

TP8 - Segmentation par approches régions

Classification d'attributs

Vincent Barra - Christophe Tilmant

2010-2011

1 Partie théorique

1.1 Introduction

Dans le TP précédent vous avez étudié une approche de segmentation permettant une approche frontière. Elle permet de déterminer une image étiquetée à partir des contours d'objet à segmenter : **grandeurs hétérogènes**. Dans l'approche région, les pixels ayant des **grandeurs homogènes** sont affectés entre eux.

Prenant, l'exemple de la figure 1, l'image originale (figure 1a) est composée de deux textures. En utilisant la norme du gradient (figure 1b) on obtient quelque chose qu'il est impossible d'utiliser pour segmenter l'image. En utilisant un **attribut** qui est la variance locale (figure 1c) de l'image on y arrive très bien.

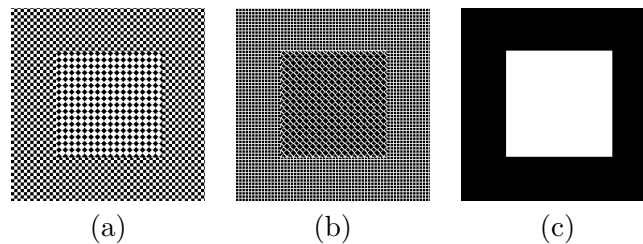


FIGURE 1 – Principe d'une segmentation par approche région (cas synthétique). (a) image originale, (b) utilisation du gradient de Prewitt, (c) utilisation de la variance locale

L'attribut est un concept que l'on attache à un pixel de l'image afin de le caractériser. Ceux sont ces différentes grandeurs que nous verrons ensemble dans le TP9.

En ce qui concerne l'approche région il y a deux ensembles à déterminer : l'extraction d'attributs et la classification d'attributs (cf figure 2). nous nous intéresserons ensemble à la deuxième classification.

En ce qui nous concerne il existe plusieurs approches pour classifier des vecteurs d'attributs. On peut le faire soit de façon supervisée (on connaît déjà les aspects des attributs à classifier) et inversement non-supervisée. en ce qui nous concerne, nous étudierons le deuxième cas.

1.2 Classification en mode non-supervisé

On suppose dans cette partie qu'aucune base d'apprentissage n'est disponible. Dans notre cas nous avons N vecteurs de données de R^p que l'on cherche à regrouper en nuages de points (en anglais : *clusters*). Ces méthodes sont regroupées sous le nom de "*clustering*". Il existe différentes classes de méthodes soit à hiérarchie ascendante, hiérarchie descendante, ou bien encore les cartes de Kohonen (Réseaux de neurones non-supervisées). Par la suite nous allons nous intéresser aux classes des méthodes de **classification hiérarchique ascendante** consistent à observer des mesures de distances entre chaque individus (attributs) afin de savoir si ceux individus sont ensemble.

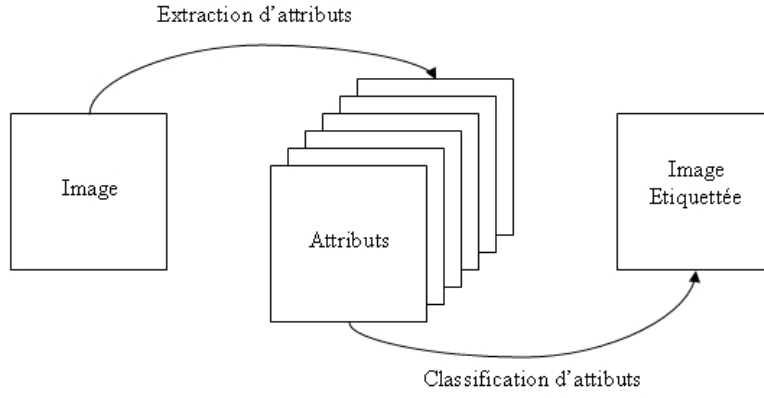


FIGURE 2 – Principe d'une segmentation région

1.2.1 Méthodes des distances

On calcule les distances entre les vecteurs de données pris deux à deux. On procède alors par étapes successives, chacune d'elles consistant à regrouper les vecteurs les plus proches au sens d'une certaine distance. À la fin de chaque étape, on calcule les distances entre chaque groupe qui vient d'être créé et les autres objets (vecteurs ou groupes). On itère le processus jusqu'à ce que tous les vecteurs soient réunis dans un seul groupe. La seule difficulté de ce processus réside dans le choix d'une formule pour le calcul des distances entre groupes. On peut utiliser les distances intergroupes suivantes :

$$\begin{aligned}
 d(i \cup j, k) &= \text{Min} \{d(i, k), d(j, k)\} \\
 d(i \cup j, k) &= \text{Max} \{d(i, k), d(j, k)\} \\
 d(i \cup j, k) &= \frac{N_i d(i, k) + N_j d(j, k)}{N_i + N_j}
 \end{aligned}$$

N_i et N_j étant les nombres de vecteurs de groupes i et j . On donne alors une représentation sous forme d'arbre dont les noeuds représentent les fusions successives. Lorsque la hauteur des noeuds est la distance entre les deux groupes fusionnés, on parle d'**hiérarchie indicée**.

1.2.2 Agrégation autour des centres mobiles (*Isodata* ou *K-means*)

Moments d'ordre 2 d'une partition Soit X l'ensemble des N vecteurs x_1, x_2, \dots, x_N de centre de gravité g et m_i la masse associée au vecteur x_i . On définit le moment d'ordre 2 centré de X par rapport à g par :

$$M_2(X|g) = \sum_{i=1}^N m_i d^2(x_i, g)$$

Supposons que les N vecteurs x_i soient séparés en K classes. La classe ω_k possède N_k vecteurs et son centre de gravité est g_k . Le moment de la classe ω_k par rapport à son centre de gravité g_k est défini par :

$$M_2(\omega_k|g_k) = \sum_{i=1}^{N_k} m_i d^2(x_i, g_k)$$

D'après le théorème de Huygens :

$$M_2(\omega_k|g) = M_2(\omega_k|g_k) + \left(\sum_{i=1}^{N_k} m_i \right) d^2(g_k, g)$$

On en déduit :

$$\begin{aligned}
 M_2(X|g) &= \sum_{k=1}^K M_2(\omega_k|g) \\
 M_2(X|g) &= \sum_{k=1}^K M_2(\omega_k|g_k) + \sum_{k=1}^K M_k d^2(g_k, g)
 \end{aligned}$$

avec $M_k = \sum_{i=1}^{N_k} m_i$. On dit que le moment d'ordre 2 de X est la somme du moment d'intraclasses et du moment interclasses. Le moment intraclasses est la somme des moments d'ordre 2 des différentes classes. Le moment interclasses est le moment d'ordre 2 des points g_1, \dots, g_K affectés des coefficients M_1, \dots, M_K . Une bonne classification doit minimiser le moment intraclasses (ou maximiser le moment interclasses).

Agrégation autour des centres mobiles La méthode consiste à construire une partition de l'ensemble X en un certain nombre de classes. On se fixe au départ le nombre de classes et la partition initiale. Cette partition initiale peut être obtenue par répartition au hasard des vecteurs. Elle peut aussi être inspirée par une connaissance a priori des objets à classer. On effectue ensuite les opérations suivantes :

1. on détermine le centre de gravité g_k de chaque classe ω_k ;
2. on affecte le vecteur x_i à la classe ω_j telle que $d(x_i, g_j) = \inf_k d(x_i, g_k)$;
3. retourner en 1 tant que surviennent des modifications dans la composition des classes.

Application des moments d'ordre 2 à l'algorithme d'agrégation autour des centres mobiles
Examinons ce que devient le moment intraclasses

$$W = \sum_{k=1}^K M_2(\omega_k | g_k) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} m_i d^2(x_i, g_k)$$

au cours de l'algorithme. Dans la phase de réaffectation des vecteurs, appelons ω_k^* la classe constituée des nouveaux vecteurs x_i mais avec l'ancien centre de gravité. Le moment d'ordre 2 correspondant est :

$$S = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k^*} m_i d^2(x_i, g_k)$$

Soit x_i un élément de ω_k^* . Si x_i n'a pas changé de classe, sa contribution au moment intraclasses reste la même. Mais si x_i était dans ω_k et qu'après réaffectation il passe dans ω_k^* , c'est que :

$$d^2(x_i, g_k) < d^2(x_i, g_j) \quad \forall j$$

La contribution de l'élément x_i à S est donc plus faible que la contribution de x_i à W . D'où :

$$S < W$$

Considérons les classes ω_k^* avec leurs centres de gravités g_k^* . D'après le théorème de Huyghens, les moments calculés à g_k . Donc :

$$W^* = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k^*} m_i d^2(x_i, g_k^*) < W$$

On voit donc qu'à chaque itération, le moment intraclasses diminue. La partition obtenue après convergence de l'algorithme est la meilleure étant donnée la partition initiale choisie.

Avantages et inconvénients de la méthode L'inconvénient majeur de la méthode est qu'on a pas la certitude d'obtenir la meilleure solution. L'un des moyens pour avoir des résultats valables est d'exécuter l'algorithme plusieurs fois avec différentes partitions initiales. On retient alors la partition qui minimise le moment intraclasses.

On peut aussi constituer des classes avec les vecteurs qui ont toujours été réunis dans la même classe

finale au cours des différentes réalisations (pour différentes partitions initiales) de l'algorithme. Certaines valeurs peuvent ne pas être classés suite à une indécision.

Comme variante de cet algorithme, on peut citer celle qui consiste à calculer les distances à plusieurs représentants de chaque classe (et pas uniquement le centre de gravité). Cette variante a un avantage lorsque le centre de gravité d'une classe est dans une zone de faible densité intermédiaire entre deux zones denses ou lorsque les classes sont non convexes.

1.2.3 Méthode des moments d'ordre 2

Dans le cas de deux classes, l'équation vue précédemment :

$$M_2 (\omega_1 \cup \omega_2 | g) = M_2 (\omega_1 | g_1) + M_2 (\omega_2 | g_2) + M_1 d^2 (g | g_1) + M_2 d^2 (g | g_2)$$

On montre aisément que :

$$M_1 d^2 (g | g_1) + M_2 d^2 (g | g_2) = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} d^2 (g_1 | g_2)$$

Cette expression représente l'augmentation du moment intraclasse lorsqu'on fusionne les deux classes ω_1 et ω_2 . A chaque étape de la méthode des moments d'ordre 2, on fusionne les classes qui provoquent la plus faible augmentation du moment intraclasse. On peut se ramener à l'algorithme de la méthode des distances en remplaçant la distance par la pseudo-distance suivante (qui ne vérifie pas nécessairement l'inégalité triangulaire) :

$$pd (\omega_1, \omega_2) = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} d^2 (g_1 | g_2)$$

Cette pseudo-distance fait intervenir les centres des gravité de chacune des classes. On ne peut donc pas aisément calculer les pseudo-distances d'une itération en fonction de celles des itérations précédentes. Pour éviter ce problème, on peut utiliser la formule suivante :

$$pd (i \cup j, k) = \frac{(M_i + M_k) pd (i, k) + (M_j + M_k) pd (j, k) - M_k pd (i, j)}{M_i + M_j + M_k}$$

2 Partie pratique

Vous trouverez sur <http://ent.univ-bpclermont.fr/> dans la rubrique "Ressources Pédagogiques" ce sujet, ainsi qu'un squelette du TP. Il est demandé de mettre en oeuvre le projet d'une segmentation région.

- Pour ce qui est de l'extraction des attributs vous utiliserez la moyenne et la variance locale. L'ensemble de ces attributs sera placé dans un CImg.
- Vous programmerez une fonction du type *K-means* qui permet de classer les attributs en votre disposition.