

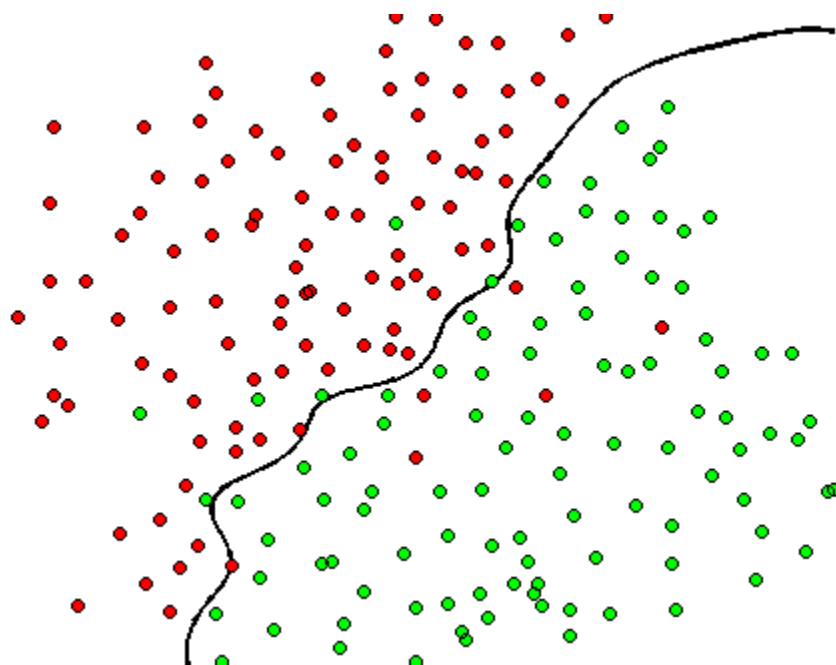
# 法律声明

---

- 本课件包括：演示文稿，示例，代码，题库，视频和声音等，小象学院拥有完全知识产权的权利；只限于善意学习者在本课程使用，不得在课程范围外向任何第三方散播。任何其他人或机构不得盗版、复制、仿造其中的创意，我们将保留一切通过法律手段追究违反者的权利。



关注 **小象学院**



## 分类模型 (2)

--Robin

# 目录

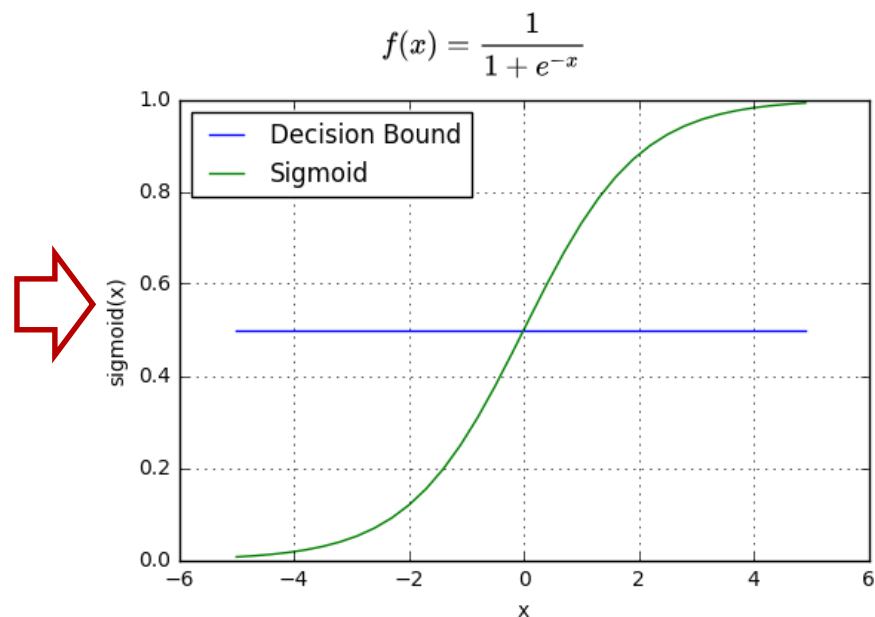
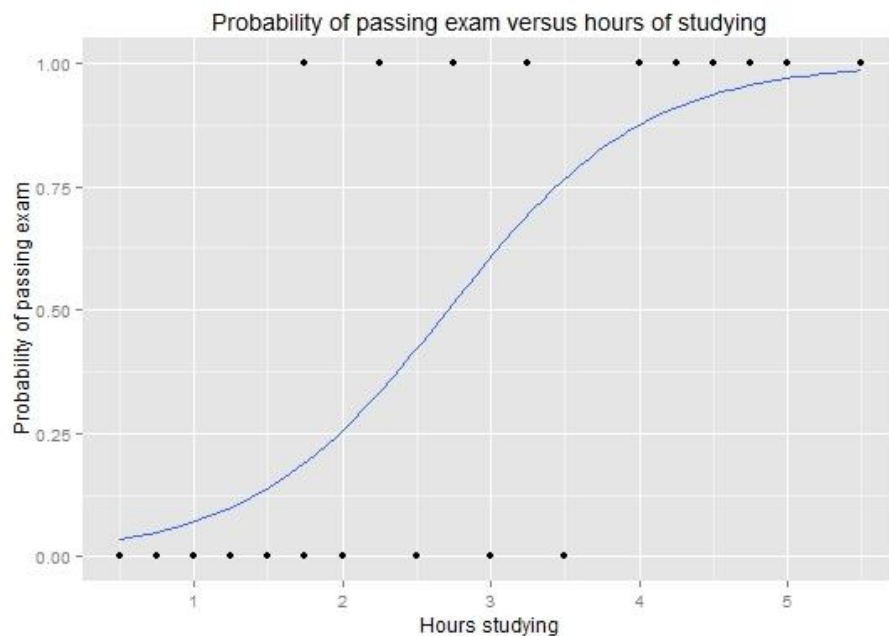
---

- 逻辑回归
- 正则化
- 支持向量机

# 逻辑回归

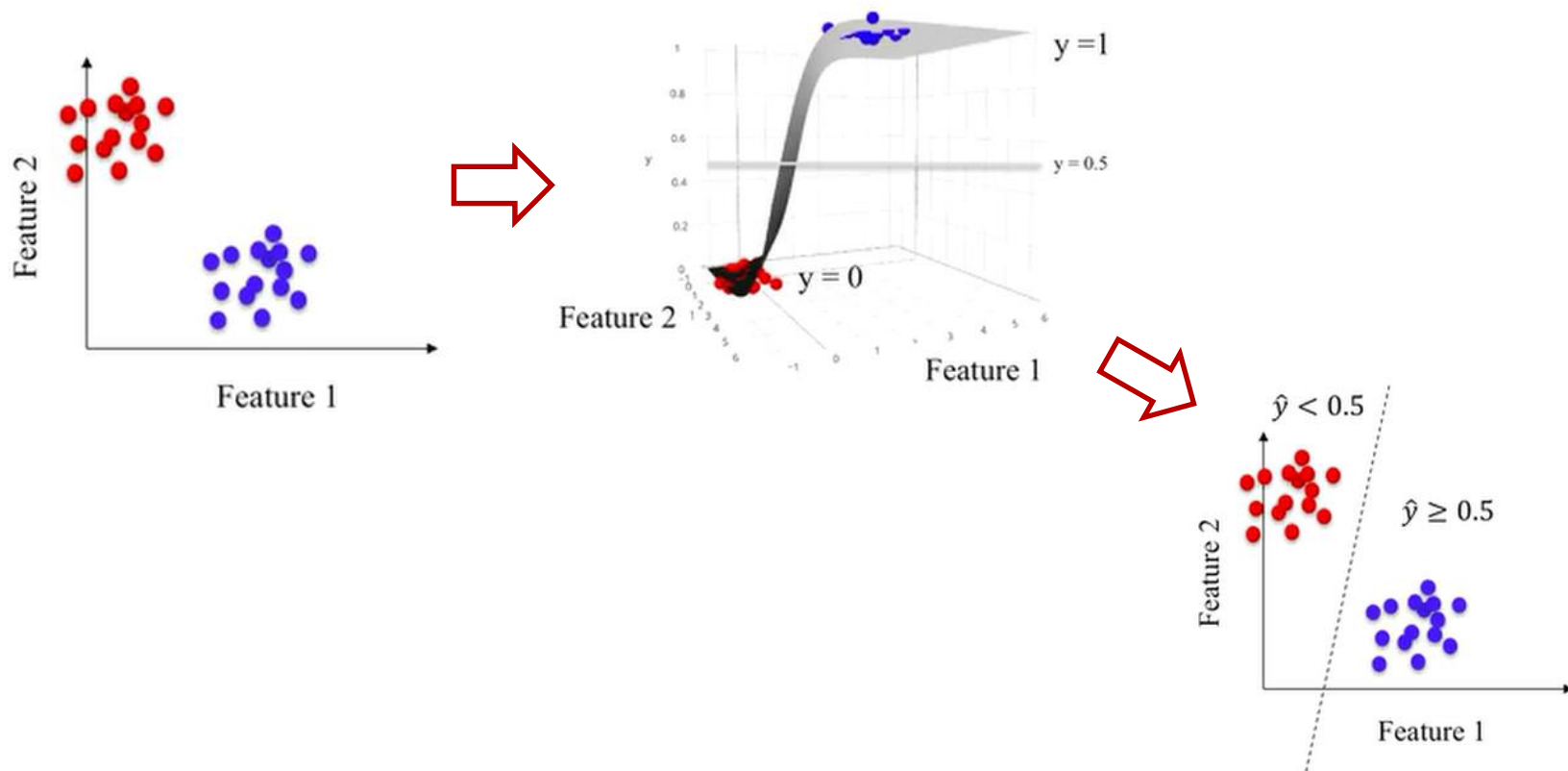
Q: 现有20个学生投入0-6个小时学习课程的记录，分析投入的时间和是否通过考试的概率的关系。

Hours	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50	4.00	4.25	4.50	4.75	5.00	5.50
Pass	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1



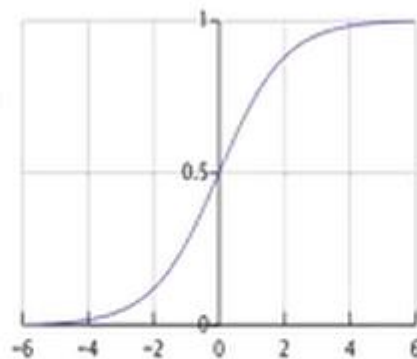
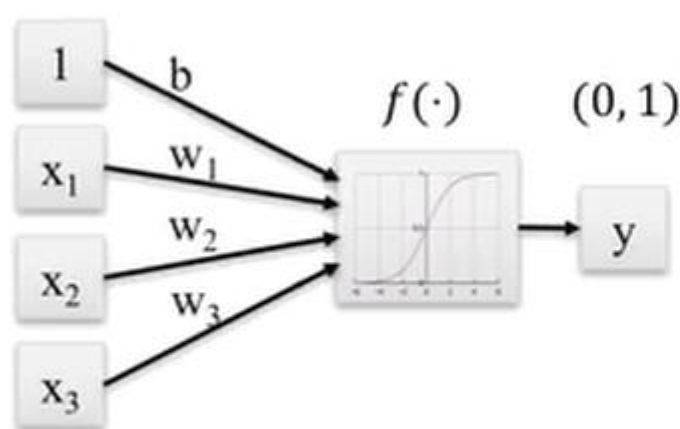
# 逻辑回归

- 例子：样本中包含二维特征



# 逻辑回归

Input features



The logistic function transforms real-valued input to an output number  $y$  between 0 and 1, interpreted as the probability the input object belongs to the positive class, given its input features  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$

$$\begin{aligned}\hat{y} &= \text{logistic}(\hat{b} + \hat{w}_1 \cdot x_1 + \dots \hat{w}_n \cdot x_n) \\ &= \frac{1}{1 + \exp[-(\hat{b} + \hat{w}_1 \cdot x_1 + \dots \hat{w}_n \cdot x_n)]}\end{aligned}$$

$$h_{\theta}(X) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^T X}} = \text{Pr}(Y = 1|X; \theta)$$

$$\text{Pr}(Y = 0|X; \theta) = 1 - h_{\theta}(X)$$

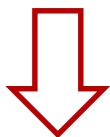
# 逻辑回归

## Logistic Regression中的损失函数

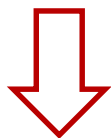
$$J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{Cost}(h_{\theta}(x^{(i)}), y^{(i)})$$

$$\text{Cost}(h_{\theta}(x), y) = -\log(h_{\theta}(x)) \quad \text{if } y = 1$$

$$\text{Cost}(h_{\theta}(x), y) = -\log(1 - h_{\theta}(x)) \quad \text{if } y = 0$$

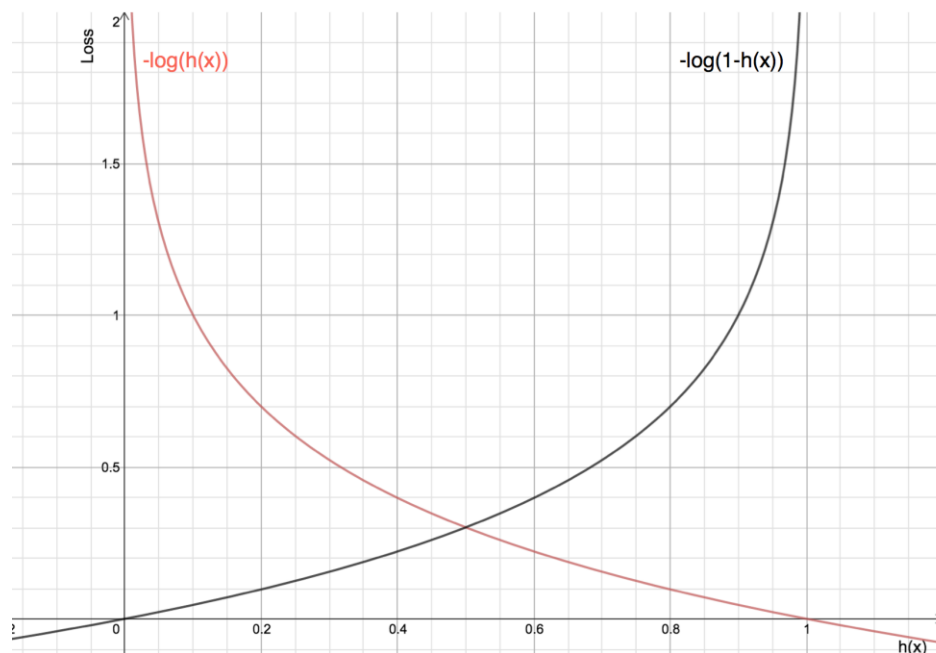


$$J(\theta) = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [y^{(i)} \log(h_{\theta}(x^{(i)})) + (1 - y^{(i)}) \log(1 - h_{\theta}(x^{(i)}))]$$



梯度下降求解参数

cross-entropy loss或logloss

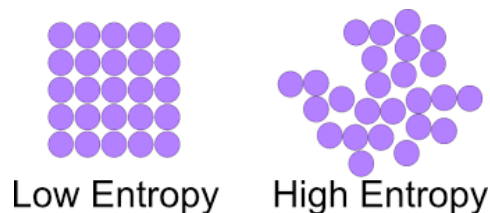


# 逻辑回归

- 熵 (Entropy)

在信息论中，设离散随机变量  $X$  的概率分布为  $P(X = x^{(i)}) = p_i, i = 1, 2, \dots, n$  的熵(Entropy)的定义为：

$$H(p) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$



- 交叉熵 (Cross Entropy)

关于同一组事件  $x^{(1)}, \dots, x^{(n)}$  的两个分布  $p, q$  其交叉熵(Cross-Entropy)的定义如下：

$$H(p, q) = - \sum_{i=1}^n p_i \log q_i$$

当两个分布完全相同时，交叉熵取最小值。

交叉熵可以衡量两个分布之间的相似度，交叉熵越小两个分布越相似。



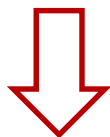
# Softmax Regression

## 二分类问题

- sigmoid function 
$$h_{\theta}(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\theta^T x)},$$

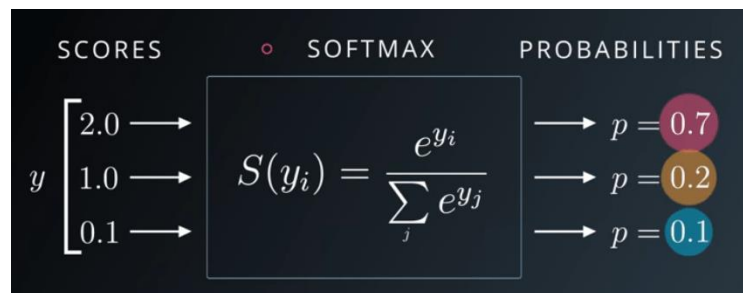
$$h_{\theta}(y = 1 | x; \theta) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^T x}} = \frac{e^{\theta^T x}}{e^{\theta^T x} + 1} = \frac{e^{y=1}}{e^{y=0} + e^{y=1}}$$

$$h_{\theta}(y = 0 | x; \theta) = 1 - h_{\theta}(y = 1 | x; \theta) = \frac{1}{e^{\theta^T x} + 1} = \frac{e^{y=0}}{e^{y=1} + e^{y=0}}$$



## 多分类问题

- softmax function



# 联系我们

---

小象学院：互联网新技术在线教育领航者

— 微信公众号：**小象学院**

