

凸輪

測量

計算機

算法

1994 年第 2 期

计算机与现代化

总第 38 期

6-10

TH132.4

凸轮动态测量的计算机算法

吴耀东

王北江 朱茂良

(江西省计算技术研究所, 南昌 330002)

(中国船舶总公司 6354 研究所, 九江 332000)

【摘要】 目前在凸轮测量中, 大都采用与凸轮从动件尺寸相同的测头进行测量。本文提供采用一个标准的小测头测量所有凸轮的一整套通用计算机算法。详细具体地描述使用计算机对凸轮外型线进行数学模拟; 从测量数据到凸轮实际从动轮数据间的转换处理; 进行偏心修正; 解决角度间的插值问题; 在凸轮敏感点采用 0.618 法可对凸轮进行准确定位, 同时满足最小条件。经过多次实际测量表明, 所采用的算法切实可行, 达到较高的精度。

【关键词】 凸轮测量仪; 动态测量; 升程; 敏感点; 最小条件

在柴油机设计、制造的过程中, 需要对凸轮升程进行检测, 以保证凸轮的几何精度和凸轮装机后的动力特性。

目前对凸轮进行检测, 其测头大都选择和凸轮机构从动件相同的形状和尺寸^[1]。然而, 这样一来, 对不同型号、不同大小的凸轮, 其从动件往往不同, 这就需要针对不同的凸轮准备不同的测头, 既不方便也不经济。因此我们采用一种标准测头对所有的凸轮进行测量, 然后用计算机进行数据处理。

对于一个给定的凸轮机构, 尽管其结构参数是确定的, 但是由于凸轮外型线是一非线性函数, 检测时, 起始位置是随机任意的。因此, 当起始位置(凸轮设计的理论零度位置)尚未确定之前, 凸轮某一确定转角处的向径仍然不能确定。这是因为非线性函数凸轮的转角起始位置不仅影响向径尺寸的理论计算值, 而且影响向径检测值的正确性。

凸轮向径检测数据是依据确定的转角起始位置而获得的。这个起始点位置应能保证凸轮向径误差的最大值为最小, 即符合“最小条件”^[2]。

我们在凸轮测量仪的自动测量中, 建立了一整套计算方法, 正确处理数据, 获得满意的结果。

1 凸轮外型线的模拟

在凸轮动态测量时, 对于任一起始点作为测量的零度位置开始测量。由角度传感器和升程传感器采集到角度值和升程值, 经过预处理可得出各 θ 相对应的向径及其横坐标、纵坐标值。

1993-10-21 收稿

• 6 •

凸轮动态测量的计算机算法

将测量的数据分成 n ($n=360/\Delta\theta$, $\Delta\theta$ 为测量角度间隔) 个区间。对不在一条直线的相邻三点可确定一个圆, 由 (x_{i-1}, y_{i-1}) , (x_i, y_i) , 和 (x_{i+1}, y_{i+1}) 代入圆的一般方程:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1-1)$$

通过解线性方程组, 可求得对应于 i 点的 D, E, F 。这时对应 i 点的这段小圆弧的曲率中心坐标 (a, b) , 曲率半径 r_0 可由下式求得:

$$a = -D/2 \quad b = -E/2 \quad r_0 = \sqrt{a^2 + b^2 - F} \quad (1-2)$$

如果连续相邻三点为一直线, 此时应有:

$$a = \infty \quad b = \infty \quad r_0 = \infty \quad (1-3)$$

实际下, 它们的实际数值为计算机的最大浮点数。

2 凸轮数据的转换处理

采用一种标准的测头 ($\Phi 10.319\text{mm}$) 对各种凸轮进行测量, 由于测头半径与实际凸轮的从动轮半径往往相差很大, 所测得的向径 (凸轮回转中心至测头中心的距离) 与实际向径 (凸轮回转中心至从动轮中心的距离) 相差更大。因此必须进行转换计算处理。

1. 连续三点为一小圆弧的转换处理方法 (见图 1)

根据图 1 可知, 向径的测量值可由下式得出:

$$r = R_0 + s + R_1 \quad (2-1)$$

式中:

R_0 : 凸轮的基圆半径;

s : 凸轮的升程;

R_1 : 测头半径;

根据上面计算, 可得测头中心至回转中心连线的斜率为:

$$K_1 = y/x \quad (2-2)$$

式中 $x = r \cos(\theta)$, 为测头中心的横座标

$y = r \sin(\theta)$, 为测头中心的纵座标

同样地, 可计算测头中心的法线的斜率为:

$$K_2 = (y-b)/(x-a) \quad (2-3)$$

测头中心至回转中心连线与法线之间的夹角为:

$$\alpha = \frac{K_2 - K_1}{1 - K_1 \cdot K_2} \quad (2-4)$$

由图 1 可得:

$$R^2 = r^2 + (R_2 - R_1)^2 + 2r \cdot (R_2 - R_1) \cdot \cos(\alpha) \quad (2-5)$$

$$\cos(\eta) = \frac{R^2 + r^2 - (R_2 - R_1)^2}{2Rr} \quad (2-6)$$

式中: R : 转换后凸轮的向径;

R_2 : 凸轮从动轮半径;

由此可得转换的角度为:

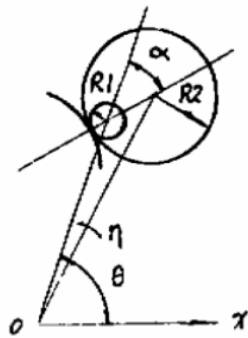


图1 圆弧段的转换处理

向径上升, 则 $\theta = \theta - \eta$

(2-7)

向径下降, 则 $\theta = \theta + \eta$

(2-8)

2. 连续三点为一直线的转换处理方法 (见图2)

经测头中心的法线的斜率为:

$$K_2 = -(X_{i+1} - X_{i-1}) / (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad (2-9)$$

其它算法与小圆弧相同。

实际计算表明, 经过这样处理后, 即使测量采样时角度是等间隔的, 转换处理后的角度为不等间隔。在变化率大的地方, 角度相差很大; 同时测头半径与凸轮从动轮半径相差越大, 角度变化也越大。

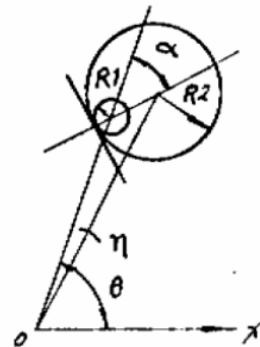


图2 直线段的转换处理

3 偏心的修正

在测量凸轮时, 凸轮的实际回转中心与测量的回转中心不可能互相重合, 大都存在一定的偏差。这一偏差对凸轮的测量精度产生较大的影响。因此如何对这一偏差进行修正, 对提高测量的精度有较大的意义。

我们在测量凸轮前, 先按等角度 $\theta_i = i360^\circ/n$ 对凸轮的内圆进行测量。然后用最小二乘法得出最小二乘圆中心与测量的回转中心偏心坐标, 其近似公式为:

$$x_0 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n r_i \cos(\theta_i) \quad (3-1)$$

$$y_0 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n r_i \sin(\theta_i) \quad (3-2)$$

按圆度误差最小区域法^[4]确定凸轮回转中心坐标。

偏心修正后的向径为:

$$R = \sqrt{(X - x_0)^2 + (Y - y_0)^2} \quad (3-3)$$

偏心修正后的角度为:

$$\theta = \tan^{-1} (Y - y_0) / (X - x_0) \quad (3-4)$$

如果 $X - x_0 < 0$, 则 $\theta = \pi + \theta$

(3-5)

经偏心修正后的角度值与向径值, 已是凸轮回转中心至从动轮中心的向径值及其相应的角度。

4 凸轮外型线的插值计算

如前所述, 经数据转换处理后的向径与角度对应关系, 角度已不再是等间隔了。为以后的处理方便, 仍然希望能获得等间隔角度所对应的实际向径值。为此采用插值法实现。

对于一小圆弧段, 我们有:

$$(X-a)^2 + (Y-b)^2 = r^2 \quad (4-1)$$

由 $X=R \cdot \cos(\theta)$, $Y=R \cdot \sin(\theta)$ 代入上式, 可得向径插值公式:

$$R = a \cos(\theta) + b \sin(\theta) \pm \sqrt{r^2 - (a \cos(\theta) - b \sin(\theta))^2} \quad (4-2)$$

向径对角度变化率:

$$R' = \frac{-a \sin(\theta) + b \cos(\theta) + (a \sin(\theta) - b \cos(\theta)) (a \cos(\theta) + b \sin(\theta))}{\sqrt{r^2 - (a \sin(\theta) - b \cos(\theta))^2}} \quad (4-3)$$

对于直线段, 有:

$$\frac{X - X_{i-1}}{Y - Y_{i-1}} = \frac{X_{i+1} - X_{i-1}}{Y_{i+1} - Y_{i-1}} \quad (4-4)$$

同样可得:

$$R = \frac{X_{i-1} (Y_{i+1} - Y_{i-1}) - Y_{i-1} (X_{i+1} - X_{i-1})}{\cos(\theta) (Y_{i+1} - Y_{i-1}) - \sin(\theta) (X_{i+1} - X_{i-1})} \quad (4-5)$$

$$R' = R \frac{\sin(\theta) (Y_{i+1} - Y_{i-1}) + \cos(\theta) (X_{i+1} - X_{i-1})}{\cos(\theta) (Y_{i+1} - Y_{i-1}) - \sin(\theta) (X_{i+1} - X_{i-1})} \quad (4-6)$$

利用以上公式, 可以非常方便地求出任意角度的向径值, 而且计算相当精确。

5 实测凸轮零度位置的确定与 0.618 法

以上的数据处理, 都还只是在测量范围内进行, 而且测量的起始位置又是任意选取的, 因此仍不能对实际凸轮作出有效的评定, 并与设计要求相对比, 检验其合格与否。

在凸轮动态测量时, 需要确定凸轮挑尖的位置。挑尖的位置的准确性与否, 将直接影响着凸轮各几何参数的精度。目前普遍采用的行之有效的方法是“敏感点”法^[2]。

为了确定被测凸轮的零度位置, 可根据标准凸轮数据找出变化率最大的点 m 的理论向径为基准, 然后在被测凸轮上找到与其最小偏差的位置, 在一小段外型线上, 采用 0.618 法和插值计算法, 找出与理论向径等值的角度位置 θ_m ; 再以标准凸轮负变化率最大的点 n 的理论向径为基准, 在被测凸轮上找到与其最小偏差的位置, 在一小段外型线上, 采用 0.618 法和插值计算法, 找出其与理论向径等值的角度位置 θ_n 。根据图 3 的关系, 算出敏感点 m 和敏感点 n 间的夹角 θ 及其偏差 $\Delta\theta$ 。同时计算标准凸轮的敏感点 m 、 n 之间的夹角 α , 即:

$$\alpha = \alpha_n + 360^\circ - \alpha_m$$

$$\theta = \theta_n + 360^\circ - \theta_m$$

$$\Delta\theta = \theta - \alpha$$

分析 θ 与 α 的关系, 可以得到:

1. 当 $\theta = \alpha$ 时, 被测凸轮的实际轮廓相对于标准凸轮轮廓的位置处于理想状态。

2. 当 $\theta \neq \alpha$ 时, 被测凸轮的实际轮廓相对于标准凸轮轮廓的位置不处于理想状态。

根据“对称最佳原理”, 只有当 $\theta = \alpha$, 且 $\Delta R_m = \Delta R_n$ 时, 凸轮的实际位置相对于理想位置才处于理想位置状态。

$$\text{由 } \Delta R_m = R_m' \times \Delta\theta_m \quad (5-1)$$

$$\Delta R_n = R_n' \times \Delta\theta_n \quad (5-2)$$

当满足 $\Delta R_m = \Delta R_n$ 时, 可得:

$$\frac{R_m'}{R_n'} = \frac{\Delta\theta_n}{\Delta\theta_m} \quad (5-3)$$

令 $\Delta\theta = \Delta\theta_m - \Delta\theta_n$, 代入 (5-3) 可得:

$$\Delta\theta_m = \frac{R_n'}{R_m' - R_n'} \times \Delta\theta \quad (5-4)$$

$$\Delta\theta_n = \frac{R_m'}{R_m' - R_n'} \times \Delta\theta \quad (5-5)$$

求出 θ_m 和 θ_n 的调整量后, 由图 3 关系便可计算被测凸轮的零度位置。

$$\theta_0 = \theta_m - \alpha_m - \Delta\theta_m$$

$$\text{或 } \theta_0 = \theta_n - \alpha_n - \Delta\theta_n$$

用上述方法确定凸轮的起始点, 完全符合最小条件^[7]。

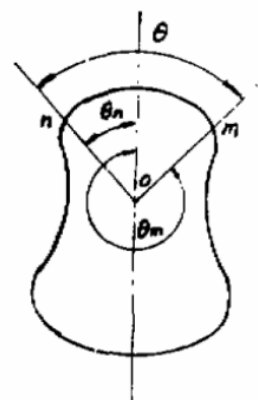


图 3 凸轮起始位置的确定

6 结 论

采用以上叙述的处理方法, 对各种不同的形状的凸轮, 不同的测量起始位置进行多次测量, 数据准确可靠, 重现性好。从而证实了这些处理和解决方法行之有效。在凸轮的动态测量中, 采用一种标准测头对不同形状的凸轮进行测量, 与采用传统的测量方法 (测量的测头形状与尺寸必须与凸轮从动轮一致) 相比, 既简单又经济实用。

参 考 文 献

- 1 刘兴富, 邹常荣. 《确定凸轮挑尖位置方法的探讨》, “计量技术”, 1979 年第 1 期
- 2 刘兴富. 《按最小条件评定凸轮的升程误差》, “计量技术”, 1982 年第 3 期
- 3 方 华. 《圆度误差最小区域法的微机算法》, “计量技术”, 1992 年第 1 期