

Esercizio 1:

Dimostrare la validità delle seguenti identità booleane, usando le regole dell'algebra di Boole e/o le tabelle di verità

a) $\neg(x \oplus y) \oplus z = \neg x \neg y \neg z + x y \neg z + \neg x y z + x \neg y z$

b) $x + y \neg x = x + y$

c) $x \neg y + \neg y z + z \neg x = x \neg y + z \neg x$

a)

$$\begin{aligned}\overline{(x \oplus y)} \oplus z &= (\overline{x \oplus y})\bar{z} + (x \oplus y)z = \\ &= (\overline{xy + x\bar{y}})\bar{z} + (\bar{x}y + x\bar{y})z = \\ &= ((\bar{x}\bar{y})(\overline{x\bar{y}}))\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z = \\ &= ((x + \bar{y})(\bar{x} + y))\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z = \\ &= ((x + \bar{y})\bar{x} + (x + \bar{y})y)\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z = \\ &= (x\bar{x} + \bar{x}\bar{y} + xy + y\bar{y})\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z = \\ &= (\bar{x}\bar{y} + xy)\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z = \\ &= \bar{x}\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}yz + x\bar{y}z\end{aligned}$$

b)

$$x + y\bar{x} = (x + y)(x + \bar{x}) = x + y$$

c)

$$\begin{aligned}x\bar{y} + \bar{y}z + z\bar{x} &= x\bar{y} + \bar{y}z(x + \bar{x}) + z\bar{x} = \\ &= \bar{y}z + x\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}z + z\bar{x} = \\ &= \bar{y}z(1 + z) + z\bar{x}(\bar{y} + 1) = \\ &= \bar{y}z + z\bar{x}\end{aligned}$$

Esercizio 2:

Determinare le forme SOP e POS di costo minimo della funzione a) dell'esercizio 1.

		$x_1 x_2$			
		0 0	0 1	1 1	1 0
x_3	0	1	0	1	0
	1	0	1	0	1

$$SOP = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3$$

$$POS = (x_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + x_3)$$

Esercizio 3:

Determinare forme SOP di costo minimo delle 2 funzioni a tre variabili riportate in tabella.

Determinare il valore opportuno delle condizioni di indifferenza.

X1	X2	X3	F1	F2
0	0	0	x	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	x
1	0	0	x	x
1	0	1	0	x
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0

$x_1 x_2$		00	01	11	10
x_3	0	x	0	1	x
	1	1	1	1	0

L'espressione di costo minimo per f_3 è:

$$f_3 = x_1 x_2 + \bar{x}_1 x_3$$

$x_1 x_2$		00	01	11	10
x_3	0	0	1	1	x
	1	1	x	0	x

Un'espressione di costo minimo per f_4 è:

$$f_4 = x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 x_3$$

Un'altra espressione che ha lo stesso costo è:

$$f_4 = x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_3$$

Esercizio 4:

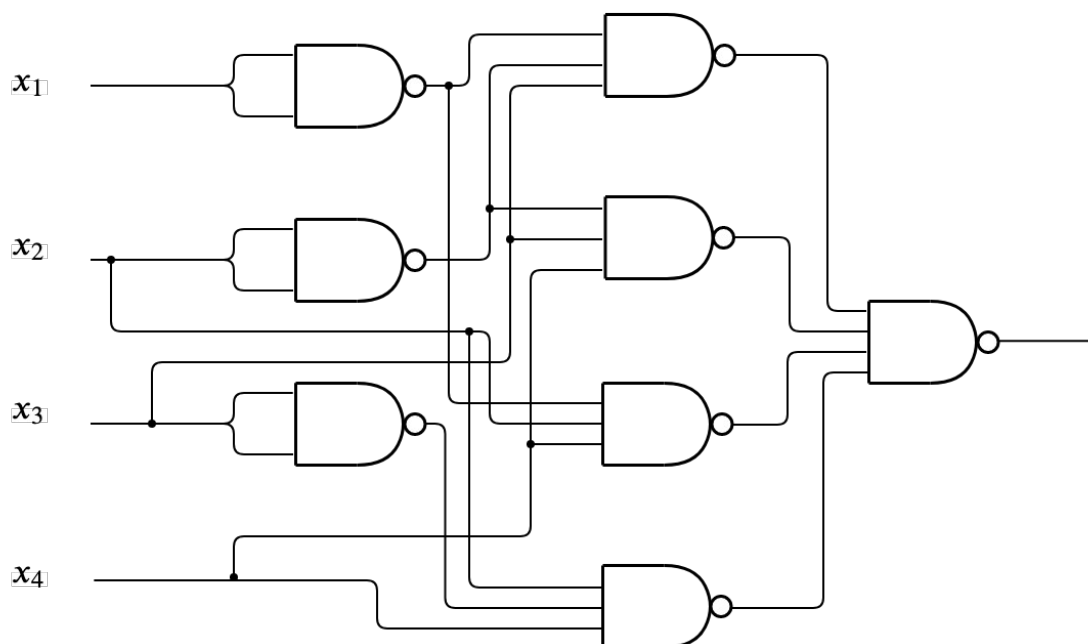
Trovare una rete combinatoria composta da sole porte NAND della funzione a 4 variabili che vale 1 solo quando il numero binario rappresentato dai suoi ingressi è primo. Seguire i seguenti passi:

- Prima di tutto trovare la tabella di verità.
- Poi trovare la forma SOP minima
- Per ultimo trovare la rete di NAND a partire dalla forma SOP

$x_3 \ x_4$ \ $x_1 \ x_2$		00	01	11	10
		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	0	1	1	0	0
11	1	1	0	1	0
10	1	0	0	0	0

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_4 + x_2 \bar{x}_3 x_4$$

$$(\bar{x}_1 \uparrow \bar{x}_2 \uparrow x_3) \uparrow (\bar{x}_2 \uparrow x_3 \uparrow x_4) \uparrow (\bar{x}_1 \uparrow x_2 \uparrow x_4) \uparrow (x_2 \uparrow \bar{x}_3 \uparrow x_4)$$



Esercizio 5:

Progettare una rete combinatoria usando solo porte NAND a due ingressi che realizzi la seguente funzione booleana:

$$(x_1 + x_3)(\neg x_2 + \neg x_4)$$

$$\begin{aligned}(x_1 + x_3)(\bar{x}_2 + \bar{x}_4) &= (\overline{\overline{x_1 + x_3}}) \cdot (\overline{\overline{\bar{x}_2 + \bar{x}_4}}) = \\ &= \overline{\overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}}} \cdot \overline{\overline{\overline{\bar{x}_2 + \bar{x}_4}}}} = \\ &= \overline{(\overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_3}}) \cdot (\overline{\overline{x_2} \cdot \overline{x_4}})} = \\ &= \overline{(\overline{x_1} \uparrow \overline{x_3}) \uparrow (\overline{x_2} \uparrow \overline{x_4})}\end{aligned}$$

