

# Amortized learning of stochastic processes

Михаил Ураков

18 декабря 2025 г.

## Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Михаил Ураков

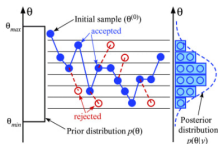
18 декабря 2025 г.

## Sampling methods

Urakov Mikhail

18 декабря 2025 г.

### Burn-in и сходимость



#### Burn-in период

Первые  $B$  итераций отбрасываются, так как цепь еще не сошлась к стационарному распределению.

### Rejection Sampling

Совместное распределение  $(X, U)$

Совместная плотность предложенной пары  $(x, u)$ :

$$f_{X,U}(x, u) = q(x) \cdot \mathbb{I}_{[0,1]}(u)$$

Условное распределение принятых образцов

Обозначим событие принятия:

$$A = \left\{ u \leq \frac{p^*(x)}{M \cdot q(x)} \right\}$$

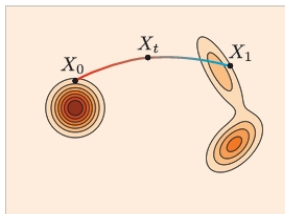
Совместная плотность принятых пар  $(x, u)$ :

$$f_{X,U|A}(x, u) = \frac{f_{X,U}(x, u) \cdot \mathbb{I}_A}{P(A)}$$

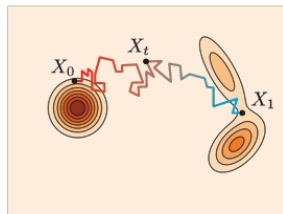
где вероятность принятия:

$$P(A) = \iint f_{X,U}(x, u) \cdot \mathbb{I}_A dx du = \int q(x) \int_0^{\frac{p^*(x)}{M \cdot q(x)}} du dx = \frac{1}{M} \int p^*(x) dx$$

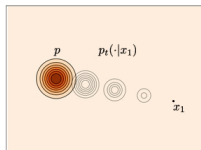
# Flow Matching



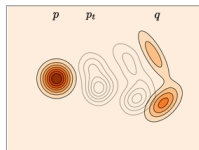
**(a)** Flow



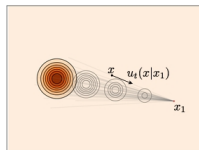
**(b)** Diffusion



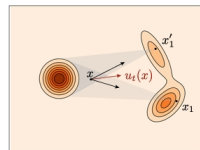
**(a)** Conditional probability path  $p_t(\cdot|x_1)$ .



**(b)** (Marginal) Probability path  $p_t(x)$ .



**(c)** Conditional velocity field  $u_t(x|x_1)$ .



**(d)** (Marginal) Velocity field  $u_t(x)$ .

# Flow Matching

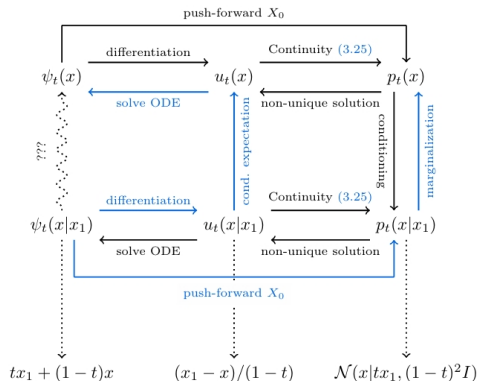
Flow

Velocity field

Probability path

Boundary conds.

Loss



$$p_0 = p$$

$$p_1 = q$$

**Flow Matching (FM) (4.22)**

$$D(u_t(X_t), u_t^\theta(X_t))$$

$$p_0 = p$$

$$p_1 = \delta_{x_1}$$

**Conditional FM (CFM) (4.23)**

$$D(u_t(X_t|x_1), u_t^\theta(X_t))$$

$$p_0 = \mathcal{N}(0, I)$$

$$p_1 = \delta_{x_1}$$

**OT, Gauss CFM (2.9)**

$$\|u_t^\theta(X_t) - (X_1 - X_0)\|^2$$

- [Rad+20] Stefan T. Radev и др. *BayesFlow: Learning complex stochastic models with invertible neural networks*. 2020. arXiv: 2003.06281 [stat.ML].
- [Dax+23] Maximilian Dax и др. *Flow Matching for Scalable Simulation-Based Inference*. 2023. arXiv: 2305.17161 [cs.LG].
- [Lip+24] Yaron Lipman и др. *Flow Matching Guide and Code*. 2024. arXiv: 2412.06264 [cs.LG].
- [ZSH24] Andrew Zammit-Mangion, Matthew Sainsbury-Dale и Raphaël Huser. *Neural Methods for Amortized Inference*. 2024. arXiv: 2404.12484 [stat.ML].
- [BZB] Mark A Beaumont, Wenyang Zhang и David J Balding. *Approximate Bayesian Computation in Population Genetics*. DOI: 10.1093/genetics/162.4.2025.

# Задачи

Статья [Dax+23] предлагает метод FMPE для оценки апостериора с помощью Flow Matching, в future work они указывают, что было бы интересно сделать sequential версию их метода и сравнить с классическими

- 1 Изучить sequential методы NPE-A, NPE-B, NPE-C, Truncated NPE, Active Learning NPE и пр.
- 2 Скрестить их с FMPE
- 3 Проанализировать эффективность по сравнению с обычным FMPE (например, по числу симуляций), сравнить качество с другими seq методами