

无穷小量&等价无穷小

2018年8月26日 14:14

无穷小量的比较

设 α, β 是同一变化过程中的无穷小， $\lim \frac{\beta}{\alpha}$ 这一过程中的极限，那么：

(1) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 0$ ，则称 β 是比 α 高阶的无穷小，记作 $\beta = o(\alpha)$ 。

(2) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = \infty$ ，则称 β 是比 α 低阶的无穷小。

(3) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = c \neq 0$ ，则称 β 与 α 是同阶无穷小。

(4) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha} = 1$ ，则称 β 与 α 是等价无穷小，记作 $\beta \sim \alpha$ 。

(5) 如果 $\lim \frac{\beta}{\alpha^k} = c \neq 0 (k > 0)$ ，则称 β 是关于 α 的 k 阶无穷小 [4]。

常用的等价无穷小

当 $x \rightarrow 0$ 时：

$$\sin x \sim x$$

$$\tan x \sim x$$

$$\arcsin x \sim x$$

$$\arctan x \sim x$$

$$1 - \cos x \sim \frac{1}{2} x^2$$

$$\ln(1+x) \sim x$$

$$e^x - 1 \sim x$$

$$(1+x)^a - 1 \sim ax$$