

# Amortized learning of stochastic processes

Михаил Ураков

18 декабря 2025 г.

# Семинар

## Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Михаил Ураков

18 декабря 2025 г.

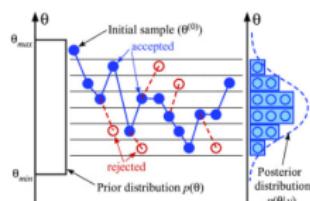
## Sampling methods

Urakov Mikhail

18 декабря 2025 г.



### Burn-in и сходимость



### Burn-in период

Первые  $B$  итераций отбрасываются, так как цепь еще не сошлась к стационарному распределению.



### Rejection Sampling

#### Совместное распределение $(X, U)$

Совместная плотность предложенной пары  $(x, u)$ :

$$f_{X,U}(x, u) = q(x) \cdot \mathbb{I}_{[0,1]}(u)$$

#### Условное распределение принятых образцов

Обозначим событие принятия:

$$A = \left\{ u \leq \frac{p^*(x)}{M \cdot q(x)} \right\}$$

Совместная плотность принятых пар  $(x, u)$ :

$$f_{X,U|A}(x, u) = \frac{f_{X,U}(x, u) \cdot \mathbb{I}_A}{P(A)}$$

где вероятность принятия:

$$P(A) = \int f_{X,U}(x, u) \cdot \mathbb{I}_A dx du = \int q(x) \int_0^{\frac{p^*(x)}{M \cdot q(x)}} du dx = \frac{1}{M} \int p^*(x) dx$$

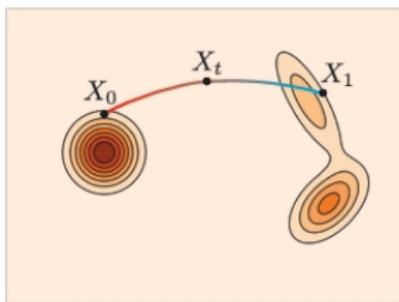
Михаил Ураков

Amortized learning of stochastic processes

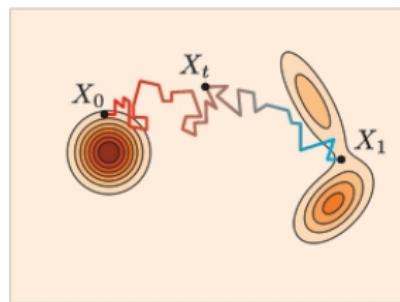
18 декабря 2025 г.

2 / 6

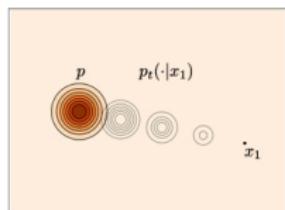
# Flow Matching



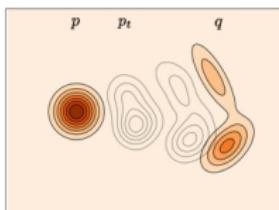
(a) Flow



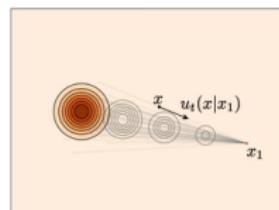
(b) Diffusion



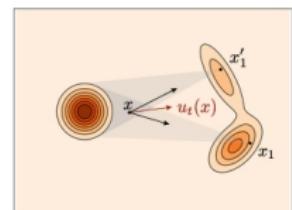
(a) Conditional probability path  $p_t(x|x_1)$ .



(b) (Marginal) Probability path  $p_t(x)$ .



(c) Conditional velocity field  $u_t(x|x_1)$ .



(d) (Marginal) Velocity field  $u_t(x)$ .

# Flow Matching

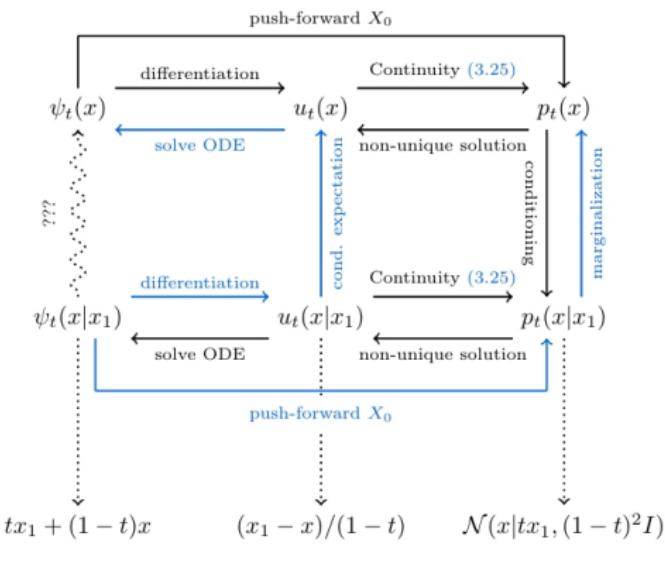
Flow

Velocity field

Probability path

Boundaryconds.

Loss



$$p_0 = p \\ p_1 = q$$

**Flow Matching (FM) (4.22)**  
 $D(u_t(X_t), u_t^\theta(X_t))$

$$p_0 = p \\ p_1 = \delta_{x_1}$$

**Conditional FM (CFM) (4.23)**  
 $D(u_t(X_t|X_1), u_t^\theta(X_t))$

$$p_0 = \mathcal{N}(0, I) \\ p_1 = \delta_{x_1}$$

**OT, Gauss CFM (2.9)**  
 $\|u_t^\theta(X_t) - (X_1 - X_0)\|^2$

# Статьи

- [Rad+20] Stefan T. Radev и др. *BayesFlow: Learning complex stochastic models with invertible neural networks*. 2020. arXiv: 2003.06281 [stat.ML].
- [Dax+23] Maximilian Dax и др. *Flow Matching for Scalable Simulation-Based Inference*. 2023. arXiv: 2305.17161 [cs.LG].
- [Lip+24] Yaron Lipman и др. *Flow Matching Guide and Code*. 2024. arXiv: 2412.06264 [cs.LG].
- [ZSH24] Andrew Zammit-Mangion, Matthew Sainsbury-Dale и Raphaël Huser. *Neural Methods for Amortized Inference*. 2024. arXiv: 2404.12484 [stat.ML].
- [BZB] Mark A Beaumont, Wenyang Zhang и David J Balding. *Approximate Bayesian Computation in Population Genetics*. DOI: 10.1093/genetics/162.4.2025.

# Задачи

Статья [Dax+23] предлагает метод FMPE для оценки апостериора с помощью Flow Matching, в future work они указывают, что было бы интересно сделать sequential версию их метода и сравнить с классическими

- ① Изучить sequential методы NPE-A, NPE-B, NPE-C, Truncated NPE, Active Learning NPE и пр.
- ② Скрестить их с FMPE
- ③ Проанализировать эффективность по сравнению с обычным FMPE (например, по числу симуляций), сравнить качество с другими seq методами