Exercices sur codage première partie

1.3 Principe de codification

Ex 1

Coder 30 produits (ou les étudiants présents) à l'aide de langages dont l'alphabet est A = {0, 1, X} :
- sans contrainte, L1 format fixe, L2 format variable,
- avec la contrainte tous les mots commencent par une lettre,
L3 format fixe, L4 format variable.

Ex 2

Analyser le code d'identification nationale : code sécu.

Ex 3

Analyser le code d'immatriculation des véhicules.

1.5 Représentation des entiers naturels en base

Ex 4

Quels sont les nombres représentés par :
23 en bases 4, 8 et 16
BD en base 16

Ex 5

En binaire, déterminer le format fixe optimal pour représenter :
Les chiffres décimaux 0, 1, ... 9
Les lettres majuscules sans accent A, ... Z
Les deux ensembles précédents
Les chiffres décimaux, les lettres majuscules et minuscules sans accent

1.6 Codage des caractères

Ex 6

1- Coder "ISIMA 1 !" à l'aide des codes : Baudot, Sixbit, ISO
2- Comment réaliser les additions suivantes : 2+3, 9+3 et 9+9 ; les nombres étant codés en ISO.

1.7 Codage des chiffres décimaux

Voir les codes DCB, STIBITZ, Gray et 2 parmi 5

Gray est basé sur des symétries et on passe d'une ligne à la suivante en ne modifiant qu'un bit :

0	0	et on complète à 4 bits
1	1	
2	11	symétrie
3	10	
4	110	symétrie
5	111	
6	101	
7	100	
8	1100	symétrie
9	1101	

Construction des valeurs du code 2 bits 1 parmi 5 bits

nombre de combinaisons de 2 éléments parmi 5 : 5x4x3/(3x2) = 10
00011, 00101, ... 11000
Problème d'affection des codes aux chiffres décimaux, par exemple : suite croissante.

Exemple de code pondéré (2, 4, 2, 1)
1er tableau (4 bits) → valeurs numériques puis 2nd tableau du code chiffres → 4 bits de code

4 bits	2421
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	2
1001	3
1010	4
1011	5
1100	6
1101	7
1110	8
1111	9

Chiffre	Code1	Code2	
0	0000		
1	0001		
2	0010	1000	
3	0011	1001	
4	0100	1010	
5	1011	0101	auto-complémentaire
6	1100	0110	
7	1101	0111	
8	1110		
9	1111		

Ex 7

Quelles sont les propriétés des codes précédents ?
Construire des codes pondérés de poids (5, 2, 1, 1) et (6, 3, 1, -1)
Quelles sont leurs propriétés ?

1.8 Notions de détection et de correction d'erreurs

Voir bit de parité, parité longitudinale, exemple de code de Hamming

Ex 8 Exemple de code linéaire

Notion de distance de Hamming entre 2 messages de n bits : nombres de bits différents.
On considère 1 bit d'information et k bits de contrôles redondants.
Il n'y a que 2 messages corrects (C) sur k+1 bits : 0 0...0 et 1 1...1 dont la distance de Hamming est k+1.
Il faut donc faire k+1 erreurs pour passer de l'un à l'autre.
La réception d'un message incorrect (I) correspond à une erreur de transmission (ou de manipulation).
La correction s'effectue vers le message le plus proche : c'est le plus probable.
Etudier ce code pour k = 1, 2, 3 et 4 ; déterminer d, e et c.

k=1 : les message corrects sont sur 2 sommets opposés d'un carré,
C - I - C
On a une distance de Hamming minimale d=2 entre les "bons" messages, on peut détecter e=d-1=1 erreur et en corriger c=0.
Il s'agit de l'utilisation d'un simple bit de parité.
Pour d'autres valeurs de k :

k	d	e	c

1	2	1	0		
2	3	2	1	cube	C - I - I - C
3	4	3	1	hypercube	C - I - I - I - C
4	5	4	2		C - I - I - I - I - C

La construction de codes linéaires à p bits d'information généralise cet exemple simple.

Codage seconde partie

2.1 Les entiers naturels

Changement de base 2, 8, 16 et 10

Ex1

Représenter
- 19 ; 131 et 1789 en base 2, 8, 16
- $(FEAC9B)_{16}$ en base 2, 8 et 10
- $(7605)_8$ en base 16
- $(111110000101)_2$ en base 8 et 10

$19 = (23)_8 = (13)_{16} = (10011)_2$
$131 = (203)_8 = (83)_{16} = (10000011)_2$
La division par 8 est plus rapide que celle par 2 mais moins simple.
Tactique : passer en base 8 puis 2 et 16.
$1789 = (3375)_8 = (011\ 011\ 111\ 101)_2 = (6FD)_{16}$
$(FEAC9B)_{16} = (111111101010110010011011)_2 = (77526233)_8 = 16690331$
$(7605)_8 = (111\ 110\ 000\ 101)_2 = (1111\ 1000\ 0101)_2 = (F85)_{16} = 3973$
$(111110000101)_2 = (111\ 110\ 000\ 101)_2 = (7605)_8 = 3973$

2.2 Nombres à partie fractionnaire

Ex 2

Convertir
- 100,125 et 19,2 en base 2
- $(0,2345)_8$ en base 10

$100,125 = (1100100,0010)_2$
Conversion de 0,2
0,2 x 2 = **0**,4
0,4 x 2 = **0**,8
0,8 x 2 = **1**,6
0,6 x 2 = **1**,2 et reprendre 3 lignes plus haut

$0,2 = (0,\underline{\mathbf{0011}})_2$ où $\underline{0011}$ est une séquence périodique 0011 répétée indéfiniment.
$19,2 = (10011,\underline{0011})_2$
Remarque : 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0, 4 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 et 0,9 peuvent être décrits par la séquence périodique 0011. Seul 0,5 a une représentation finie.
Il faudra tronquer ou arrondir pour utiliser une représentation binaire en format fixe.

$(0,2345)_8 = (((5 /8 + 4) / 8 + 3) / 8 + 2) / 8 = 0,305908203125$ ou $(((2x8+3)x8+4)x8+2)/ 8^4$

2.3 Les entiers relatifs

Ex 3

Représenter en binaire (complément vrai pour les négatifs) et format fixe 8, les nombres :
19 ; -19 ; 120 ; -120 et 100.
Calculer à partir des représentations
19+100 ; 19+120 ; 120-19 ; 19-120 et -19-120.
Vérifier les résultats en base 10.

+19 : 0001 0011	-19 : 1110 1100 + 1 = 1110 1101
+120 : 0111 1000	-120 : 1000 0111 + 1 = 1000 1000
+100 : 0110 0100	-100 : 1001 1011 + 1 = 1001 1100

0001 0011	**0**001 0011	0111 1000	0001 0011	**1**110 1101
0110 0100	**0**111 1000	1110 1101	1000 1000	**1**000 1000
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------
0111 0111	**1**000 1011	0110 0101	1001 1011	**0**111 0101
+119	**Overflow**	**+101**	0110 0100	**Overflow**
			+ 1	

		-x :	0110 0101 valeur absolue de x	
			x = **- 101** en base dix	

2.4 Les réels en virgule fixe

Ex 4

Représenter
5 et 19,2 et leurs opposés en virgule fixe sur 16 bits dont 8 pour la partie fractionnaire.
Traiter la troncature et l'arrondi.
Représenter les représentations en hexadécimal.
Quels sont les nombres effectivement représentés ?

$5 = (101)_2$	
$5x2\verb|^|8 = (0000\ 0101\ 0000\ 0000)_2$	+5 : 0000 0101 0000 0000
CR : 1111 1010 1111 1111	
+1 1	
CV : 1111 1011 0000 0000	-5 : 1111 1011 0000 0000

$19,2 = (10011,\underline{0011})_2$	
$19,2 \times 2\verb|^|8 = (1\ 0011\ 0011\ 0011,\underline{0011})_2$	+19,2 : 0001 0011 0011 0011
CR : 1110 1100 1100 1100	
+1 1	
CV : 1110 1100 1100 1101	-19,2 : 1110 1100 1100 1101

2.5 Les réels en virgule flottante

Ex 5

Représenter
5 et 19,2 en virgule flottante Real, Single, Double et Extended.
Traiter la troncature et l'arrondi.
Représenter les représentations en hexadécimal

5 est déjà traité voir support papier

$19,2 = (10011,\underline{0011})_2 = +(0,10011\underline{0011})_2$ x 2^+5 $= +(0,1\underline{0011})_2$ x 2^+5

Real
$s = 0$; $f = \underline{0011}$; $c = 128 + 5 = (1000\ 0000 + 101)_2 = (1000\ 0101)_2$
0 001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1000 0101 +19,2 en Real
19 99 99 99 99 85 en hexadécimal
1 001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1001 1000 0101 -19,2 en Real
99 99 99 99 99 85 en hexadécimal

Single
$s = 0$; $f = \underline{0011}$; $c = 126 + 5 = 128 + 3 = (1000\ 0000 + 11)_2 = (1000\ 0011)_2$
0 100 0001 1 001 1001 1001 1001 1001 1001 +19,2 en Single
41 99 99 99
1 100 0001 1 001 1001 1001 1001 1001 1001 -19,2 en Single
C1 99 99 99

Double
$s = 0$; $f = \underline{0011}$; $c = 1022 + 5 = 1024 + 3 = (100\ 0000\ 0000 + 11)_2 = (100\ 0000\ 0011)_2$
0 100 0000 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011
40 33 33 33 33 33 33 33 +19,2 en Double
1 100 0000 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011
C0 33 33 33 33 33 33 33 -19,2 en Double

Extended
$s = 0$; $i = 1$; $f = \underline{0011}$;
$c = 16382 + 5 = 16384 + 3 = (100\ 0000\ 0000\ 0000 + 11)_2 = (100\ 0000\ 0000\ 0011)_2$
0 100 0000 0000 0011 1001 1001 ...
40 03 99 99 99 99 99 99 99 99 +19,2 en Extended
1 100 0000 0000 0011 1001 1001 ...
C0 03 09 99 99 99 99 99 99 99 -19,2 en Extended