시뮬레이션 기초 및 실습 HW 1

E-learning으로 1과2를 압축하여 최종적으로 하나의 파일로 제출 (예: 학번_이름.zip)
1. 각 문제 (예: 1.1은 Problem_1_1.m로 저장)에 대한 소스 코드 제출. 총 5개 파일(.m)에 간단한 주석포함
2. 풀이과정을 담은 리포트. PDF 형식 (.pdf). 리포트에는 본인이 작성한 알고리즘에 대한 설명, 실험 결과에 대한 해석 및 토의가 반드시 포함되어 있어야 한다. 설명 및 토의 과정 없이 코드만 적으면 0점

1. 반지름이 1인 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위에 n개의 점이 있다고 하자. 이 n개의 점 사이의 거리는 모두 같다. 이 n개의 점을 이용하여 이 원에 내접하는 다각형을 그렸더니 n=6인 경우 아래 그림 (a)와 같은 다각형이 나왔다. n개의 균등하게 떨어진 점을 이용하면 이 다각형의 넓이는, $A_n = \frac{n}{2}\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$이다. 이 n개의 균등하게 떨어진 점에서 접선을 그어서 이 원에 외접하는 다각형을 그리면 원에 외접하는 다각형을 만들 수 있다. n=6인 경우 아래 그림 (b)와 같은 다각형이 나왔다. n개의 균등하게 떨어진 점을 이용하면 이 다각형의 넓이는, $B_n = n * \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)$이다. 원의 넓이는 π 이므로 아래 그림을 보면 $A_n < \pi < B_n$ 이 성립함을 알 수 있다. n값을 점점 크게 하면서 $\rho_n = \frac{A_n + B_n}{2}$, 값으로 π 값을 근사화 하고자 한다. 절대 오차는 $|\rho_n - \pi|$ 라고 정의할 수 있다.

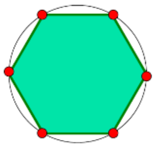
   1) 사용자로부터 원하는 절대 오차 임계값 (tol)을 입력 받아서 $|\rho_n - \pi| < tol$ 를 만족시킬 까지 n값을 1씩 증가시키면서 실험을 수행하고자 한다. tol 값이 0.001일 때 $|\rho_n - \pi| < tol$ 를 만족시키는 가장 작은 정수 n값이 얼마가 나오는지 출력해 보고 이 때의 절대 오차 값도 출력해보자. 'while' 반목문을 사용하고 반복문을 수행하기 전 최초의 n값은 3부터 시작하자.

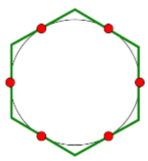
   2) $|A_{n+1} - A_n| < tol$ 또는 $|B_{n+1} - B_n| < tol$ 를 만족시킬 까지 n값을 1씩 증가시키면서 실험을 수행하고자 한다. tol값이 0.001일 때 $|A_{n+1} - A_n| < tol$ 또는 $|B_{n+1} - B_n| < tol$ 를 만족시키는 가장 작은 정수 n값이 얼마가 나오는지 출력해 보고 이 때의 절대 오차 값도 출력해보자. 'while' 반목문을 사용하고 반복문을 수행하기 전 최초의 n값은 3부터 시작하자.

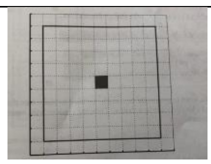
2. 수업시간에 배운 random walk 시뮬레이션처럼 행수와 열수가 모두 (2n+1)인 정사각형 모양의 타일을 사용하고 로봇이 타일 끝에 도달하면 실험은 종료된다. 로봇의 최초 위치도 이 정사각형 모양의 타일의 한 가운데서 시작한다. 아래 그림 (c)는 n=5인 경우이다. 이 실험에서도 n=5로 정하자. 수업시간에 배운 random walk 시뮬레이션 과의 차이는 로봇이 움직일 때 동서남북만이 아닌 동서남북에다가 북동, 북서, 남동, 남서, 방향이 추가된 총 8가지 방향으로 이동가능하다. 단, 8가지 방향으로 이동할 확률은 모두 같다고 가정하자. 이 실험 (trial)을 총 1000번 연속으로 반복 실험했다고 가정하자.

   1) Lecture 4의 Page 23과 같이 n=5, 10, 20, 40까지 증가시키면서 로봇이 타일 끝에 도달할 때까지의 평균 이동 횟수 (1000번 반복 실험의 평균)을 출력해보고 이를 따로 정리해서 표 형태로 보여주자. 평균적으로 8방향으로 움직이는 것이 4방향으로 이동하는 것도 더 평균 이동 횟수가 짧은 것으로 보이는가? n값이 2배 커질 때 마다 평균 이동 횟수가 대략 얼마 정도 증가하는가? 토의해보자.

   2) 로봇이 타일에 끝에 도달하는 경우는 2가지가 있다. 완전 코너 부분 (예: n=5인 경우 (xc, yc)=(5,5), (-5,5), (-5,-5), (5,-5)), 혹은 타일의 끝이지만 완전 코너 부분이 아닌 경우(예: n=5인 경우 (xc, yc)=(5,4)등등). 완전 코너 부분에 돌아갈 횟수와 타일의 끝이지만 완전 코너 부분이 아닌 부분에 들어가는 평균 횟수를 비교하고자 한다. 각 부분 (총 2개 부분)에 들어간 평균 횟수 (1000번 반복 실험의 평균)를 비교하여 출력해보자. 둘 중 어느 부분에 도달할 횟수가 더 많다고 예상하는가? 실험으로 보여주고 토의해 보자 n값이 커짐에 따라 결과는 어떻게 달라지는가? 토의해보자.


(a)


(b)


(c)

3. 다음 수식은 n값이 크면 Euler 상수 (Euler-Mascheroni 상수)로 수렴하는 것으로 알려져 있다. n값은 양의 정수이다.

$$E_n = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}\right) - \log(n)$$

while 반복문을 이용하여 $|E_{n+1} - E_n| < 0.001$ 이 되는 n값을 찾아보자. 이 수식은 n값이 커짐에 따라서 어떤 값으로 수렴하는가?