



Université Abdelmalek Essaadi
Faculté des Sciences et Techniques
Tanger

2019/2020



Projet de Fin d'Études
Master Sciences et Techniques

Option : Génie Énergétique

Titre :

Estimation des paramètres des cellules photovoltaïques

Présenté par :

Youssef Kharchouf

Date de soutenance : Juin 2020

Devant le Jury :

<i>Nom et Prénom</i>	<i>Établissement</i>	<i>Qualité</i>
		<i>Président</i>
		<i>Examineur</i>
		<i>Encadrant Externe</i>
Dr. Adil Chahboun	FST de Tanger	<i>Encadrant de la FST</i>

PFE effectué au :

(Laboratoire ou Société ou Organisme)

LOGO du Laboratoire ou de la Société ou de l'organisme,

Résumé

Les cellules solaires photovoltaïques sont généralement modélisées avec un circuit électrique comprenant un certain nombre de paramètres.

Abstract

Solar PV cells are generally represented by a lumped-element model with a set number of components which are represented by their parameters. These parameters are not readily available in manufacturer data-sheets despite being crucial to the accuracy of the model. A possible approach is to estimate these parameters using the Current-Voltage characteristic of a cell using numerical or analytic techniques. Metaheuristics such as Differential Evolution take the approach of an optimization with the objective function to be minimized being the error with experimental Current-Voltage data. This work is a comparative analysis between different combinations of methods such as Differential Evolution and Particle Swarm Optimization applied to the single and double diode models for various solar cell technologies. PSO is used to initially cover the entire multidimensional search space in order to find a region with global minimum, which is subsequently given to the DE algorithm in order to locate the solution with the best fitness within this region. A small tool implementing these methods has been developed using the Python programming language.

Nomenclature

GHG

Green House Gas

Gaz à effet de serre

DE

Differential Evolution

E_g

Bandgap

EQE

External Quantum Efficiency

Table des matières

Introduction Générale	5
1 Modèles à circuits électriques pour les cellules PV	9
1.1 Introduction	9
1.2 Généralités	9
1.3 Les modèles simple diode R_S et R_P	10
1.4 Modèle double diode	11
1.5 Influence des paramètres des modèles	12
1.6 État de l'art d'estimation des paramètres	12
1.7 Conclusion	13
2 Évolution Différentielle	15
2.1 Introduction	15
2.2 Description de l'algorithme	16
2.2.1 Initialisation	16
2.2.2 Mutation	17
2.2.3 Croisement	17
2.2.4 Sélection	17
2.3 Remarques	18
2.4 Conclusion	18
3 Évolution Différentielle sur les circuits simple et double diodes	21
3.1 Introduction	21
3.2 Fonction W de Lambert	21
3.2.1 Définition	22
3.2.2 Évaluation de la fonction W	22
3.2.3 Résolution de modèles simple et double diode par la fonction W	23
3.3 Résultats	23
3.4 Conclusion	23

Introduction Générale

L'épuisement des énergies fossiles et leur nature non-durable a conduit à la croissance rapide des énergies renouvelables comme sources alternatives d'énergie. L'énergie solaire est l'une de ces sources renouvelables les plus répandues et a prouvé son utilité dans plusieurs domaines d'applications grâce à sa nature quasiment inexhaustible en principe. Les technologies photovoltaïques en particulier ont fait l'objet intense d'étude de la part de la communauté scientifique depuis la première cellule en silicone cristallin à 6 % de Chapin et al. [1] en 1954. Ceci a entraîné une croissance considérable de l'industrie photovoltaïque. En fait, la capacité de production en PV a dépassé les 150GW [2] en 2019 (figure 1), ce qui correspond une croissance d'environ 100GW depuis 2014. Les décennies de recherche depuis la cellule de Chapin et al. visent généralement l'amélioration des cellules solaires (*i*) en explorant les différentes architectures possibles des cellules, (*ii*) en développant des matériaux qui permettent d'augmenter l'efficacité de conversion de l'énergie solaire incidente ou (*iii*) en réduisant le coût du processus de production. La première génération des technologies PV se basait sur des wafer de Silicone comme matériau actif de conversion. La deuxième génération remplace le silicone avec des semi-conducteurs à couches minces, qui, parmi d'autres avantages, réduit considérablement les besoins en matières premières (silicone). Les troisièmes et futures générations comprennent les cellules organiques, Perovskite et les Quantum Dots et présentent des pistes d'investigations pour réduire davantage les coûts de production et augmenter l'efficacité de conversion.

Le principe de fonctionnement des cellules photovoltaïques a été discuté en profondeur dans la littérature [3, 4, 5]. Les photons à énergie supérieure au bandgap du matériau semi-conducteur sont absorbés en transférant leur énergie aux électrons dans la bande de valence, ce qui leur permet de passer vers la bande de conduction en laissant un "trou" derrière. Le rôle du champ électrique présent dans la zone de déplétion des jonctions P-N est de séparer ces paires électron-trou et leur permettre de circuler à travers une charge extérieure. Toutefois, il y aurait toujours un plafond sur ce mécanisme de conversion "lumière \rightarrow électricité" pour les cellules mono-jonction selon la limite Shockley-Queisser (SQ) [6]. Le modèle SQ postule que tous les photons à énergie supérieure au gap E_g sont absorbés et que la totalité des recombinaisons qui surviennent sont strictement l'inverse du processus d'absorption, c'est-à-dire des recombinaisons radiatives qui réémettent des photons.

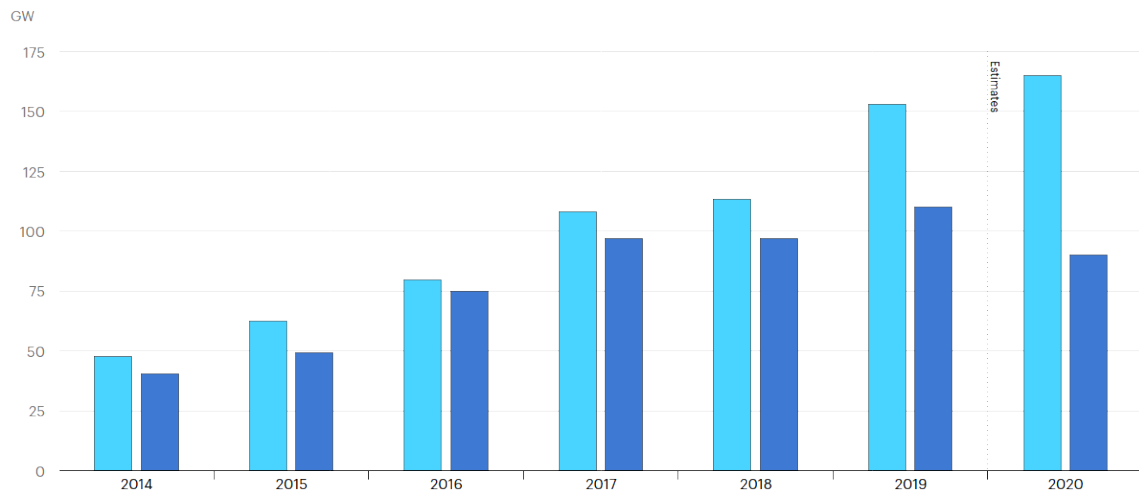
Cependant, la performance d'une cellule réelle sera toujours inférieure à la limite SQ (figure 2). Les mécanismes idéaux postulés par le formalisme de SQ sont affectés dans la pratique par plusieurs phénomènes imprévus qui parviennent des propriétés des matériaux utilisés. À titre d'exemple, la présence des défauts dans un semi-conducteur entraîne des recombinaisons non-radiatives où l'énergie des électrons est libérée en phonons dans la structure cristalline et non pas en photon, ainsi que la recombinaison Auger où un autre électron reçoit cette énergie. Les difficultés qui limitent les technologies PV nécessitent une meilleure compréhension des phénomènes physiques complexes impliqués, et l'étude de la performance des cellules par rapport au modèle SQ donne des indices sur la nature des gains en performance qu'une technologie particulière a le potentiel de réaliser.

La modélisation des cellules solaires est s'avère nécessaire par conséquent. Elle est essentielle pour la conception, l'analyse et l'estimation de la performance des cellules solaires. Elle permet d'effectuer l'analyse des propriétés électriques pendant leur phase de développement, l'émulation des systèmes PV pour la prédiction des rendements énergétiques [7], le contrôle de qualité des cellules en phase de production et l'étude des effets de dégradation pendant la phase d'opération [8, 9]. Bien qu'il y a des méthodes de simulations des phénomènes physiques dans la cellule comme celles qui reposent

sur la dynamique moléculaire, la théorie fonctionnelle de la densité ou tout simplement des méthodes numériques appliquées aux équations des semi-conducteurs (équation de Poisson et équations de continuité), etc. Dans ce travail nous nous intéressons à l'approche des circuits équivalents à éléments localisés qui modélisent le comportement I-V de la cellule.

La modélisation d'éléments localisés permet de décrire le comportement des phénomènes physiques dispersés spatialement avec un ensemble d'éléments localisés dont chacun représente un phénomène physique particulier. L'analogie électrique dans les problèmes de transferts de chaleur est un exemple de cette méthode où une résistance localisée dans le modèle pourrait représenter la résistance thermique spatialement distribuée selon l'épaisseur de la paroi concernée. Dans le cas des cellules PV, chaque élément du circuit équivalent représente aussi un phénomène physique spécifique dans la cellule (e.g. une résistance en série modélise les pertes ohmiques causées par la résistance intrinsèque au semi-conducteur utilisé). Puisque la caractéristique I-V dépend entièrement des paramètres associés aux éléments localisés du circuit. Il s'agirait donc d'essayer de minimiser l'erreur entre la courbe caractéristique du modèle et celle de la cellule réelle en jouant sur les valeurs des paramètres. Pour ce faire, il existe deux approches principales. La première est l'approche analytique. Elle consiste à utiliser les données sur les points clés de la courbe caractéristique (tension circuit ouvert, courant court-circuit, la pente de la courbe en ces points, ou encore le point de puissance maximale etc) et à effectuer certaines simplifications pour concevoir des formules approximatives, mais rapide à calculer. Toutefois, les simplifications effectuées peuvent conduire à des résultats imprécis ou non physiques (e.g. résistance négative). Le fait que cette approche utilise les données des quelques points seulement la rend vulnérable au bruit de mesures. La deuxième approche est l'extraction numérique. On se retrouve avec un problème d'optimisation, dont la fonction objectif à extrémiser (minimiser) est l'erreur entre le modèle et la courbe expérimentale de la cellule réelle. L'algorithme utilisé pour l'optimisation en soi pourrait être déterministe comme dans le cas des méthodes de Newton-Raphson, Levenberg–Marquardt etc ou des algorithmes stochastiques/métaheuristique tel que les techniques évolutionnaires. Ces dernières comprennent l'algorithme génétique (GA), Particle Swarm Optimization (PSO), Recuit Simulé (SA) etc. Les méthodes déterministes imposent généralement des critères de convexité, différentiabilité (et par conséquent continuité) de la fonction objectif. Bien qu'elles soient efficaces en terme d'optimisation locale avec des données de gradient, elles sont très susceptibles à se piéger dans des extremums locaux, ce qui limite leurs capacités d'optimisation globale. Par contre les métaheuristiques n'ont pas d'exigences sur la fonction objectif, et le choix des conditions initiales appropriées les rends plus robuste envers les pièges d'extremums locaux.

Dans ce travail..



IEA. All Rights Reserved

● Manufacturing capacity ● Annual installations

FIGURE 1 – Fabrication et demande des modules solaires photovoltaïques, 2014-2020. Source : IEA analysis based on Paula Mints (2020), The Solar Flare, SVP Market Research, San Francisco, CA [2]

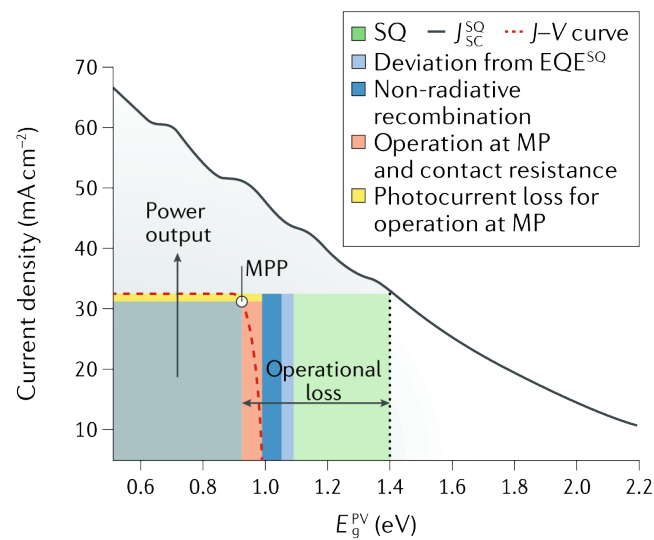


FIGURE 2 – Différence entre le formalisme de SQ et une cellule réelle. Le photo-courant maximal CC à la limite de Shockley-Queisser est tracé en fonction du gap (E_g^{PV}). La ligne pointillée en rouge indique la caractéristique J-V de la cellule [10]

Chapitre 1

Modèles à circuits électriques pour les cellules PV

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous parlerons des circuit électriques à éléments localisés qui sont utilisés pour la modélisation des cellules PV. Plus précisément, on discutera les modèles simple et double diode, les rôles et l'influence de chaque paramètre sur le modèle et finalement les techniques utilisées dans la littérature pour l'identification et l'estimation de ces paramètres.

1.2 Généralités

Fondamentalement, les cellules PV se composent de deux couches de semi-conducteurs à dopages différents, la jonction de ces deux couches étant exposée à la lumière incidente. En effet, les électrons dans la bande de conduction sont capables d'être transférés vers la bande de valence tant que l'énergie du photon incident $E = h\nu$ est supérieure à la largeur de la bande interdite $E_g = E_c - E_v$. Toute l'architecture d'une cellule quelconque vise à profiter le plus que possible de la différence de tension engendrée par les excitons séparés par le champ électrique dans la zone de déplétion (ou zone de charge d'espace) (figure 1.1). Par exemple, les contacts supérieurs sont des oxydes transparents conductifs (dit couche fenêtre) pour laisser passer le plus grand nombre de photons possible vers la couche absorbante de la cellule. Pour quelques cellule en couche mince, le contact arrière se compose d'une couche réfléchissante (ZnO et Ag ou Al) qui renvoie la lumière vers la couche absorbante pour minimiser davantage les pertes en lumière transmise [11].

En fait, le comportement électrique d'une telle cellule en l'absence de la lumière est identique à celui d'une diode PN classique dont la caractéristique est décrite par l'équation de Shockley (équation 1.1). Dans cette formule, le I_0 est le courant de saturation de la diode, q la charge élémentaire e^- , a le facteur d'idéalité, k la constante de Boltzmann et T la température de la cellule. Parfois on utilise la notion de *voltage thermique* : $V_t = \frac{kT}{q}$.

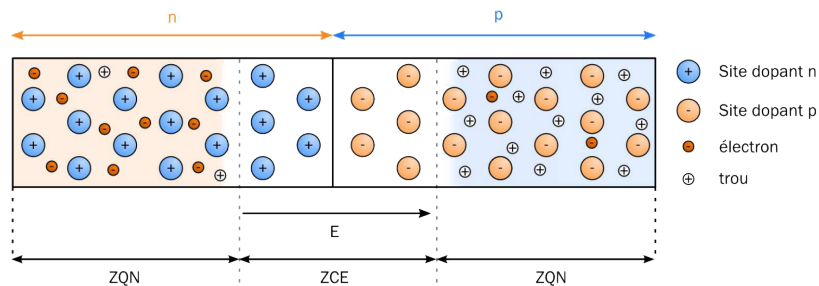
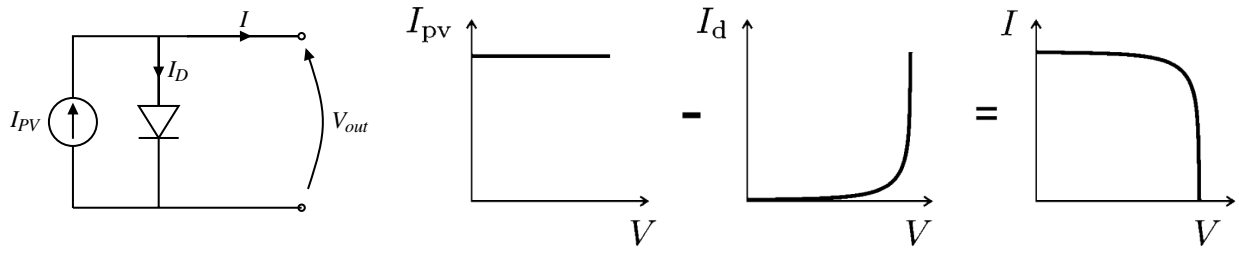


FIGURE 1.1 – Schéma d'une jonction PN représentant : la zone de charge d'espace (ZCE), les zones quasi-neutres (ZQN), les différents porteurs de charge, les sites dopants et le champ électrique E - Roger, 2013 [12].



(a) Modèle d'une cellule idéale

(b) Le courant I est la superposition de I_{PV} et de I_D [14]

FIGURE 1.2 – Modèle idéal d'une cellule PV

$$I_D = I_0 \left[e^{\left(\frac{qV}{akT} \right)} - 1 \right] \quad (1.1)$$

Bien que ces modèles d'éléments localisés sont efficaces et précis pour les cellules de première génération et celles en couches minces, il existe aujourd'hui plusieurs technologies émergentes qui n'utilisent pas le champ électrique de la zone de déplétion pour la séparation des charges, et utilisent d'autres mécanismes et sources de champ électrique comme par la divergence positive de la polarisation $\nabla \cdot \mathbf{P} \neq 0$ qui crée un déséquilibre de charges aux parois de domaines à polarisation différentes sein des matériaux ferroélectriques [13]. Pour ce genre de technologies, il est toujours difficile de concevoir un modèle de diode pour simuler le comportement complexe de ces cellules.

Avec la présence de la lumière, les photons assez énergétique permettent la création des paires électron-trous qui, à leur tour, créent une différence de potentiel à travers la jonction. Une partie de ces porteurs de charge se recombine, mais l'autre se diffuse à travers les contacts de la cellule, ce qui donne naissance à un *photo-courant* I_{PV} (ou I_L) dont la valeur dépend de l'intensité de la lumière incidente.

En ajoutant le photo-courant I_{PV} à l'équation de Shockley 1.2, on retrouve un modèle élémentaire qui décrit une cellule idéale, composé d'une source de courant connectée à une diode en parallèle (figure 1.2.a). Évidemment ce modèle est complètement décrit par trois paramètres : (i) Le photo-courant I_{PV} , (ii) le facteur d'idéalité de la diode a et (iii) son courant de saturation I_0 .

$$I = I_{PV} - I_0 \left[e^{\left(\frac{qV}{akT} \right)} - 1 \right] \quad (1.2)$$

On voit dans la figure 1.2.b que la courbe caractéristique connue de la cellule se forme par une translation verticale par I_{PV} d'une part, et de la forme exponentielle de la diode de l'autre. Le facteur la courbure dans la région du point de puissance maximale est déterminée par le facteur d'idéalité de la diode.

1.3 Les modèles simple diode R_S et R_P

Le modèle idéal précédent est utile pour éclaircir le concept de la modélisation par circuits d'éléments localisés. Par contre, dans la pratique, et pour plus de précision, il est nécessaire de considérer les pertes ohmique de la cellule dans le matériau semi-conducteur utilisé et dans les contacts des électrodes. La manière la plus directe de modéliser ces phénomènes est de tout simplement ajouter une résistance en série R_S au circuit idéal. Ceci nous laisse avec la relation modifiée 1.3 du modèle dit "*simple diode- R_S* " qui a besoin de 4 paramètres pour une description complète : I_{PV} , a , I_0 et R_S .

L'une des limites de ce modèle provient de son imprécision lorsque la cellule subit des variations non-négligeables de température. L'insertion d'une résistance shunt permet d'améliorer la sensibilité du modèle aux variations de température et en même temps de considérer tout courant de fuite pouvant traverser la jonction [15]. On se retrouve cette fois avec les 5 paramètres du modèle dit "*simple*

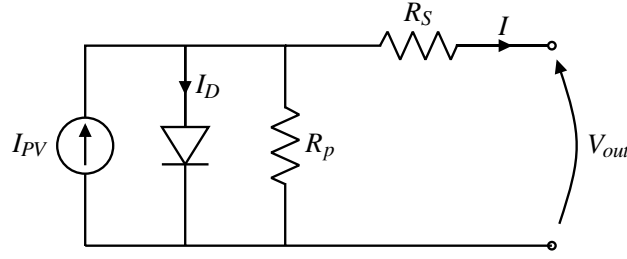


FIGURE 1.3 – Modèle Simple Diode

diode- R_P " ou tout simplement "*simple diode*" : I_0 , I_{PV} , a , R_S et R_P . La relation entre ces paramètres est décrite par l'équation 1.4. Ce modèle offre un compromis entre la simplicité et la précision et par conséquent est très largement testé et utilisé dans la littérature [16]. Le diagramme du circuit de ce modèle est présenté dans la figure 1.3.

$$I = I_{PV} - I_0 \left[e^{\left(\frac{q(V+R_S)}{akT} \right)} - 1 \right] \quad (1.3)$$

$$I = I_{PV} - I_0 \left[e^{\left(\frac{q(V+R_S)}{akT} \right)} - 1 \right] - \frac{V + IR_S}{R_P} \quad (1.4)$$

1.4 Modèle double diode

Jusque là on a graduellement amélioré la performance et la précision des modèles de cellules PV en considérant de plus en plus de phénomènes physique qui se produisent dans la cellule (pertes ohmiques, effets des variations de température et courants de fuites). Un phénomène potentiellement influent qui n'est pas considéré par le modèle simple diode est celui des recombinaisons. Comme son nom l'indique, le modèle "*double diode*" (figure 1.4 n'est que qu'un modèle simple diode auquel on ajoute une autre diode en shunt pour mieux modéliser les effets de recombinaisons surtout aux conditions d'illumination faible [15].

Il est évident que l'addition d'une autre diode complique considérablement le modèle et on se retrouve avec deux paramètres supplémentaires (I_{PV} , I_{01} , I_{02} , a_1 , a_2 , R_S et R_P). Toutefois, dans les cas où la complexité des calculs associés n'est pas contraignante, la précision de se modèle est supérieure. L'équation 1.5 décrit la relation entre les 7 paramètres du modèle.

$$I = I_{PV} - I_{01} \left[e^{\left(\frac{q(V+R_S)}{a_1 kT} \right)} - 1 \right] - I_{02} \left[e^{\left(\frac{q(V+R_S)}{a_2 kT} \right)} - 1 \right] - \frac{V + IR_S}{R_P} \quad (1.5)$$

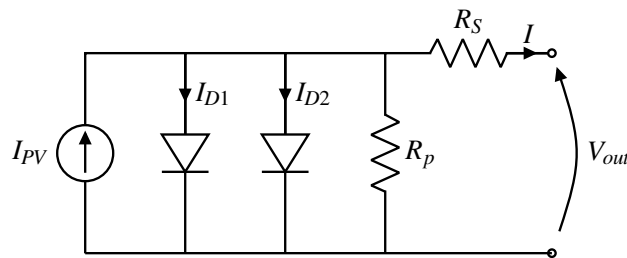


FIGURE 1.4 – Le modèle double diode

1.5 Influence des paramètres des modèles

Chacun des paramètres affecte le comportement de la cellule et la forme de la courbe caractéristique d'une manière différente. Tout d'abord, il faut noter que depuis l'équation 1.4, au point court-circuit, on peut négliger le courant de saturation I_0 devant le photo-courant I_{PV} qui est supérieur de plusieurs ordres de grandeur. Cette simplification mène au fait que le photo-courant détermine le courant court-circuit de la diode et $I_{PV} \approx I_{CC}$. C'est en fait une simplification que plusieurs méthodes analytiques emploient [17, 14]. En ce qui concerne la résistance série R_S , l'augmenter engendre une chute de tension entre la jonction et la sortie de la cellule. On voit dans la figure 1.5 la courbe se rapproche de plus en plus du comportement d'une résistance simple et que des valeurs très grande de R_S entraînent même une diminution légère de I_{SC} .

Pour la résistance shunt R_P , sa diminution conduit à un détournement d'un partie de plus en plus importante du courant sortant de la jonction, à travers la résistance en parallèle. Le courant total étant constant, le courant de sortie se retrouve de plus en plus réduit. Et comme dans le cas de la résistance série, une cellule avec beaucoup de pertes shunt à un comportement de plus en plus résistif (figure 1.5.b).

L'équation de Shockley (équation 1.1) est en fait retrouvée en négligeant toute recombinaison des porteurs de charges dans la zone de déplétion. Dans les diodes et les transistors réels, on constate une différence entre les courbes I-V et le modèle de Shockley [18]. Effectivement, le facteur d'idéalité modélise cette déviation du cas idéal. Une diode idéale est marquée par un facteur d'idéalité $a = 1$ alors qu'une diode où les événements de recombinaison dominent dans la zone de déplétion est marquée par $a = 2$. EXPLAIN WHY Voc DECREASES + SAT CURRENT

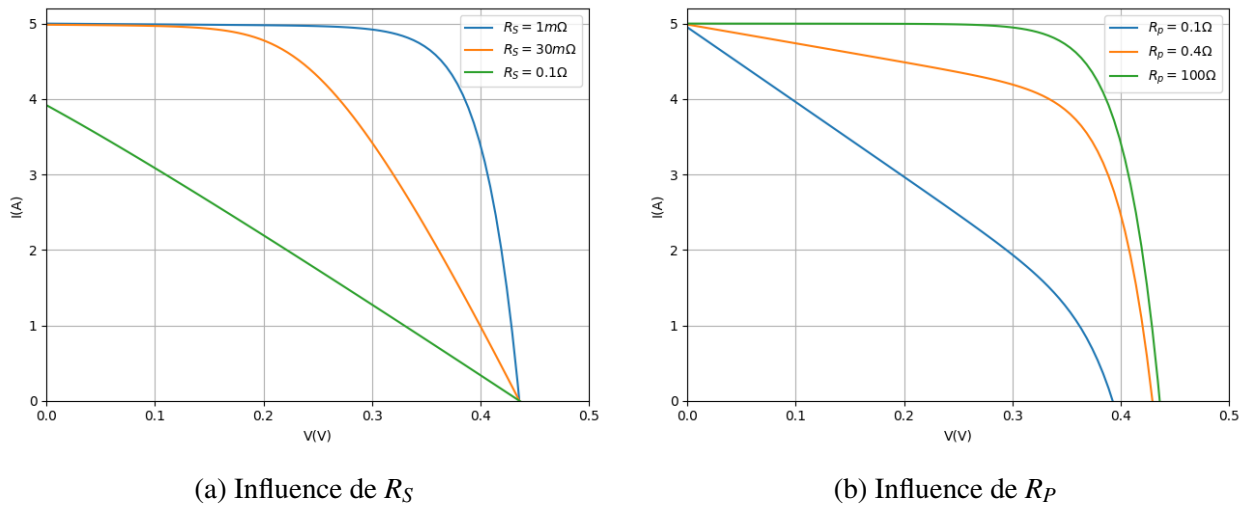
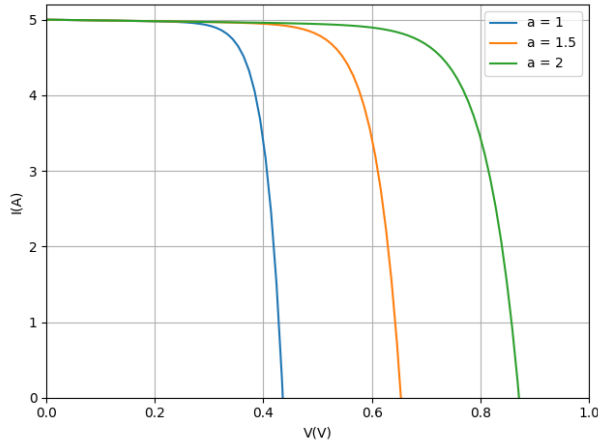


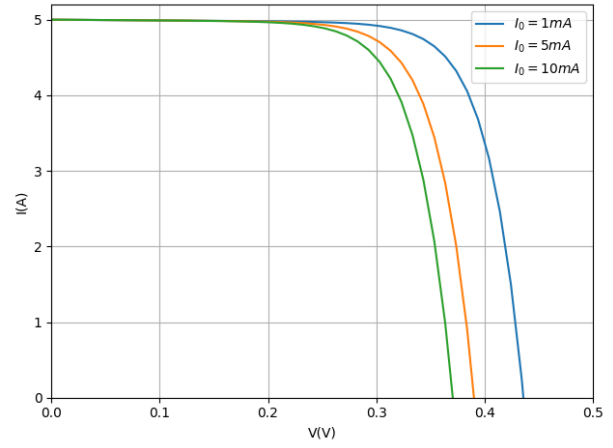
FIGURE 1.5 – Influences de résistances du modèle sur la courbe caractéristique

1.6 État de l'art d'estimation des paramètres

Les paramètres (soit les valeurs des éléments localisés des circuits) représentent une description complète du modèle et une bonne estimation de leurs valeurs est essentielle avant leur application. On utilise souvent les données des data-sheets offertes par les fabricants des cellules et modules PV. Ces données couvrent les points clés de la caractéristique I-V (court-circuit, circuit ouvert et puissance maximale). Les méthodes analytiques tendent à utiliser ces informations en plus de quelques expressions comme la pente de la courbe aux points clés pour déterminer les résistances en shunt R_P et en série R_S . On trouve souvent aussi des simplifications comme le fait de considérer que seuls les I_{PV} et I_0 sont significativement influents sur la caractéristique [19]. Dans le modèle simple diode contenant



(a) Influence du facteur d'idéalité



(b) Influence du courant de saturation

FIGURE 1.6 – Influence des paramètres de la diode sur la courbe I-V

les 5 paramètres I_{PV} , I_0 , a , R_S et R_P , il est très courant de tout simplement négliger I_0 devant I_{PV} au point court circuit, et par conséquent considérer que $I_{PV} = I_{CC}$ (La valeur de I_0 est ensuite extraite des conditions circuit ouvert) [14, 19, 17]. En ce qui concerne a , R_S et R_P , on a besoin de davantage d'équations. Généralement, les chercheurs utilisent soit les dérivées de la caractéristique aux points clés, soit des expressions analytiques des coefficients de température le liant avec les paramètres.

Le problème étant de nature non-linéaire, les techniques d'optimisation avec des capacités de recherche globales dans l'espace de recherche s'offrent comme alternative. La précision de ces techniques dépend évidemment de la fonction objectif considérée, des conditions initiales et de la nature de l'algorithme lui-même [20, 21, 22]. Les techniques de calcul souple et les algorithmes évolutionnistes ont suscité beaucoup d'intérêt récemment dans la littérature dans le but d'estimer les paramètres des cellules PV. Des techniques de réseaux de neurones artificiels [23, 24, 25], logique floue [26, 27, 28], algorithme génétique [29, 30, 31], optimisation par essaims particulaires (Particle Swarm Optimization) [32, 33] et évolution différentielle [22, 34, 35] ont été utilisées. Par contre elles ne sont pas utilisées par les simulateurs PV, qui sont contraints par des critères de consistance et de temps de calcul, à cause de leurs nature stochastique. Ceci dit, elles sont très utiles lorsqu'il y a un besoin de précision sur les paramètres pour servir à l'optimisation du processus de fabrication ou pour l'étude de dégradation des cellules [36, 23]. Dans les chapitres suivants nous allons présenter et analyser une méthode utilisant l'algorithme d'évolution différentielle qui est relativement récente en la comparant avec d'autres algorithmes similaires.

1.7 Conclusion

Chapitre 2

Évolution Différentielle

2.1 Introduction

L'Évolution Différentielle (ED) est un algorithme évolutionnaire développé par Storn et Price [37] en 1995. Il est versatile et relativement simple à implémenter et utiliser, ce qui en fait un outil essentiel dans toute boîte à outils d'optimisation. Comme toutes les techniques évolutionnaires, le principe de l'évolution différentielle repose sur la génération d'une population de N_P solutions (ou "vecteurs") qui permettent d'évaluer une fonction objectif à des points initiaux distribués aléatoirement dans un espace de recherche borné selon l'utilisateur. Ces points sont "perturbés" dans les générations successives de la population pour essayer de trouver des solutions extrémisant la fonction objectif. L'une des caractéristiques qui font la particularité de tout algorithme évolutionnaire est l'opération utilisée pour effectuer cette perturbation. Dans le cas de l'évolution différentielle, on perturbe une solution avec la différence de deux autres vecteurs de la population, multipliée par un facteur F , c'est l'opération dite de "mutation" comme est présenté dans la figure 2.1. Ce nouveau vecteur subit une opération de croisement avec le vecteur initial pour produire le vecteur d'essai qui est comparé avec le vecteur de même indice dans la population. Ceci est refait jusqu'à ce que tous les vecteurs de la population soient comparés avec un vecteur d'essai (soit N_P fois), créant la génération suivante. L'algorithme continue de créer de plus en plus de générations jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt est satisfait. Souvent c'est un nombre de générations maximal ou une valeur de tolérance pour la variation de la fonction objectif.

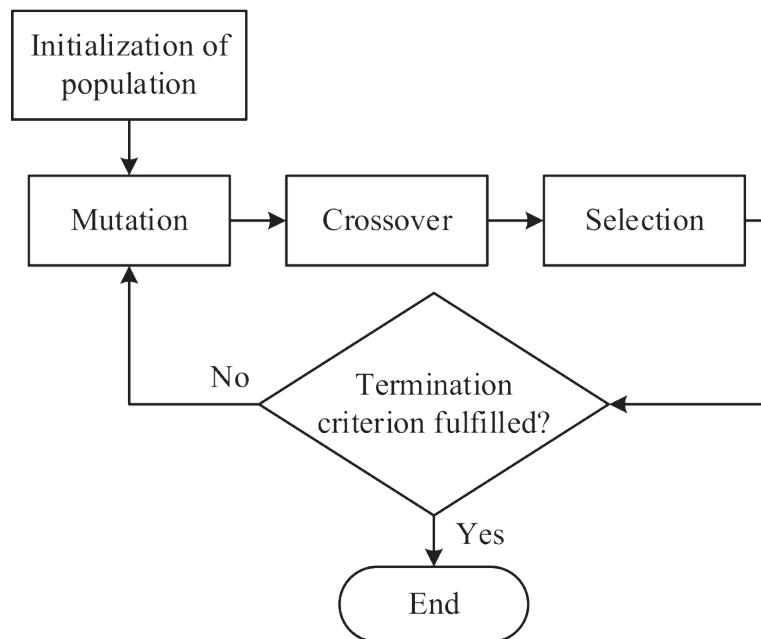


FIGURE 2.1 – Organigramme des étapes de l'Évolution Différentielle [38]

2.2 Description de l'algorithme

2.2.1 Initialisation

La convergence des techniques d'optimisation non-linéaires est toujours conditionnée par un "bon" choix des conditions initiales. Dans le cas de l'évolution différentielle, il s'agit de l'ensemble des vecteurs constituant la population initiale. Si un vecteur solution quelconque se constitue de D paramètres, notre espace de recherche est dit à D dimensions, ce qui fait que notre population initiale se compose de N_P vecteurs à D éléments. Mais pour pouvoir effectuer l'initialisation de la population, les bornes de l'espace de recherche doivent être spécifiées. Chacun des D paramètres doit avoir une borne supérieure et inférieure, ce qui fait un total de $2 \times D$ valeurs pour spécifier complètement les limites de l'espace. Reste le mécanisme utilisé pour effectivement générer les vecteurs dans cet espace borné. Pour couvrir entièrement et uniformément cet espace, il faut, pour chaque paramètre de chaque vecteur, générer aléatoirement et uniformément une valeur comprise dans la fourchette déterminée par un générateur de nombres aléatoires. En considérant que l'indice j associé à un vecteur \vec{V} désigne le j -ème paramètre, on peut accomplir ceci avec la formule 2.1.

$$V_j = V_{\min,j} + \text{rand}[0, 1](V_{\max,j} - V_{\min,j}) \quad (2.1)$$

On suppose avoir accès à une fonction $\text{rand}[0, 1]$, qui joue le rôle du générateur de nombres aléatoires uniformes et que $0 \leq \text{rand}[0, 1] < 1$. $V_{\min,j}$ et $V_{\max,j}$ sont les bornes inférieures et supérieures du j -ème paramètres, respectivement. Figure 2.2 montre un exemple d'une population initialisée dans un espace de recherche 2 dimensionnel. Les contours sont les "isolignes" de la fonction objectif, le minimum global doit être à l'intérieur de la fourchette spécifiée.

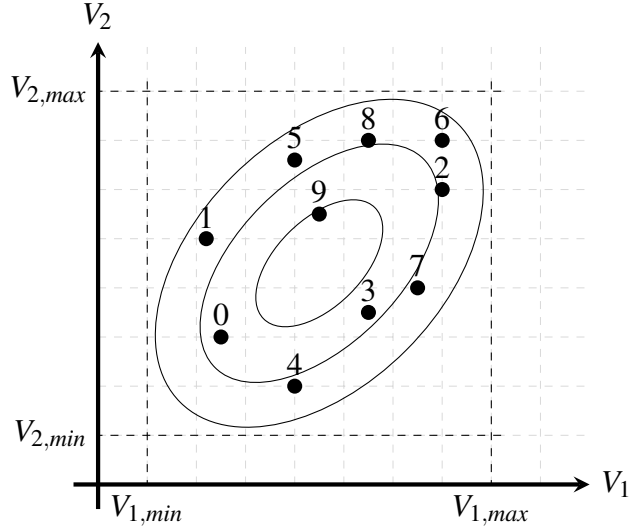


FIGURE 2.2 – Exemple d'une population initialisée dans un espace de recherche à deux dimensions. Dans ce cas $D = 2$, $N_P = 9$ et l'indice de génération $g = 0$ puisqu'il s'agit de la population initiale

2.2.2 Mutation

Après l'initialisation de la population, l'ED modifie, croise et recombine la population pour produire des vecteurs d'essai (un nombre N_P de ces vecteurs) qui seront comparés avec les vecteurs cibles qui leur correspondent dans la population. La *Mutation* dans l'ED est en fait une "mutation différentielle". Elle consiste à ajouter la différence de deux vecteurs choisis aléatoirement de la population, multipliée par un facteur de pondération ou "Facteur de Mutation", à un troisième vecteur de base distinct. Cette opération produit un vecteur mutant M selon l'équation 2.2. L'indice i indique le i -ème vecteur de la population, et gen la génération où l'on est. Il n'y a pas de limite dure sur le Facteur de Mutation F , mais les valeurs supérieures à 1 sont rarement considérées. Dans notre cas, on considère que $F \in [0, 1]$. Il existe plusieurs stratégies pour choisir le \vec{V}_{base} , le seul prérequis étant qu'il soit distinct du vecteur cible. Dans ce travail nous utiliserons exclusivement le choix du vecteur ayant la meilleure qualité ou valeur de "fitness" calculée par la fonction objectif. Les vecteurs de la différence $\vec{V}_{r1,gen}$ et $\vec{V}_{r2,gen}$ sont choisis aléatoirement de la population pour chaque vecteur mutant et ne doivent qu'être distincts l'un de l'autre et des vecteurs cible $\vec{V}_{i,gen}$ et de base $\vec{V}_{base,gen}$.

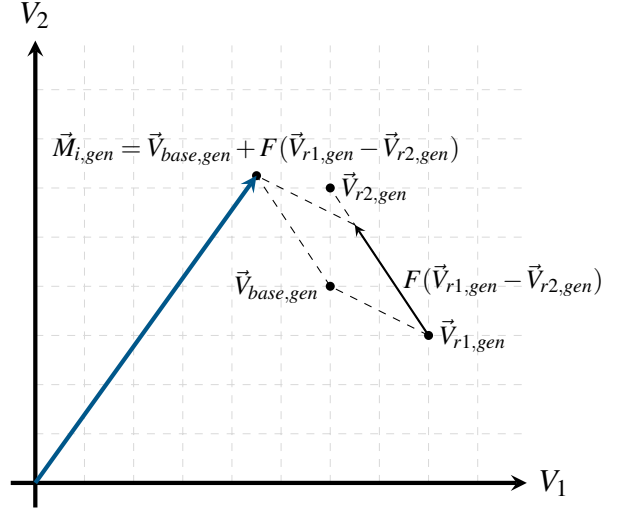


FIGURE 2.3 – L'opération de mutation différentielle ajoute $F(\vec{V}_{r1,gen} - \vec{V}_{r2,gen})$ au vecteur de base $\vec{V}_{base,gen}$ pour produire un mutant $\vec{M}_{i,gen}$

$$\vec{M}_{i,gen} = \vec{V}_{base,gen} + F(\vec{V}_{r1,gen} - \vec{V}_{r2,gen}) \quad (2.2)$$

2.2.3 Croisement

La opération de mutation est suivie d'un croisement ou *recombinaison discrète*. Elle consiste à construire le vecteur d'essai $\vec{T}_{i,gen}$ à partir des éléments (i.e. paramètres) de deux vecteurs différents selon une probabilité spécifiée. Chaque élément j du vecteur d'essai est choisi selon la formule 2.3

$$T_{j,i,gen} = \begin{cases} M_{j,i,gen} & \text{si } \text{rand}[0, 1] \leq CR \text{ ou } j = j_{rand} \\ V_{j,i,gen} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.3)$$

$CR \in [0, 1]$ détermine la probabilité que le paramètre provienne du vecteur mutant tant que $\text{rand}[0, 1]$ est effectivement un générateur aléatoire uniforme. Le taux de croisement CR est l'un des paramètres spécifiés par l'utilisateur au début. Un nombre aléatoire j_{rand} est aussi choisi tel que $0 \leq j_{rand} < D$ pour s'assurer que le nouveau vecteur d'essai ne duplique pas complètement le vecteur cible $\vec{V}_{i,gen}$.

2.2.4 Sélection

Si le vecteur d'essai $\vec{T}_{i,gen}$ est évalué à une valeur inférieure par la fonction objectif f au vecteur cible $\vec{V}_{i,gen}$, il le remplace dans la génération suivante (i.e. $gen + 1$). Sinon le vecteur cible survit à la sélection et retient sa place dans la génération suivante (équation 2.4). Quand la nouvelle population est complète, le processus de mutation, croisement et sélection est renouvelé jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt est vérifié (e.g. un nombre maximal de générations gen_{max})

$$\vec{V}_{i,gen+1} = \begin{cases} \vec{T}_{i,gen} & \text{si } f(\vec{T}_{i,gen}) \leq f(\vec{V}_{i,gen}) \\ \vec{V}_{i,gen} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.4)$$

2.3 Remarques

On vient de citer toutes les étapes de l'ED "classique" comme elle a été présentée par Storn et Price 2005 [39]. Cependant il existe plusieurs variations ou "stratégies" de l'ED selon la manière avec laquelle on choisit le vecteur de base avant la mutation, le nombre de différences pondérées ajoutées et la méthode de croisement. Nous avons opté à choisir le vecteur à meilleure valeur de fitness comme vecteur de base, auquel on ajoute une seule différence de vecteurs pondérée par F , et finalement un croisement binomial. Le mot technique pour cette stratégie est "DE/best/1/bin" dont une démonstration en pseudocode est dans l'algorithme 1.

Il faut aussi noter que cet algorithme comme il est, n'est contraint nul part à ne générer que des solutions comprises dans les limites initiales de l'espace de recherche. Ceci présente en fait un avantage de l'ED puisque ça permet d'explorer les zones au-delà des limites de la population initiale pour potentiellement trouver un minimum global qu'on est pas toujours assurés qu'il soit dans la zone initiale. Cependant, on peut tomber sur des solutions non "physiques" et qui ne présentent aucun intérêt pour notre application. Storn et Price citent plusieurs techniques pour résoudre ce problème, mais dans notre cas on effectue un test sur chaque vecteur mutant. Si un de ses paramètres se retrouve à l'extérieur des limites spécifiées de l'espace de recherche, on le pénalise en imposant une valeur de fitness assez large pour éliminer les chances que ce vecteur pourra survivre vers la génération suivante.

Dans notre application de l'ED sur le problème d'identification des paramètres de modèles à diodes, nous prenons l'approche d'un problème d'optimisation. En effet, un vecteur solution se constitue de tous les paramètres nécessaires pour une description complète du modèle équivalent, c'est-à-dire un espace de recherche à $D = 5$ dimensions dans le cas du modèle simple diode (R_P), et à $D = 7$ dimensions dans le cas du modèle double diode. La fonction objectif à minimiser devrait être une mesure de la différence entre la courbe I-V du modèle et celle de la cellule expérimentale. La méthode la plus répandue pour quantifier cette différence est la racine de l'erreur quadratique moyenne ou *Root Mean Squared Error*. L'erreur d'un vecteur \vec{V}_{sol} est donnée par l'équation 2.5 où l'indice i indique un point dans la courbe caractéristique I-V.

$$f(\vec{V}_{sol}) = RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (I_{i,exp} - I_{i,cal}(\vec{V}_{sol}))^2} \quad (2.5)$$

2.4 Conclusion

Algorithme 1 : Stratégie DE/best/1/bin

```
 $F \leftarrow$  Facteur de mutation;  
 $CR \leftarrow$  Taux de croisement;  
 $N_P \leftarrow$  Nombre de population;  
 $gen_{max} \leftarrow$  Nombre de générations;  
 $D \leftarrow$  Nombre de paramètres;  
 $gen = 0$ ;  
Initialize population  $P_0 = [V_0, V_1, \dots, V_{N_P}]$ ;  
for  $i = 0$  to  $N_P$  do  
     $V_{min} = [V_{1,min}, V_{2,min}, \dots, V_{D,min}]$ ;  
     $V_{max} = [V_{1,max}, V_{2,max}, \dots, V_{D,max}]$ ;  
     $V_i = V_{min} + \text{rand}[0, 1](V_{max} - V_{min})$ ;  
end for  
while  $gen < gen_{max}$  do  
    for  $j = 0$  to  $N_P$  do  
         $V_{j,gen} = [V_{1,j,gen}, V_{2,j,gen}, \dots, V_{D,j,gen}]$ ;  
        Choisir le vecteur de base et deux vecteurs aléatoires  $V_{r1}$  et  $V_{r2} \in P_{gen}$ ;  
         $V_{base} = V \in P_{gen} \mid \forall (K \in P_{gen}), f(V) \leq f(K)$ ;  
        Mutation :  
         $M_{j,gen} = V_{base} + F(V_{r1} - V_{r2})$ ;  
        Croisement :  
         $T_{j,gen} = [T_{1,j,gen}, T_{2,j,gen}, \dots, T_{D,j,gen}]$ ;  
        if  $\text{rand}[0, 1] < CR$  or  $j = j_{rand}$  then  
             $T_{i,j,gen} = M_{i,j,gen}$ ;  
        else  
             $T_{i,j,gen} = V_{i,j,gen}$ ;  
        end if  
        Selection :  
        if  $f(T_{j,gen}) < f(V_{j,gen})$  then  
             $V_{j,gen+1} = T_{j,gen}$ ;  
        else  
             $V_{j,gen+1} = V_{j,gen}$ ;  
        end if  
    end for  
     $gen = gen + 1$ ;  
end while
```

Chapitre 3

Évolution Différentielle sur les circuits simple et double diodes

3.1 Introduction

Maintenant que nous avons abordé les modèles à diodes et l'Évolution Différentielle indépendamment l'un de l'autre, dans ce chapitre nous allons appliquer l'ED sur les modèles pour estimer les valeurs des paramètres en utilisant les données expérimentales standards de la littérature. En ce qui concerne l'implémentation pratique de cette technique, on utilise le langage de programmation *Python*. On fait appel à quelques bibliothèques scientifiques de Python pour fournir les outils mathématiques requis par la méthode. À partir d'ici nous allons fournir des petits extraits de code pertinents à la discussion qui montrent la manière d'implémenter les étapes de la méthode. Pour des raisons de clarté ce ne sont pas des extraits complètement fidèles au code utilisé en réalité. Le code complet et non modifié est disponible comme annexe à la fin de ce document.

3.2 Fonction W de Lambert

Les méthodes évolutionnaires dépendent d'une fonction objectif qu'il faut minimiser, pour sélectionner les meilleures solutions dans une population. Dans notre cas, la fonction objectif est la *RMSE* et elle quantifie la différence entre la courbe caractéristique du modèle et les données expérimentales. Cependant, chaque fois qu'un vecteur solution \vec{V} (formules 3.1) est généré, il faut pouvoir recréer la courbe I-V associée pour permettre à la fonction objectif de calculer la RMSE.

$$\vec{V}_{\text{simple diode}} = \begin{bmatrix} R_s \\ R_{sh} \\ a \\ I_0 \\ I_{PV} \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_{\text{double diode}} = \begin{bmatrix} R_s \\ R_{sh} \\ a_1 \\ a_2 \\ I_{01} \\ I_{02} \\ I_{PV} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

On pourrait implémenter la fonction objectif en code de la manière suivante :

```
# Cette fonction prend un vecteur solution et les points IV experimentaux
# comme arguments
def objf(vecteur, exp_v, exp_i):
    # Penalisons le vecteur si les valeurs sont non-physiques
    rs, rp = vecteur[0], vecteur[1]
    if rs < 0 or rp < 0:
        return 100 # Valeur fitness large
    ical = i_from_vect(vecteur, exp_v) # Une fonction quelconque
    # donnant le caractéristique IV
    # du vecteur
    erreur = ical - exp_i
```

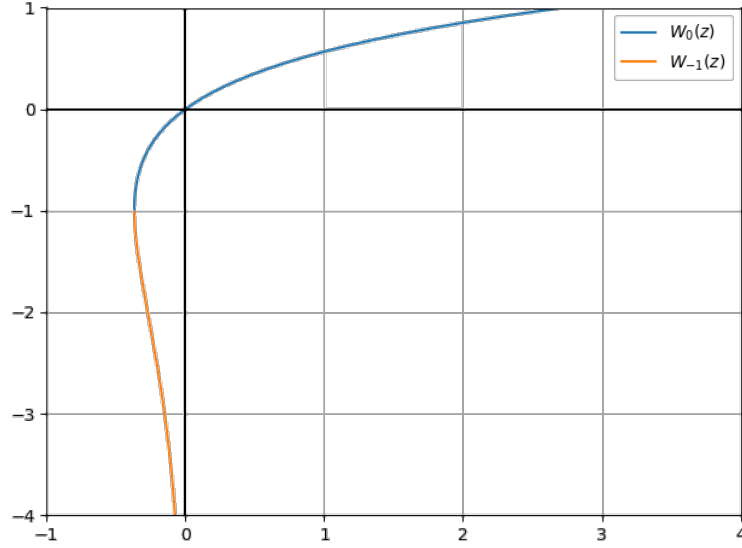


FIGURE 3.1 – Les deux branches réelles de $W(x)$ lorsque x est réel

```
return np.sqrt(np.mean(erreur ** 2)) # racine de l'erreur moyenne
                                     quadratique
```

Les équations de modèles simple et double diode (équations 1.4, 1.5, respectivement) sont transcendantes, il est donc impossible d'extraire directement le courant à partir de la tension et des paramètres (Le courant I figure simultanément dans le premier membre et dans l'exponentiel du second). Ainsi, il n'est pas trivial de remplir la fonction de `i_from_vect(vector, exp_vol)`. Plusieurs méthodes ont été utilisées initialement avec des approches d'approximation analytique ou itérative [40, 41, 42]. Ces méthodes sont approximatives mais permettent de trouver la solution explicitement avec des fonctions élémentaires (Développement Taylor par exemple). Dans notre cas, on fait recours à la méthode de Jain et Kapoor (2004) [43, 44] qui utilisent la fonction W de Lambert pour une solution analytique exacte de ces équations.

3.2.1 Définition

La "fonction W " de Lambert est définie comme l'inverse de la fonction $w \rightarrow f(w) = we^w$, où $w = W_k(z) \mid z \in \mathbb{C}$. La fonction f n'étant pas surjective, la fonction $W_k(z)$ est donc *multivaluée* et comprends plusieurs branches indexées par k (W_0 est choisie comme branche principale). Si $x \in \mathbb{R}$, donc pour $-1/e \leq x < 0$, il existe deux valeurs réelles possible de $W(x)$ (figure 3.1).

3.2.2 Évaluation de la fonction W

Le fait qu'il n'existe pas de fonctions mathématiques élémentaires donnant explicitement $W(z)$ est remédié par l'existence de plusieurs *algorithmes de recherche des zéros* permettant le calcul de les valeurs de n'importe quelle branche de la fonction W . Dans notre cas spécifique, la bibliothèque scientifique *scipy* de Python fournit une fonction W implémentée par l'itération de Halley qui est un exemple d'une méthode de classe "Householder". La méthode de Halley a été appliquée à la fonction W par Corless et al. [45] donnant :

$$w_{j+1} = w_j - \frac{w_j e^{w_j} - z}{e^{w_j}(w_j + 1) - \frac{(w_j + 2)(w_j e^{w_j} - z)}{2w_j + 2}} \quad (3.2)$$

Un exemple basique de l'utilisation de cette méthode en Python est le suivant :

```

import numpy as np
from scipy.special import lambertw #la bibliotheque scipy fourni la fonction
                                   W

z = np.linspace(-1/np.e, 3, 1000) # évaluons W entre -1/e et 3
w0 = lambertw(z, 0)

```

3.2.3 Résolution de modèles simple et double diode par la fonction W

De la définition de la fonction W, la solution d'une équation $xe^x = a$ est $x = W(a)$. En effectuant des manipulations algébriques élémentaires sur le modèle simple diode (equation 1.4), Jain et Kapoor ont montré que l'expression explicite du courant en fonction des paramètres et de la tension est :

$$I = \frac{R_{sh}(I_0 + I_{PV}) - V}{R_s + R_{sh}} - \frac{W\left(\frac{R_s I_0 R_{sh}}{a V_{th}(R_s + R_{sh})} e^{\left(\frac{R_{sh}(R_s I_{PV} + R_s I_0 + V)}{a V_{th}(R_s + R_{sh})}\right)}\right) a V_{th}}{R_s} \quad (3.3)$$

On remarque bien que le second membre ne contient nul part un terme de courant I . Il faut noter aussi que le terme de la fonction W est sous risque d'un dépassement et de retourner de valeurs infinies. Pour des raisons de stabilité numérique on utilise la notion de *Conductance Shunt* : $C_{sh} = \frac{1}{R_{sh}}$ car cette résistance prend souvent de valeurs $\gg 1$ ce qui entraîne un risque de divergence des calculs.

Le modèle double diodes (équation 1.5) contient un terme exponentiel pour chaque diode. De la même manière que Jain et Kapoor on retrouve explicitement l'expression du courant avec deux termes de la fonction W (equation 3.4).

$$I = \frac{R_{sh}(I_{01} + I_{02} + I_{PV}) - V}{R_s + R_{sh}} - \frac{a_1}{2R_s} W\left(\frac{R_s R_{sh}(I_{01} + I_{02})}{a_1(R_s + R_{sh})} e^{\left(\frac{R_{sh}(R_s I_{PV} + R_s I_{01} + R_s I_{02} + V)}{a_1(R_s + R_{sh})}\right)}\right) - \frac{a_2}{2R_s} W\left(\frac{R_s R_{sh}(I_{01} + I_{02})}{a_2(R_s + R_{sh})} e^{\left(\frac{R_{sh}(R_s I_{PV} + R_s I_{01} + R_s I_{02} + V)}{a_2(R_s + R_{sh})}\right)}\right) \quad (3.4)$$

3.3 Résultats

3.4 Conclusion

Bibliographie

- [1] D. M. Chapin, C. S. Fuller, and G. L. Pearson, "A new silicon p-n junction photocell for converting solar radiation into electrical power [3]," 1954.
- [2] "Renewable Energy Market Update," tech. rep., IEA, 2020.
- [3] L. Fraas and L. Partain, *Solar Cells and their Applications : Second Edition*. 2010.
- [4] S. M. Sze, *Semiconductor Devices : Physics and Technology*. 2006.
- [5] S. R. Wenham, M. A. Green, M. E. Watt, R. P. Corkish, and A. B. Sproul, *Applied photovoltaics, third edition*. 2013.
- [6] W. Shockley and H. J. Queisser, "Detailed balance limit of efficiency of p-n junction solar cells," *Journal of Applied Physics*, 1961.
- [7] J. P. Ram, H. Manghani, D. S. Pillai, T. S. Babu, M. Miyatake, and N. Rajasekar, "Analysis on solar PV emulators : A review," 2018.
- [8] K. L. Kennerud, "Analysis of Performance Degradation in CDS Solar Cells," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1969.
- [9] W. J. Jamil, H. Abdul Rahman, S. Shaari, and Z. Salam, "Performance degradation of photovoltaic power system : Review on mitigation methods," 2017.
- [10] P. K. Nayak, S. Mahesh, H. J. Snaith, and D. Cahen, "Photovoltaic solar cell technologies : analysing the state of the art," *Nature Reviews Materials*, 2019.
- [11] K. L. Chopra, P. D. Paulson, and V. Dutta, "Thin-film solar cells : an overview," *Progress in Photovoltaics : Research and Applications*, 2004.
- [12] C. Roger, *Developpement de cellules photovoltaïques à base de CIGS sur substrats métalliques*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2013.
- [13] H. Huang, "Ferroelectric photovoltaics," *Nature photonics* 4, pp. 134–135, 2010.
- [14] M. G. Villalva, J. R. Gazoli, and E. R. Filho, "Comprehensive approach to modeling and simulation of photovoltaic arrays," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2009.
- [15] V. J. Chin, Z. Salam, and K. Ishaque, "Cell modelling and model parameters estimation techniques for photovoltaic simulator application : A review," 2015.
- [16] C. Carrero, J. Amador, and S. Arnaltes, "A single procedure for helping PV designers to select silicon PV modules and evaluate the loss resistances," *Renewable Energy*, 2007.
- [17] H.-L. Tsai, C.-S. Tu, and Y.-J. Su, "Development of Generalized Photovoltaic Model Using MATLAB/SIMULINK," *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, vol. 2173, no. 1, pp. 846–851, 2008.
- [18] W. Shockley, "The Theory of p-n Junctions in Semiconductors and p-n Junction Transistors," *Bell System Technical Journal*, 1949.
- [19] G. Ciulla, V. Lo Brano, V. Di Dio, and G. Cipriani, "A comparison of different one-diode models for the representation of I-V characteristic of a PV cell," 2014.
- [20] T. Easwarakhanthan, J. Bottin, I. Bouhouch, and C. Boutrit, "Nonlinear Minimization Algorithm for Determining the Solar Cell Parameters with Microcomputers," *International Journal of Solar Energy*, 1986.

- [21] K. M. El-Naggar, M. R. AlRashidi, M. F. AlHajri, and A. K. Al-Othman, "Simulated Annealing algorithm for photovoltaic parameters identification," *Solar Energy*, 2012.
- [22] W. T. Da Costa, J. F. Fardin, D. S. Simonetti, and L. D. V. Neto, "Identification of photovoltaic model parameters by differential evolution," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Technology*, 2010.
- [23] M. Balzani and A. Reatti, "Neural network based model of a PV array for the optimum performance of PV system," in *2005 PhD Research in Microelectronics and Electronics - Proceedings of the Conference*, 2005.
- [24] L. Zhang and Y. F. Bai, "Genetic algorithm-trained radial basis function neural networks for modelling photovoltaic panels," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2005.
- [25] E. Karatepe, M. Boztepe, and M. Colak, "Neural network based solar cell model," *Energy Conversion and Management*, 2006.
- [26] M. T. Elhagry, A. A. Elkousy, M. B. Saleh, T. F. Elshatter, and E. M. Abou-Elzahab, "Fuzzy modeling of photovoltaic panel equivalent circuit," in *Midwest Symposium on Circuits and Systems*, 1997.
- [27] T. Bendib, F. Djeflal, D. Arar, and M. Meguellati, "Fuzzy-logic-based approach for organic solar cell parameters extraction," in *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, 2013.
- [28] M. AbdulHadi, A. M. Al-Ibrahim, and G. S. Virk, "Neuro-fuzzy-based solar cell model," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2004.
- [29] J. A. Jervase, H. Bourdoucen, and A. Al-Lawati, "Solar cell parameter extraction using genetic algorithms," *Measurement Science and Technology*, 2001.
- [30] N. Moldovan, R. Picos, and E. Garcia-Moreno, "Parameter extraction of a solar cell compact model using genetic algorithms," in *Proceedings of the 2009 Spanish Conference on Electron Devices, CDE'09*, 2009.
- [31] M. S. Ismail, M. Moghavvemi, and T. M. Mahlia, "Characterization of PV panel and global optimization of its model parameters using genetic algorithm," *Energy Conversion and Management*, 2013.
- [32] M. Ye, X. Wang, and Y. Xu, "Parameter extraction of solar cells using particle swarm optimization," *Journal of Applied Physics*, 2009.
- [33] J. J. Soon and K. S. Low, "Photovoltaic model identification using particle swarm optimization with inverse barrier constraint," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012.
- [34] K. Ishaque, Z. Salam, S. Mekhilef, and A. Shamsudin, "Parameter extraction of solar photovoltaic modules using penalty-based differential evolution," *Applied Energy*, 2012.
- [35] W. Gong and Z. Cai, "Parameter extraction of solar cell models using repaired adaptive differential evolution," *Solar Energy*, 2013.
- [36] T. Ikegami, T. Maezono, F. Nakanishi, Y. Yamagata, and K. Ebihara, "Estimation of equivalent circuit parameters of PV module and its application to optimal operation of PV system," *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 2001.
- [37] R. Storn and K. Price, "Differential evolution - A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces," tech. rep., 1995.
- [38] V. J. Chin and Z. Salam, "A New Three-point-based Approach for the Parameter Extraction of Photovoltaic Cells," *Applied Energy*, 2019.
- [39] K. Price, R. M. Storn, and J. A. Lampinen, *Differential evolution : a practical approach to global optimization*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [40] M. Shur, T. A. Fjeldly, and B. J. Moon, "Approximate Analytical Solution of Generalized Diode Equation," *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1991.

- [41] M. T. Abuelma'Atti, "Improved approximate analytical solution for generalised diode equation," *Electronics Letters*, 1992.
- [42] S. K. Datta, K. Mukhopadhyay, S. Bandopadhyay, and H. Saha, "An improved technique for the determination of solar cell parameters," *Solid State Electronics*, 1992.
- [43] A. Jain and A. Kapoor, "Exact analytical solutions of the parameters of real solar cells using Lambert W-function," *Solar Energy Materials and Solar Cells*, 2004.
- [44] S. xian Lun, S. Wang, G. hong Yang, and T. ting Guo, "A new explicit double-diode modeling method based on Lambert W-function for photovoltaic arrays," *Solar Energy*, 2015.
- [45] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. Hare, D. J. Jeffrey, and D. E. Knuth, "On the Lambert W function," *Advances in Computational Mathematics*, 1996.