IIS BELLUZZI - FIORAVANTI A.S. 2019 - 2020

TESINA di CALCOLO delle PROBABILITÀ

Teorema di Bayes e valutazione di un Test Diagnostico

Probabilità condizionata

Probabilità di un evento A, sapendo che si è verificato un evento B: p(A|B)

$$p(A|B) = \frac{\text{numero di elementi di } (A \cap B)}{\text{numero di elementi di } B} = \frac{|A \cap B|}{|B|} = \frac{\frac{|A \cap B|}{|\Omega|}}{\frac{|B|}{|\Omega|}}$$

dove Ω è tutto lo spazio dei risultati

Quindi: $$p(A|B) := \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

segue: $p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A|B) = p(A) \cdot p(B|A)$

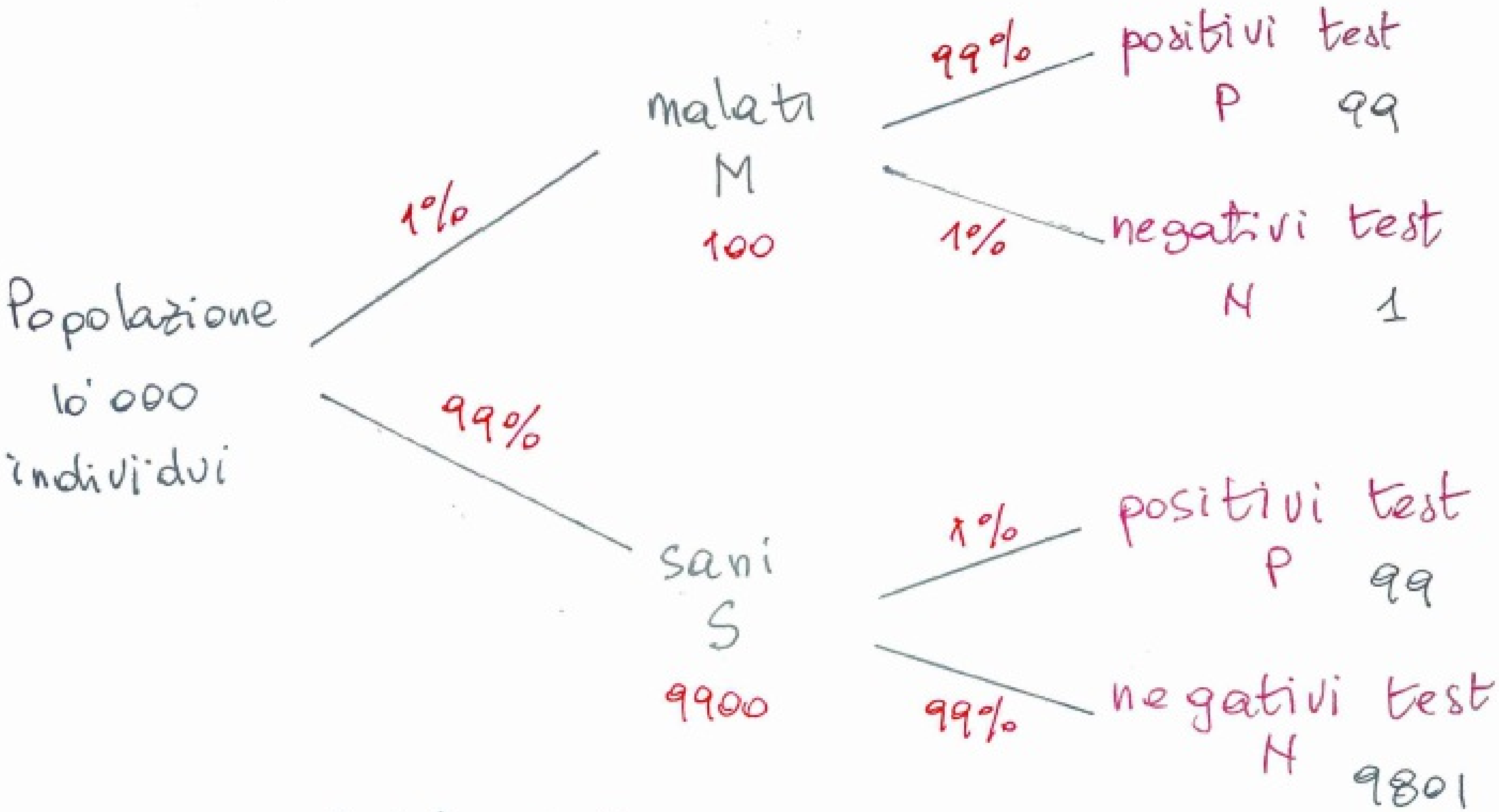
Teorema di Bayes (inversione degli eventi o probabilità a posteriori):

$$p(B|A) = \frac{p(A|B) \cdot p(B)}{p(A)} \qquad\qquad p(M|P) = \frac{p(P|M) \cdot p(M)}{p(P)}$$

p(M) = probabilità "a priori" di essere malato (prevalenza della malattia nella popolazione, o morbosità)

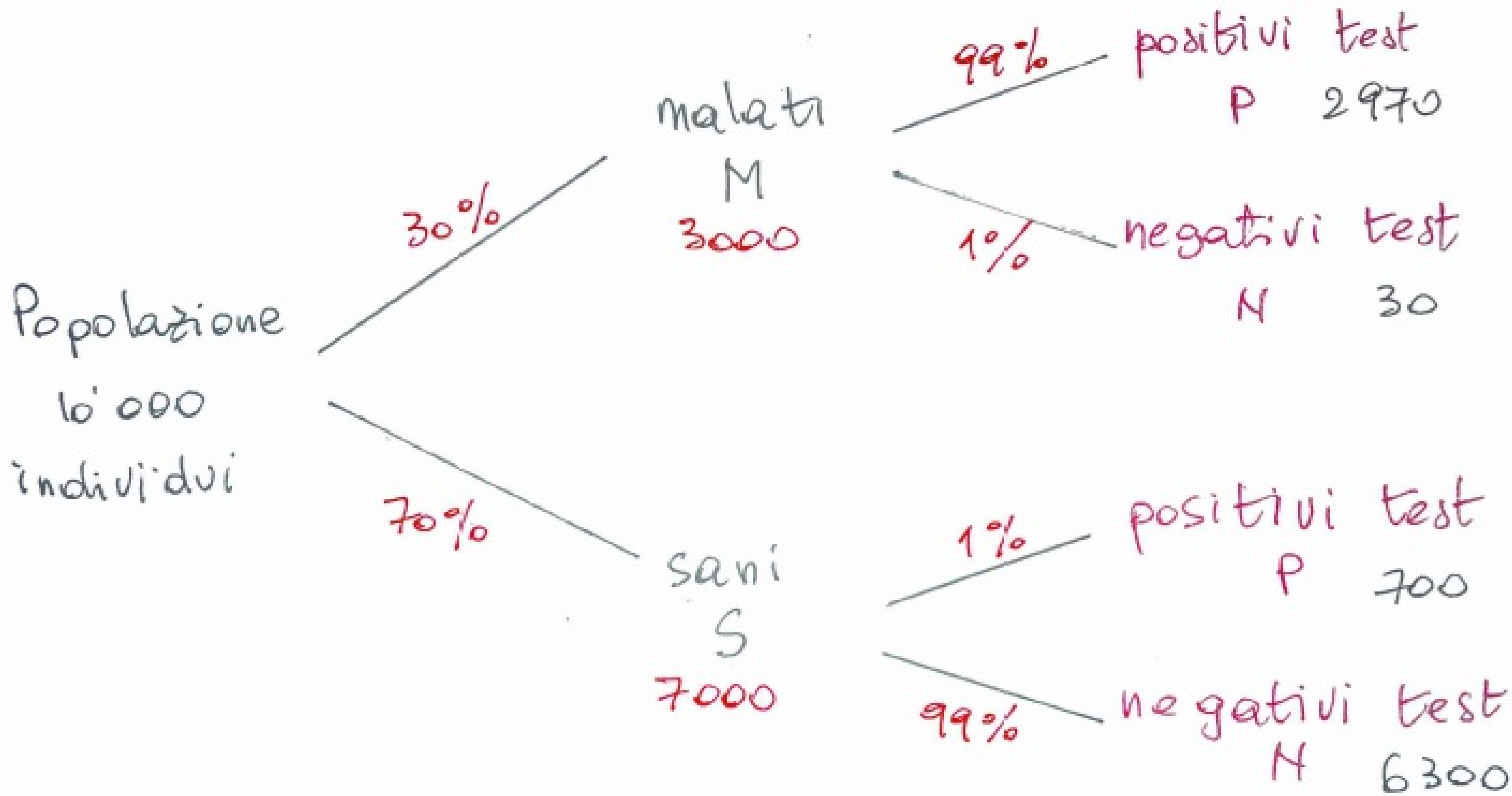
p(M|P) = probabilità "a posteriori" di essere malato, cioè dopo essere risultato positivo al test

Caso A : morbosità = 1% ; sensibilità test = 99% ; specificità test = 99%



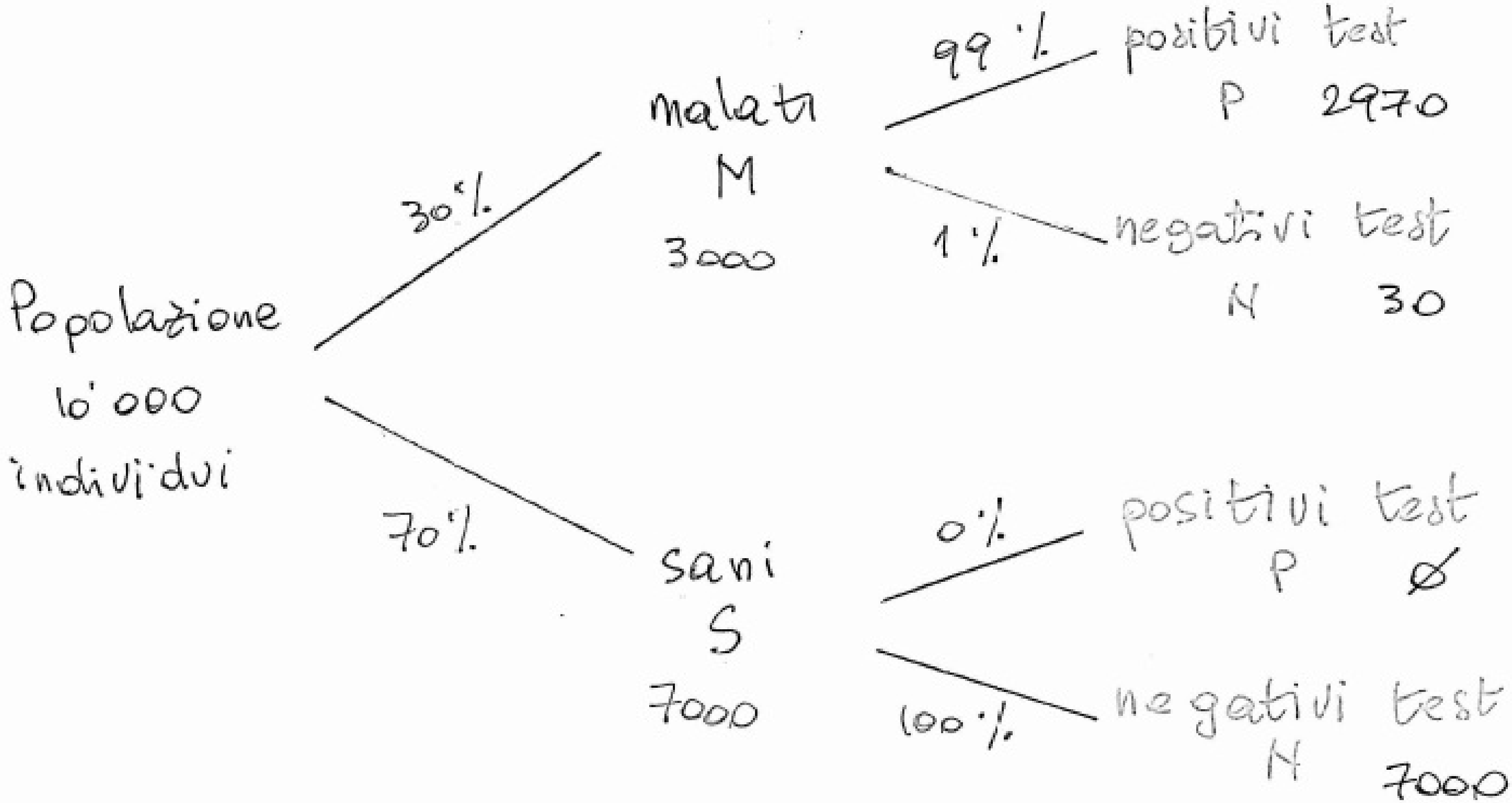
$$p(M|P) = \frac{p(P|M) \cdot p(M)}{p(P)} = \frac{0.99 \times 0.01}{0.0198} = 50\%$$

caso B : morbosità = 30% ; sensibilità test = 99% ; specificità test = 99%



$$p(M|P) = \frac{p(P|M) \cdot p(M)}{p(P)} = \frac{0.99 \times 0.30}{0.3670} \cong 81\%$$

Caso C : morbosità = 30% ; sensibilità test = 99% ; specificità test = 100%



$$p(M|P) = \frac{p(P|M)\cdot p(M)}{p(P)} = \frac{0.99 \times 0.30}{0.2970} = 100\%$$

Conclusione:

soltanto con un test specifico al 100% c'è la certezza di essere realmente malati se si è positivi al test