

## SC402101 พีชคณิตเชิงเส้น 1 (Linear Algebra I) 2/2567

## ใบงาน 6 : บทที่ 2.5 พิกัดและการเปลี่ยนฐานหลัก

ข้อที่ 1. ให้  $B = \{(1, 1, -1), (1, 2, -2), (0, 0, 1)\}$  และ  $C = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$  เป็นฐานหลักลำดับสำหรับ  $\mathbb{R}^3$

1. จงหาพิกัดของ  $\vec{u} = (-1, 3, 1)$  เทียบกับ  $C$
2. จงหาเมทริกซ์เปลี่ยนฐานหลักจากฐานหลักลำดับ  $B$  ไปยังฐานหลักลำดับ  $C$
3. จงหาเมทริกซ์เปลี่ยนฐานหลักจากฐานหลักลำดับ  $C$  ไปยังฐานหลักลำดับ  $B$
4. จงหาพิกัดของ  $\vec{u}$  เมื่อเทียบกับฐานหลักลำดับ  $B$  โดยใช้เมทริกซ์ในข้อ 3

① ให้  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ซึ่ง

$$\vec{u} = a(1, 1, 0) + b(0, 1, 1) + c(0, 0, 1)$$

$$\text{แทนค่า } (-1, 3, 1) = (a, a+b, b+c)$$

$$\therefore a = -1, a+b = 3 \Rightarrow b = 3 - (-1) = 4$$

$$\text{และ } b+c = 1 \Rightarrow c = 1 - 4 = -3$$

$$\therefore a = -1, b = 4, c = -3$$

$$\text{ดังนั้น } [\vec{u}]_C = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

②  $(1, 1, -1) = a(1, 1, 0) + b(0, 1, 1) + c(0, 0, 1)$   
 $= (a, a+b, b+c)$

$$a+1, a+b = 1 \Rightarrow b = 0, b+c = -1 \Rightarrow c = -1 - 0 = -1$$

$$(1, 2, -2) = a(1, 1, 0) + b(0, 1, 1) + c(0, 0, 1)$$

$$a = 1, a+b = 2, b+c = -2$$

$$b = 2 - 1 = 1, c = -2 - 1 = -3$$

$$(0, 0, 1) = a(1, 1, 0) + b(0, 1, 1) + c(0, 0, 1)$$

$$a = 0, a+b = 0, b+c = 1 \Rightarrow c = 1 - 0 = 1$$

$$b = 0 - 0 = 0$$

$$\therefore [A]_B^C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{3} (1,1,0) = a(1,1,-1) + b(1,2,-3) + c(0,0,1)$$

$$= (a+b, a+2b, -a-2b+c)$$

$$\therefore a+b=1, a+2b=1, -a-2b+c=0$$

$$a=1 \quad b=0 \quad c: a+2b=1$$

$$(0,1,1) = a(1,1,-1) + b(1,2,2) + c(0,0,1)$$

$$a+b=0, a+2b=1, -a-2b+c=1$$

$$a=-1 \quad b=1 \quad c: 1+a+2b$$

$$= 1-1+2=2$$

$$(0,0,1) = a(1,1,-1) + b(1,2,-2) + c(0,0,1)$$

$$a+b=0 \quad a+2b=0 \quad -a-2b+c=1$$

$$a=0 \quad b=0 \quad c=1$$

$$\therefore [A]_C^B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} [\bar{U}]_B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 - 3 + 0 \\ 0 + 3 + 0 \\ -1 + 6 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$