复旦大学计算机科学技术学院

2012-2013学年第二学期《代数结构与数理逻辑》期末考试试卷

B卷　共2页

课程代码：COMP130005.01　　**考试形式：**☐ 开卷　☑ 闭卷　　**2013年9月**

（本试卷答卷时间为120分钟，答案必须写在试卷上，做在草稿纸上无效）

姓　名：________　学　号：________　专　业：________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

本试卷涵盖整个一学期的内容，包括代数结构，数理逻辑。与期终考试试卷内容有所区别，这是因为期终考试试卷在总成绩中占40%, 期中40%，作业和平时测验各占 10%, 故期终试卷中不单独考核期中考试已考过的内容，而补考则仅以本卷子为惟一依据，因此要覆盖整个学期的内容。

说明：7大题，共2页

一、判断下列结论是否正确, 并说明理由(24%)。.

1.设[G;*]为有限群，对G中任意元素g，定义子集$\sigma_x=\{g|x=g^{-1}xg,g\in G\}$，则$[\sigma_x;*]$为[G;*]的子群。

2.商环$Z_3[x]/(x^5+1)$一定存在零因子。

3.设$A\subseteq P(Y)$，$p\in P(Y)$，若$A\cup\{\neg p\}$协调，则$p\notin Ded(A)$

4.项 $f_2^1(x_1,x_2)$对谓词合式公式$\exists x_3(R_2^1(x_1,x_2)\rightarrow\forall x_2R_3^1(x_1,x_2,x_3))\rightarrow\forall x_1\neg R_2^2(x_1,x_2)$中的自由变元$x_1$是自由的。

二、设G是交换群，N是G的所有阶数有限的元素全体构成的集合，证明：

1.N是G的正规子群。(10%)

2.商群G/N除单位元外，其他所有元素的阶都是无限的。(6%)

三、在整数集Z上定义如下运算“&”和“∘”,

$$a\&b=a+b-1;\quad a\circ b=a+b-a*b$$

其中“+,-,*"为普通加法.减法和乘法。证明[Z; &,∘]是有单位元的可交换环。(10%)

四、1.证明$x^5+x^3+x^2+x+1$是Z_2上的本原多项式。(6%)

2.求出Z_2上的所有5次本原多项式。(6%)

五、设L是有界分配格，S是L中所有具有补元的元素构成的集合，则S是L的子格。(10%)

六、求命题合式公式$((x_2\vee x_3)\leftrightarrow x_1)\rightarrow(x_1\wedge\neg x_2)$的标准析取范式和标准合取范式。(10%)

七、1.用解释赋值的方法证明 $\models \exists x(p \to q) \to (\forall x p \to q)$ $x \notin var(q)$ (8%)

2 用公理集 *A* 证明 $\vdash \exists x(p \to q) \to (\forall x p \to q)$ $x \notin var(q)$ (10%)

可使用演绎定理，MP 规则和 G 规则，以及下述 4 个定理：

T1: $\vdash (p \to q) \to (\neg q \to \neg p)$，

T2: $\vdash \neg(p \to q) \to p$，

T3: $\vdash \neg(p \to q) \to \neg q$

T4: $\vdash p \to (\neg q \to \neg(p \to q))$

但除此之外不能使用其他定理。

这里 $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5$,

$A_1 = \{p \to (q \to p) | p, q \in P(Y)\}$；

$A_2 = \{(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r)) | p, q, r \in P(Y)\}$；

$A_3 = \{\neg\neg p \to p | p \in P(Y)\}$;

$A_4 = \{\forall x(p \to q) \to (p \to \forall x q) | p, q \in P(Y), x \notin var(p)\}$;

$A_5 = \{\forall x p(x) \to p(t) | p(x) \in P(Y)$,项 t 对 p(x)中的 x 是自由的$\}$。