

## 圆柱分度凸轮廓面的通用方程

尚 锐

(辽宁工学院)

秦荣荣

(吉林工业大学)

陈晓华

熊晓航

(辽宁工学院)

TH112.2

**摘 要** 根据空间啮合原理,推导了圆柱分度凸轮廓面的通用方程。不论凸轮转向如何,是脊定位或槽定位、左旋或右旋、单头或多头,均可由该方程求出凸轮廓面的坐标值。

**关键词** 圆柱分度凸轮 通用方程 啮合

廓面 凸轮机构

## 1 多头圆柱分度凸轮廓面方程

在圆柱分度凸轮机构中,凸轮廓面与滚子表面是空间曲面,凸轮曲面就是滚子曲面相对凸轮的不同位置形成的滚子曲面族的包络面。推导凸轮廓面方程的基本依据就是共轭曲面啮合的基本方程式

$$\vec{v}_{12} \cdot \vec{n} = 0 \quad (1)$$

本文首先推导脊定位、单头、右旋、 $\omega_2$  上转的圆柱分度凸轮廓面方程,在此基础上总结出不同头数、类型、旋向、转向的通用圆柱凸轮廓面方程。

## 1.1 坐标系的建立

如图 1 所示,建立 4 个右手坐标系。固定坐标系  $S_0(o-x_0y_0z_0)$ ,坐标原点位于分度盘中心;动坐标系  $S_1(o_1-x_1y_1z_1)$  与分度盘固联;动坐标系  $S_2(o_2-x_2y_2z_2)$  与凸轮固联;辅助定坐标系  $S'_0(o'-x'_0y'_0z'_0)$ ,坐标原点与凸轮中心重合。

## 1.2 共轭接触方程

## (1) 滚子廓面方程

由图 1 知,滚子圆柱面上任意一点在坐标系  $S_1$  中的曲面方程为

$$(\vec{r}_{P_1})_1 = (x_1, y_1, z_1)^T = (l + \rho_0 \cos \theta, \rho_0 \sin \theta, -r)^T \quad (2)$$

式中  $l$ ——转盘分度圆半径; $\rho_0$ ——滚子半径; $r$ ——滚子圆柱面的点在  $z_1$  方向坐标的绝对值; $\theta$ ——滚子圆柱面上的点相对极轴  $x_1$  的极角。

(2) 单位法向矢量  $\vec{N}_1$ 

空间共轭曲面啮合点在坐标系  $S_1$  中的法向矢量  $\vec{n}_1$  可由文献[1]求出,其推导结果为

$$\vec{n}_1 = (\rho_0 \cos \theta, \rho_0 \sin \theta, 0)^T \quad (3)$$

收稿日期:1996-01-23

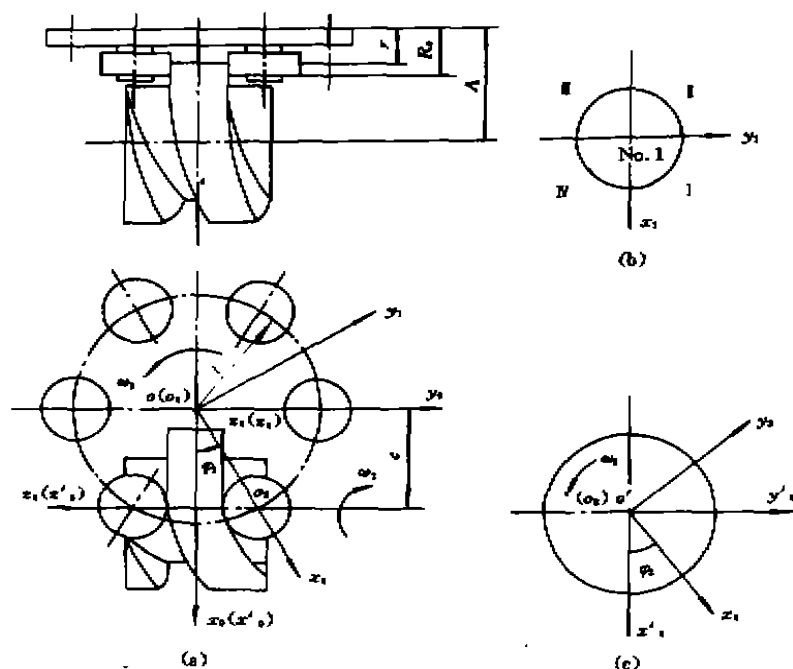


图 1 圆柱分度凸轮机构及其坐标系

Fig. 1 Cylindrical indexing cam Mechanism and coordinate system

将式(3)除以矢量的模得单位法向矢量  $\vec{N}_1$ , 即

$$\vec{N}_1 = (\cos\theta, \sin\theta, 0)^T \quad (4)$$

(3) 共轭接触点的相对速度

如图 2 所示,  $P$  点为两曲面接触点, 两曲面到  $P$  点的矢量分别为  $\vec{r}_{r_1}$  和  $\vec{r}_{r_2}$ , 两矢量的速度分别用  $(\vec{v}_{r_1})_1$  和  $(\vec{v}_{r_2})_1$  表示。从图 2 可见

$$(\vec{r}_{r_2})_1 = (\vec{r}_{r_1})_1 + (\vec{\epsilon})_1 \quad (5)$$

式中  $\vec{\epsilon} = \vec{o_2 o_1} = (-C, 0, A)^T$

因为  $(\vec{v}_{r_1})_1 = (\vec{v}_{o_1})_1 + \vec{\omega}_1 \times (\vec{r}_{r_1})_1$ ,  $(\vec{v}_{r_2})_1 = (\vec{v}_{o_2})_1 + \vec{\omega}_2 \times (\vec{r}_{r_2})_1$ , 所以

$$(\vec{v}_{12})_1 = (\vec{v}_{r_1})_1 - (\vec{v}_{r_2})_1 = \frac{d(\vec{\epsilon})_1}{dt} + \vec{\omega}_{12} \times (\vec{r}_{r_1})_1 - \vec{\omega}_2 \times (\vec{\epsilon})_1 \quad (6)$$

当凸轮右旋,  $\omega_2$  上转时, 在坐标系  $S_1$  中有

$$\vec{\omega}_{12} = -\vec{\omega}_2 = (\omega_2 \sin\varphi_1, \omega_1 \cos\varphi_1, \omega_1)^T \quad (7)$$

$$(\vec{\epsilon})_1 = M_{10} \vec{\epsilon} \quad (8)$$

式中  $M_{10}$  为坐标系  $S_0$  与  $S_1$  的坐标变换矩阵。将式(2)、(7)、(8)代入式(6)得

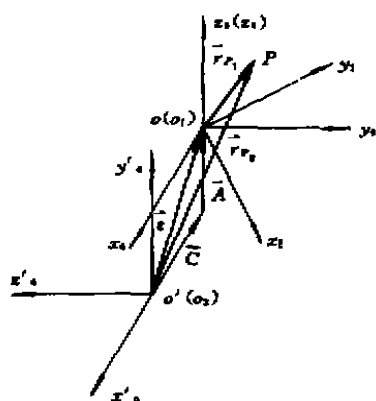


图 2 矢量关系图

Fig. 2 Vector relationship chart

$$(\hat{v}_{12})_1 = \begin{Bmatrix} (v_{12})_{x_1} \\ (v_{12})_{y_1} \\ (v_{12})_{z_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_2 \cos \varphi_1 (A - r) - \omega_1 \rho_0 \sin \theta \\ \omega_1 (l + \rho_0 \cos \theta) - \omega_2 \sin \varphi_1 (A - r) \\ -\omega_2 \cos \varphi_1 (l + \rho_0 \cos \theta) + \omega_2 \rho_0 \sin \varphi_1 \sin \theta + \omega_2 C \end{Bmatrix} \quad (9)$$

将式(4)、(9)代入式(1)得共轭接触方程,接触角 $\theta'$ 为

$$\operatorname{tg} \theta' = - \frac{\omega_2 (A - r) \cos \varphi_1}{\omega_1 l - \omega_2 (A - r) \sin \varphi_1} \quad (10)$$

### 1.3 凸轮廓面方程

滚子曲面和凸轮廓面是一对共轭曲面,在共轭接触点处,将滚子接触点上的坐标转换到与凸轮固联的坐标系 $S_2$ 中,可得凸轮上共轭接触点坐标,即凸轮廓面坐标

$$\begin{Bmatrix} (\hat{r}_{P_2})_2 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{Bmatrix} = M_{21} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式中 $M_{21}$ 为从 $S_1$ 到 $S_2$ 的坐标变换矩阵,它可借助坐标 $S_0, S'_0$ 得到,则凸轮廓面方程为

$$(\hat{r}_{P_2})_2 = \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 - C) \cos \varphi_2 + (z_1 + A) \sin \varphi_2 \\ (-x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1 + C) \sin \varphi_2 + (z_1 + A) \cos \varphi_2 \\ -x_1 \sin \varphi_1 - y_1 \cos \varphi_1 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

由式(2)、(10)、(13)及选定的凸轮机构运动规律就可以求出凸轮廓面方程,它是以 $r, \varphi_2$ 为参数的二维曲面方程。

图3为脊定位情况下凸轮的转向、旋向不同的另外三种组合方式的机构简图,采用同样的推导方法可得三种不同情况的凸轮廓面方程。将四种情况综合得如下公式

$$(\hat{r}_{P_1})_1 = (x_1, y_1, z_1)^T = (l + \rho_0 \cos \theta, \rho_0 \sin \theta, MNr)^T \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{N \omega_2 (A - r) \cos \varphi_1}{\omega_1 l + N \omega_2 (A - r) \sin \varphi_1} \quad (14)$$

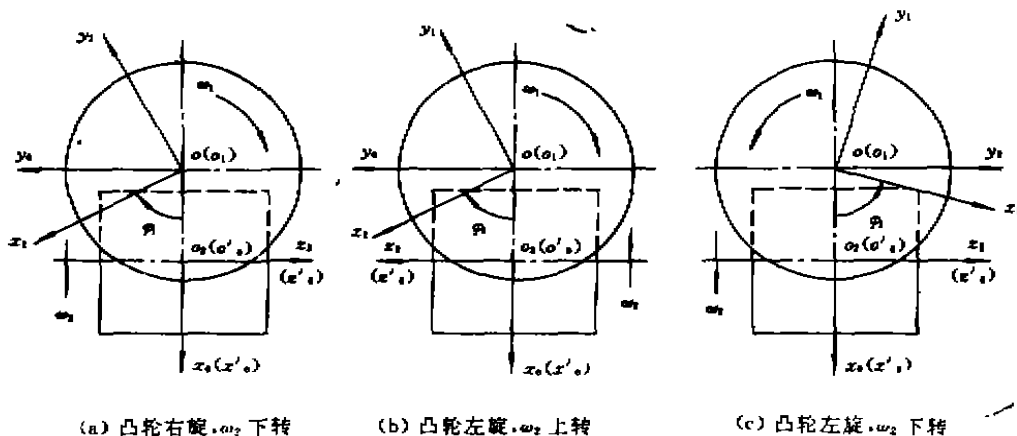


图3 圆柱分度凸轮机构简图

Fig. 3 The sketch of cylindrical indexing cam mechanism

$$(\vec{r}_{P_1})_2 = \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (x_1 \cos \varphi_1 - y_1 \sin \varphi_1 - C) \cos \varphi_2 + (Mx_1 - NA) \sin \varphi_2 \\ (-x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1 + C) \sin \varphi_2 + (Mx_1 - NA) \cos \varphi_2 \\ -M(x_1 \sin \varphi_1 - y_1 \cos \varphi_1) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

其中  $M=+1$ , 凸轮右旋,  $M=-1$ , 凸轮左旋;  $N=+1$ , 凸轮下转,  $N=-1$ , 凸轮上转。

上述方程适于单头和多头圆柱分度凸轮机构。单头与多头凸轮的区别只是初始角  $\varphi_0$  的取值不同。

## 2 分度盘初始角 $\varphi_0$ 与接触角 $\theta$ 的取值

图 4 为双头圆柱分度凸轮机构, 其中凸轮为展开图。图中的 1~6 为廓面序号, 开始起分度作用的面为 1(脊定位)或 2(槽定位)廓面。在式(14)、(15)中,  $\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi'_1$ , 其中  $\varphi_0$  是分度盘的初始角, 即刚开始分度时  $x_1$  轴与  $x_0$  轴之间的夹角;  $\varphi'_1$  是凸轮转角为  $\varphi_2$  时分度盘所转过的角度, 即  $\varphi'_1 = f(\varphi_2)$ , 它与凸轮机构的运动规律有关。

若分度盘的滚子数为  $Z$ , 则分度盘的齿距角为  $2\pi/Z$ 。图 4 凸轮机构分度盘初始角  $\varphi_0$  如表 1 所示。

接触角  $\theta$  为滚子廓面啮合点的法线方向与  $x_1$  轴正向间的夹角, 它与啮合点在坐标系  $o_1 - x_1 y_1$  中的象限位置有关, 图 1b 所示即为图 4 中 No. 1 滚子, 该滚子在工作过程中与凸轮廓面 1 接触, 廓面 1 为工作面, 推动 No. 1 滚子带动分度盘转动, 所以两者的接触面只能在 III、IV 象限。由此分析图 1b 中滚子接触角  $\theta$  的取值为: 若  $\theta' > 0$ ,  $\theta = \pi + \theta'$ ; 若  $\theta' < 0$ ,  $\theta = \theta'$ 。其中  $\theta'$  角由式(14)求得。如上分析, 各接触面的接触角由表 2 确定。

表 1 凸轮机构分度盘初始角  $\varphi_0$

Table 1 Indexing plate initial angle  $\varphi_0$  of cam mechanism

序号 $n$	1, 3, 5, ..., $m-1$	2, 4, 6, ..., $m$
脊定位	$-(n-2)\frac{\pi}{Z}$	$-\frac{\pi}{Z} - (n-2)\frac{\pi}{Z}$
槽定位	$-(n-1)\frac{\pi}{Z}$	$-(n-2)\frac{\pi}{Z}$

其中,  $m$ —凸轮廓面的数目, 若凸轮头数为  $t$ ,

则  $m = 4 + 2(t-1)$ 。

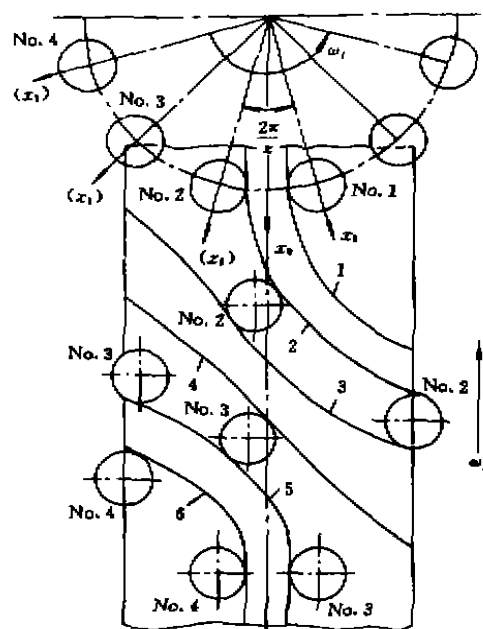


图 4 双头圆柱分度凸轮机构简图

Fig. 4 The sketch of double hands cylindrical indexing cam mechanism

表 2 接触角  $\theta$

Table 2 Contact angle  $\theta$

接触面	$n=1, 3, 5, \dots, m-1$	$n=2, 4, 6, \dots, m$
脊定位	$\theta' > 0$	$\pi + \theta'$
	$\theta' \leq 0$	$\theta'$
槽定位	$\theta' > 0$	$\pi + \theta'$
	$\theta' \leq 0$	$\theta'$

### 3 计算实例

已知一圆柱分度凸轮机构,中心距  $C=11\text{ mm}$ ,动程角  $\varphi_2=160^\circ$ ,滚子数  $Z=8$ ,滚子半径  $\rho_0=11\text{ mm}$ ,滚子宽度  $b=12\text{ mm}$ ,分度盘半径  $l=111\text{ mm}$ ,凸轮单头、右旋、 $\omega_2$  下转,槽定位,  $A=55\text{ mm}$ ,  $R_0=17\text{ mm}$ ,凸轮机构的运动规律为改进正弦。求:圆柱凸轮工作廓面 1 的坐标值。

解:按上述方程求得的曲面 1 坐标值如下 ( $F_2$  为凸轮转角,第一行数值为  $r$  的变量值)。

$F_2$ (度)	坐标	5	7	9	11	13	15	17
0	$x$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0	$y$	-50.000	-48.000	-46.000	-44.000	-42.000	-40.000	-38.000
0	$z$	-11.000	-11.000	-11.000	-11.000	-11.000	-11.000	-11.000
40	$x$	-27.941	-26.532	-25.117	-23.696	-22.271	-20.839	-19.401
40	$y$	-41.825	-40.397	-38.973	-37.554	-36.140	-34.730	-33.326
40	$z$	-19.453	-19.347	-19.232	-19.107	-18.971	-18.823	-18.662
80	$x$	-49.597	-47.606	-45.615	-43.623	-41.631	-39.638	-37.645
80	$y$	-6.660	-6.431	-6.207	-5.985	-5.767	-5.552	-5.241
80	$z$	-51.427	-51.340	-51.247	-51.149	-51.045	-50.935	-50.818

### 参 考 文 献

- 1 殷鸿梁. 圆柱凸轮分度机构的计算机辅助设计. 全国第三届机构学年会宣读论文, 1985.5
- 2 尚锐. 圆柱凸轮分度机构检测原理和检测技术研究, [硕士学位论文]. 长春, 吉林工业大学机械工程系, 1995.3

## Common Equations of Cylindrical Indexing Cam Surface

Shang Rui      Qin Rongrong      Chen Xiaohua      Xiong Xiaohang

(Liaoning Institute of Technology) (Jilin University of Technology) (Institute of Technology)

**Abstract** According to principle of spatial mesh, this paper derives common equations of cylindrical indexing cam surface. Coordinate value of cam surface can be calculated whether cylindrical indexing cam is in spine or groove location, left or right helical, with single head or many heads and how it is turning.

**Key words** cylindrical indexing cam, common equations, mesh