TECHNISCHE HOCHSCHULE MITTELHESSEN

Fachbereich
Mathematik, Naturwissenschaften und Informatik

Fuzzy-Regelung Ausarbeitung

Im Rahmen der Veranstaltung:

Praktikum Künstliche Intelligenz(CS5330)

Autoren:

Joel Bartelheimer
joel.bartelheimer@mni.thm.de

Nico Müller
nico.mueller@mni.thm.de

Eingereicht bei:

Prof. Dr. Wolfgang Henrich

Abgabedatum:
14.02.2017

II Inhaltsverzeichnis

II Abbildungsverzeichnis

III Tabellenverzeichnis

IV Listing-Verzeichnis

1 Einleitung

Um den Sinn sowie die Einsatzgebiete von Fuzzy-Logic zu verstehen, betrachten wir ein kurzes Beispiel: Ziel soll es seien einen Roboter zu bauen der Eier so kochen kann. Wichtig hierbei ist, dass das Eigelb wachsweich sein sollte. Um den Vorgang des Eier kochens besser zu verstehen fragen wir bei einem Koch nach dem Perfekten Algorithmus nach. Er sagt uns, werfe das Ei in kochendes Wasser und nehme es nach 5 Minuten wieder heraus. Der Roboter arbeitet nun nach genau diesem Algorithmus, doch mussten wir feststellen, dass es vorkommen kann das manche Eier zu hart oder auch zu weich gekocht werden. Darauf hin sprechen wir erneut mit dem Koch. Diesmal sagt er uns, dass die Eier etwas länger kochen sollen falls sie größer sind und etwas kürzer kochen sollen wenn sie kleiner sind. Diese zwei Aussagen lassen sich nun schwer in einen Algorithmus umsetzen, da der Roboter nicht genau weiß er unter einem kleiner bzw. größerem Ei verstehen soll. Er kann auch den Begriff „Etwas kürzer/länger“ nicht begreifen. Um dem Roboter ein wenig zu helfen, definieren wir dass ein kleines Ei $40 - 49g$, ein normales Ei $50 - 60g$ und ein großes Ei $61 - 70g$ wiegt und das „Etwas kürzer/länger“ eine Minute weniger- bzw. mehr bedeutet. Diesen Vorgang nennt man Partitionierung. Unser Roboter kann mit diesen Informationen die Eier schon fast befriedigend kochen. Wir vermuten jedoch, dass das System noch besser arbeiten könnte. Wenn ein Ei genau $60.99g$ wiegt, wird es von unserem Roboter für ein normales Ei gehalten und es wird genau 5 Minuten gekocht. Wäre es möglich, dass der menschliche Koch dieses Ei anders behandeln würde? Ja, er würde das Ei wahrscheinlich als ein mittelgroßes Ei behandeln und es 5.5 Minuten kochen, da es in der Gewichtseinstufung genau zwischen zwei Klassen liegt. Wie man ein solches Verhalten auf einen Roboter übertragen kann wird in den folgenden Kapiteln betrachtet.

1.1 Anwendungsgebiete

Fuzzy-Logic wurde schon erstmal 1964 in einen Artikel von Zadeh vorgestellt [?]. In den 80er Jahren wurde dann Fuzzy-Logic vermehrt in Japan eingesetzt. Erfolgsgeschichten sind hierbei die U-Bahn in Sendai, und später die U-Bahn in Tokyo, die mit Hilfe von Fuzzy-Regelung eine sehr komfortables Anfahren und Abbremsen ermöglichen und effizienter arbeiten als ein menschlicher Bahnführer. Heute wird Fuzzy-Logic in Bildstabilisatoren für Kameras, Waschmaschinen oder der Automobil Industrie eingesetzt.

2 Fuzzy-Logic Grundlagen

Obwohl diese Ausarbeitung sich auf Fuzzy-Regelung spezialisiert, ist es notwendig die Grundbegriffe der Fuzzy-Logic zu verstehen. Die theoretischen Konzepte von Fuzzy-Mengen, Fuzzy-Realtionen sowie Fuzzy-Operationen werden in diesem Kapitel wiederholt.

2.1 Fuzzy-Logic Allgemein

In der klassichen Mengenlehre, in der Domaine von Fuzzy-Logic auch scharfe Logig genannt, hat ein jedes Element x_i eine eindeutige Zugehörigkeit zu einer Menge X. Dies bedeutet das jedes Element x_i den Zugehörigkeitsgrad μ von genau 1 oder 0 hat. Diese strikte Klassifizierung ist im menschlichen Verständniss nicht intuitiv ausgeprägt. Einem Menschen fällt es einfacher eine wage Aussage wie z.B. „in etwa“, „relativ groß“ o.Ä. zu treffen. Mithilfe der Fuzzy-Logic wird der strikte Zugehörigkeitsgrad aufgelöst, sodass jedes Element auch nur zum Teil einer Fuzzy-Menge angehören kann (siehe Abschnitte 2.1).

2.2 Fuzzy-Mengen

In der Domain der Fuzzy-Logic wird eine Menge über die Zugehörigkeitsgrade ihrer Elemente definiert. Die Zugehörigkeit eines Elementes x zu einer Menge A wird über die Zugerhörigkeitsfunktion $\mu_A(x)$ definiert. Wichtig ist hierbei, dass jedes Element aus der Wertemenge X einen Zugehörigkeitsgrad im reellen Wertebereich [0,1], also nicht negative, hat. Ebenso kann jedes Element weiteren Mengen mit weiteren Zugehörigkeiten angehören. Die Menge aller Fuzzy-Mengen von X wird als $F(X)$ bezeichnet. Eine Zugerhörigkeitsfunktion $\mu_A(x)$ sollte außerdem konvex sein. Der Zugehörigkeitsgrad sollte nicht mit einer Wahrscheinlichkeit verwechselt werden. Dazu wird hier ein Zitat aufgeführt das die Unterschiede zwischen einem Zugehörigkeitsgrad, einer Wahrscheinlichkeit und einer Messung klar machen soll.

> Question: Is there a salami sandwich in the refrigator?
> Answer: 0.5
> If probability: then there is or isn't, with probability one half
> If measure: then there is half a salami sandwich there
> If fuzzy: then there is something there, but it isn't really a salami sandwich.
> Perhaps it is some other kind of sandwich, or salami without the bread...
> *Sol Golomb*

Definition 1

Eine Fuzzy-Menge μ von X ist eine Funktion von der Referenzmenge X in das Einheitsintervall, also $\mu : X \to [0, 1]$

Definition 2

nicht negative Zugerhörigkeitsfunktion: $(\forall x \in X) : \mu_A(x) \geq 0$

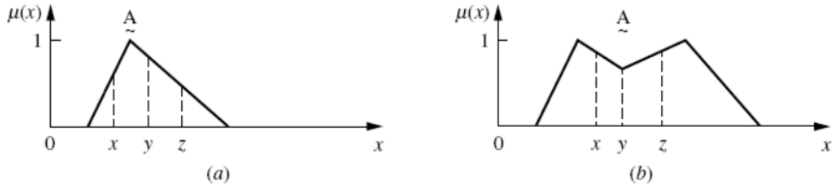

Abbildung 1: Eine konvexe Fuzzy-Menge (a) und eine nicht konvexe Fuzzy-Menge (b)

Definition 3

konvexe Zugerhörigkeitsfunktion (siehe auch Abbildung 1: $(\forall a, b, c \in X, a \leq b \leq c)$: $\mu_A(c) \geq min(\mu_A(a), \mu_A(b))$

2.2.1 Linguistische Terme

Um auf eine Fuzzy-Mengen innerhalb des Fuzzifizierungs-Interface oder der Entscheidungslogik zu referenzieren, werden den Fuzzy-Mengen Linguistische Terme zugeordnet. Linguistische Terme sind formal nur Bezeichner für Fuzzy-Mengen. Es ist jedoch Sinnvoll erst den Linguistische Term und anschließend die dazu passende Fuzzy-Menge zu konstruieren. Die Definition dieser Zugehörigkeit wird auch Partitionierung genannt. Es ist Aufgabe des Domain-Experten diese Partitionierung vorzunehmen.

Definition 4

Eine Linguistischer Term ist eine umgangsprachliche Beschreibung einer Fuzzy-Menge, also „Sehr groß“$\rightarrow X \rightarrow [0, 1]$

Beispiel 1

Eine Familie ist auf der Suche nach einer neuen Wohnung. Ein wichtiges Kriterium für die neue Wohnung sind die Anzahl der Räume. Der Linguistische Terme „angemessene Anzahl von Räumen für eine Familie mit 3 Kindern“ könnte sich durch diese Fuzzy-Menge beschreiben lassen: $\mu : 1...8 \rightarrow [0, 1]$ mit folgenden Zugehörigkeitsgraden: $\mu(1) = 0$, $\mu(2) = 0.2$, $\mu(3) = 0.5, \mu(4) = 0.7, \mu(5) = 1, \mu(6) = 1, \mu(7) = 0.8\mu(8) = 0.2$. Bei diese Fuzzy-Menge wird nur der Wertbereich 1...8 betrachtet. Die Fuzzy-Menge sagt aus, dass 6 Räume optimal wären.

2.2.2 Repräsentationsformen

Bisher haben wir gesehen, dass sich Fuzzy-Mengen durch durch die Zugehörigkeitsgrade für jedes Element x_i aus X definieren lassen. Wenn die X nun aber einen sehr großen

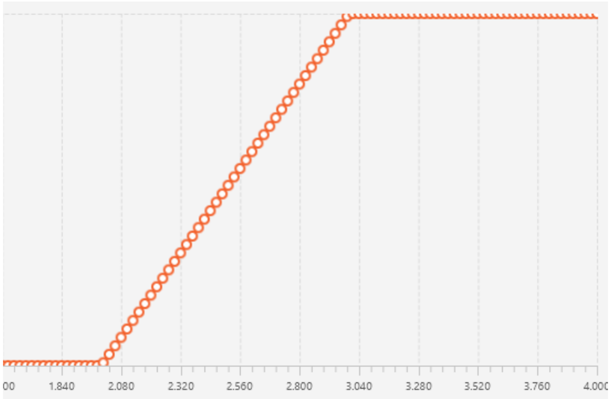

Abbildung 2: Eine monoton steigende Funktion mit den Parametern $a = 2000, b = 3000$

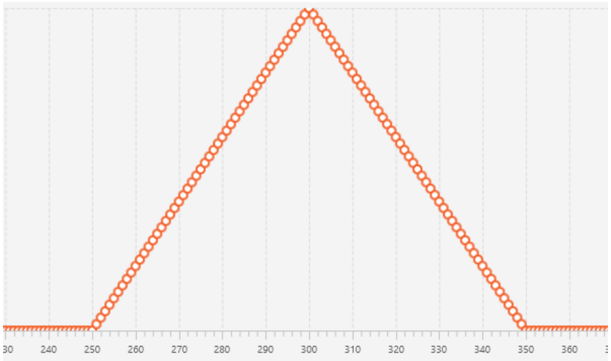

Abbildung 3: Eine Dreiecksfunktion mit den Parametern $a = 250, m = 300, b = 350$

Wertebereich hat und unendlich ist, lässt sich $\mu(x)$ am besten als einen geeigneten Funktionsterm ausdrücken. Wenn $X = \mathbb{R}$ dann werden oft Linguistische Terme wie „Groß“ oder „Klein“ verwendet. Als Interpretation von „Groß“ kann z.B. eine monoton steigende Funktion mit den Parametern a und b gewählt werden. Wobei a den Beginn den Anstiegs und b den Zeitpunkt von $\mu(x) = 1$ bestimmt.

$$y_{a,b}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \tag{1}$$

Linguistische Terme der Art „Circa 10“ oder „Etwas schnell“ lassen sich am besten durch symmetrische Dreiecksfunktionen ausdrücken mit den Parametern m a und b ausrücken wobei m den Mittelpunkt, a, b den Start- sowie Endpunkt des Dreiecks bestimmen.

$$y_{a,m,b}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m} & m \leq x \leq b \\ 0 & x \geq b \end{cases} \tag{2}$$

Für Linguistische Terme der Art „Zwischen 3 und 5“ werden oft Trapez-Funktionen verwendet. Die Trapez-Funktion hat die Parameter a, b, c und d. Die Parameter stellen jeweils die Kanten des Trapezes dar.

$$y_{a,b,c,d}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & b \leq x \leq c \\ \frac{x-d}{c-d} & c \leq x \leq d \\ 0 & x \leq a \; or \; x \geq d \end{cases} \tag{3}$$

2.3 Fuzzy-Operatoren

Fuzzy-Operatoren sind notwendig sobald mehrere Fuzzy-Mengen miteinander verknüpft werden sollen. Aus der klassischen Mengenlehre kennt man die Operatoren Komplement, Durchschnitt und Vereinigung. Diese wurden auch in der Orginalarbeit von 1965 von Zadeh mit wie folgt für Fuzzy-Mengen definiert.

Definition 5 (Komplement)
Das Komplement bzw. die NICHT-Operation ist definiert als:

$$(\forall x \in X) : \mu_{\not{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{4}$$

Definition 6 (Durchschnitt)
Der Durchschnitt bzw. die UND-Operation ist definiert als:

$$(\forall x \in X) : \mu_{A \bigcap B}(x) = min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{5}$$

Definition 7 (Vereinigung)
Die Vereinigung bzw. die ODER-Operation ist definiert als:

$$(\forall x \in X) : \mu_{A \bigcup B}(x) = max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \tag{6}$$

Es gibt jedoch die Möglichkeit diese Definitionen für die Operationen durch andere zu ersetzen solange die sogenannte t-Norm für die Funktion eingehalten wird. So hat zum Beispiel die Verwendung des Minimums den Nachteil, dass manche Werte gar nicht beachtet werden.

Definition 8
Eine Funktion $F : [0,1]^2 \to [0,1]$ heißt t-Norm, wenn folgende Bedingen gelten: Kommutativität, Assoziativität, Monotonie sowie die Existenz eines neutralem Elements.

2.4 Fuzzy-Relationen

3 Fuzzy-Regler

Um die Grundbegriffe der Regelungstechnik zu verstehen betrachten wir ein System, wie z.B. einen Gleichstrom Motor einer Drohne oder eine Wohnraumheizung. Der Benutzer eines solches System gibt nun der Regelungstechnik einen bestimmten Sollwert vor. Der Sollwert sollte Messbar seien und sich in einem bestimmten Wertebereich befinden. So könnte der Sollwert für den Drohnenmotor die Drehzahl 1500 Rounds per Minute(RPM) seien oder der Sollwert für die Heizung eine Temperatur von 22.0 °C. Interessant für die Regelungstechnik ist hierbei, dass die Systeme träge sind und nicht direkt auf Änderung reagieren sowie eventuell vorkommenden Störgrößen, die das System beeinflussen. Ein Störgröße für die Wohnraumheizung könnte z.B. ein offenes Fenster seien das die Temperatur beeinflusst. Die Aufgabe der Regelungstechnik ist es nun das System möglichst konstant auf dem Sollwert zu halten. Dazu wird eine Stellgröße η von der Regelungstechnik reguliert. Für den Motor könnte die Stromzufuhr und für Heizung die Ventilstellung eines Thermostats die Stellgröße darstellen. Die letztendliche Ausgangsgröße setzt sich also aus Stellgröße und Störgröße zusammen. Ein neuer Stellwert von der Regelungstechnik auf Basis der Messwerte (Eingangsgrößen) für die Ausgangsgröße ξ und die zeitliche Änderung der Ausgangsgröße $\Delta\xi = \frac{d\xi}{dt}$ berechnet. In den folgenden Kapiteln betrachten wir das regelungstechnische Stabbalance-Problem. Wir gehen davon aus, dass die Stellgröße einen Wert der Menge Y annehmen kann und die Eingangsgrößen, oder aus Meßgrößen, $\xi_{0...n}$ (ebenfalls ξ weil die Ausgangsgröße oft als Meßgröße wiederverwendet wird) einen Wert de Menge X_i annehmen kann. Es wird also eine Kontrollfunktion $\varphi : X_0...X_n \to Y$ gesucht.

3.1 Vorteile des Fuzzy-Reglers

Um den Vorteil des Fuzzy-Reglers zu verstehen, sollte man sich ein konkretes regelungstechnisches Problem vor Augen führen.

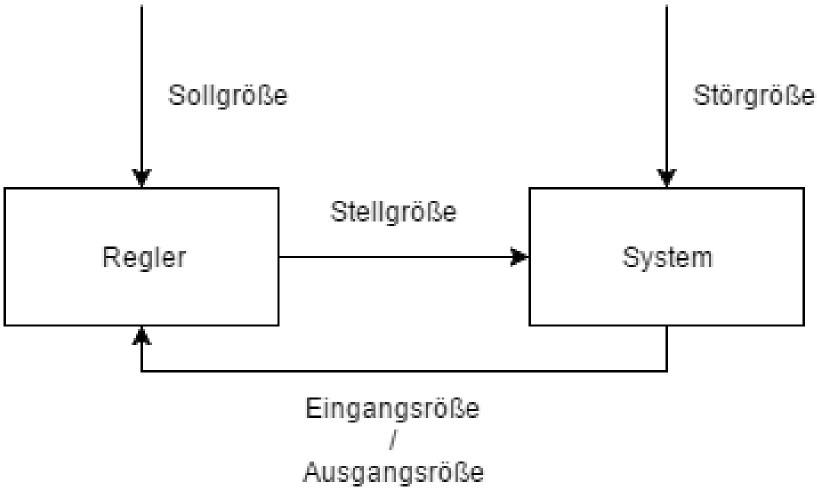

Abbildung 4: Aufbau eine Regelstrecke

Beispiel 2
Das Stabbalance-Problem beschreibt ein System in dem ein Stab mit der Masse m am Kopfende, der Masse M am Fußende und der Länge l vertikal, also parallel zur Erdanziehungskraft, ausbalanciert werden soll. Das untere Ende des Stabs darf in horizontaler Achse bewegt werden. Diese Bewegung stellt unsere Stellgröße F dar. Die Ausgangsgröße ist der Winkel Θ des Stabs relative zur vertikalen Achse. Also wird Θ positiv, wenn der Stab nach rechts fällt und negative wenn der Stab nach links fällt. Zusätzlich zu dem Winkel Θ wird auch die Winkelgeschwindigkeit, also die Veränderung des Winkels, $\dot{\Theta} = \frac{d\Theta}{dt}$ betrachtet. Der Wertebereich X_1 für den Winkel Θ definieren wir im Interval $[-90, 90]$ in der Einheit Grad und den Wertebreich X_2 im Interval $[-45, 45]$ in der Einheit $Grad \cdot s^{-1}$. Die Kraft F wird in der Einheit Newton im Interval von -10 bis $+10$ definiert, also $Y = [-10, 10]$.

Die klassische Regelungstechnik setzt vorraus, dass das zu regelnde System durch ein physikalisch-mathematisches Modell beschrieben werden kann. Das oben genannte Stabbalance-Problem lässt sich durch die folgende Differentialgleichung beschreiben (siehe Gl. 3.1). In dieser Gleichung ist $F(t)$ so zu wählen, dass $\Theta(t)$ gegen Null konvergiert für $t \to \infty$. Der Vorteil bei diesem Problem ist, dass es ein mathematisches Modell gibt das den physikalischen Prozess des Systems annähernd gut beschreiben kann. Für viele andere Systeme gibt es jedoch kein bekanntes Modell oder dieses, in Form einer weiteren Differentialgleichung, lässt sich sehr schwer lösen.

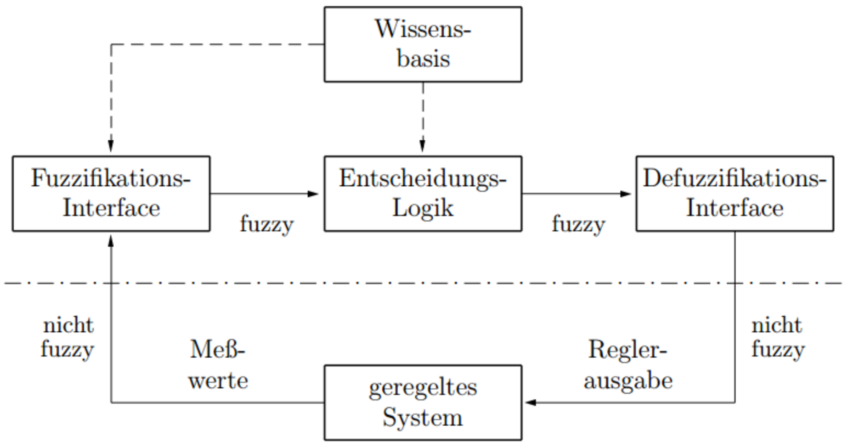

Abbildung 5: Aufbau eines Fuzzy-Reglers.

$$(M+m)sin^2\Theta \cdot l \cdot \ddot{\Theta} + m \cdot l \cdot \Theta \cdot cos\Theta \cdot \dot{\Theta}^2 - (m+M) \cdot g \cdot sin\Theta = -F \cdot cos\Theta \qquad (7)$$

Der Mensch kann das Stabbalance-Problem, mit ein wenig Übung, problemlos regulieren. Es ist also doch möglich das Stabbalance-Problem zu regulieren ohne die Differentialgleichung zu kennen oder das physikalisch-mathematisches Modell verstanden zu haben. Die sogenannte „kognitive Analyse“ versucht das Wissen bzw. das Verhalten des Menschen zu extrahieren und daraus ein Modell zu gestalten. Es wird also versucht das Verhalten des Menschen nachzubilden. Diesem alternativen Ansatz wird bei der Fuzzy-Regelung nachgegangen.

3.2 Komponenten eines Fuzzy-Reglers

In diesem Kapitel werden die verschiedenen Komponenten einer Fuzzy-Regelung erläutert. Ein Fuzzy-Regler besteht im allgemeinen aus einem sogennanten Fuzzifizierungs-Interface, der Wissenbasis, der Entscheidungslogik sowie dem Defuzzifizierungs-Interface. Die Komponenten und deren Zusammenhänge werden in Abbildung 5 dargestellt.

3.2.1 Wissensbasis

Die Wissensbasis besteht aus der Regelbasis und Datenbasis. Alle Wertebreiche für die Eingangsgrößen sowie Stellgrößen X_n, Y sowie die dazugehörigen linguistischen Termen sowie assoziierten Fuzzy-Mengen gehören zu der Datenbasis. Die Regelbasis besteht aus den linguistischen Kontrollregeln.

3.2.2 Fuzzifizierungs-Interface

Bei der sogenannten Fuzzifizierung geht es darum die kontinuirlichen analogen Eingangswerte aus den Definitionsmenge X_n in eine Menge von Zugehorigkeitsgraden zu den Fuzzy-Mengen $F(X)$ umzuwandeln. Die Menge aller Zugehorigkeitsgrade zu $F(X)$ kann so als fuzziefizierte Eingangsgröße angesehen werden. Diese Eingangröße verändern ihren Wert stetig wenn sich auch der analoge Eingangswert verändert.

3.2.3 Entscheidungslogik

Die Entscheidungslogik versucht aus der bereits fuzzifizierten unscharfen Eingangsgröße eine unscharfe Ausgangsgröße oder Stellgröße abzuleiten. Dazu wird eine sogennante Regelbasis benötigt. Die Regelbasis besteht aus eine Menge von Kontrollregeln die meist von einem Domain-Experten aufgestellt werden.

3.2.4 Defuzzyfizierungs-Interface

Das Defuzzyfizierungs-Interface wandelt die Stellgröße, die in Form einer Fuzzy-Menge ausgedrückt wird, in einen scharfen Wert um. Dazu werden unterschiedliche Defuzzyfizierungs-Methoden verwendet. Die Methoden werden in Kapitel 3.3.1 erläutert.

3.3 Varianten der Fuzzy-Regelung

Es haben sich zwei Arten von Fuzzy-Reglern etabliert. Zum einen gibt es den Ansatz von Mamdani und den Ansatz Takagi und Sugeno. Die auf Takagi und Sugeno zurückgehende Methode der Fuzzy-Regelung entspricht einer Modifizierung des Ansatzes von Mamdani. Deshalb wird die Funktionsweise des Mamdani-Reglers zuerst erläutert.

Das allgemeine Entwurfsschema für einen Fuzzy Regler ist:

1. Festlegung der Ein- und Ausgangsgrößen.
2. Festlegung der linguistischen Variablen durch Terme samt Zugehörigkeitsfunktionen für die in 1. eingeführten Größen.
3. Erstellung der Regelbasis.
4. Festlegung der Methoden zur Fuzzyfizierung und Defuzzyfizierung.
5. Festlegung der Inferenzmethode.

3.3.1 Ansatz von Mamdani

Bei diesem Ansatz formuliert der Experte des Systems eine Liste von k verschiedenen linguistischen Regeln der Form:

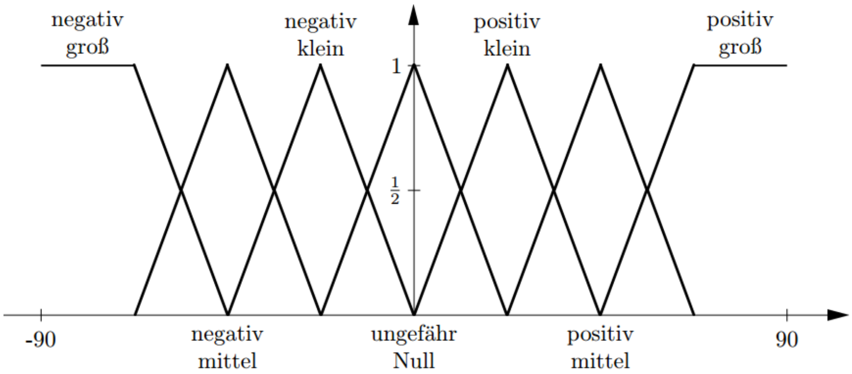

Abbildung 6: Partiotionierung in 7 Fuzzy-Mengen. $Y \to [-90, 90]$

$$\textbf{if } \xi_1 \textbf{ is } A_{i1} \textbf{ and... and } \xi_n \textbf{ is } A_{in} \textbf{ then } \eta \textbf{ is } B \tag{8}$$

Wobei $A_{i1}, ..., A_{in}$ und B linguistische Terme sind. Diese müssen bereits vorher vom Experten des Systems bestimmt und den entsprechenden Fuzzy-Mengen zugeordnet werden. Diesen Vorgang nennt man auch Partitionierung. Dazu werden auf der Menge der Eingangsgrößen X_n und der Ausgangsgröße Y p verschiedene Fuzzy-Mengen definiert und jede dieser Fuzzy-Mengen mit einem linguistischem Term zugeordnet. Hierzu können die in Kapitel 2.2.1 vorgestellen Repräsentationsformen wie z.B. Dreiecksfunktionen oder Trapezfunktionen verwendet werden. Der Experte kann bei der Partitionierung entscheiden wie fein oder grob er den Wertebereich unterteilen möchte. Bei einer groben Partitionierung mit z.B. drei Fuzzy-Mengen benötigt man nicht viele Regeln und die Berechnung erfolgt schnell. Eine feinere Partitionierung mit fünf, sieben oder neun Fuzzy-Mengen liefert eine feinere Regelung. Oft werden linguistische Terme wie „Negativ groß“, „Negativ klein“, „Ungefähr Null“, „Positiv klein“ und „Positiv groß“ gewählt. Häufig werden die Fuzzy-Mengen so aufgeteilt, dass sie sich höchstens bis zu einem maximalen Grad von 0.5 überschneiden. Dies wird als Disjunktheitsforderung bezeichnet. Ein Beispiel für eine Partitionierung ist in Abbildung 6 zu sehen.

Definition 9

Disjunktheitsforderung:

$$i \neq j \to sup_{x \in X}(min(\mu_i(x), \mu_k(x))) \leq 0.5 \tag{9}$$

Jede der $1...k$ Regeln trägt nun einen Teil der Definition von $\eta = \varphi(\xi_1, ..., \xi_n)$ bei. So wird jede Regel einzeln ausgewertet und dann mit der festgelegten Inferenzmethode zu der gesamt Lösung hinzugefügt. Die

Diese Auswertung einer Regel lässt sich in drei Schritte unterteilen:

1. Prämissenauswertung
2. Aktivierung
3. Aggregation

Prämissenauswertung Für die Auswertung einer Regel wird zunächst der Akzeptanzgrad dieser Regel bestimmt. Dazu wird für jeden linguistischen Term der Prämisse der Zugehörigkeitsgrad für den kürzlich gemessene Messwert bestimmt. Also $\mu_v(x_v)$ mit $v = 1...n$. Da es in einer Regel mehrere Prämissen geben kann, die mit den Operatoren $[and, or]$ verknüpft werden können, müssen auch die Zugehörigkeitsgrade der n-verschiedenen Prämissenteilen durch eine geeignete Konjuktion, z.B. Minimum für and-Verknüpfungen, verknüpft werden (siehe Kapitel 2.2.2).

Aktivierung Die Konklusion ergibt dann eine Fuzzy-Menge von Stellwerten. Um die Aktivierung der Konklusion zu bestimmen muss der linguistische Term mit dem Akzeptanzgrad der Prämisse verknüpft werden. Dazu wird die sogenannte Inferenzmethode gewählt. Die zwei meist verbreitetsten Methoden sind:

1. MAX-MIN-Inferenz
2. MAX-PROD-Inferenz

MAX-MIN-Inferenz Bei der MAX-MIN-Inferenz wird die Ausgabe Fuzzy-Menge B an der Höhe des minimalen Akzeptanzgrad der Prämisse gekappt.

$$output^{R_r}_{x_1...x_n} : y \mapsto min(\mu_{1,r}(x_1), ..., \mu_{n,r}(x_n), \mu_r(y)) \tag{10}$$

MAX-PROD-Inferenz Bei der MAX-PROD-Inferenz wird die Ausgabe Fuzzy-Menge B mit der Summe der Akzeptanzgrad multipliziert. Bei der SUM-PROD-Inferenz enstehen u.U. Fuzzy-Mengen mit einem Zugehörigkeitsgrad größer 1. Solche Fuzzy-Mengen nennt man nicht normierte Fuzzy-Mengen.

$$output^{R_r}_{x_1...x_n} : y \mapsto \sum_{i=1}^{n} \mu_{i,r}(x_i) \cdot \mu_r(y) \tag{11}$$

Für beide Inferenzmethoden gilt, dass in dem Fall wenn der Akzeptanzgrad 1 ist d.h. erfüllen die Messwerte die Prämisse der Regel vollständig, liefert die Regel gerade ihre Konklusions-Fuzzy-Menge als Ausgabe. Falls der Akzeptanzgrad 0 ist, wird eine Fuzzy-Menge geliefert, die immer 0 ist.

Aggregation Die Ausgabe aktivierten Fuzzy-Mengen $B_{1\ldots k}$ werden mithilfe der Maximumbildung zusammengefügt. Diese eine Ausgangs Fuzzy-Menge wird dann an das Defuzzifizierungs-Interface übergeben und mit der gewählten Defuzzifizierungs-Methoden (siehe Kapitel 3.3.1) in einen scharfen Wert umgewandelt.

$$output_{x_1,\ldots,x_n} : y \mapsto \max_{r \in (1,\ldots,k)} (output^{R_r}_{x_1\ldots x_n}) \tag{12}$$

3.4 Defuzzifizierungs-Methoden

Das Defuzzifizierungs-Interface erhält aus der Entscheidungslogik eine Fuzzy-Menge und soll daraus nun einen scharfen Stellwert ermitteln. Diesen Vorgang nennt man Defuzzifizierung. Es gibt verschiedene Defuzzifizierung-Methoden die diesen Prozess definieren. Die wichtigsten werden nun vorgestellt. Um die Wirkung der Defuzzifizierungs-Methoden auf die Stellgröße zu visualisieren betrachten wir ein Beispiel. Für jede Methode wird auch ein Plot der Stellgröße im Verlauf der Simulation gezeigt.

Beispiel 3

Ein durch eine Fuzzy-Regelung gesteuertes Auto soll einem anderen Auto folgen und einen angemessenen Abstand halten. Die Fuzzy-Regelung betrachtet dazu die Messgrößen Geschwindigkeit und Abstand und gibt die Stellgröße der Beschleunigungskraft $y \to [-8000, +4000]$ in der Einheit Newton. Diese Kraft stellt die Bremskraft sowie die Beschleunigungskraft dar. In dieser Simulation lassen wir das vordere Auto erst für 15 Sekunden mit Vollgas davon fahren und initiieren danach eine Vollbremsung.

3.4.1 Maximum-Kriterium-Methode

Die Maximum-Kriterium-Methode ist die einfachste Defuzzifizierung-Methoden. Sie wählt einen beliebigen Wert aus $y \in Y$ aus für den die Zugehörigkeitsfunktion der Ausgangs-Fuzzy-Menge $output_{x_1,\ldots,x_n}$ ihren maximalen Zugehörigkeitsgrad hat. Da hier nicht deterministisch gewählt wird, kann dies unter Umständen zu einem sprunghaften Stellverhalten führen und zwar genau dann, wenn es mehr als einen Wert $y \in Y$ mit $y =$

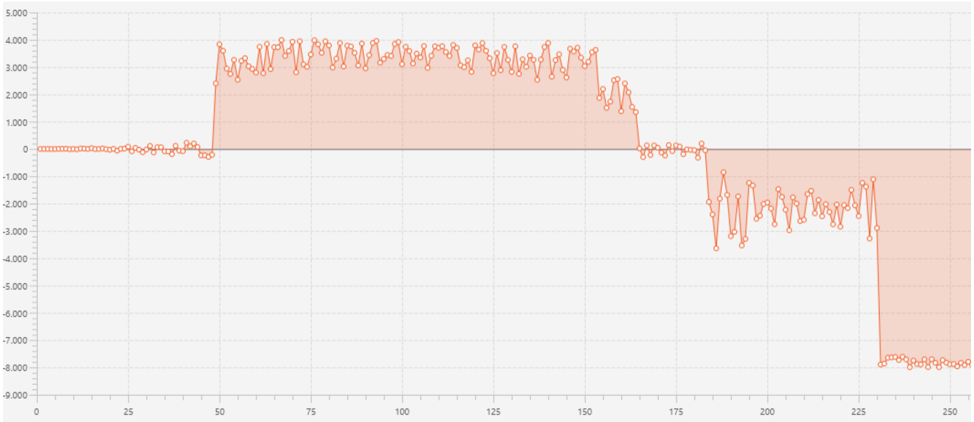

Abbildung 7: Verlauf der Stellgröße η in der Beispielsimulation unter Verwendung der Maximum-Kriterium-Methode

$\max_{y \in Y}(output_{x_1,\ldots,x_n}(y))$ gibt. Dies kann aber auch von Vorteil sein, wenn die Stellgröße keinen reellen Wert sondern z.B. eine Stellaktion darstellt. Anderenfalls führt diese Defuzzifizierung-Methoden zu einem sprunghaften Regelverhalten. Dieses Verhalten ist gut in Abbildung 7 zu erkennen.

$$output_{x_1,\ldots,x_n}(\eta) \geq output_{x_1,\ldots,x_n}(y) \forall y \in Y \tag{13}$$

3.4.2 Mean-of-Maxima-Methode

Die Mean-of-Maxima-Methode (MOM) wählt einen scharfen Stellwert indem sie den Mittelwert über die Menge $\max(output_{x_1,\ldots,x_n})$ berechnet. Bei dieser Methode kann es vorkommen, dass $\eta \notin \max(output_{x_1,\ldots,x_n})$ gilt. Dies tritt bei nicht konvexen Ausgabe Fuzzy-Mengen auf und kann zu unvorhergesehen Folgen führe (siehe Beispiel **??**). Die MOM-Methode führt außerdem, wenn symmetrischen Dreiecksfunktionen für die Partitionierung von Y verwendet wurden, zu einem, unstetigen Verlauf der Stellgröße. Grund hierfür ist, dass eine Regel stets den Ausgang dominiert. Dies kann in physikalischen System eine starke Belastung für die Stellvorrichtung, etwa ein Servomotor, sein. Dieses Verhalten ist gut in Abbildung 8 zu erkennen.

$$\eta = \frac{1}{|\max(output_{x_1,\ldots,x_n})|} \cdot \sum_{y \in \max(output_{x_1,\ldots,x_n})} y \tag{14}$$

3.4.3 Center-of-Gravity-Methode

Die Center-of-Gravity-Methode (COG) wählt einen scharfen Stellwert indem sie den Flächeninhalt zwischen der Funktion $output_{x_1,\ldots,x_n)}$ und der X-Achse betrachtet und dar-

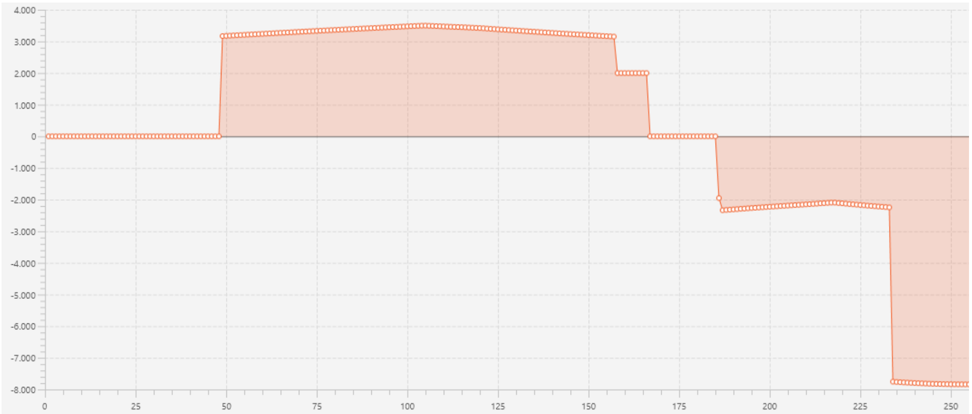

Abbildung 8: Verlauf der Stellgröße η in der Beispielsimulation unter Verwendung der Mean-of-Maxima-Methode

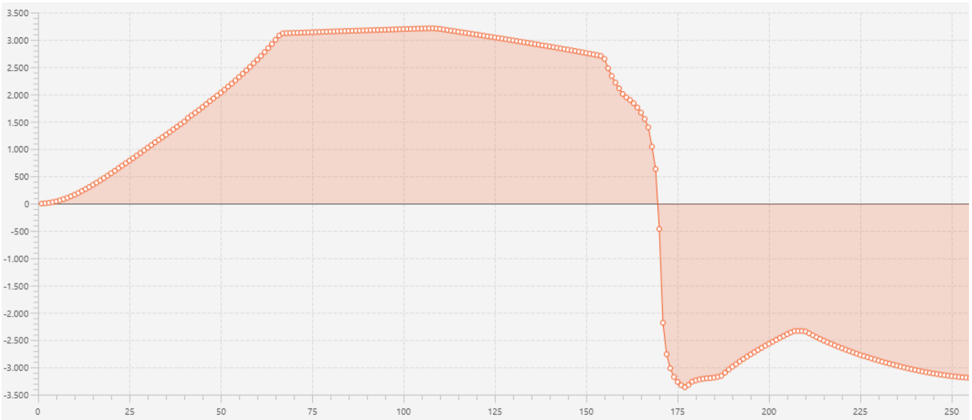

Abbildung 9: Verlauf der Stellgröße η in der Beispielsimulation unter Verwendung der Center-of-Gravity-Methode

aus den Schwerpunkt berechnet. Der Stellwert ist dann die X-Koordinate dieses Schwerpunktes. Vorteil bei dieser Methode ist, dass fast immer ein stetiger Regelverlauf generiert wird. Grund hierfür ist, dass auch alle Regeln mit ihrem Aktzeptanzgrad berücksichtigt werden. Erst wenn die Messgrößen jetzt so stark springe, dass der Aktzeptanzgrad einer Prämisse innerhalb eines Berechnungsschrittes von einem relative hohen Wert auf 0 sinkt, springt auch die COG-Methode.

$$\eta = \frac{1}{\int_{y \in Y} output_{x_1,\ldots,x_n}(y)dy} \cdot \int_{y \in Y} y \cdot output_{x_1,\ldots,x_n}(y)dy \tag{15}$$

Beispiel 4

Die Defuzzifizierung der in Abbildung 10 dargestellten Fuzzy-Menge gibt als Stellgröße $F = [4, 6]$ für die Maximum-Kriterium-Methode, $F = 5$ für die MOM-Methode und

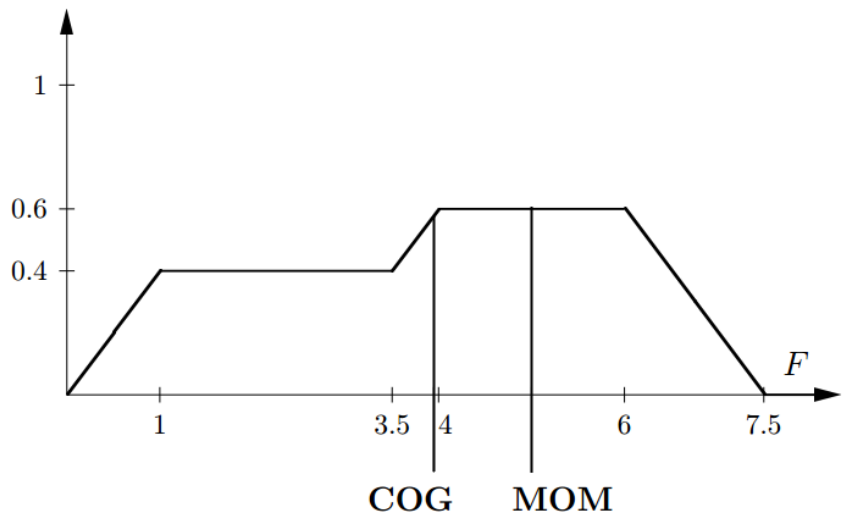

Abbildung 10: Stellwerte der verschiedenen Defuzzifikationsmethoden für eine Fuzzy-Menge.

$F \approx 3,95$ für die COG-Methode.