entradas de control (S_{lon} , S_{lat} , S_{mr} , S_{mr}). Se propone el control del helicóptero sin movimiento sobre su propio eje, con lo cual el ángulo yaw es cargado con 0 (cero).

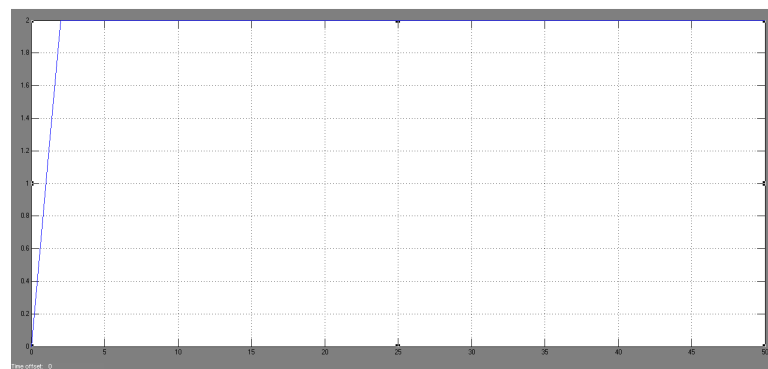


Figura 3.53 Entradas de control del helicóptero

Con dichas entradas de control se realiza la simulación con un tiempo de 50s, las respuestas de posición en x, y, z son las siguientes:

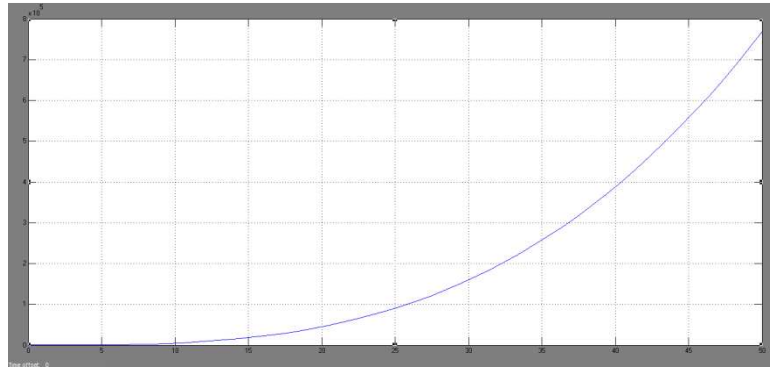


Figura 3.54 Respuesta en x del Helicóptero

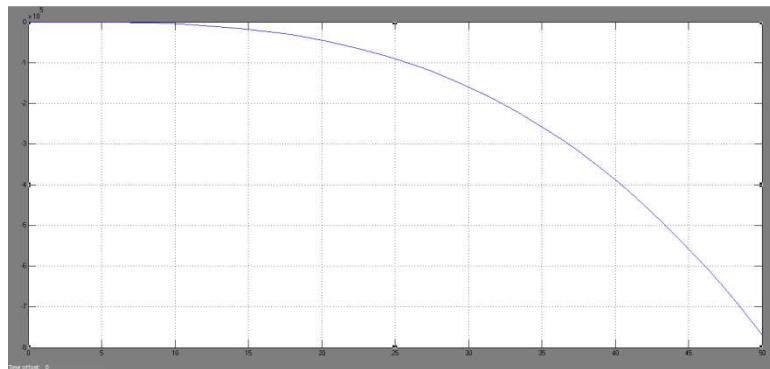


Figura 3.55 Respuesta en y del helicóptero

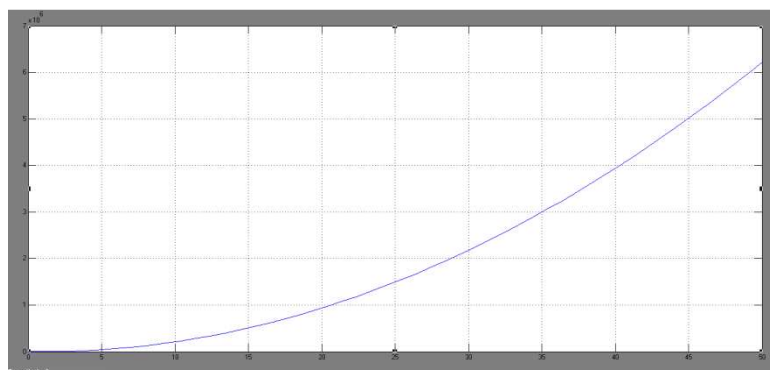


Figura 3.56 Respuesta en z del helicóptero

Las figuras muestran las respuestas del UAV Helicóptero en los ejes x, y, z respectivamente, las cuales crecen sin control al transcurrir el tiempo, por lo que es necesario implementar acciones de control para que el UAV Helicóptero realice una trayectoria deseada.

3.5.2 CONTROL DEL UAV HELICOPTERO.

Debido a la complejidad del modelo no lineal del helicóptero, para este modelo solo se realiza el diseño de un controlador basado en álgebra lineal, mientras que

para el modelo lineal se realiza el diseño de los controladores basados en Lógica Difusa, Redes Neuronales y PID.

3.5.3 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN LÓGICA DIFUSA PARA EL UAV HELICOPTERO. [23], [24], [25], [26]

Se utiliza dos controladores basados en lógica difusa, para calcular la velocidad deseada del helicóptero en los ejes x,z. Estos controladores permiten adaptar variables, es decir, pasar de una trayectoria deseada a un valor de velocidad deseado, para luego con este valor de velocidad poder controlar la posición del helicóptero por medio de un PID, en cada eje, que mantenga una referencia deseada.

El diseño de los controladores basados en lógica difusa se utiliza exactamente el mismo procedimiento que en 3.1.3, con las siguientes diferencias:

- Se utiliza una sola entrada al controlador basado en Lógica Difusa, esta entrada representa el error de posición en cada eje y una salida que representa la velocidad deseada.

Las funciones de membrecía de la entrada y salida se muestran en las Figuras 3.57 y 3.58.

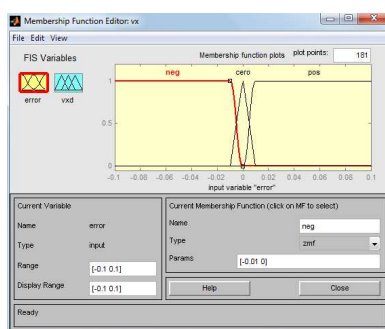


Figura 3.57 Función de membrecía de la entrada del controlador basado en Lógica Difusa

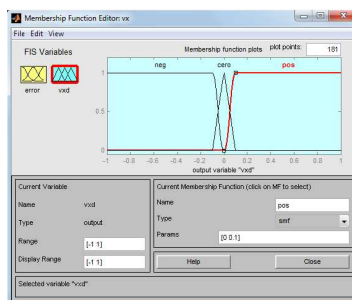


Figura 3.58 Función de membresía de la salida del controlador basado en Lógica Difusa

Las reglas del controlador se muestran en la Figura 3.59.

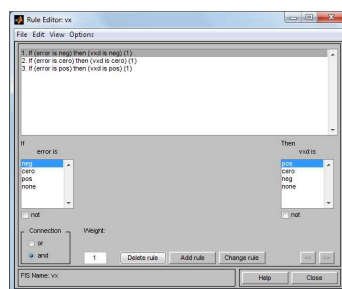


Figura 3.59 Reglas del controlador basado en Lógica Difusa para el helicóptero.

3.5.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR PID PARA EL UAV HELICOPTERO. [4]

Para el control del UAV Helicóptero se utiliza cuatro PID.

- Uno para el control de posición en x.
- Dos para el control de posición en y. En éste eje se utilizan dos PID, uno para obtener una velocidad deseada y otro para mantener la referencia de velocidad y de ésta manera poder alcanzar la trayectoria deseada.
- Uno para el control de posición en z.

El diseño de los controladores PID se realiza de la misma manera que en la sección 3.1.4, con lo cual los valores de las constantes de los diferentes PID son:

Tabla 3.19 Valores de PID para posición en x del helicóptero

Controlador PID para F_x del UAV Helicóptero	P	I	D
	10	3.295	6.4582

Tabla 3.20 Valores de PID para velocidad en y del helicóptero

Controlador PID para F_x del UAV Helicóptero	P	I	D
	10	0.85	0

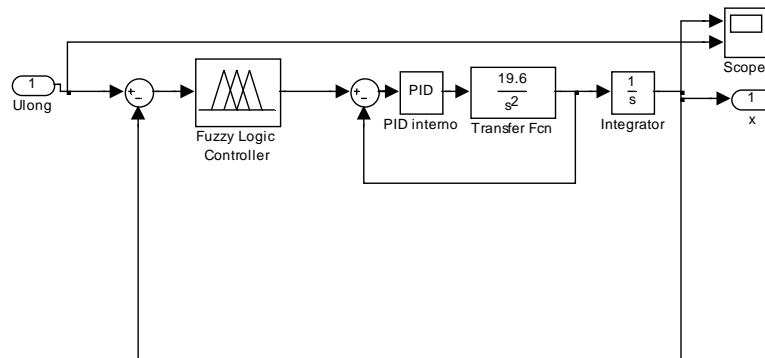
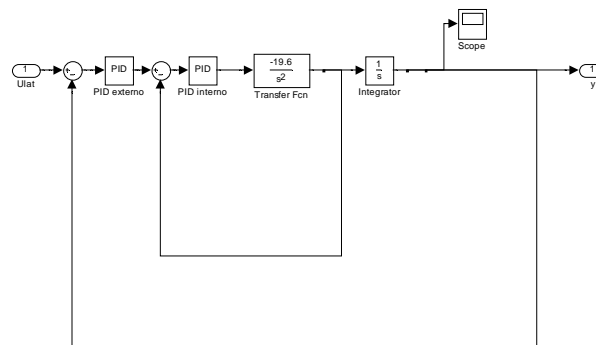
Tabla 3.21 Valores de PID para posición en y del helicóptero

Controlador PID para F_x del UAV Helicóptero	P	I	D
	-10	-3.295	-6.4582

Tabla 3.22 Valores PID para posición en z del helicóptero

Controlador PID para τ_θ del UAV Helicóptero	P	I	D
	0.0095	5	0.0001

Con lo cual el diagrama de control combinado entre PID y lógica difusa es el siguiente:

**Figura 3.60** Control en el eje x del helicóptero**Figura 3.61** Control en el eje y del helicóptero

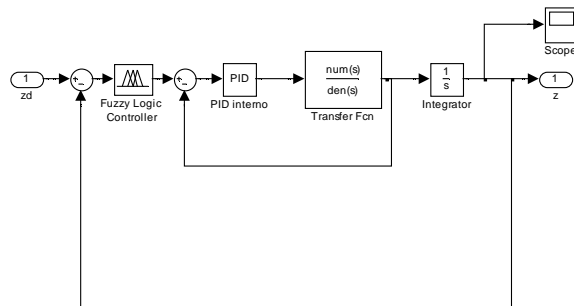


Figura 3.62 Control en el eje z del helicóptero.

3.5.5 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN REDES NEURONALES PARA EL UAV HELICOPTERO. [27]

Para el diseño del controlador basado en Redes Neuronales se utiliza el toolbox de Matlab “Neural Network Tool”, en el cual se elige el controlador NARMA - L2 Controller, en el cual se cargan los parámetros para el diseño de la red neuronal.

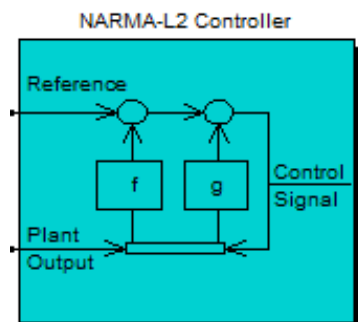


Figura 3.63 Controlador usado para realizar Redes Neuronales en el helicóptero

Los parámetros a cargar son:

- 10000 muestras de entrenamiento
- Señal de entrada acotada entre -1 y 4
- Señal de salida mayor a cero

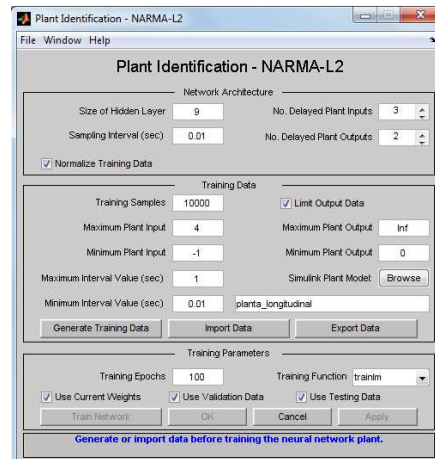


Figura 3.64 Parámetros cargados de la red neuronal

El diseño de la red neuronal se completa con un PID que se encarga de mantener una referencia de velocidad del helicóptero. Las constantes del PID son:

Tabla 3.23 Valores PID para Redes Neuronales del helicóptero

Controlador PID para Redes Neuronales del helicóptero	P	I	D
	10	0	6.5

Finalmente el control implementado es el siguiente:

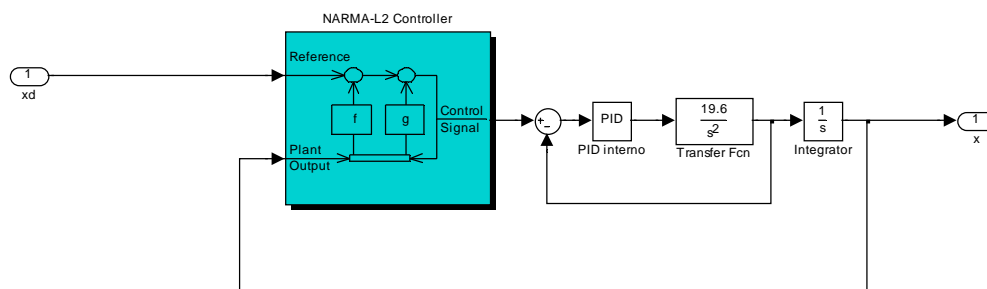


Figura 3.65 Control combinado entre Redes Neuronales y PID para el helicóptero.

3.5.6 DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL PARA EL UAV HELICÓPTERO.

Para el diseño del controlador basado en álgebra lineal para el UAV Helicóptero, se realiza en base al sistema desacoplado no lineal del helicóptero.

La posición del helicóptero está definido por:

$$\begin{aligned}m\ddot{x} &= u(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\m\ddot{y} &= u(-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi) \\m\ddot{z} &= u(c\phi c\theta) - mg\end{aligned}$$

Ecuación 3.5-1

Con lo cual el modelo del helicóptero simplificado queda definido por:

$$\begin{aligned}m\ddot{x} &= u(s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\m\ddot{y} &= u(-c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi) \\m\ddot{z} &= u(c\phi c\theta) - mg \\ \psi &= \frac{s\phi}{c\theta}q + \frac{c\phi}{c\theta}r \\ \dot{\theta} &= c\phi(q) - s\phi(r) \\ \phi &= p + s\phi t\dot{\theta}(q) + c\phi t\dot{\theta}(r) \\ \dot{r} &= \frac{I_x - I_y}{I_z}pq + \frac{\tau_\psi}{I_z} \\ \dot{q} &= \frac{I_z - I_x}{I_y}pr + \frac{\tau_\theta}{I_y} \\ \dot{p} &= \frac{I_y - I_z}{I_x}qr + \frac{\tau_\phi}{I_x}\end{aligned}$$

Ecuación 3.5-2

El objetivo de diseñar el controlador basado en álgebra lineal es obtener las señales $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ que permitan al Helicóptero seguir una trayectoria deseada (x_d, y_d, z_d) .

El primer paso en el diseño del controlador consiste en expresar el modelo del Helicóptero mostrado en la Ecuación 3.5-2 en espacio de Estado, como un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \\ \psi \\ r \\ \theta \\ q \\ \phi \\ p \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.5-3 Variables de estado

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{u}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ x_4 \\ \frac{u}{m} (\sin(x_7) \sin(x_9) \cos(x_{11}) - \cos(x_7) \sin(x_{11})) \\ x_6 \\ \frac{u}{m} (\cos(x_9) \cos(x_{11}) - g) \\ \frac{\sin(x_{11})}{\cos(x_9)} x_{10} + \frac{\cos(x_{11})}{\cos(x_9)} x_8 \\ \frac{I_x - I_y}{I_z} x_{10} x_{12} + \frac{\tau_\psi}{I_z} \\ \cos(x_{11}) x_{10} - \sin(x_{11}) x_8 \\ \frac{I_z - I_x}{I_y} x_{12} x_8 + \frac{\tau_\theta}{I_y} \\ x_{12} + \sin(x_{11}) \tan(x_9) x_{10} + \cos(x_{11}) \tan(x_9) x_8 \\ \frac{I_y - I_z}{I_x} x_8 x_{10} + \frac{\tau_\phi}{I_x} \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.5-4 Modelo Helicóptero en espacio de estado

Usando la aproximación de Euler se tiene:

$$\begin{aligned} x_{1(n+1)} &= x_{1(n)} + T_o x_{2(n)} \\ x_{2(n+1)} &= x_{2(n)} + T_o \frac{u}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ x_{3(n+1)} &= x_{3(n)} + T_o x_{4(n)} \\ x_{4(n+1)} &= x_{4(n)} + T_o \frac{u}{m} (\sin(x_7) \sin(x_9) \cos(x_{11}) - \cos(x_7) \sin(x_{11})) \\ x_{5(n+1)} &= x_{5(n)} + T_o x_{6(n)} \\ x_{6(n+1)} &= x_{6(n)} + T_o \frac{u}{m} (\cos(x_9) \cos(x_{11}) - g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{7(n+1)} &= x_{7(n)} + T_o \left(\frac{\sin(x_{11})}{\cos(x_9)} x_{10(n)} + \frac{\cos(x_{11})}{\cos(x_9)} x_{8(n)} \right) \\
x_{8(n+1)} &= x_{8(n)} + T_o \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} x_{10(n)} x_{12(n)} + \frac{\tau_\psi(n)}{I_z} \right) \\
x_{9(n+1)} &= x_{9(n)} + T_o (\cos(x_{11}) x_{10(n)} - \sin(x_{11}) x_{8(n)}) \\
x_{10(n+1)} &= x_{10(n)} + T_o \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} x_{12(n)} x_{8(n)} + \frac{\tau_\theta(n)}{I_y} \right) \\
x_{11(n+1)} &= x_{11(n)} + T_o (x_{12(n)} + \sin(x_{11}) \tan(x_9) x_{10(n)} + \cos(x_{11}) \tan(x_9) x_{8(n)}) \\
x_{12(n+1)} &= x_{12(n)} + T_o \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} x_{8(n)} x_{10(n)} + \frac{\tau_\phi(n)}{I_x} \right)
\end{aligned}$$

Ecuación 3.5-5 Aproximación de Euler del modelo del Helicóptero

Expresando la Ecuación 3.5-4 en forma matricial se tiene la Ecuación 3.5-6

$$\begin{bmatrix}
\frac{T_o}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\
\frac{T_o}{m} (\sin(x_7) \sin(x_9) \cos(x_{11}) - \cos(x_7) \sin(x_{11})) \\
\frac{T_o}{m} (\cos(x_9) \cos(x_{11})) \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
\frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\
0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\
0 & 0 & \frac{1}{I_z} \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
u \\
\tau_\phi \\
\tau_\theta \\
\tau_\psi
\end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8(n+1)} - x_{8(n)} - T_o \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} x_{10(n)} x_{12(n)} \right) \\ x_{10(n+1)} - x_{10(n)} - T_o \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} x_{12(n)} x_{8(n)} \right) \\ x_{12(n+1)} - x_{12(n)} - T_o \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} x_{8(n)} x_{10(n)} \right) \\ x_{1(n+1)} - x_{1(n)} - x_{2(n)} T_o \\ x_{3(n+1)} - x_{3(n)} - x_{4(n)} T_o \\ x_{5(n+1)} - x_{5(n)} - x_{6(n)} T_o \\ x_{7(n+1)} - x_{7(n)} - \left(\frac{\sin(x_{11})}{\cos(x_9)} x_{10(n)} + \frac{\cos(x_{11})}{\cos(x_9)} x_{8(n)} \right) T_o \\ x_{9(n+1)} - x_{9(n)} - (\cos(x_{11}) x_{10(n)} - \sin(x_{11}) x_{8(n)}) T_o \\ x_{11(n+1)} - x_{11(n)} - (x_{12(n)} + \sin(x_{11}) \tan(x_9) x_{10(n)} + \cos(x_{11}) \tan(x_9) x_{8(n)}) T_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.5-6 Modelo del Helicóptero expresado en forma matricial

La Ecuación 3.5-6 representa un sistema de ecuaciones lineales que permite calcular las acciones de control $(u, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ para cada instante de muestreo, con el fin de que el Helicóptero siga la trayectoria deseada. Ahora, es necesario especificar las condiciones para que éste sistema tenga solución exacta. La primera condición es que el sistema de 6 ecuaciones con 4 incógnitas posea solución exacta.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} (\sin(x_9) \cos(x_7) \cos(x_{11}) + \sin(x_7) \sin(x_{11})) \\ \frac{1}{m} (\sin(x_7) \sin(x_9) \cos(x_{11}) - \cos(x_7) \sin(x_{11})) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_{11}) \end{bmatrix} [u] = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.5-7

Utilizando la Ecuación 3.5-7 se puede verificar que el sistema posee solución exacta al calcular x_{7ez} y x_{9ez} .

$$tg(x_{11ez}) = \frac{-(\sin(x_{9ez}))(\Delta x_4 \cos(\psi) - \Delta x_2 \sin(\psi))}{\Delta x_4 \sin(\psi) + \Delta x_2 \cos(\psi)}$$

Ecuación 3.5-8

$$tg(x_{9ez}) = \frac{\Delta x_4 \sin(\psi) + \Delta x_2 \cos(\psi)}{\Delta x_6 + gT_o}$$

Ecuación 3.5-9

Donde x_{7ez} y x_{9ez} son las variables de referencia para que el sistema de la Ecuación 3.5-6 posea solución exacta y de ésta manera el Helicóptero siga la trayectoria deseada. Estas variables de referencia representan la orientación necesaria que debe tener el Helicóptero para que el error de seguimiento sea igual a cero.

De igual manera de la Ecuación 3.5-6 las filas 7, 8, 9, 10, 11, 12 deben cumplir la condición de igualdad a cero, entonces

$$\begin{bmatrix} x_{2(n)} \\ x_{4(n)} \\ x_{6(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{1ref(n+1)} - x_{1(n)} \\ x_{3ref(n+1)} - x_{3(n)} \\ x_{5ref(n+1)} - x_{5(n)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{8(n)} \\ x_{10(n)} \\ x_{12(n)} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} \frac{\cos(x_{11(n)})}{\cos(x_{9(n)})} & \frac{\sin(x_{11(n)})}{\cos(x_{9(n)})} & 0 \\ -\sin(x_{11(n)}) & \cos(x_{11(n)}) & 0 \\ \sin(x_{11(n)}) \tan(x_{9(n)}) & \cos(x_{11(n)}) \tan(x_{9(n)}) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} x_{7ez} - x_{7(n)} \\ x_{9ez} - x_{9(n)} \\ x_{11ref(n+1)} - x_{11(n)} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.5-10

Con el objetivo de que el error de seguimiento tienda a cero, se definen las siguientes expresiones

$$x_{1ref(n+1)} = xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)})$$

$$x_{3ref(n+1)} = xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)})$$

$$x_{5ref(n+1)} = xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)})$$

$$x_{7ref(n+1)} = xd_{8(n+1)} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)})$$

$$x_{9ref(n+1)} = x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)})$$

$$x_{11ref(n+1)} = x_{11ez} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)})$$

Ecuación 3.5-11

Donde $k_1, k_3, k_5, k_7, k_9, k_{11}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Remplazando la Ecuación 3.5-11 en la ecuación 3.5-10 se obtiene la velocidad necesaria del Helicóptero para que el error de seguimiento sea cero. Estos

valores son los deseados de velocidad. Por lo que se representa con el subíndice d .

$$\begin{aligned}
 x_{d2(n+1)} &= \frac{xd_{1(n+1)} - k_1(xd_{1(n)} - x_{1(n)}) - x_{1(n)}}{T_o} \\
 x_{d4(n+1)} &= \frac{xd_{3(n+1)} - k_3(xd_{3(n)} - x_{3(n)}) - x_{3(n)}}{T_o} \\
 x_{d6(n+1)} &= \frac{xd_{5(n+1)} - k_5(xd_{5(n)} - x_{5(n)}) - x_{5(n)}}{T_o} \\
 x_{d8(n+1)} &= \frac{xd_{7(n+1)} - k_7(x_{7ez} - x_{7(n)}) - x_{7(n)}}{T_o} \\
 x_{d10(n+1)} &= \frac{x_{9ez} - k_9(x_{9ez} - x_{9(n)}) - x_{9(n)}}{T_o} \\
 x_{d12(n+1)} &= \frac{x_{11ez} - k_{11}(xd_{11(n)} - x_{11(n)}) - x_{11(n)}}{T_o}
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.5-12

Aplicando la misma estructura de enfoque que la expresada en la Ecuación 3.5-11 con los valores que se obtuvieron en la Ecuación 3.5-12 para hacer que la velocidad del helicóptero tienda a la velocidad de referencia.

$$\begin{aligned}
 x_{2ref(n+1)} &= xd_{2(n+1)} - k_2(xd_{2(n)} - x_{2(n)}) \\
 x_{4ref(n+1)} &= xd_{4(n+1)} - k_4(xd_{4(n)} - x_{4(n)}) \\
 x_{6ref(n+1)} &= xd_{6(n+1)} - k_6(xd_{6(n)} - x_{6(n)}) \\
 x_{8ref(n+1)} &= xd_{8(n+1)} - k_8(xd_{8(n)} - x_{8(n)}) \\
 x_{10ref(n+1)} &= xd_{10(n+1)} - k_{10}(xd_{10(n)} - x_{10(n)}) \\
 x_{12ref(n+1)} &= xd_{12(n+1)} - k_{12}(xd_{12(n)} - x_{12(n)})
 \end{aligned}$$

Ecuación 3.5-13

Donde $k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}$ son constantes de diseño entre 0 y 1.

Con lo cual, el sistema final por ser resuelto es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{m} (\sin(x_9) \cos(x_{11}) \cos(x_7) + \sin(x_{11}) \sin(x_7)) \\ \frac{1}{m} (\sin(x_7) \sin(x_9) \cos(x_{11}) - \cos(x_7) \sin(x_{11})) \\ \frac{1}{m} \cos(x_9) \cos(x_{11}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{T_o} \begin{bmatrix} x_{2(n+1)} - x_{2(n)} \\ x_{4(n+1)} - x_{4(n)} \\ x_{6(n+1)} - x_{6(n)} + gT_o \\ x_{8(n+1)} - x_{8(n)} - T_o \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} x_{10(n)} x_{12(n)} \right) \\ x_{10(n+1)} - x_{10(n)} - T_o \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} x_{12(n)} x_{8(n)} \right) \\ x_{12(n+1)} - x_{12(n)} - T_o \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} x_{8(n)} x_{10(n)} \right) \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.5-14

La Ecuación 3.5-14 expresada de manera simplificada es:

$$A x = b$$

Ecuación 3.5-15

Para resolver el sistema de la Ecuación 3.5-14 se utiliza la matriz pseudo inversa para encontrar las acciones de control.

La solución del sistema puede ser encontrado de la siguiente manera

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b$$

Ecuación 3.5-16

CAPÍTULO 4

4. PRUEBAS Y RESULTADOS.

El modelo de los cada uno de los sistemas aéreos no tripulados obtenido en el Capítulo 2, es controlado con los cuatro controladores diseñados en el Capítulo 3, en donde mediante la combinación de las técnicas de control se logró obtener resultados satisfactorios en el seguimiento de una trayectoria deseada. Las simulaciones fueron desarrolladas en MATLAB y Simulink, cada sistema fue simulado para tres diferentes trayectorias de referencia obteniendo resultados acordes a lo deseado.

4.1 RESULTADOS DEL AVION PVTOL.

4.1.1 RESULTADOS DEL CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.

4.1.1.1 Trayectoria Recta.

Se propone una trayectoria recta, la cual se genera mediante entradas tipo rampa, en cada uno de los ejes de referencia x , z . Esta trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Avión PVTOL con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 1000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID presenta un control en el seguimiento de trayectoria muy bueno, en el cual el error de posición es muy pequeño, además que el sistema no presenta oscilaciones.

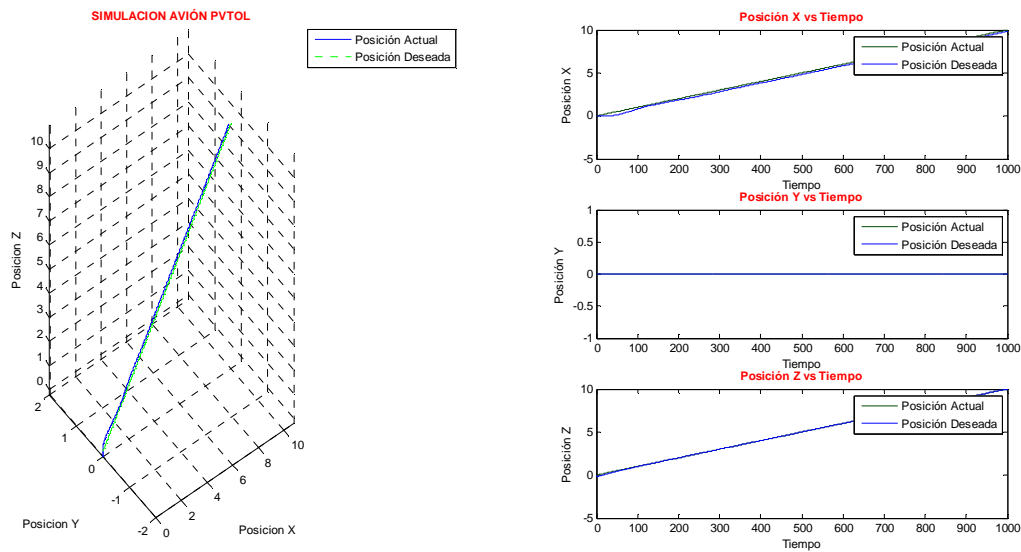


Figura 4.1 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria recta con control combinado entre Lógica Difusa y PID

4.1.1.2 Trayectoria Circular.

Se propone una trayectoria circular, la cual se genera mediante una entrada tipo seno en el eje x y una entrada tipo coseno en el eje z , esta trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Avión PVTOL con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 4000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID cumple con el objetivo de seguimiento de trayectoria a pesar de que presenta una pequeña oscilación en el eje x en los primeros segundos pero la misma desaparece al transcurrir el tiempo, mientras que en el eje z el seguimiento de trayectoria presenta un error muy pequeño.

4.1.1.3 Trayectoria Seno.

Se propone una trayectoria tipo seno, la cual se genera mediante una entrada tipo rampa en el eje x y una entrada seno en el eje z. Se realiza la simulación del modelo del Avión PVTOL con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 4000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y

PID es muy bueno, en el cual el error de posición es muy pequeño además que el sistema no presenta oscilaciones.

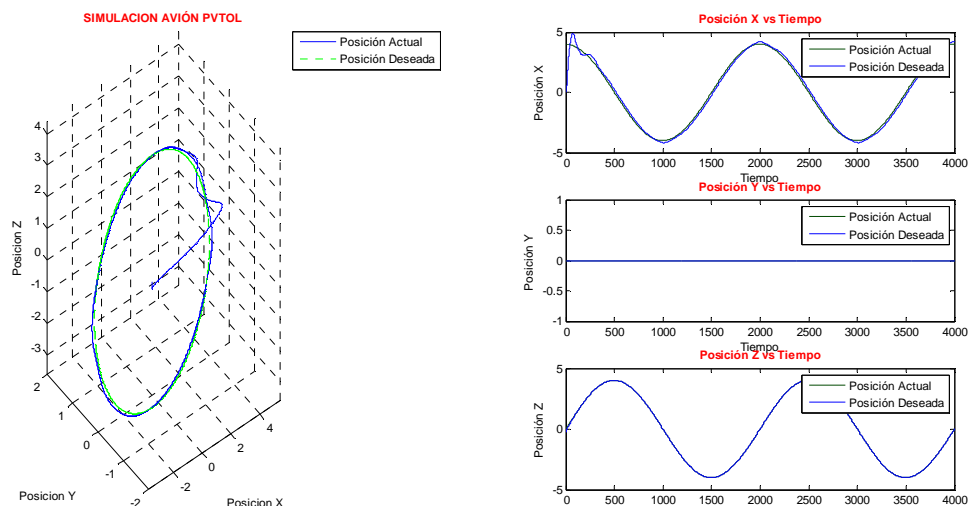


Figura 4.2 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria circular con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

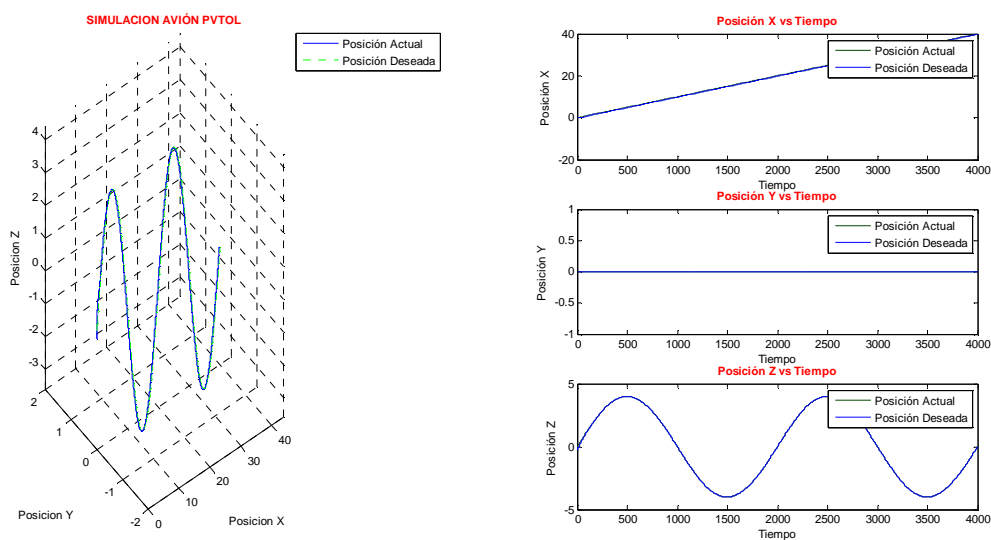


Figura 4.3 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria seno con control combinado entre Lógica Difusa y PID

4.1.2 RESULTADOS DEL CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.

4.1.2.1 Trayectoria Recta.

A diferencia del control combinado entre Lógica Difusa y PID, el control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta oscilaciones muy pequeñas en cada uno de los ejes de referencia x, z del sistema, pero el seguimiento de trayectoria es muy bueno con error de posición muy pequeño.

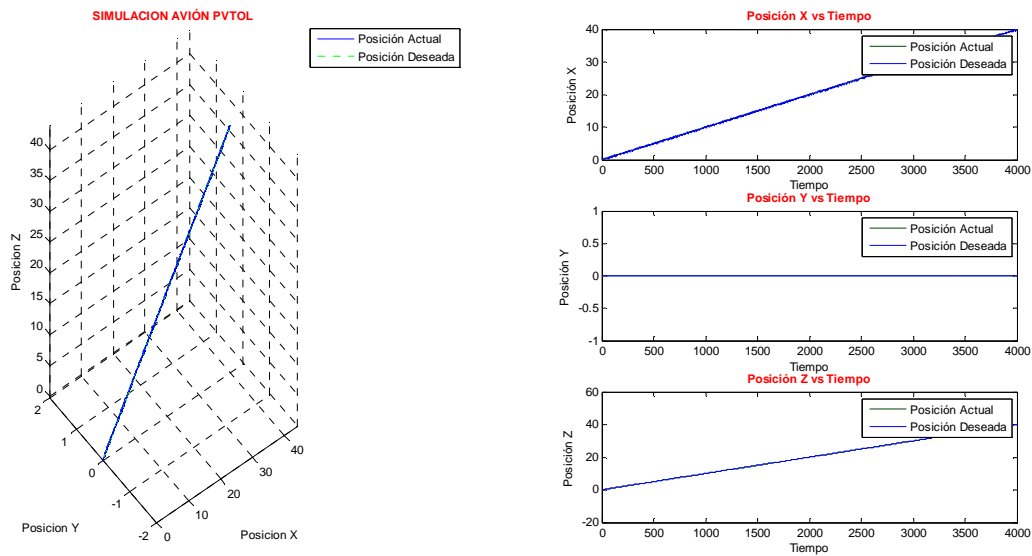


Figura 4.4 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria recta con control combinado entre Redes Neuronales y PID

4.1.2.2 Trayectoria Circular.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta oscilaciones muy pequeñas en cada uno de los ejes de referencia x, z del sistema y en comparación con el control combinado entre Lógica Difusa y PID, este control disminuye la oscilación inicial que se presentó en el eje x, además el seguimiento de trayectoria es muy bueno con error de posición muy pequeño.

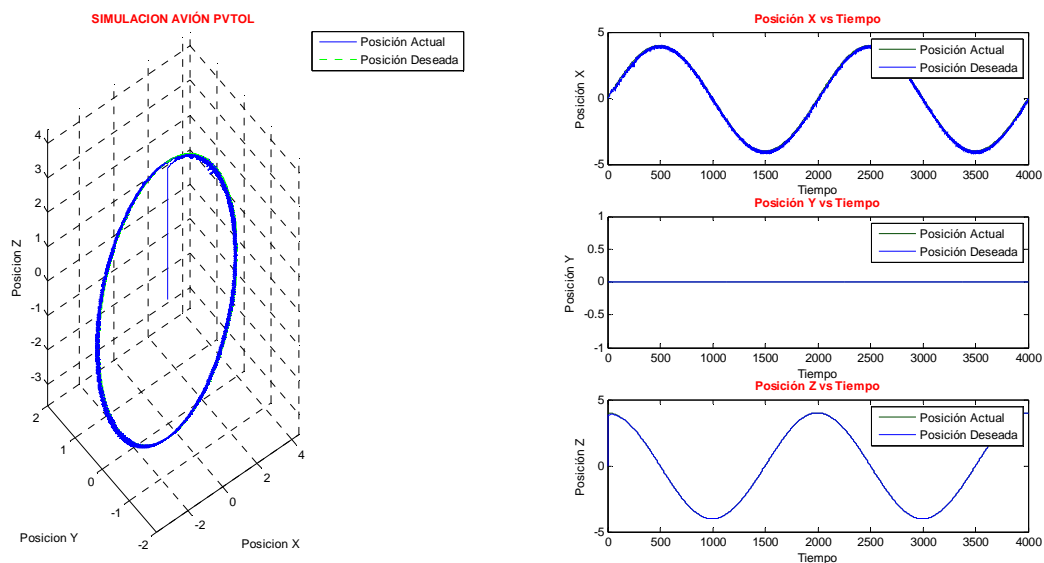


Figura 4.5 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria circular con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.1.2.3 Trayectoria Seno.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta oscilaciones muy pequeñas en el eje x del sistema, pero éstas no afectan en el seguimiento de la trayectoria deseada.

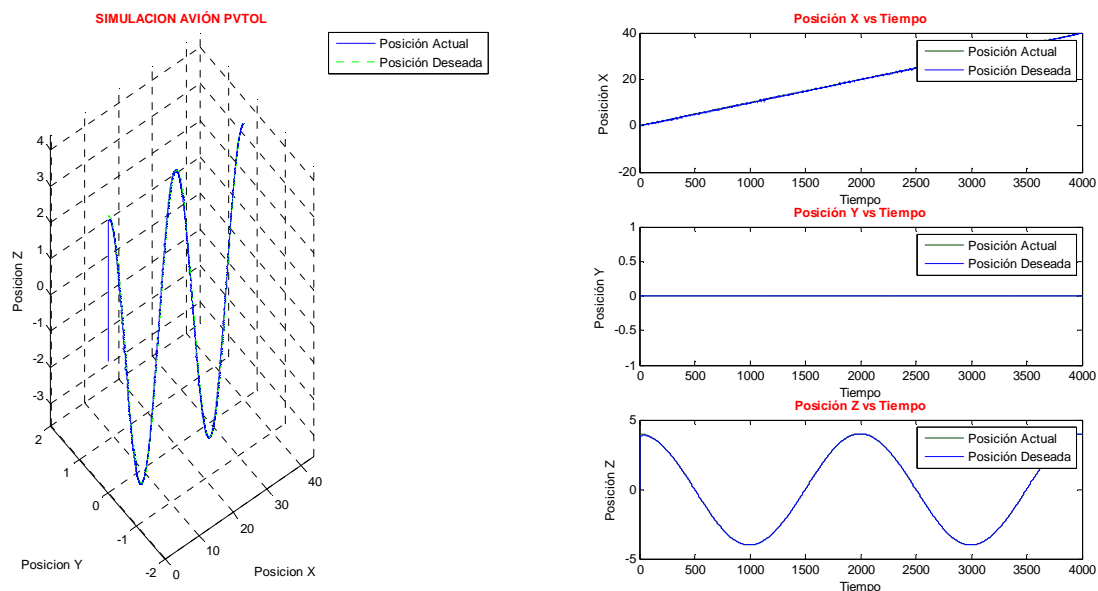


Figura 4.6 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria seno con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.1.3 RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.

4.1.3.1 Trayectoria Recta.

El controlador basado en álgebra lineal presenta una excelente respuesta en el seguimiento de trayectoria a pesar de presentar un error de posición pequeño al inicio de la trayectoria pero que se corrige inmediatamente.

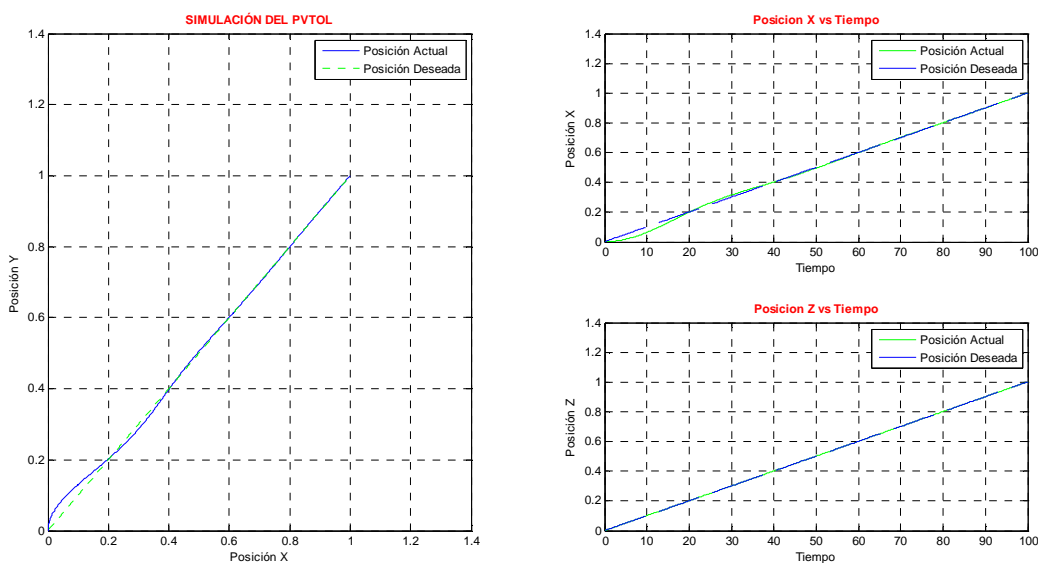


Figura 4.7 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria recta con control basado en Algebra Lineal

4.1.3.2 Trayectoria Circular.

El controlador basado en Lógica Difusa permite eliminar las pequeñas oscilaciones en el sistema; presenta un error de posición pequeño respecto a la trayectoria deseada, éste se produce por un pequeño error en el eje x, ya que en el eje z no se presenta este error.

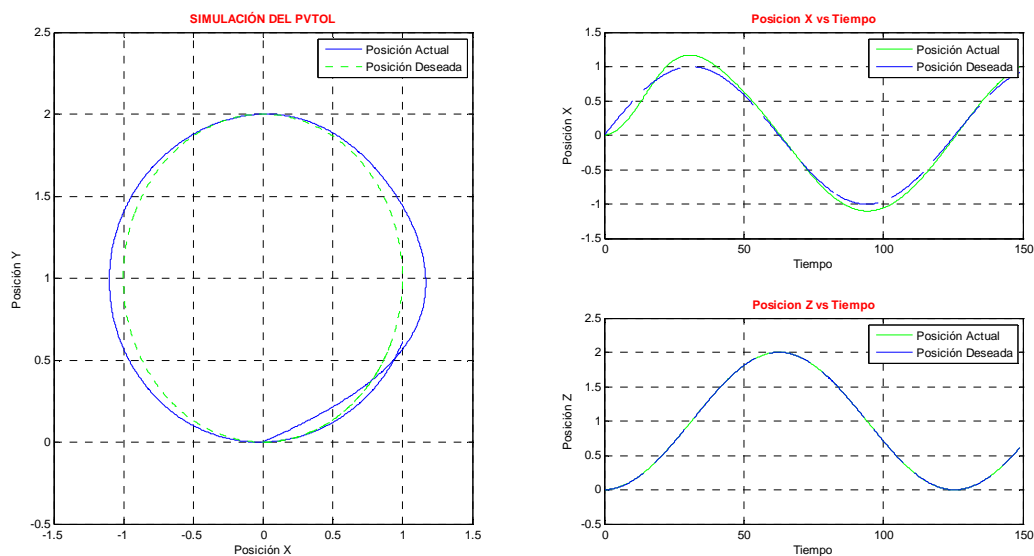


Figura 4.8 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria circular con control basado en Álgebra Lineal

4.1.3.3 Trayectoria Seno.

El controlador basado en Lógica Difusa permite un seguimiento de trayectoria casi perfecto para una trayectoria tipo seno, presenta un error pequeño de posición al inicio de la trayectoria pero se corrige inmediatamente y de una manera adecuada.

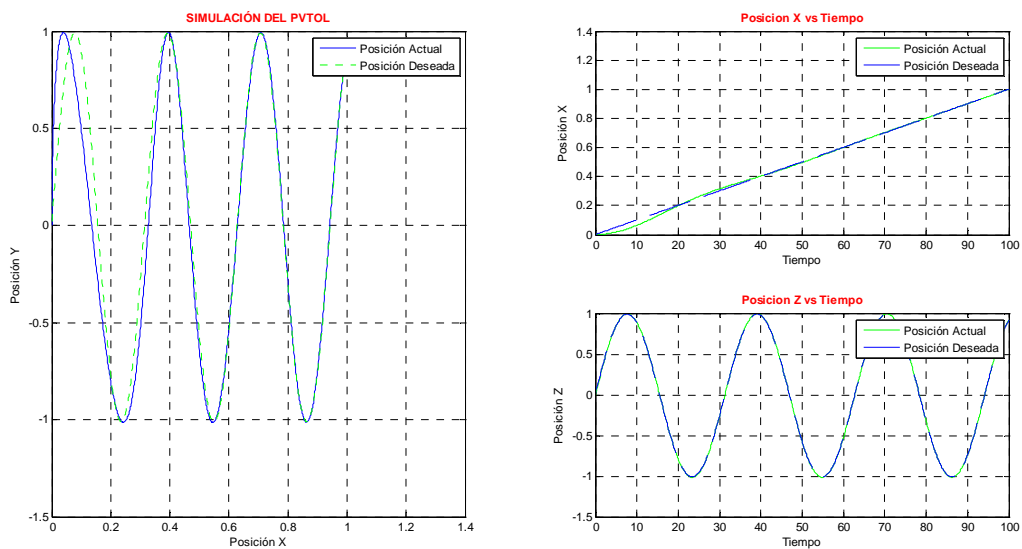


Figura 4.9 Respuesta del Avión PVTOL ante una trayectoria seno con control basado en Álgebra Lineal.

4.2 RESULTADOS DEL CUADRICÓPTERO.

El modelo del cuadricóptero obtenido en el Capítulo 2, es controlado con los cuatro controladores diseñados en el Capítulo 3, en donde mediante la combinación de las técnicas de control se logró obtener resultados satisfactorios en el seguimiento de trayectorias.

4.2.1 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.

Se realizó un control combinado entre lógica difusa y PID para seguir una trayectoria deseada, la simulación fue desarrollada en MATLAB y Simulink obteniendo los siguientes resultados.

4.2.1.1 Trayectoria Recta.

Se propone una trayectoria recta, la cual se genera mediante entradas tipo rampa, en cada uno de los ejes de referencia x , y , z . Esta trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Cuadricóptero con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 1000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID presenta un control en el seguimiento de trayectoria muy bueno, en el cual el error de posición es muy pequeño.

4.2.1.2 Trayectoria Espiral.

Se propone una trayectoria espiral, la cual se genera mediante una entrada tipo seno en el eje x , una entrada tipo coseno en el eje y , una entrada tipo rampa saturada en el eje z . Esta trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Cuadricóptero con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 4000s y se

obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID posee un error muy pequeño de posición respecto a la trayectoria deseada.

4.2.1.3 Trayectoria Resorte.

Se propone una trayectoria resorte, la cual se genera mediante una entrada tipo seno en el eje x, una entrada tipo coseno en el eje y, una entrada tipo rampa sin saturación en el eje z. Esta trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Cuadricóptero con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 4000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID posee un error muy pequeño de posición en el eje z respecto a la trayectoria deseada, mientras que el seguimiento de trayectoria en los eje x, y es perfecto.

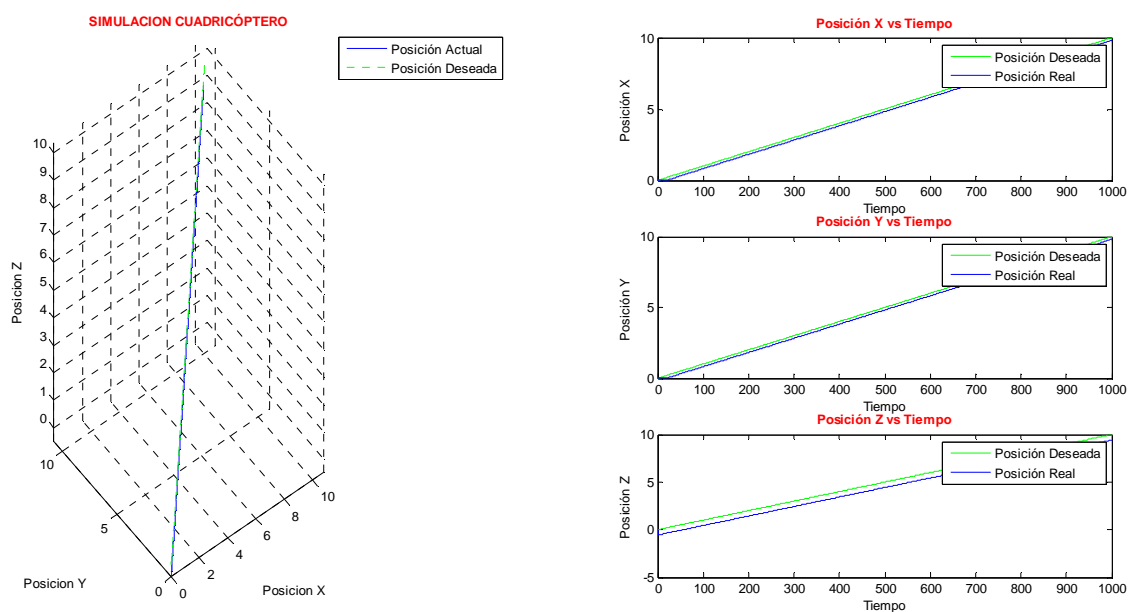


Figura 4.10 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria recta con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

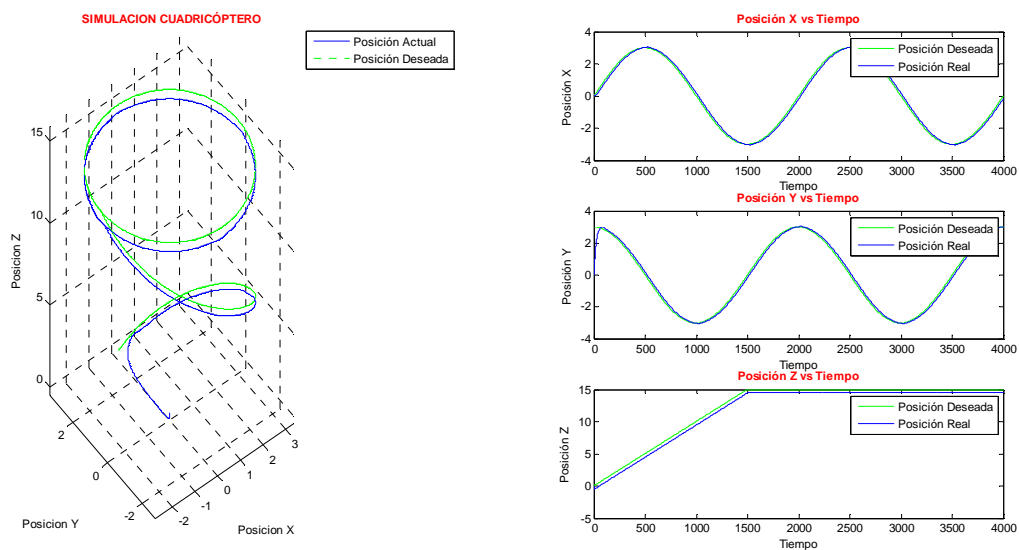


Figura 4.11 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria espiral con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

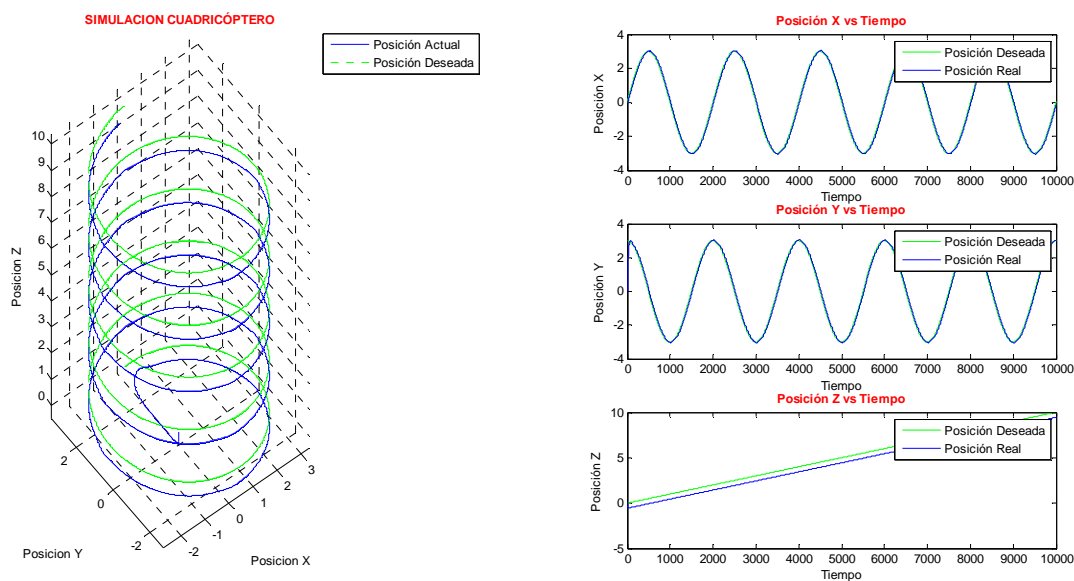


Figura 4.12 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria resorte con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

4.2.2 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.

4.2.2.1 Trayectoria Recta.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta pequeñas oscilaciones en los ejes x, y, además de un ligero error de posición en el eje z, pero el seguimiento de trayectoria es muy bueno.

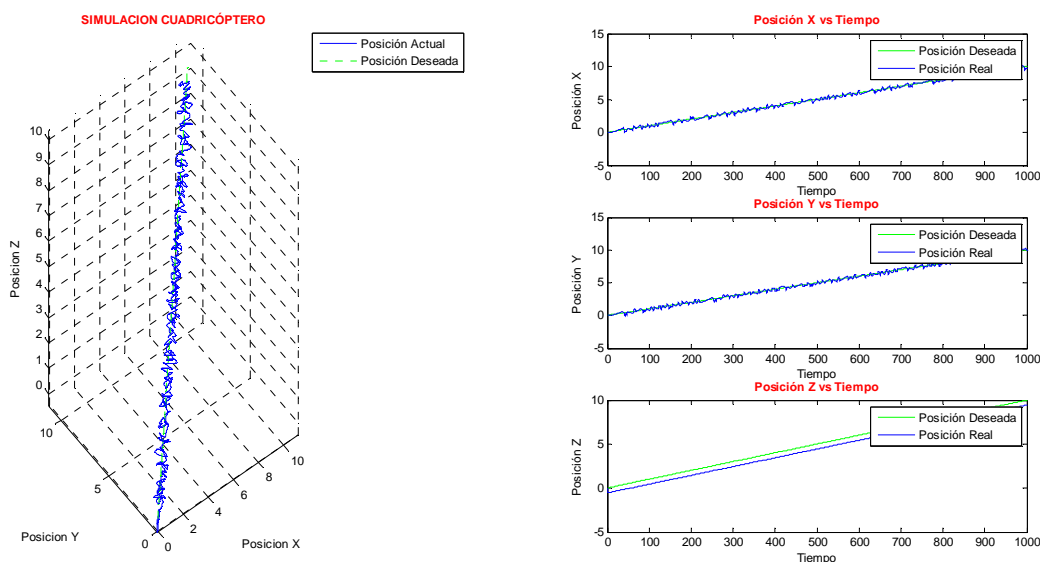


Figura 4.13 Respuesta del Cuadrícóptero ante una trayectoria recta con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.2.2.2 Trayectoria Espiral.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta pequeñas oscilaciones en los ejes x, y, además de un ligero error de posición en el eje z, pero el controlador cumple el objetivo de seguir una trayectoria definida.

4.2.2.3 Trayectoria Resorte.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta pequeñas oscilaciones en los ejes x, y, además de un ligero error de posición en el eje z, pero el controlador cumple el objetivo de seguir una trayectoria definida. Además que las oscilaciones presentes en las respuestas son pequeñas que no le afectan en el seguimiento de trayectoria al modelo.

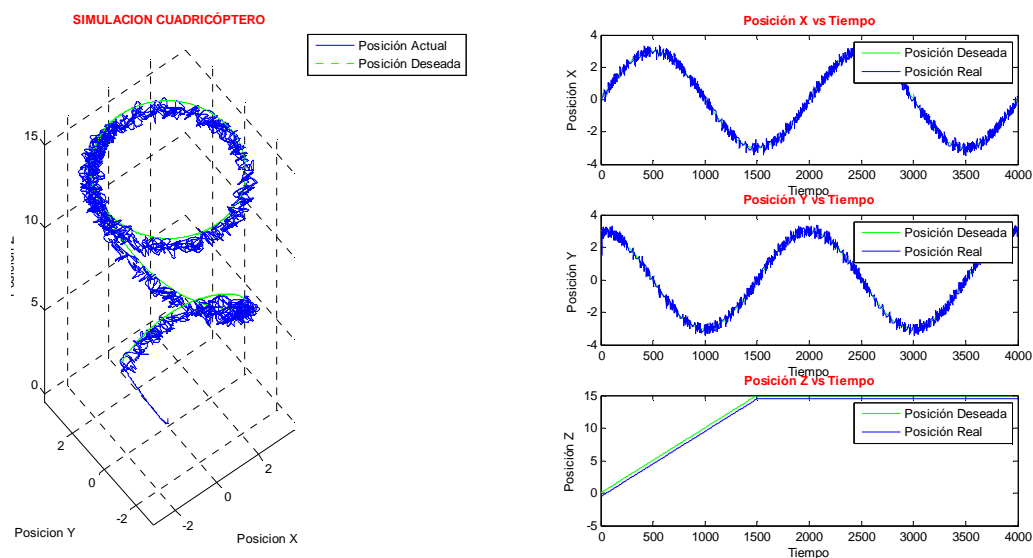


Figura 4.14 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria circular con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

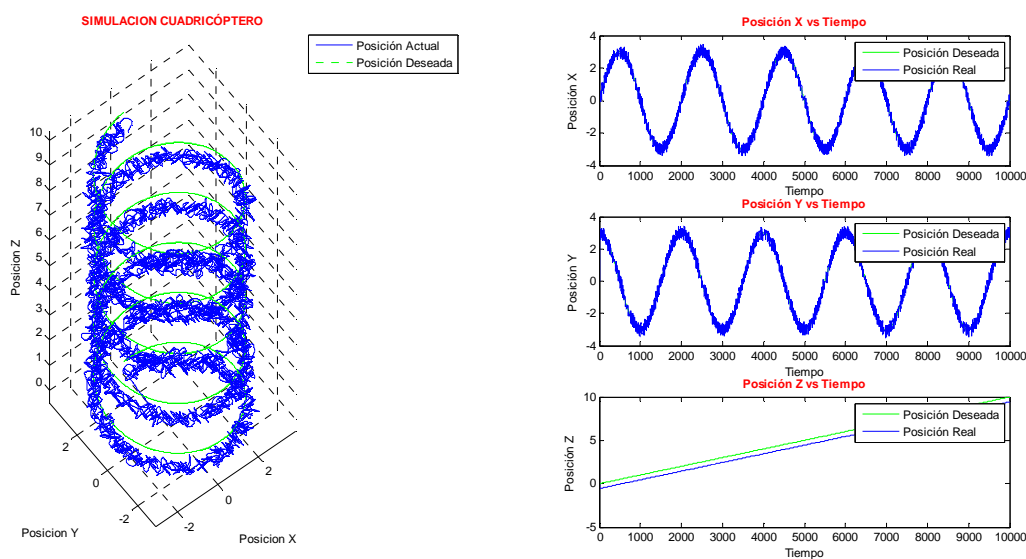


Figura 4.15 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria espiral con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.2.3 RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL .

4.2.3.1 Trayectoria Recta.

El controlador basado en Álgebra Lineal elimina todo tipo de oscilaciones presentes en el sistema, además de no poseer error de posición, con lo cual el seguimiento de trayectoria es perfecto.

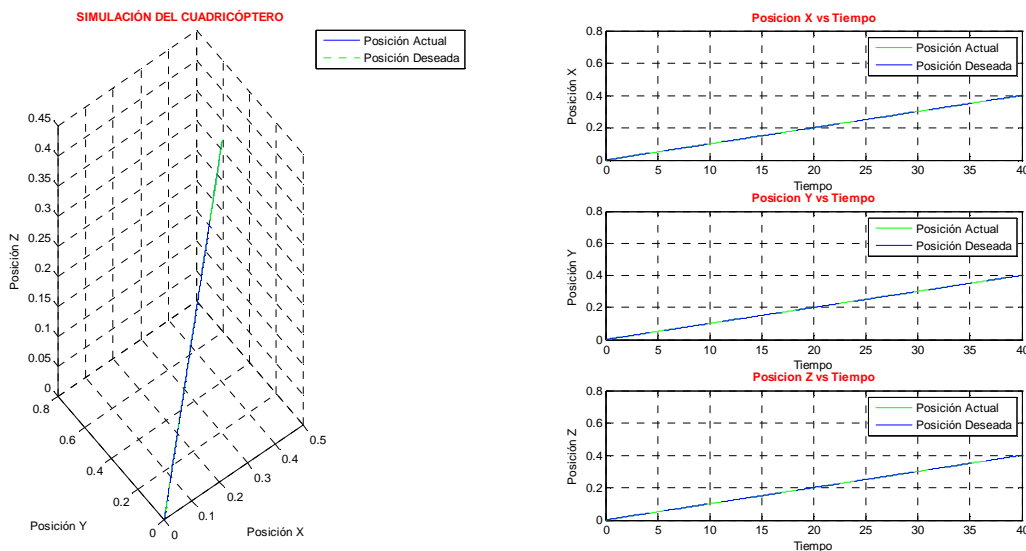


Figura 4.16 Respuesta del Cuadróptero ante una trayectoria recta con control basado en Álgebra Lineal.

4.2.3.2 Trayectoria Espiral.

El controlador basado en álgebra lineal elimina las oscilaciones presentes en el sistema, además de no poseer error de posición, con lo cual el seguimiento de trayectoria es perfecto.

4.2.3.3 Trayectoria Resorte.

De igual manera el controlador basado en Álgebra Lineal elimina las oscilaciones presentes en el sistema, además de no poseer error de posición, con lo cual el modelo sigue perfectamente la trayectoria.

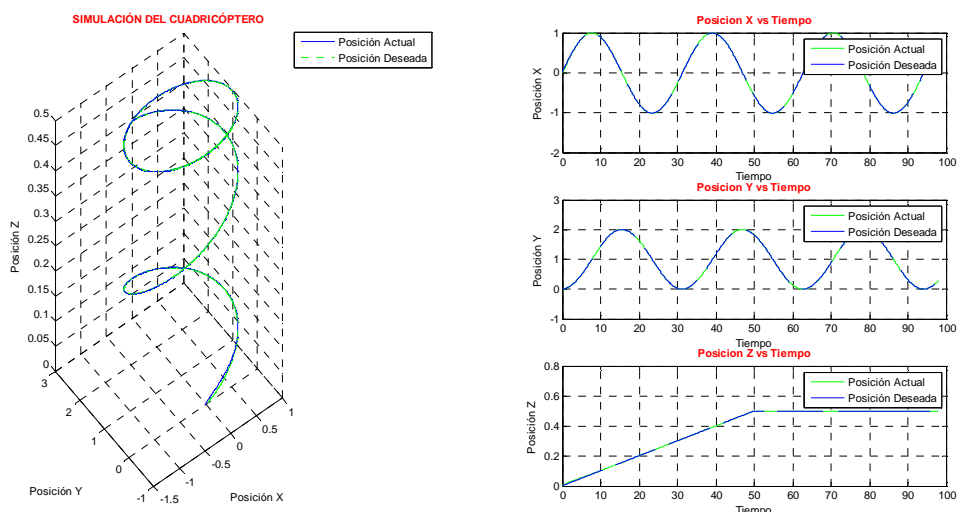


Figura 4.17 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria circular con control basado en Álgebra Lineal.

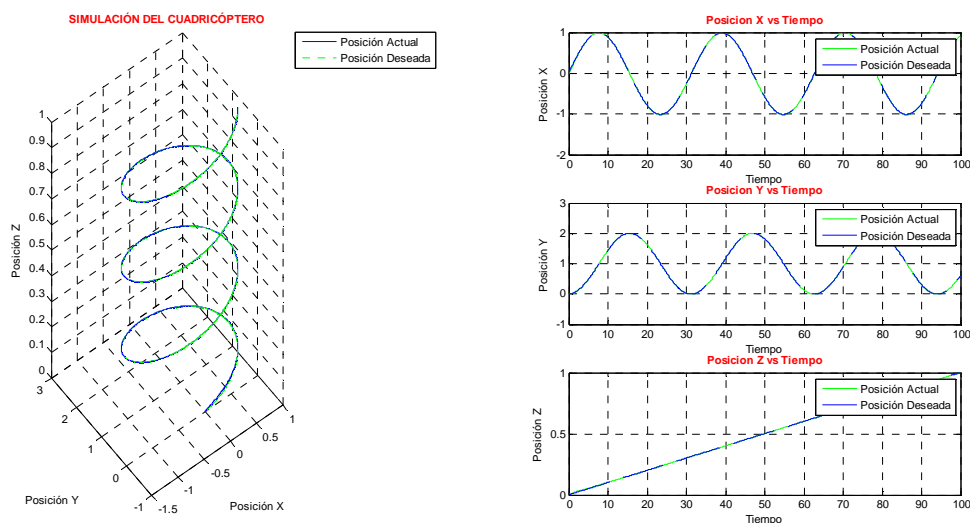


Figura 4.18 Respuesta del Cuadricóptero ante una trayectoria resorte con control basado en Álgebra Lineal.

4.3 RESULTADOS DEL TRICÓPTERO.

El modelo del tricóptero obtenido en el Capítulo 2, es controlado con los cuatro controladores diseñados en el Capítulo 3, en donde mediante la combinación de las técnicas de control se logró obtener resultados satisfactorios en el seguimiento de trayectorias.

4.3.1 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.

Se realizó un control combinado entre lógica difusa y PID para seguir una trayectoria deseada, la simulación fue desarrollada en MATLAB y Simulink obteniendo los siguientes resultados.

4.3.1.1 Trayectoria Recta.

Se propone una trayectoria recta, la cual se genera mediante entradas tipo rampa, en cada uno de los ejes de referencia x, y, z. Esta trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Tricóptero con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 1000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID presenta un control en el seguimiento de trayectoria muy bueno, en el cual el error de posición es muy pequeño.

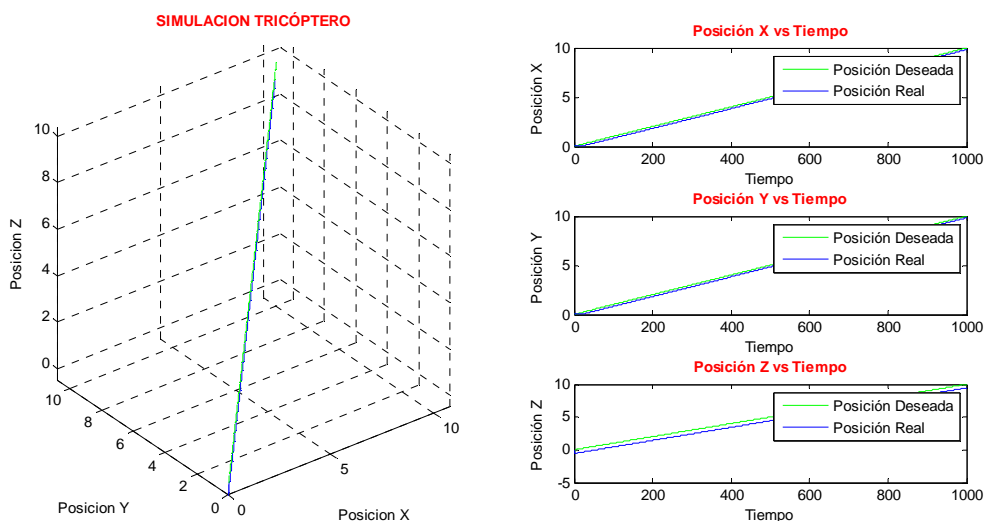


Figura 4.19 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria recta con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

4.3.1.2 Trayectoria Seno Creciente.

Se propone una trayectoria recta, la cual se genera mediante entradas tipo rampa, en los ejes de referencia x, y, mientras que en el eje z se genera una entrada tipo seno. La trayectoria es cargada en Simulink en el bloque generación de trayectoria. Se realiza la simulación del modelo del Tricóptero con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 4000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID presenta un control en el seguimiento de trayectoria muy bueno, el cual presenta un pequeño error de posición en el eje z, pero en el eje x, y el seguimiento es perfecto.

4.3.1.3 Trayectoria Resorte.

Se propone una trayectoria recta, la cual se genera mediante entradas tipo seno en el eje x, una entrada tipo coseno en el eje y, mientras que en el eje z se genera una entrada tipo rampa. Se realiza la simulación del modelo del Tricóptero con control combinado entre Lógica Difusa y PID para un tiempo de 4000s y se obtiene que el control combinado entre Lógica Difusa y PID presenta un control en el seguimiento de trayectoria perfecto.

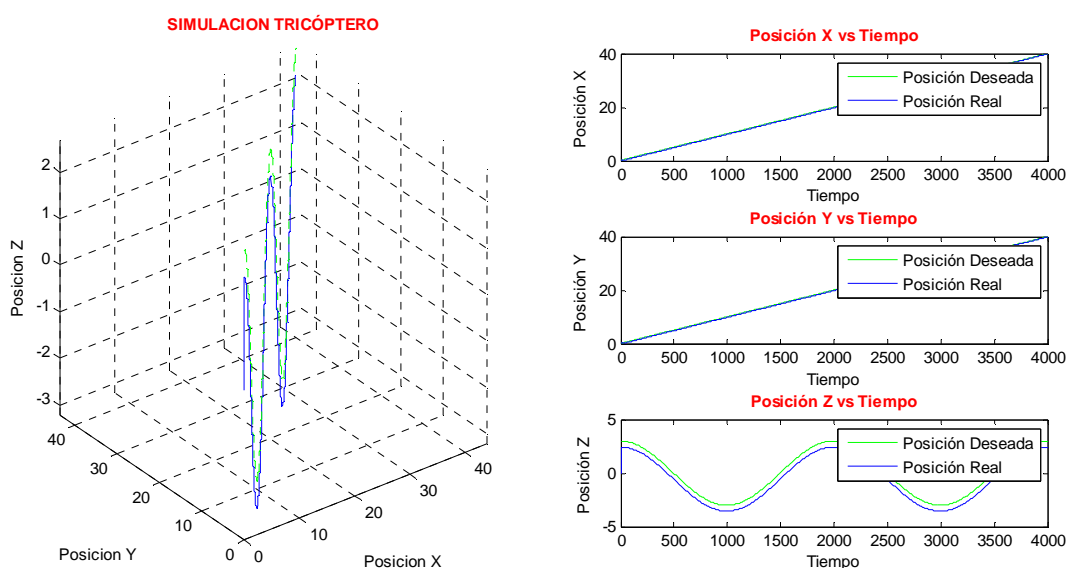


Figura 4.20 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria seno creciente con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

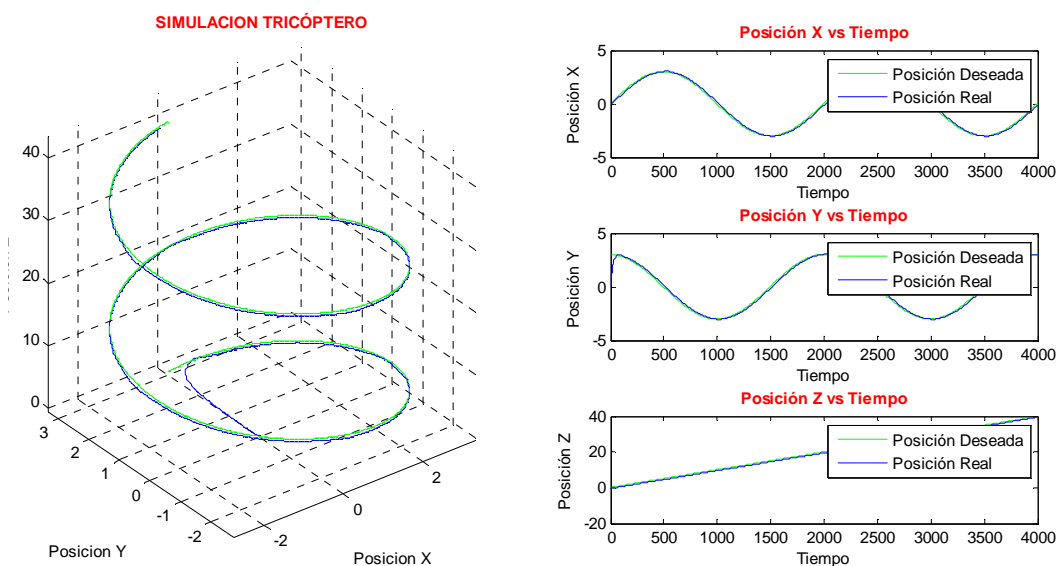


Figura 4.21 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria resorte con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

4.3.2 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.

4.3.2.1 Trayectoria Recta.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta pequeñas oscilaciones en el sistema, pero el seguimiento de trayectoria es muy bueno.

4.3.2.2 Trayectoria Seno Creciente.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta pequeñas oscilaciones en el sistema, además de un pequeño error de posición en el eje z.

4.3.2.3 Trayectoria Circular.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta oscilaciones en los tres ejes de referencia, lo que representa una vibración mayor del sistema en su trayectoria.

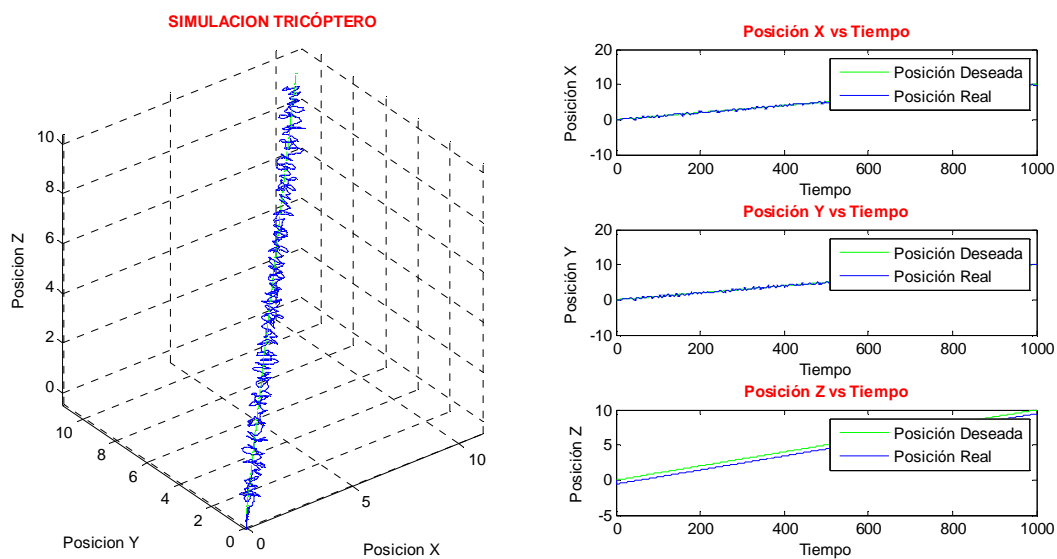


Figura 4.22 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria recta con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

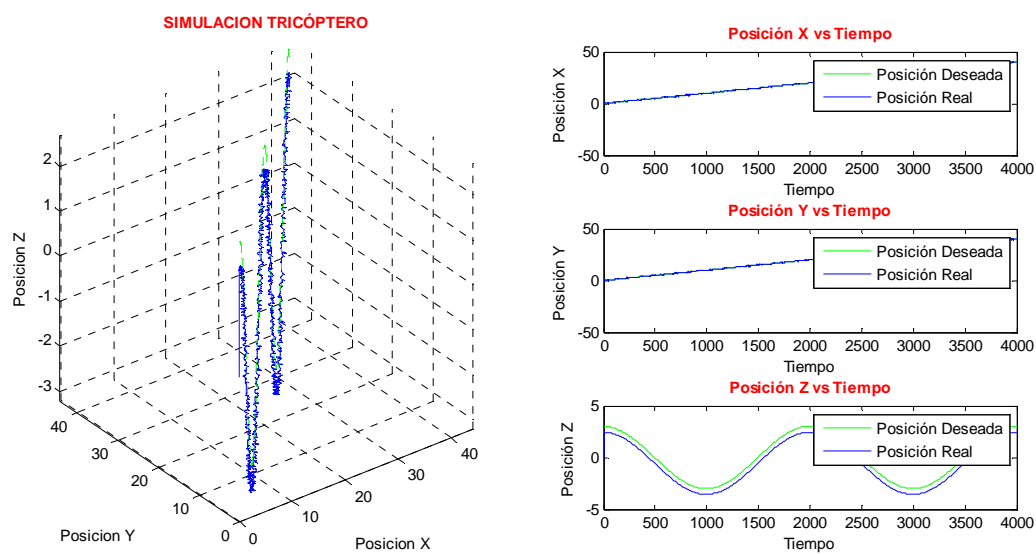


Figura 4.23 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria seno creciente con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

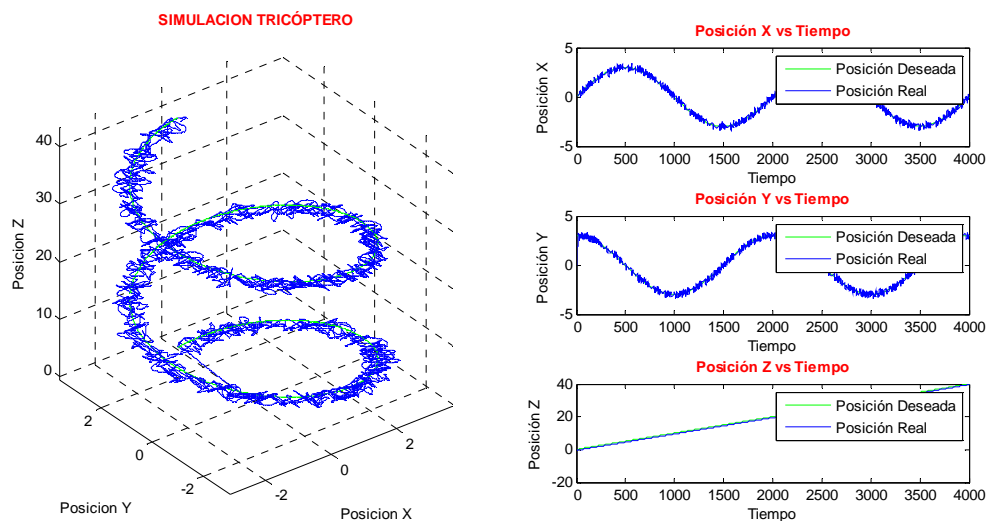


Figura 4.24 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria circular con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.3.3 RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.

4.3.3.1 Trayectoria Recta.

El controlador basado en Álgebra Lineal presenta un seguimiento de trayectoria perfecto, con un error casi nulo de posición en cada uno de los ejes.

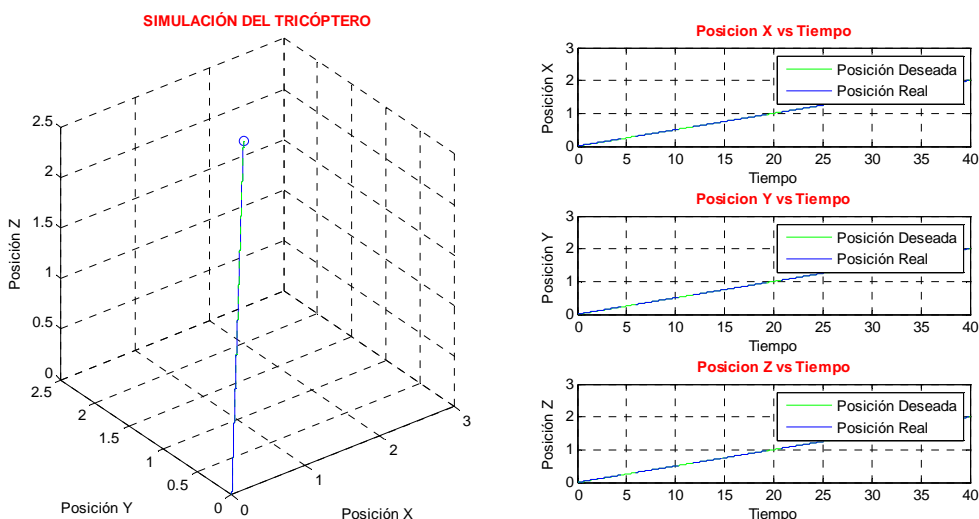


Figura 4.25 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria recta con control basado en Álgebra Lineal

4.3.3.2 Trayectoria Seno Creciente.

El controlador basado en Álgebra Lineal para una trayectoria tipo seno creciente presenta grandes resultados ya que posee un error casi nulo de posición en cada uno de los ejes.

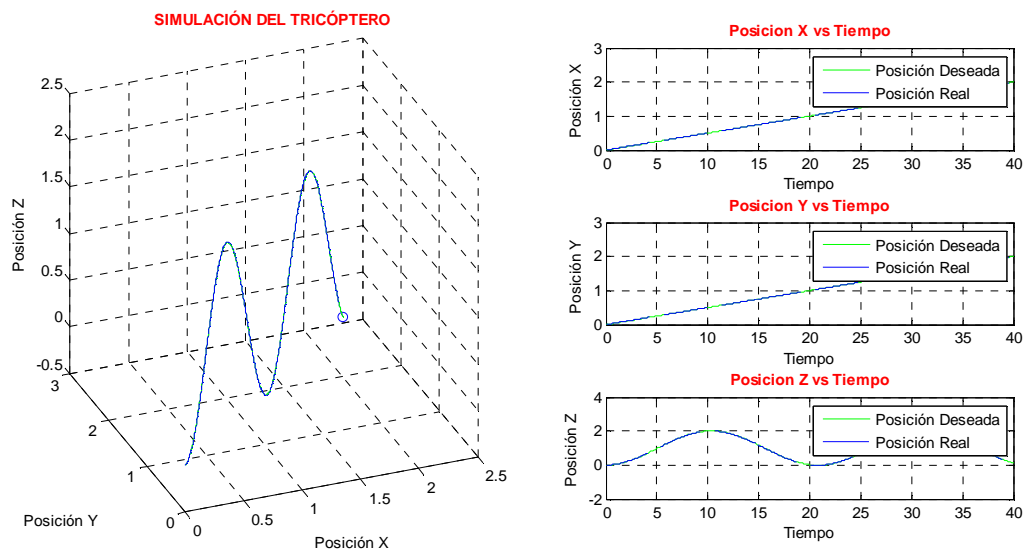


Figura 4.26 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria seno creciente con control basado en Álgebra Lineal

4.3.3.3 Trayectoria Resorte.

El controlador basado en Álgebra Lineal presenta un seguimiento muy bueno en una trayectoria tipo resorte como se muestra en la Figura 4.27.

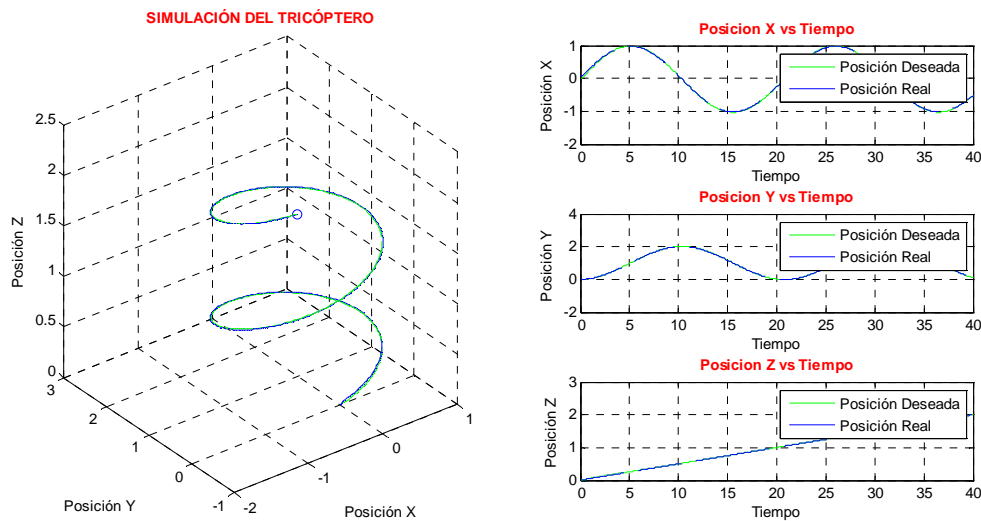


Figura 4.27 Respuesta del Tricóptero ante una trayectoria resorte con control basado en Algebra Lineal.

4.4 RESULTADOS DEL UAV BIRD LIKE.

4.4.1 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.

Se realiza un control combinado entre lógica difusa y PID para seguir una trayectoria deseada, la simulación fue desarrollada en MATLAB y Simulink obteniendo los siguientes resultados.

4.4.1.1 Trayectoria Recta.

El control combinado entre lógica difusa y PID presenta excelentes resultados, mostrados en la Figura 4.28, los errores de posición en cada uno de los ejes es cero

4.4.1.2 Trayectoria Espiral.

En una trayectoria espiral el control presenta una pequeña oscilación al inicio de la trayectoria pero que es corregida inmediatamente, como se muestra en la Figura 4.29.

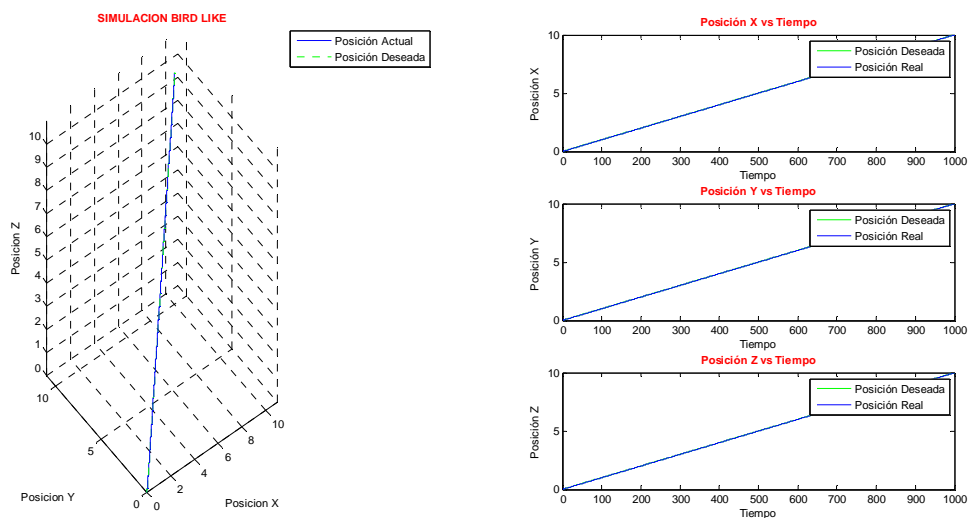


Figura 4.28 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria recta con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

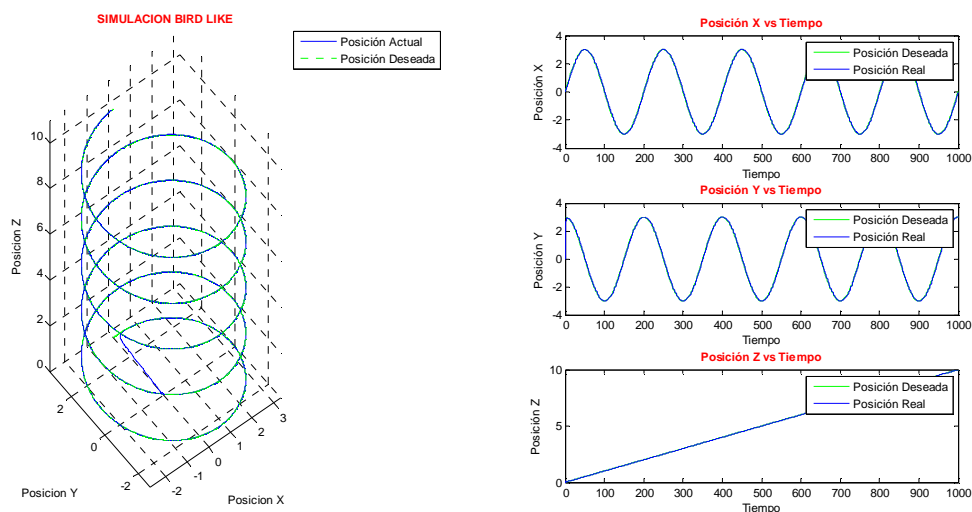


Figura 4.29 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria espiral con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

4.4.1.3 Trayectoria Seno Creciente.

El control es perfecto en la trayectoria tipo seno creciente, ya que se trabaja con una rampa que crece lentamente, esto para no forzar al sistema a respuestas muy rápidas.

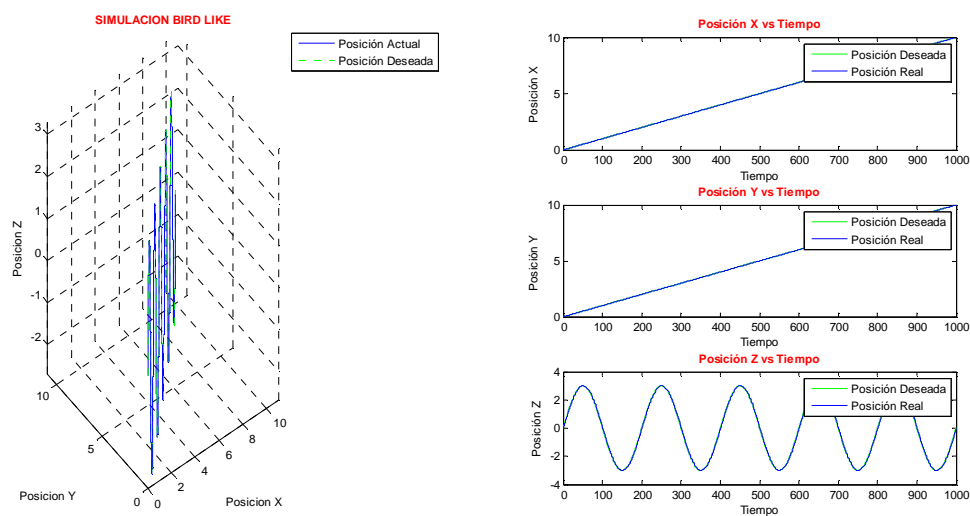


Figura 4.30 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria seno creciente con control combinado entre Lógica Difusa y PID.

4.4.2 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.

4.4.2.1 Trayectoria Recta.

El control combinado entre Redes Neuronales y PID genera un seguimiento de trayectoria muy bueno, como se muestra en la Figura 4.31.

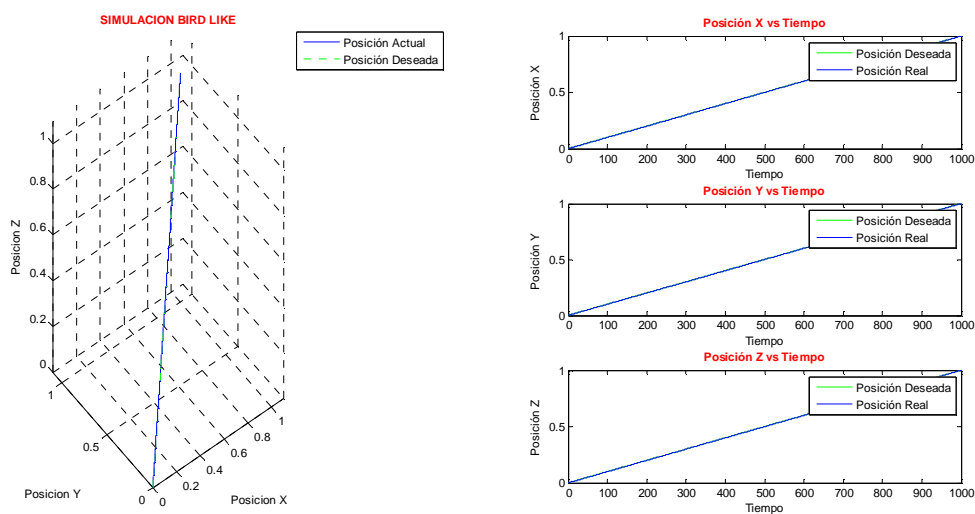


Figura 4.31 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria recta con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.4.2.2 Trayectoria Espiral.

El seguimiento de una trayectoria espiral utilizando un control combinado entre Redes Neuronales y PID presenta magníficos resultados como se muestra en la Figura 4.32.

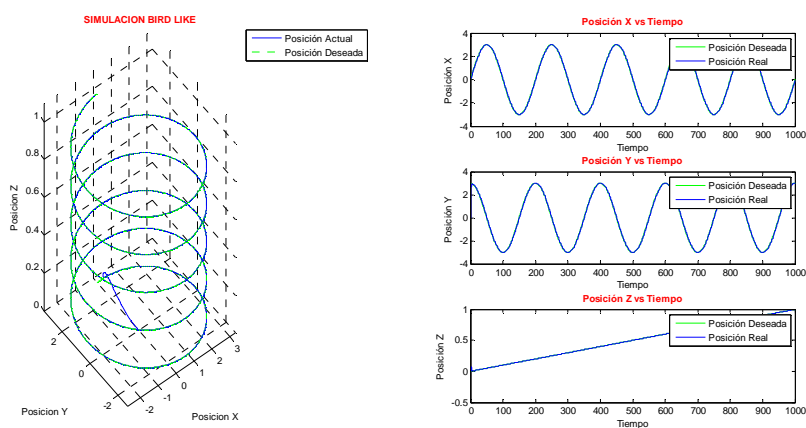


Figura 4.32 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria espiral con control combinado entre Redes Neuronales y PID

4.4.2.3 Trayectoria Seno Creciente.

Para una trayectoria tipo seno creciente no existen errores de posición en ninguno de los ejes del Bird Like, como se muestra en la Figura 4.33.

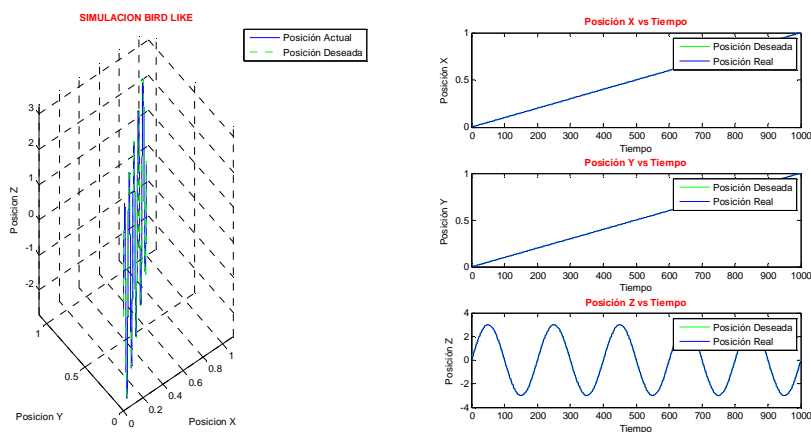


Figura 4.33 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria seno creciente con control combinado entre Redes Neuronales y PID.

4.4.3 RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.

4.4.3.1 Trayectoria Recta.

El controlador basado en álgebra lineal nos permite tener un seguimiento de trayectoria sin error de posición, como se muestra en la Figura 4.34.

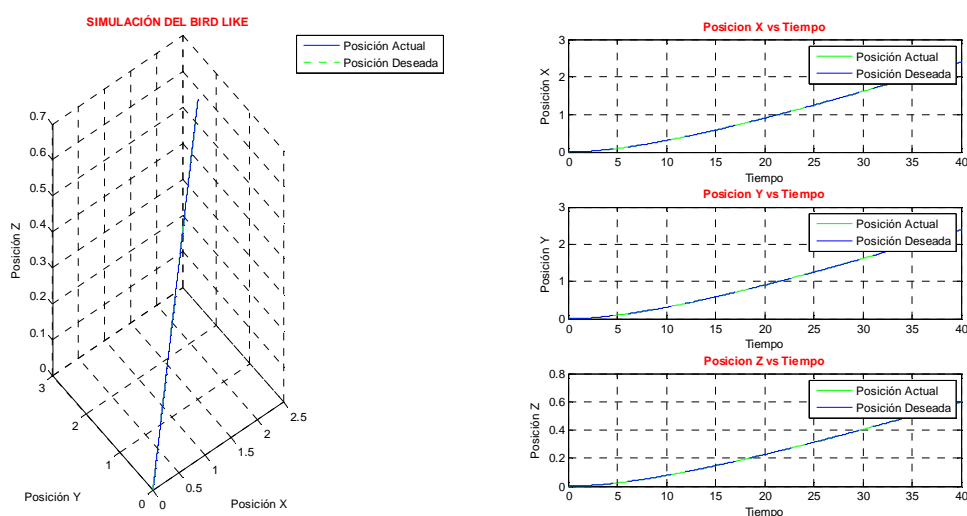


Figura 4.34 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria recta con control basado en Álgebra Lineal.

4.4.3.2 Trayectoria Espiral.

El controlador basado en álgebra lineal permite tener un seguimiento de trayectoria adecuado, como se muestra en la Figura 4.35.

4.4.3.3 Trayectoria Seno creciente.

El controlador basado en álgebra lineal permite tener un seguimiento de trayectoria sin error de posición en ningún eje de referencia.

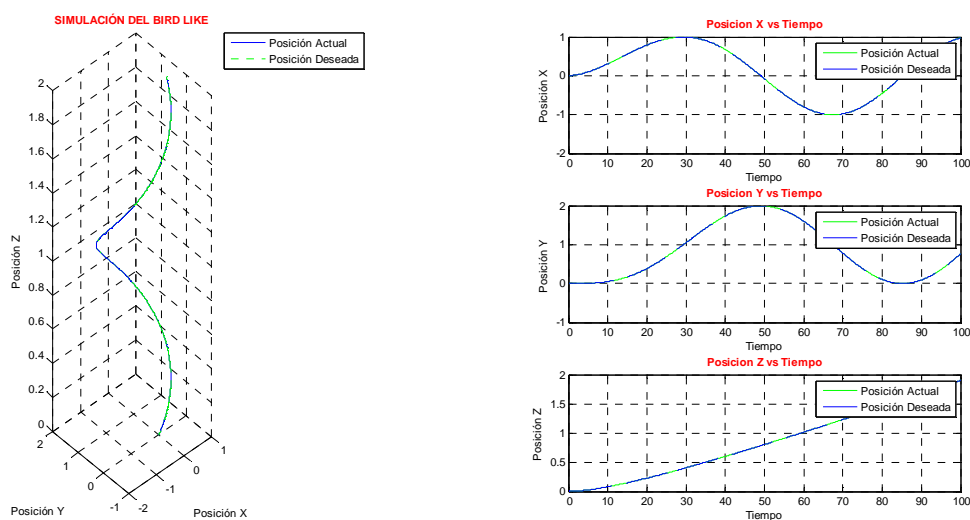


Figura 4.35 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria espiral con control basado en Álgebra Lineal.

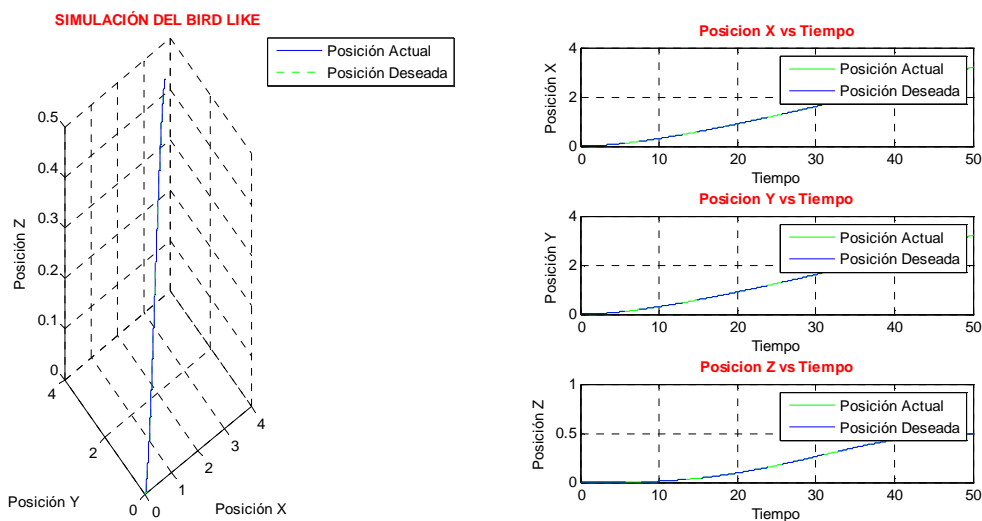


Figura 4.36 Respuesta del Bird Like ante una trayectoria seno creciente con control basado en Álgebra Lineal.

4.5 RESULTADOS DEL UAV HELICÓPTERO.

4.5.1 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE LÓGICA DIFUSA Y PID.

4.5.1.1 Trayectoria Recta.

El control combinado presenta una respuesta con error de posición en el eje x el cual se refleja en el seguimiento de trayectoria, como se muestra en la Figura 4.37.

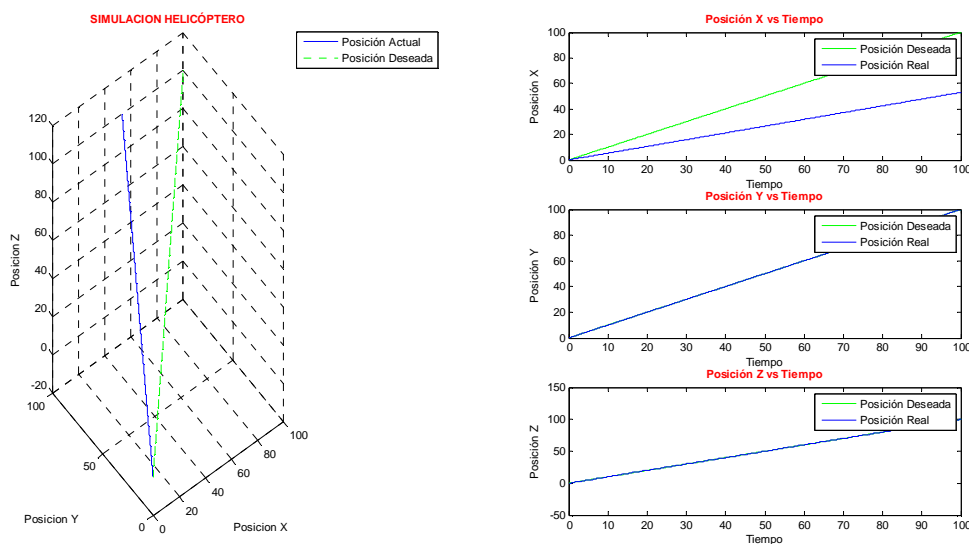


Figura 4.37 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria recta con control combinado entre Lógica Difusa y PID

4.5.1.2 Trayectoria Resorte.

El control combinado presenta una excelente respuesta de seguimiento en una trayectoria tipo resorte, ya que no presenta error de posición en ningún eje de referencia.

4.5.1.3 Trayectoria Seno creciente.

El seguimiento de trayectoria se demuestra en la Figura 4.39.

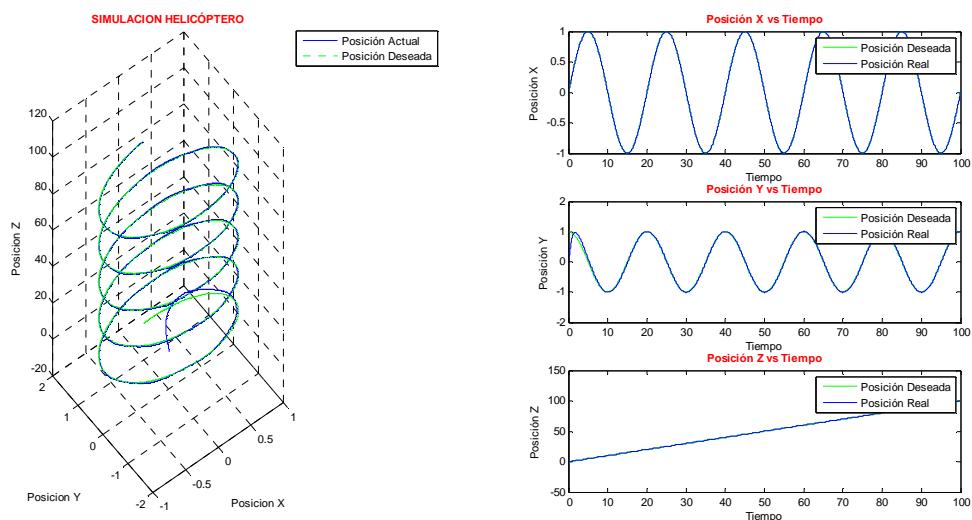


Figura 4.38 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria resorte con control combinado entre Lógica Difusa y PID

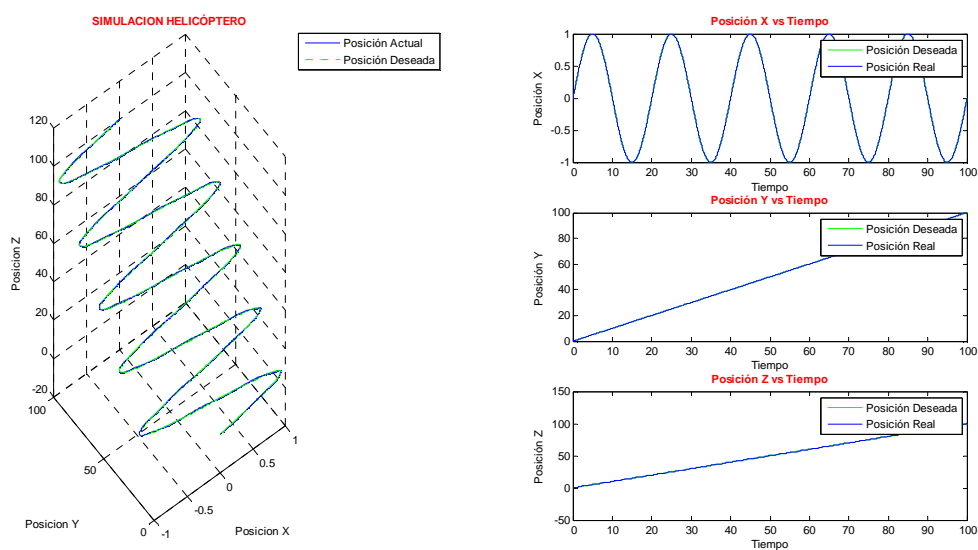


Figura 4.39 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria seno creciente con control combinado entre Lógica Difusa y PID

4.5.2 RESULTADOS CONTROL COMBINADO ENTRE REDES NEURONALES Y PID.

4.5.2.1 Trayectoria Recta.

El seguimiento de trayectoria recta es muy bueno, como se muestra en la Figura 4.40.

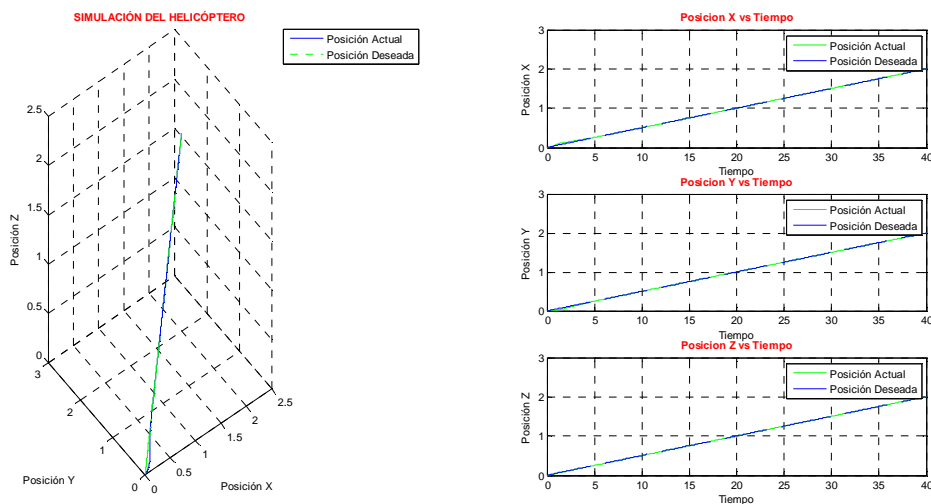


Figura 4.40 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria recta con control combinado entre Redes Neuronales y PID

4.5.2.2 Trayectoria Resorte.

El helicóptero con un control combinado entre redes neuronales y PID no presenta errores de posición y logra seguir la trayectoria deseada.

4.5.2.3 Trayectoria Seno creciente.

No se presentan problemas de seguimiento de una trayectoria tipo seno creciente, como se muestra en la Figura 4.42.

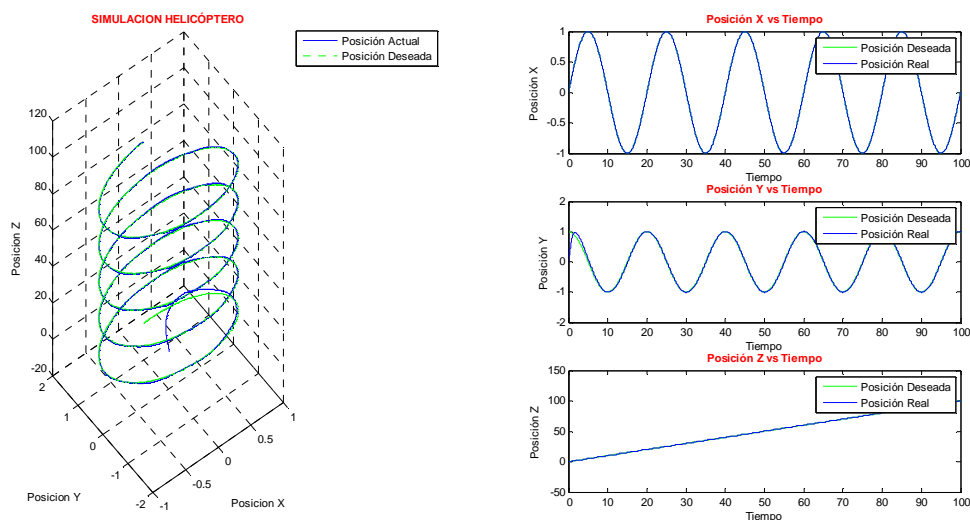


Figura 4.41 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria resorte con control combinado entre Redes Neuronales y PID

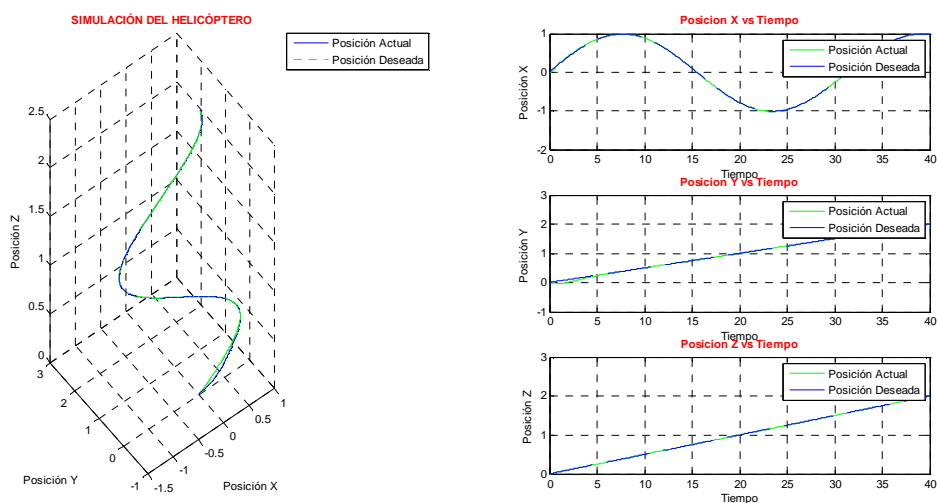


Figura 4.42 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria seno creciente con control combinado entre Redes Neuronales y PID

4.5.3 RESULTADOS CONTROLADOR BASADO EN ÁLGEBRA LINEAL.

4.5.3.1 Trayectoria Recta.

El controlador basado en Álgebra Lineal proporciona un seguimiento de trayectoria recta sin error de posición en ninguno de los ejes del helicóptero.

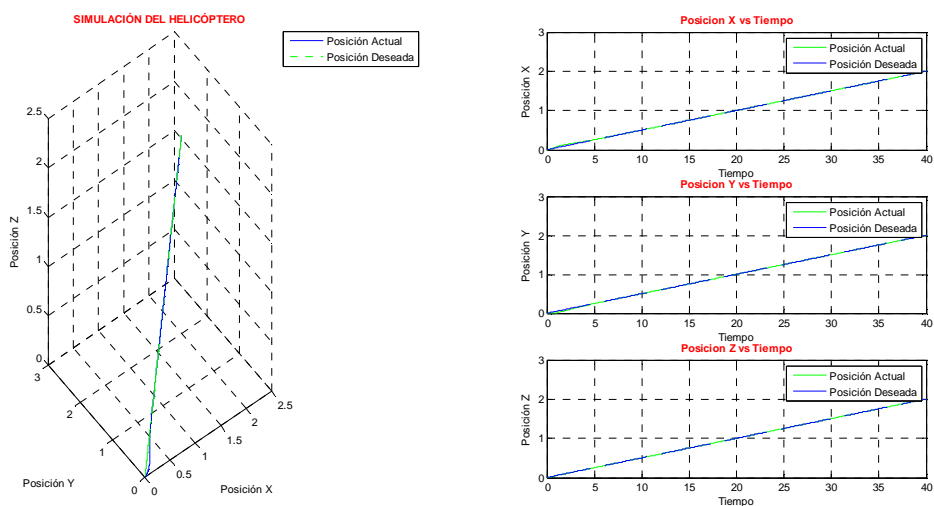


Figura 4.43 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria recta con control basado en Álgebra Lineal.

4.5.3.2 Trayectoria Resorte.

El controlador basado en Álgebra Lineal utilizado para el seguimiento de una trayectoria circular proporciona una respuesta adecuada, como se muestra en la siguiente figura

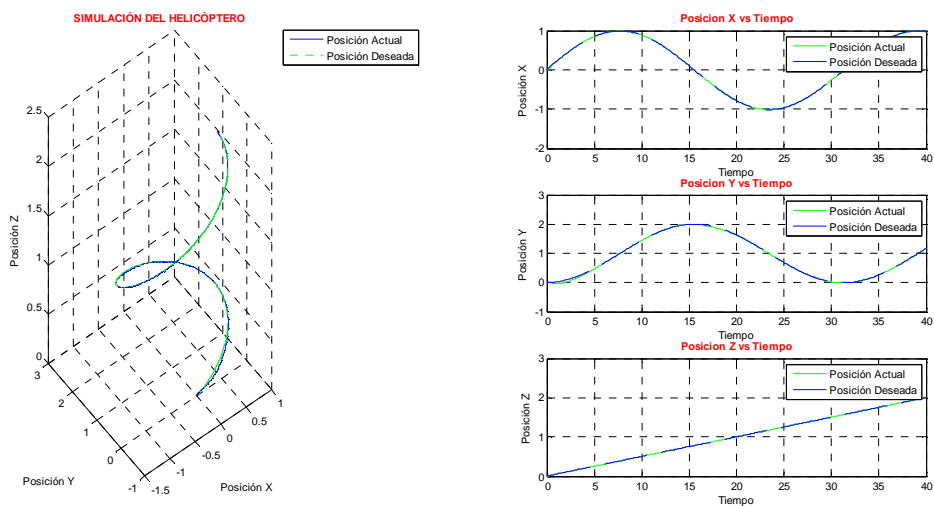


Figura 4.44 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria circular con control basado en Álgebra Lineal

4.5.3.3 Trayectoria Seno creciente.

El controlador basado en Álgebra lineal para una trayectoria tipo seno creciente presenta un pequeño error de posición al inicio de la trayectoria, pero el mismo es corregido inmediatamente por el controlador.

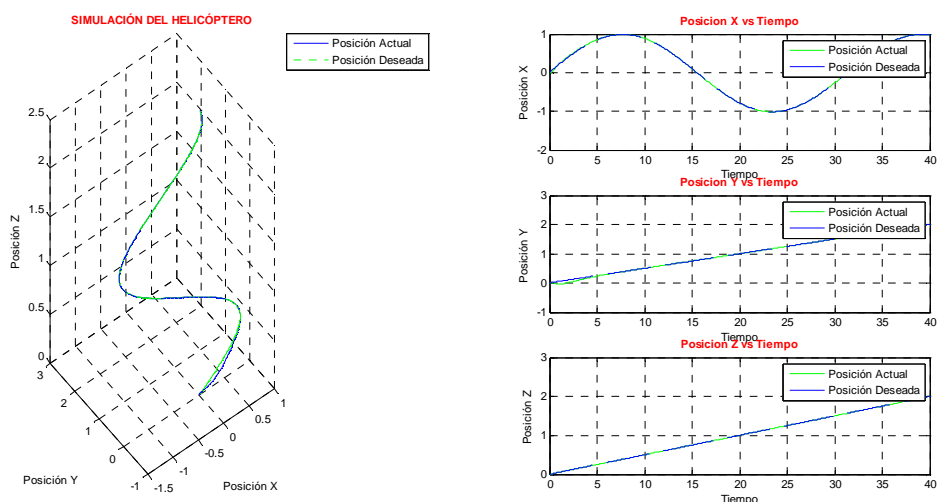


Figura 4.45 Respuesta del Helicóptero ante una trayectoria seno creciente con control basado en Álgebra Lineal

4.6 Desarrollo de la interfaz gráfica GUI.

Se desarrolló una interfaz gráfica para el manejo de las diferentes simulaciones de los sistemas aéreos no tripulados en el entorno gráfico de MATLAB.

El manual de usuario consta en el Anexo A.



Figura 4.46 Interfaz Gráfica GUI desarrollada en MATLAB.

CAPITULO 5

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES.

- El presente proyecto cumple con el objetivo propuesto, el cual consiste en modelar, simular y aplicar cuatro técnicas diferentes de control a 5 diferentes tipos de sistemas aéreos no tripulados. Esto se demuestra con las pruebas realizadas en el Capítulo 4, en el cual se presentan los resultados de las simulaciones efectuadas.
- En la modelación de los cinco tipos de sistemas aéreos no tripulados se utilizaron dos técnicas de modelación: Newton – Euler y Euler- LaGrange, las mismas que fueron seleccionadas de acuerdo al tipo de sistema aéreo no tripulado a modelar. Los dos métodos de modelación mencionados permiten obtener los mismos resultados.
- El avión PVTOL es un sistema aéreo no tripulado que presenta tres grados de libertad, por lo que se facilita la modelación y control del mismo, pero presenta limitaciones de movimiento en el eje y. Para el control del avión PVTOL se utilizó el modelo no lineal del mismo, con el cual se obtuvieron resultados satisfactorios, como lo demuestra las simulaciones del Capítulo 4.
- El cuadricóptero, sobre los otros sistemas aéreos no tripulados, posee grandes ventajas debido a que los rotores de la parte delantera y trasera giran en sentido contrario a los rotores de la parte izquierda y derecha con lo cual el control de movimiento en un plano se realiza variando las velocidades de los cuatro motores. Pero a su vez tiene una desventaja, ya que al poseer cuatro rotores independientes la fuerza para mantenerse en

vuelo debe ser más grande, por lo que los motores deben ser más potentes para poder alzar a la nave en conjunto.

- El tricóptero es un sistema aéreo no tripulado de gran utilidad ya que su control es de manera similar a la de un cuadricóptero pero debido a que en su motor de cola puede variar su inclinación esto se traduce en que la aeronave pueda rotar sobre su propio eje (ángulo yaw) de una manera más sencilla y sin la necesidad de variar las velocidades de rotación de los motores para poder lograr este efecto como en el cuadricóptero. La desventaja que presenta es que según la configuración, la complejidad del diseño del control de la aeronave aumenta.
- El helicóptero es el sistema aéreo no tripulado más complejo de todos los sistemas analizados en este proyecto, por lo que, el diseño del controlador se debe hacer preferentemente en su modelo lineal para evitar el cruce de términos de rotación y traslación, pero si se requiere realizar un control en el modelo no lineal se debe realizar una adaptación del modelo para desacoplar términos como se realizó en el Capítulo 2 y 3.
- La utilización de técnicas de control inteligente como redes neuronales y lógica difusa fueron de gran utilidad, ya que en estas técnicas de control no es necesario conocer exactamente el modelo de la planta y permiten realizar cambios de variables, es decir, pasar de valores de posición a valores de ángulos o velocidades, de acuerdo a la aplicación que se requiere. Una desventaja de las mismas es que para mayor flexibilidad del sistema se necesita aumentar el número de condiciones para poder encontrar la acción de control más óptima lo que se traduce en un sistema de control más complejo y con más capacidad de memoria.
- La técnica de control basada en álgebra lineal es un controlador efectivo y sencillo de realizar y que entrega buenos resultados a la hora de implementarlo en un sistema. Para realizar el controlador basado en

álgebra lineal se necesita conocer el modelo matemático del proceso para poder implementar el controlador.

- Las técnicas de control inteligente implementadas tienen una gran ventaja en el control de sistemas complejos, ya que al ser sistemas de elección en rangos como en el presente proyecto, pueden ser inmunes a ciertas perturbaciones que se puedan presentar en el sistema.
- Los sistemas aéreos no tripulados al ser sistemas no lineales, para su control con técnicas clásicas de control resulta difícil, por lo que es de gran ventaja utilizar técnicas basadas en inteligencia artificial como lógica difusa y redes neuronales, que al combinarlas con técnicas de control como PID permiten obtener un control de trayectoria muy bueno.
- La combinación de técnicas de control es muy útil para resolver problemas de control en sistemas no lineales, así es como la combinación entre Lógica Difusa y PID permite obtener un seguimiento de trayectoria en los UAV con error de posición mínimos y sin oscilaciones.
- El control combinado entre Redes Neuronales y PID crea pequeñas oscilaciones en los sistemas aéreos no tripulados, lo que puede significar una desventaja al momento de implementarlos, ya que puede crear vibraciones que afecten a los sistemas.
- El controlador basado en Álgebra Lineal es un tipo de control que se basa en métodos numéricos, que permite obtener acciones de control muy precisas para los sistemas, las mismas que al ser aplicadas proporcionan resultados positivos en el seguimiento de trayectorias.

5.2 RECOMENDACIONES

- Para obtener el modelo matemático de un sistema se recomienda trabajar con el método Newton- Euler, ya que resulta más sencillo que trabajar con el método Euler-LaGrange que requiere un desarrollo matemático más complejo y al trabajar con los dos métodos se obtienen los mismos resultados.
- Para implementar un modelo matemático en Simulink es recomendable utilizar s-functions, ya que éstas nos permiten sintetizar una ecuación matemática compleja en un código de programa, en lugar de realizar las interconexiones con los diferentes bloques de Simulink.
- Para realizar el control de ciertos tipos de UAV como el Bird Like y Helicóptero es recomendable adaptar los modelos o desacoplar términos de los mismos para realizar el control, ya que se facilita el desarrollo de las ecuaciones y la obtención del controlador.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

CAPITULO UNO

[1] Wikipedia, “Sistema Aéreo No Tripulado”
http://es.wikipedia.org/wiki/Veh%C3%ADculo_a%C3%A9reo_no_tripulado

[2] “Sistema de Control en lazo abierto”
<http://automatizacionhistori.blogspot.com/>

[3] “Sistema de Control en lazo cerrado”
<http://automatizacionhistori.blogspot.com/>

[4] OGATA, Katsuhico, “Ingeniería de Control Moderna”, Tercera Edición

[5] “Función Paso Unitario”
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dirac_distribution_CDF.svg

[6] “Función Rampa”
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dirac_distribution_CDF.svg

[7] BANDA GAMBOA, Hugo A. , “Inteligencia Computacional”, Departamento de Informática y Ciencias de la Computación, Escuela Politécnica Nacional.

[8] “Neurona Biológica”
<http://tuneurociencia.blogspot.com/2010/12/conceptos-basicos-las-neuronas.html>

[9] BANDA GAMBOA, Hugo A. , “Computación Neuronal”, Departamento de Informática y Ciencias de la Computación, Escuela Politécnica Nacional.

CAPITULO DOS

[10] CASTILLO, Pedro; LOZANO, Rogelio; DZUL, Alejandro, "Modelling and Control of Mini- Flying Machines", Springer.

[11] GANDOLFO, D.; SCAGLIA, G.; PATIÑO, D.; JORDAN M., "Trajectory Tracking Control of a PVTOL Aircraft Based on Linear Algebra Theory"

[12] ROSALES, Claudio, SCAGLIA, Gustavo; JORDAN, Mario; CARELLI, Ricardo, "Trajectory tracking of a mini four-rotor helicopter in dynamic environments - a linear algebra approach."

[13] YOO, Dong-Wan; OH, Hyon-Dong; WON, Dae-Yeon; TAHK, Min-Jea, "Dynamic Modeling and Stabilization Techniques for Tri-Rotor Unmanned Aerial Vehicles"

[14] ASTROV, Igor; PEDAI, Andrus, "Situational Awareness Based Flight Control of a Three-Rotor Mini-Aircraft".

[15] SALAZAR-CRUZ, Sergio; LOZANO, Rogelio; ESCAREÑO, Juan, "Stabilization and nonlinear control for a novel trirotor mini-aircraft".

[16] SIEGWART, Roland; MATTIO, Andrea, "Modelling and Control of the UAV Sky-Sailor".

[17] HARMON, Robyn, "AERODYNAMIC MODELING OF A FLAPPING MEMBRANE WING USING MOTION TRACKING EXPERIMENTS"

[18] DENG, Xinyan; SCHENATO, Luca; CHUNG WU, Wei; SASTRY, S. Shankar, "Flapping Flight for Biomimetic Robotic Insects: Part I - System Modeling"

[19] HALD, Ulrik B.; HESSELBEK, Mikkel V; HOLMGAARD, Jacob T.; JENSEN, Christian S; JAKOBSEN, Stefan L.; SIEGUMFELDT, Martin, "Autonomous Helicopter - Modelling and Control"

[20] SVENSTRUP, Mikael; WINTHER, Kasper, "Autonomous Hover of an Electric Helicopter", Junio 2007.

[21] IMPERATO, Alberto; MANJARRES, Pamela, "Diseño de un control PID digital para la regulación de vuelo estacionario de un mini helicóptero UAV", Noviembre 2010.

[22] FOSSEN, Thor I., "MATHEMATICAL MODELS FOR CONTROL OF AIRCRAFT AND SATELLITES", Enero 2011.

[23] "Cuadricóptero"

http://xclusivos.mercadoshops.com.ar/cuadricoptero-ar-drone-parrot-wifi_14xJM

CAPITULO TRES

[23] KOURO, Samir; MUSALEM, Rodrigo, "Control mediante Lógica Difusa".

[24] ALDRETE VIDRIO, Héctor Eduardo, "Control Inteligente Híbrido de un Mini-helicóptero Autónomo"

[25] ARREDONDO VIDAL, Tomas, "Introducción a la lógica difusa".

[26] Jang, J.-S. Roger; Gulley, Ned, "User's Guide Fuzzy Logic Version 1 Toolbox", MATLAB®

[27] DEMUTH, Howard; BEALE, Mark, "Neural Network Toolbox", MATLAB®

REFERENCIAS ANALIZADAS

LEDESMA, Sergio; "Las Redes Neuronales implementación y consideraciones prácticas"

ORTIZ, Paula A.; GUTIÉRREZ, Luis; "Modelo matemático para un vehículo aéreo no tripulado de ala fija, usando un estimador de parámetros "Filtro de Kalman""

HAIDER, Ali Shahbaz ; SAJJAD, Muhammad; "Structural Design and Non-linear Modeling of a Highly Stable Multi-Rotor Hovercraft"

GARZA, Frederico; MORELLI, Eugene; "A Collection of Nonlinear Aircraft Simulations in MATLAB"

CORKE, Peter; "Robotics, Vision and Control"; Springer

HUA, Minh Duc; "Contributions au contrôle automatique de véhicules aériens"

PERTUZ CAMPO, Jairo; "Diseño, entrenamiento y simulación de redes neuronales con MATLAB"

BARSK, Karl-Johan; "Model Predictive Control of a Tricopter"

BARRAGAN, Juan; "Identificación de UAVs de ala fija y ala rotatoria"