

Derivadas numericas y derivadas Discretas

Universidad de Concepción — Israel Bravo

1. Derivadas analíticas y numericas

Empezaremos estudiando como calcular derivadas numericas sabiendo la definicion analitica que tiene esta funcion. Probemos derivando La funcion $\sin(x)$, Todos sabemos que la derivada del seno es coseno, por lo tanto podemos plantear lo siguiente:

Listing 1: Derivar seno numericamente

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 h = 0.01
5 x = np.linspace(-2*np.pi,2*np.pi,30)
6 df = (np.sin(x+h)-np.sin(x))/(h)
7 f = np.sin(x)
8 derivadaanalitica = np.cos(x)
9
10 plt.plot(x,df,color='blue',label = 'Derivada numerica')
11 plt.plot(x,derivadaanalitica,color = 'red',linestyle='--',label = 'Derivada analitica')
12 plt.grid(True)
13 plt.xlabel('x')
14 plt.ylabel('y')
15 plt.legend()
16 plt.show()

```

Dandonos los siguientes graficos:

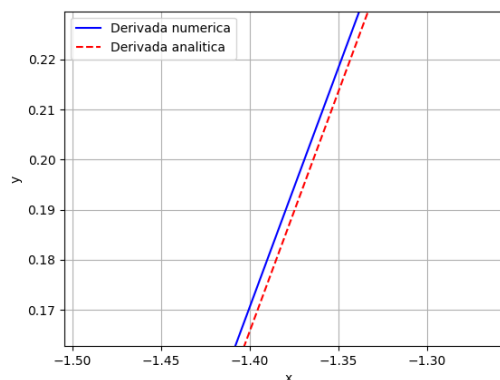
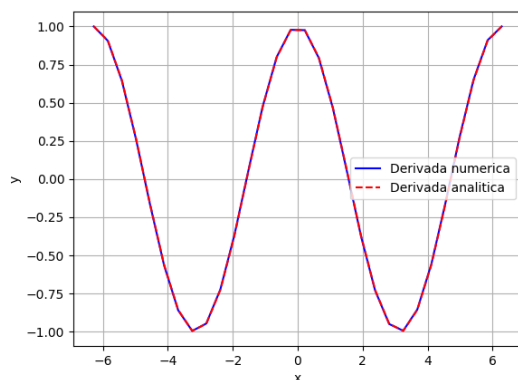


Figura 1: Comparación de las derivadas y como cambian dependiendo del h . La figura de la izquierda muestra la comparación de las derivadas, mientras que la de la derecha muestra como se ven desde muy cerca.

Existen muchos tipos de derivadas, pero todas salen del mismo lugar, Basicamente son deducciones de jugar con el Teorema de Taylor. por ejemplo, esta derivada que calculamos es una derivada adelantada. Por teorema de Taylor tenemos:

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(x) + \dots \quad (1)$$

Si despejamos f' nos quedaria lo siguiente:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \left(\frac{h}{2!} f''(x) + \frac{h^2}{3!} f'''(x) + \dots \right) \quad (2)$$

Con esto, podemos decir que lo que esta en el parentesis es basicamente el error, puesto que todos los terminos estan multiplicados por h, al h tender a un numero cercano a 0, este error se va haciendo cada vez mas cercano al 0 igualmente, Por lo tanto tendriamos que

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (3)$$

Siendo esta nuestra derivada adelantada. Hablemos del error ahora, En el caso anterior con la derivada del seno podemos ver lo siguiente: