Tarea 3: Listas y Árboles
Puntaje máximo: 8 puntos

Entrega por Aulas: 23 de noviembre de 2025 hasta las 21:00 hrs

IMPORTANTE: Deberá subirse a Aulas un único archivo de Haskell (`.hs`) con los ejercicios resueltos, aquellos que no son de programar funciones se entregará como código comentado ({----}). El archivo debe incluir el nombre y número de estudiante al principio del mismo.

?1.

1. Defina la función `unir :: [a] -> [a] -> [a]`, que dadas dos listas `l1` y `l2`, devuelve una nueva lista que contiene los elementos de `l1` y `l2` manteniendo el orden, estando primero los elementos de `l1` y luego los de `l2`.
   Ejemplos:
   ```
   unir [2,8] [0,9] = [2,8,0,9]
   unir [ ] [8,11] = [8,11]
   ```

2. Defina la función `producto :: [Int] -> Int`, que dada una lista de enteros, devuelve el resultado de aplicarle la función producto `(*)` a todos los elementos de la lista.
   Ejemplos:
   ```
   producto [ ] = 1
   producto [1,3,4] = 1*3*4 = 12
   ```

3. Demuestre por inducción que $(\forall\, l1, l2 :: [Int])(producto(unir\ l1\ l2) = (producto\ l1) * (producto\ l2))$

?2.

1. Defina la función `cumplen :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`, que reciba un predicado `p` y una lista `xs` y retorna una lista con todos los elementos que cumplen con `p`.
   Ejemplos:
   ```
   cumplen even [2,3,5,7,8,9,11,12] = [2,8,12]
   cumplen (>2) [4,2,-3,1,5,6] = [4,5,6]
   ```

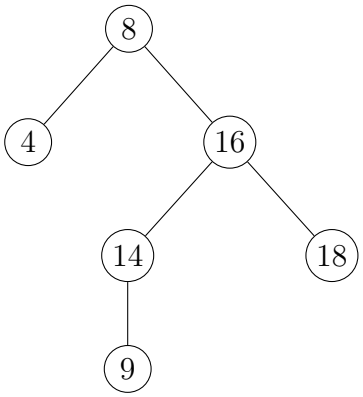
2. Defina la función `descartar :: (a -> Bool) -> [a] -> [a]`, que reciba un predicado `p` y una lista `xs` y retorna una lista con todos los elementos que no cumplen con `p`.
   Ejemplos:
   ```
   descartar even [2,3,5,7,8,9,11,12] = [3,5,7,9,11]
   descartar (>2) [4,2,-3,1,5,6] = [2,-3,1]
   ```

3. Usando la siguiente definición de length:
   ```
   length :: [a] -> Int
   length [ ] = 0
   length (_:xs) = 1 + length xs
   ```
   Demuestre por inducción que:
   $(\forall xs :: [a])(\forall p :: (a- > Bool))\ (length(cumplen\ p\ xs) + length(descartar\ p\ xs) = length\ xs)$

?3. Considere la siguiente definición de árboles.

data Tree = L **Int** | U **Int** Tree | B Tree **Int** Tree

1. Codifique el siguiente árbol como una expresión `t :: Tree`.

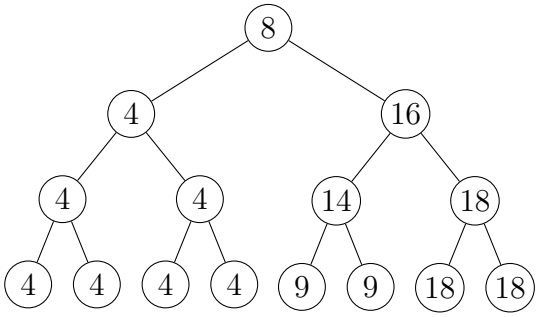


2. Defina la función `sumTree :: Tree -> Int`, que retorna la suma de todos los enteros del árbol. Ejemplo: `sumTree t = 69`

3. Defina la función `treeToList :: Tree -> [Int]`, que convierte el árbol en una lista siguiendo el recorrido **inorder**.
   Ejemplo: `treeToList t = [4,8,9,14,16,18] (en ese orden)`.

4. Defina la función `treeHeight :: Tree -> Int`, que que retorna la altura del árbol, o sea la cantidad de niveles que posee. Ejemplo: `treeHeight t = 4`

5. Defina la función `completeLevel :: Tree -> Int -> Tree`, que recibe un arbol y su altura, y retorna el árbol completando los nodos/hojas faltantes para que sea un árbol binario completo, es decir, todos los niveles completamente llenos.
   Ejemplo: `completeLevels t 4 =`



6. Demuestre por inducción que:
   $(\forall t :: Tree)(\forall h :: Int)(treeHeight(completeLevels\ t\ h) = treeHeight\ t)$
   Puede hacer uso del siguiente lema: L1. `(∀x::Int) (max x x = x)`