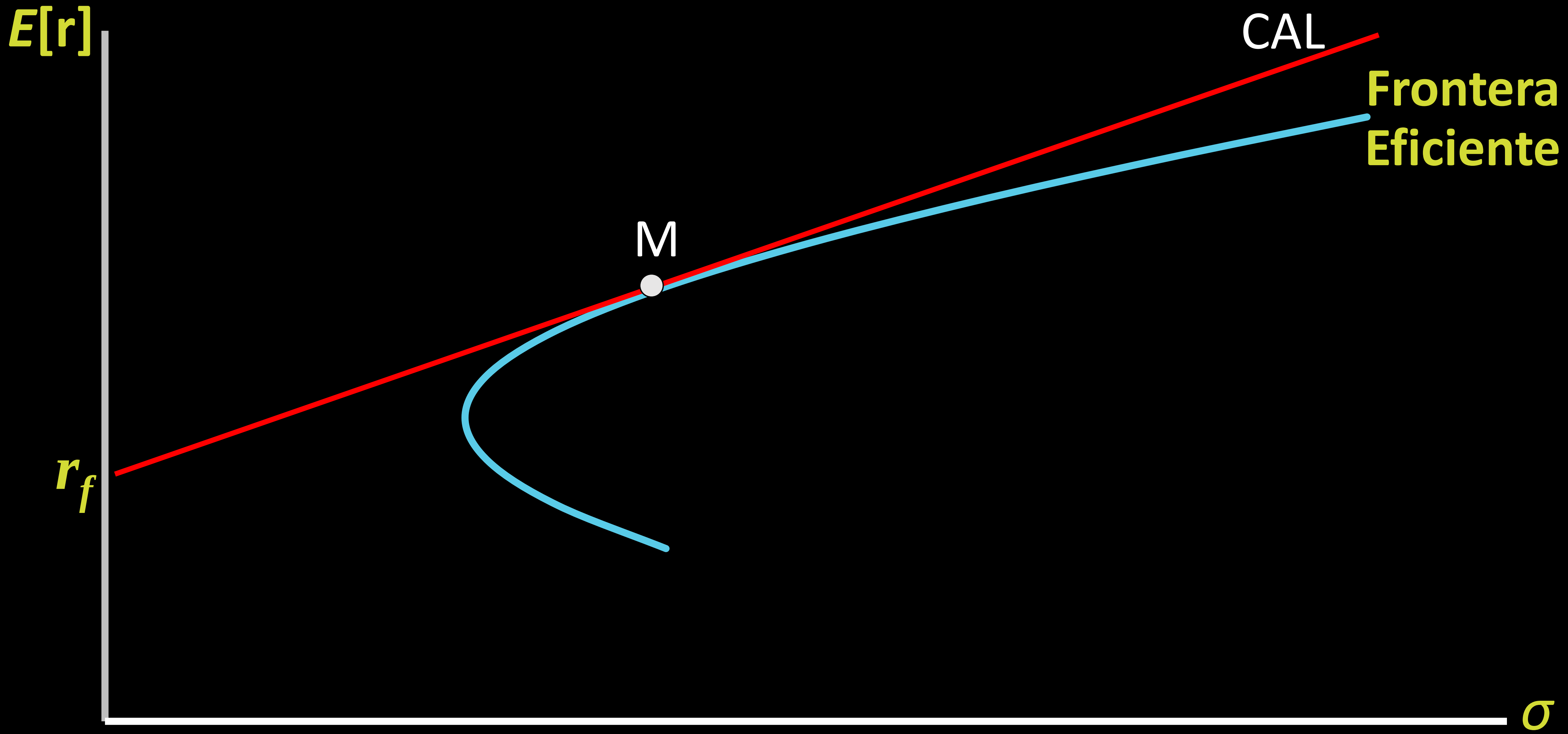
1. El Modelo CAPM
2. El Modelo APT
3. El Modelo de Fama – French

CAPM



➔ **Si ustedes y yo, y todos los inversionistas, tomamos decisiones de media-varianza (lo cual no es descabellado), entonces todos vamos a terminar con el mismo portafolio riesgoso y ese portafolio debe ser el portafolio de mercado (M). Es decir, vamos a terminar con una participación igual a la que tiene ese activo en el mercado.**

CAPM

¿Qué es el portafolio de mercado?

Cuando agregamos los portafolios de todos los inversionistas, los montos prestados y tomados prestados se cancelan y el valor del portafolio resultante será la riqueza de la economía. Este es el portafolio de mercado **M**.

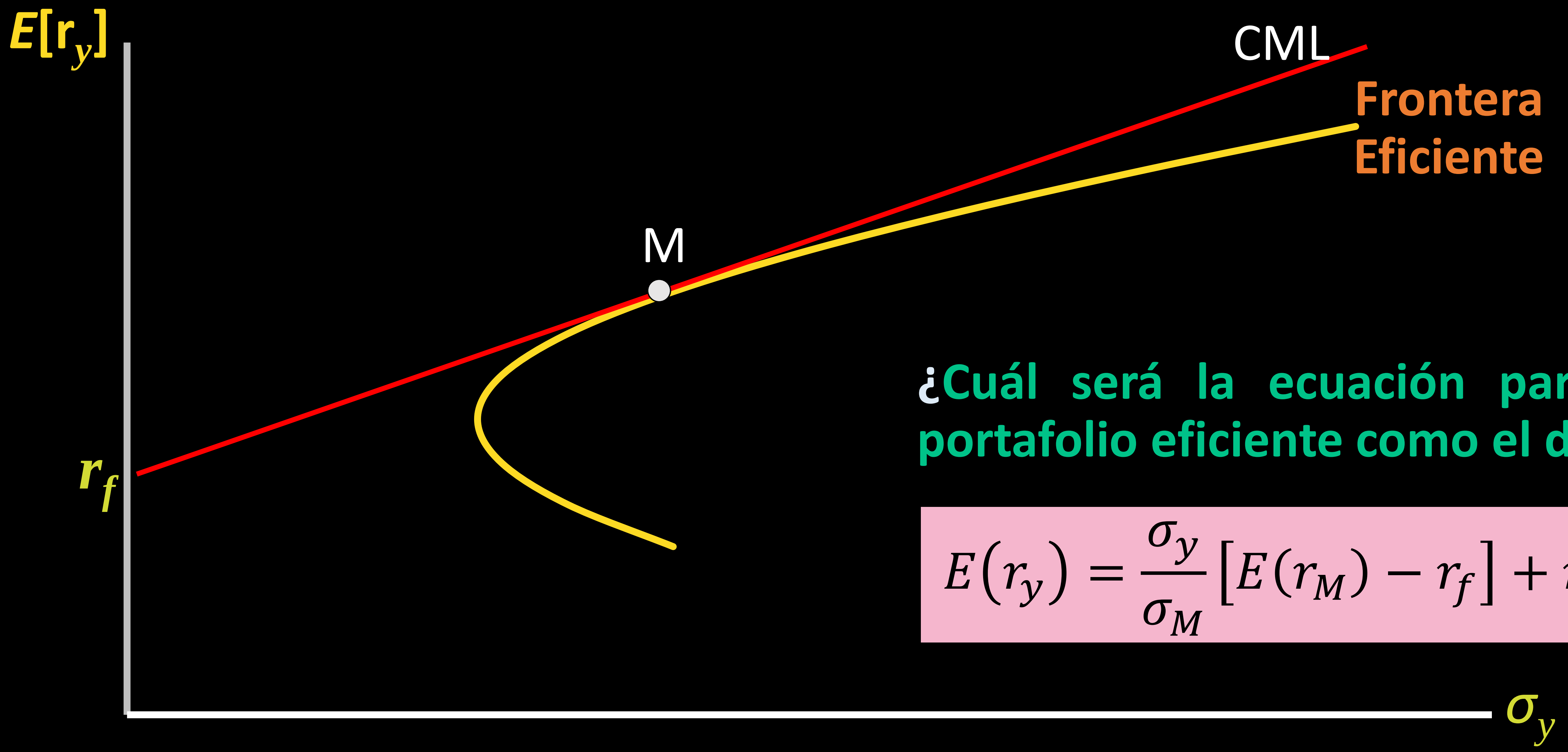
¿Cuál es la proporción de cada activo de riesgo en el portafolio de mercado?

Será el valor de mercado del activo (unidades por valor de cada unidad) dividido por la suma del valor de mercado de todos los activos

¿Por qué todos los activos hacen parte del portafolio de mercado?

Suponga que no hay demanda por la acción de Bancolombia; el precio de esta acción caerá hasta un nivel donde se volverá atractivo tener la acción de Bancolombia y los inversionistas tomarán posición en ella. El mayor apetito por la acción de Bancolombia implica menor apetito por otros activos que no estén tan baratos.

CAPM



¿Cuál será la ecuación para la CML de un portafolio eficiente como el de mercado?

$$E(r_y) = \frac{\sigma_y}{\sigma_M}\left[E(r_M) - r_f\right] + r_f$$

El portafolio de mercado (M) es el más eficiente que se puede obtener.

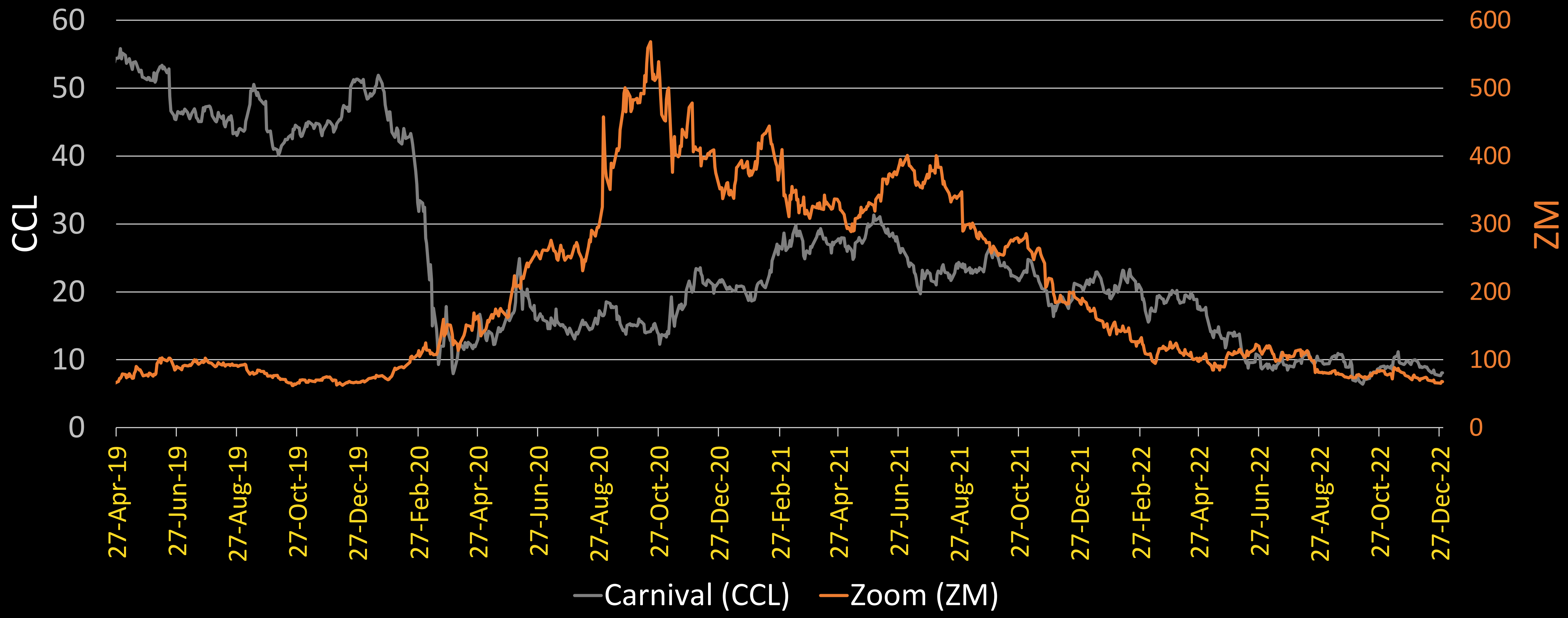
➔ LA ESTRATEGIA PASIVA ES EFICIENTE. Es decir, es eficiente invertir en todos los activos en la proporción que indique su participación dentro del total de activos del mercado.

¿Para qué tener analistas del mercado???

Ser Activos Tiene Sus Momentos (Carnival vs Zoom en tiempos del COVID-19)

UNIVERSIDAD EAFIT

Pero hay momentos en que ser manager activos puede generar retornos extraordinarios. Esos momentos son épocas de crisis o de euforia desmedida (COVID-19, por ejemplo). Los *managers* activos siempre deben saber darle una mirada inteligente al futuro.



Fuente: Investing

Reacción de los Mercados el 9 de Noviembre de 2020

UNIVERSIDAD EAFIT

REUTERS

GLOBAL MARKETS-S&P and Dow advance, Treasury yields soar on potential vaccine

Stephen Culp
Mon, November 9, 2020, 4:36 PM GMT-5 · 4 min read

PFE +7.69% | ^IXIC -1.53% | ^GSPC +1.17%

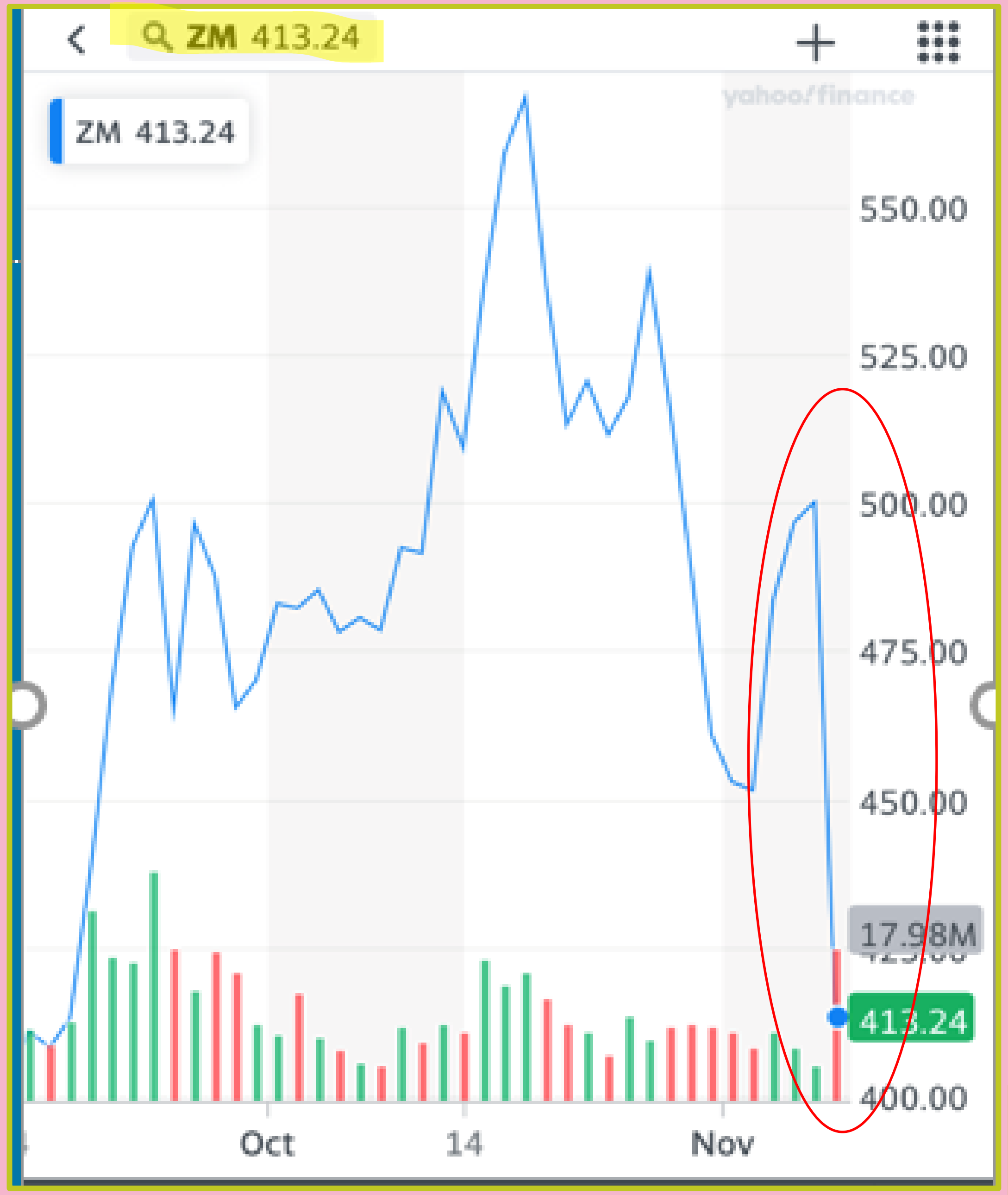
* Pfizer says COVID-19 vaccine is 90% effective

* Crude, U.S. Treasury yields jump, gold slides

* Biden win boosts trade-sensitive currencies

FX Empire

US Stocks Surge on Promising Vaccine News, but Give Back Most Gains On Election 'Irregularities' Concerns



Reuters

US STOCKS-Wall Street rallies on coronavirus vaccine trial results

Reuters

Vaccine euphoria keeps stocks cruising higher

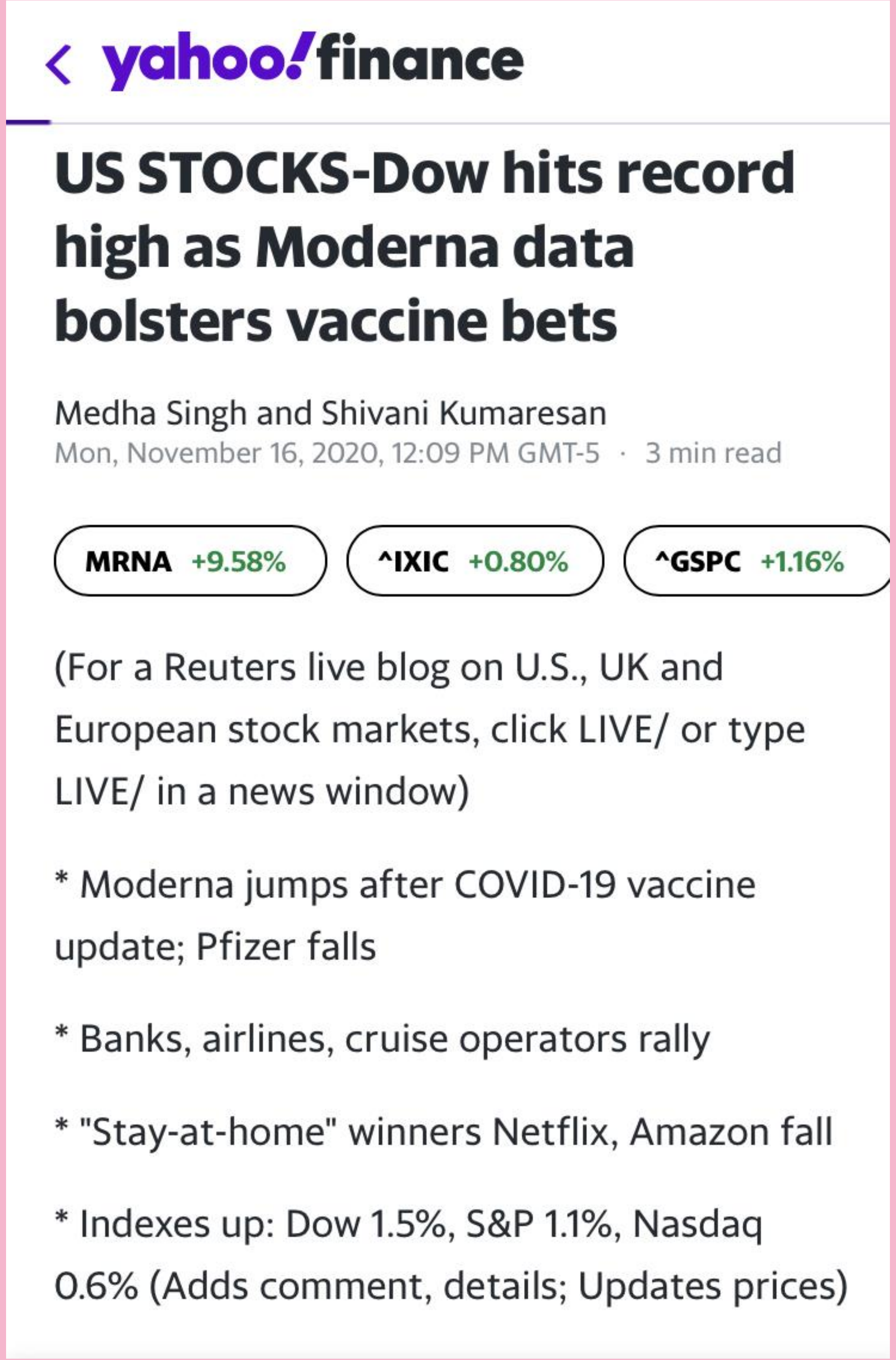
Stock markets and commodities continued to pu...

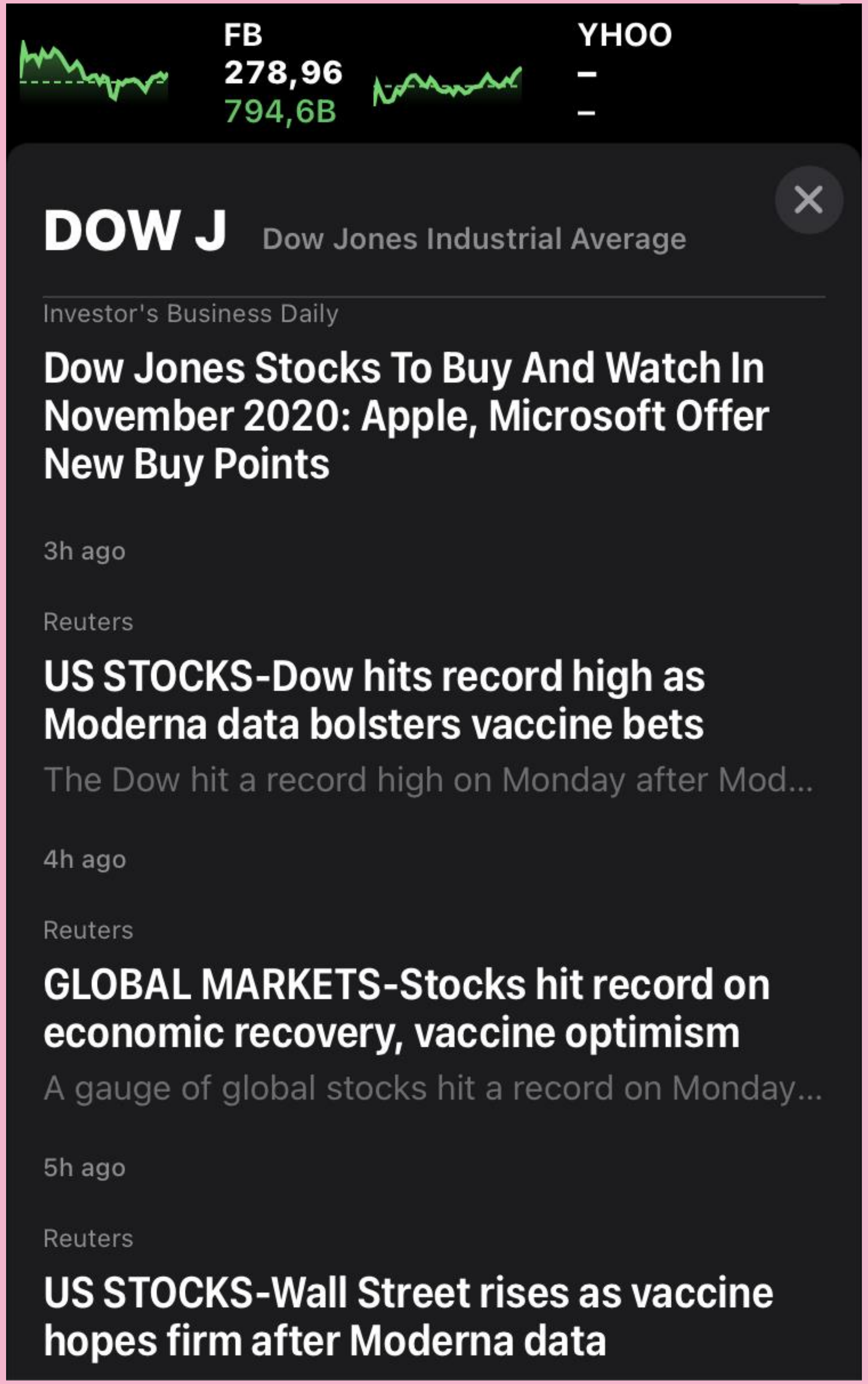
Reuters

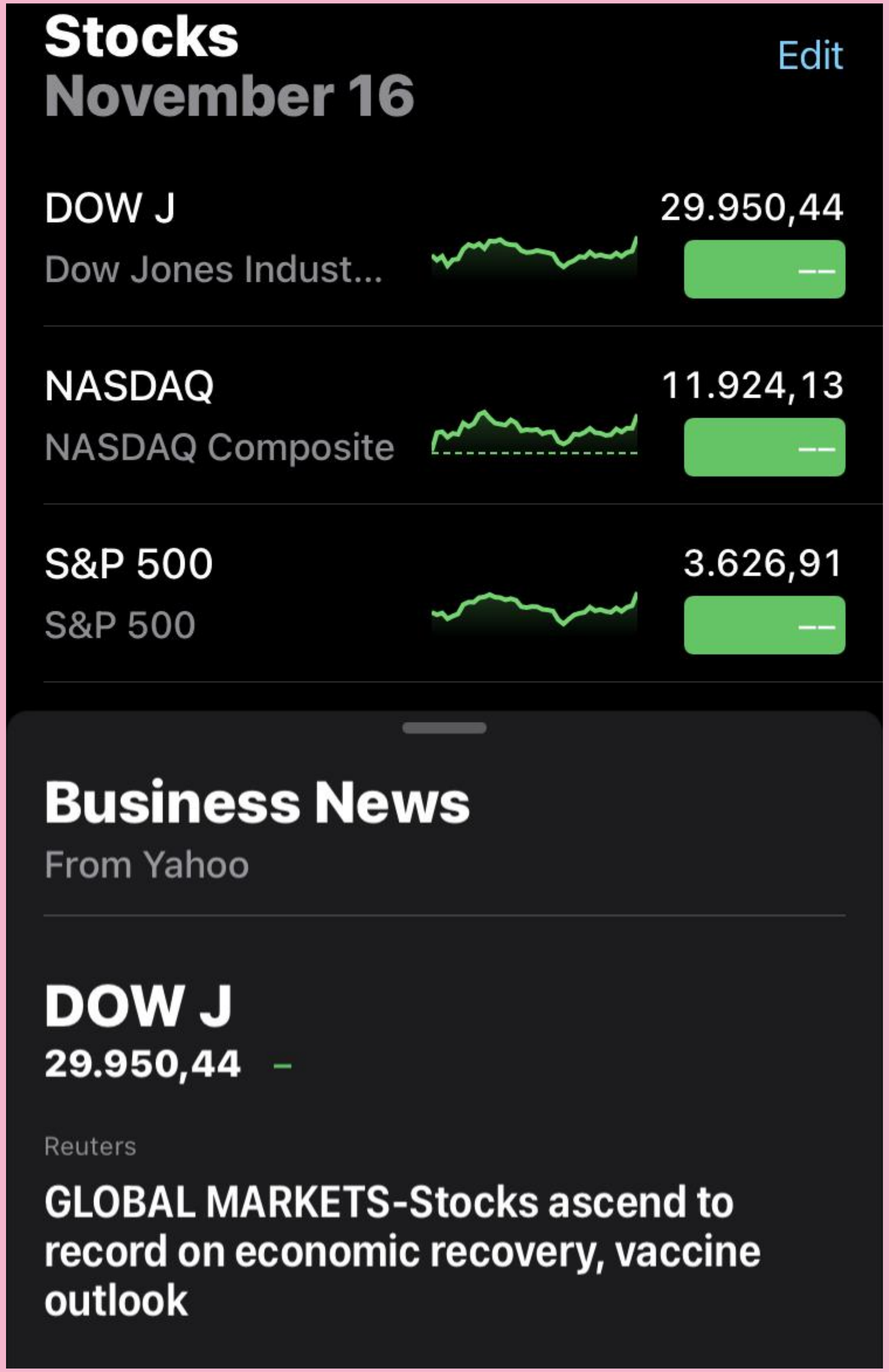
GLOBAL MARKETS-Asian stocks rally as investors applaud vaccine development

Asian share markets mostly shot higher on Tues...

Reacción de los Mercados el 16 de Noviembre de 2020







CAPM

Y si no se trata de un portafolio eficiente, sino de un activo en particular, ¿Cuál sería la expresión que me relaciona riesgo con retorno?

UNIVERSIDAD EAFIT

El precio de mercado del riesgo

Existen **N** inversionistas en la economía que toman decisiones de acuerdo a criterios de media-varianza. Cada uno tiene $1 para invertir.

Inversionista	Aversión al Riesgo	Peso del portafolio riesgoso
1	A_1	$\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M^2 A_1}$
2	A_2	$\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M^2 A_2}$
3	A_3	$\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M^2 A_3}$
…	…	…
N	A_N	$\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M^2 A_N}$

CAPM

El precio de mercado del riesgo

Agregando todos los inversionistas, la riqueza total invertida en el portafolio de Mercado es:

$$\$1 \cdot \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M^2}\left[\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} + \cdots + \frac{1}{A_N}\right]$$

Esta expresión también se puede escribir como:

$$\$1 \cdot \frac{\mu_M - r_f}{\bar{A} \cdot \sigma_M^2} \cdot N$$

Donde:

$$\frac{1}{\bar{A}} = \frac{1}{N} \cdot \left[\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{1}{A_3} + \cdots + \frac{1}{A_N}\right]$$

Si todos los inversionistas van a invertir en el portfolio riesgoso en la misma proporción, **¿Cuál debería ser ese portafolio riesgoso?**

CAPM dice que debe ser el portafolio de mercado

En la economía en que CAPM actúa, la inversión en el portafolio libre de riesgo significa prestar y pedir prestado entre los inversionistas. Cualquier préstamo que se pida se compensa con la posición contraria del prestamista. Por esto la posición neta entre prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo es cero y por eso la posición promedio de los inversionistas en el portafolio de mercado es $y^* = 1$.

Por lo tanto:

$$\mu_M - r_f = \sigma_M^2 \cdot \bar{A}$$

CAPM

Precio de cada uno de los activos de riesgo

El portafolio de Mercado está compuesto por activos riesgosos individuales:

$$r_M = w_1 r_1 + w_2 r_2 + \ldots + w_K r_K$$

Consideremos un inversionista promedio, con una aversión al riesgo promedio

$$U(r) = E(r) - \frac{1}{2}\bar{A} \cdot \sigma^2\,(r)$$

$$E(r) = y^*(w_1^* r_1 + w_2^* r_2 + \ldots + w_K^* r_K) + (1 - y^*) r_f$$

$$\frac{\partial U(r)}{\partial w_i} = \frac{\partial E(r)}{\partial w_i} - \frac{1}{2}\bar{A} \cdot \frac{\partial \sigma^2}{\partial w_i} = 0$$

UNIVERSIDAD EAFIT

Precio de cada uno de los activos de riesgo

Ahora agreguemos una pequeñísima porción dw_i a ese portafolio eficiente. ¿Cuánto va a rentar esa porción agregada?

$dw_i . E(r_i)$ y… ¿cómo la vamos a financiar?

Exacto: con una posición corta (pedir prestado) en la tasa libre de riesgo

¿Qué portafolio tenemos entonces?

$$\boxed{E(r) = r_M + dw_i \cdot E(r_i) - dw_i \cdot r_f}$$

$$\boxed{dE(r) = \cancel{r_M} + dw_i \cdot E(r_i) - dw_i \cdot r_f \quad - \cancel{r_M}} \rightarrow \boxed{\frac{dE(r)}{dw_i} = E(r_i) - r_f}$$

La varianza del nuevo portafolio es:

$$\boxed{Var(r_M) + (d\cancel{w}_i)^2 \cdot Var(r_i) + (d\cancel{w}_i)^2 \cdot Var(r_f) + 2 \cdot dw_i \cdot Cov(r_M, r_i) - 2 \cdot dw_i \cdot Cov(r_{\cancel{M}}, r_f) - 2\,(d\cancel{w}_i)^2 \cdot Cov(r_i, r_f)}$$

$$\boxed{= Var(r_M) + 2 \cdot dw_i \cdot Cov(r_M, r_i)} \qquad \boxed{\frac{dVar(r)}{dw_i} = 2 \cdot Cov(r_M, r_i)}$$

CAPM

Precio de cada uno de los activos de riesgo

Tenemos entonces que:

$$E(r_i) - r_f = \bar{A} \cdot Cov(r_M, r_i)$$

Recordemos que: $E(r_M) - r_f = \bar{A} \cdot \sigma_M^2$

Reemplazando el valor de $\bar{A}$:

$$E(r_i) - r_f = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M^2} \cdot Cov(r_M, r_i)$$

Expresión para el CAPM

Por lo tanto: $E(r_i) - r_f = \beta[E(r_M) - r_f]$

Donde: $E(r_i)$ = Valor esperado del retorno de un activo

r_f = Tasa libre de riesgo

β = Beta del activo

$E(r_M)$ = Valor esperado del retorno del mercado

CAPM

$$E(r_i) - r_f = \beta[E(r_M) - r_f]$$

$$\beta_i = \frac{\mathrm{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$$

Interesantemente, la relación entre el riesgo sistémico y el retorno es LINEAL. Y adicionalmente, el riesgo no es el riesgo total, sino una parte del riesgo, medida de acuerdo con el β.

¿Por qué es lineal? $r_p = w_1.r_1 + w_2.r_2 + w_3.r_3 + \ldots + w_n.r_n$

$$\mathrm{Cov}(r_p, r_M) = \mathrm{Cov}(w_1.r_1 + w_2.r_2 + w_3.r_3 + \ldots + w_n.r_n\ ,\ r_M)$$

$$\mathrm{Cov}(r_p, r_M) = w_1.\mathrm{Cov}(r_1, r_M) + w_2.\mathrm{Cov}(r_2, r_M) + w_3.\mathrm{Cov}(r_3, r_M) + \ldots + w_n.\mathrm{Cov}(r_n, r_M)$$

$$\frac{\mathrm{Cov}(r_p, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{w_1.\mathrm{Cov}(r_1, r_M)}{\sigma_M^2} + \frac{w_2.\mathrm{Cov}(r_2, r_M)}{\sigma_M^2} + \frac{w_3.\mathrm{Cov}(r_3, r_M)}{\sigma_M^2} + \ldots + \frac{w_n.\mathrm{Cov}(r_n, r_M)}{\sigma_M^2}$$

$$\beta_P = w_1.\beta_1 + w_2.\beta_2 + w_3.\beta_3 + \ldots + w_n.\beta_n$$

Esto NO ocurre con el riesgo total, donde:

$$\sigma_p^2 = w_1^2.\sigma_1^2 + w_2^2.\sigma_2^2 + \ldots + w_n^2.\sigma_n^2 + 2.w_1.w_2.\mathrm{cov}(r_1, r_2) + 2.w_1.w_3.\mathrm{cov}(r_1, r_3) + \ldots + 2.w_1.w_n.\mathrm{cov}(r_1, r_n) + \ldots + 2.w_{n-1}.w_n.\mathrm{cov}(r_{n-1}, r_n)$$

Ejemplos:

UNIVERSIDAD EAFIT

- Si el Beta de la acción de Ecopetrol es de 1,2; la tasa libre de riesgo (r_f) es del 5% y el retorno de equilibrio del mercado (Colcap) es del 10%, ¿Cuál deberá ser el retorno de equilibrio de la acción de Ecopetrol?.

- Quiero conformar un portafolio compuesto por tres activos (A, B y C), de tal manera que su Beta (β_p) sea igual a 1. $\beta_A = 1,2$; $\beta_B = 0,7$ y $\beta_C = 0,9$. El retorno esperado del mercado es del 9%, mientras que el retorno esperado de A es del 11%, el de B del 7,5% y el de C del 8,4%. Teniendo como condición que w_i puede ser < 0, identifique la combinación de w_A, w_B y w_C que haga que no se presenten situaciones de arbitraje.

CAPM

- **CAPM** por sus siglas en inglés de **C**apital **A**sset **P**ricing **M**odel: **Modelo de Valoración de Activos de Capital**.
- **Es la base de las finanzas modernas.**
- El modelo nos permite predecir la relación que existe entre el riesgo de un activo y su retorno esperado.
- **¿Por qué es esto importante?**
  - **Primero** porque nos permite saber si el retorno que estamos esperando en un activo está por encima o por debajo del "justo" retorno esperado.
  - **Segundo** porque nos permite conocer el retorno esperado de activos que aún no se transan en el mercado.

CAPM

UNIVERSIDAD EAFIT

- Todo el modelo de selección óptima de portafolios fue desarrollado por **Harry Markowitz** en 1952. El modelo **CAPM** fue desarrollado 12 años más tarde por tres personas: William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin.
- Este es un modelo de equilibrio general y por lo tanto parte del supuesto de que **todos** mercados están en equilibrio. Estos supuestos son:

Supuestos Modelo **CAPM**:

1. Hay muchos inversionistas, cada uno con una riqueza que es pequeña comparada con la riqueza total de la economía. Los inversionistas son tomadores de precios, es decir, sus transacciones no afectan el precio de los activos.

2. **Todos los inversionistas mantienen sus activos durante el mismo período de tiempo.**

CAPM

UNIVERSIDAD EAFIT

Supuestos Modelo **CAPM**:

3 Las inversiones están limitadas al universo de activos financieros que se transan públicamente como acciones y bonos y a las posibilidades de prestar y tomar prestado a las tasas libres de riesgo. Este supuesto deja por fuera inversiones en activos no financieros como educación, compra de acciones de empresas que no transan en Bolsa, entre otros.

4 **No existen costos de transacción ni impuestos.**

5 Todos los inversionistas son optimizadores de media-varianza, es decir, todos siguen el modelo de **Markowitz.**

6 **Todos los inversionistas analizan las acciones de la misma manera y comparten la misma visión sobre la situación económica.**

CAPM

- **Sharpe** resume la idea del modelo **CAPM** en el siguiente comentario:

> "La idea fundamental radica en que no hay razón para esperar un beneficio sólo por asumir un riesgo; si fuera así, haríamos mucho dinero apostando en Las Vegas. Sí debe haber compensación por tomar riesgos, pero sólo por algún riesgo especial, no todo el riesgo".

CAPM

UNIVERSIDAD EAFIT

Los resultados del modelo pueden resumirse en 4 puntos:

1. Todos los inversionistas escogerán un portafolio de activos riesgosos en una proporción que replica el **Portafolio de Mercado (M)**, el cual incluye todos los activos transables. La proporción de cada activo riesgoso en **M** es igual al valor de mercado (número de acciones por precio por acción) dividido por el valor de mercado de todos los activos riesgosos.
2. El portafolio de mercado estará sobre la frontera eficiente y más aún, será el portafolio que es tangente a la **CAL** óptima. Por lo tanto la **Línea del Mercado de Capitales (CML)**, es decir, la línea que va desde el activo libre de riesgo hasta el **portafolio de mercado (M)** es también la **CAL** óptima.

CAPM

Los resultados del modelo pueden resumirse en 4 puntos:

3. La prima de riesgo por comprar el portafolio de mercado será proporcional a su riesgo y al grado de aversión al riesgo del inversionista promedio. En forma matemática:

   $$E\,(r_M) - r_f = A \times \sigma_M^2$$

   Donde: $\boldsymbol{\sigma_M^2}$ es la varianza del portafolio de mercado; **A** es el grado de aversión al riesgo del inversionista promedio. Como **M** es un portafolio eficiente, óptimamente diversificado, $\boldsymbol{\sigma_M^2}$ es el riesgo sistemático de este universo de activos.

Riesgo No Sistemático o Idiosincrático:

Se refiere a eventos inesperados propios de un título en particular o de un número limitado de títulos. Este riesgo se puede evitar a través de diversificación. Ejemplos?

Riesgo Sistemático:

Es aquel que es extensivo a todo el mercado y tiene influencia sobre el precio de todos los títulos del mercado. Ejemplos?

CAPM

Los resultados del modelo pueden resumirse en 4 puntos:

4. La prima de riesgo de activos individuales será proporcional a la prima de riesgo del portafolio de mercado, **M**, y proporcional también al coeficiente Beta del activo respecto al portafolio de mercado.

$$\boxed{\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^{\,2}}}$$

La prima de riesgo de cada activo es:

$$E\,(r_i) - r_f = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^{\,2}}\,[E\,(r_M) - r_f]$$

$$= \beta_i\,[E\,(r_M) - r_f]$$

CAPM

Analicemos de nuevo la expresión del CAPM:

$$E(r_i) - r_f = \beta_i \, [E(r_M) - r_f]$$

El exceso de retorno esperado de un activo es proporcional al exceso de retorno del mercado

$$\beta_i = \frac{E(r_i) - r_f}{E(r_M) - r_f}$$

El Beta es la relación entre el exceso de retorno esperado del activo y el exceso de retorno del mercado.

$\beta > 1$ ➔ El retorno esperado del activo (una acción por ejemplo) es mayor al retorno esperado del mercado. Son acciones "agresivas".

$\beta < 1$ ➔ El retorno esperado del activo (una acción por ejemplo) es menor al retorno esperado del mercado. Son acciones "conservadoras".

El CAPM explica el retorno esperado de un activo como función de un solo factor: el mercado

CAPM: Retorno Esperado de Cada Activo

¿El hecho de que en la realidad no todos los inversionistas poseen el portafolio de mercado, hace que el CAPM pierda importancia?

La respuesta es que **NO necesariamente**. Un portafolio adecuadamente diversificado sólo dejará vigente el riesgo sistemático o de mercado. Este portafolio seguro tendrá una altísima correlación con el portafolio de mercado, haciendo que el CAPM tenga vigencia.

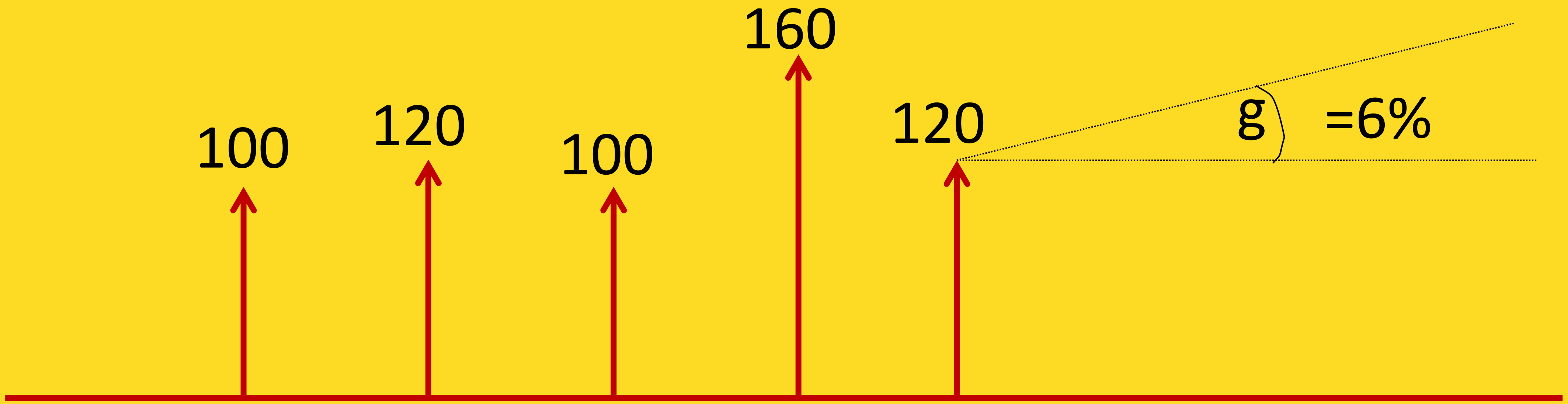
¿Es el modelo CAPM válido para el mercado colombiano?

Taller 3

CAPM: Retorno Esperado de Cada Activo

Aplicación:

- **¿Cuál es el valor de una empresa que tiene los siguientes flujos?**



La empresa tiene la siguiente estructura de capital:

35% Deuda	65% Patrimonio

- La tasa de interés de la deuda es del 10%

  Suponga que el β de esta acción es de 1.2 y el retorno esperado del mercado es del 10%. La tasa libre de riesgo es del 3%.

- ¿Cuál es el valor de la empresa**?**

Ejercicio 1

- Usted es un consultor para una compañía importante que está considerando un proyecto con los siguientes flujos netos después de impuestos (en millones de dólares):

Años desde Hoy	Flujo de Caja Después de Impuestos
0	-40
1 - 10	15

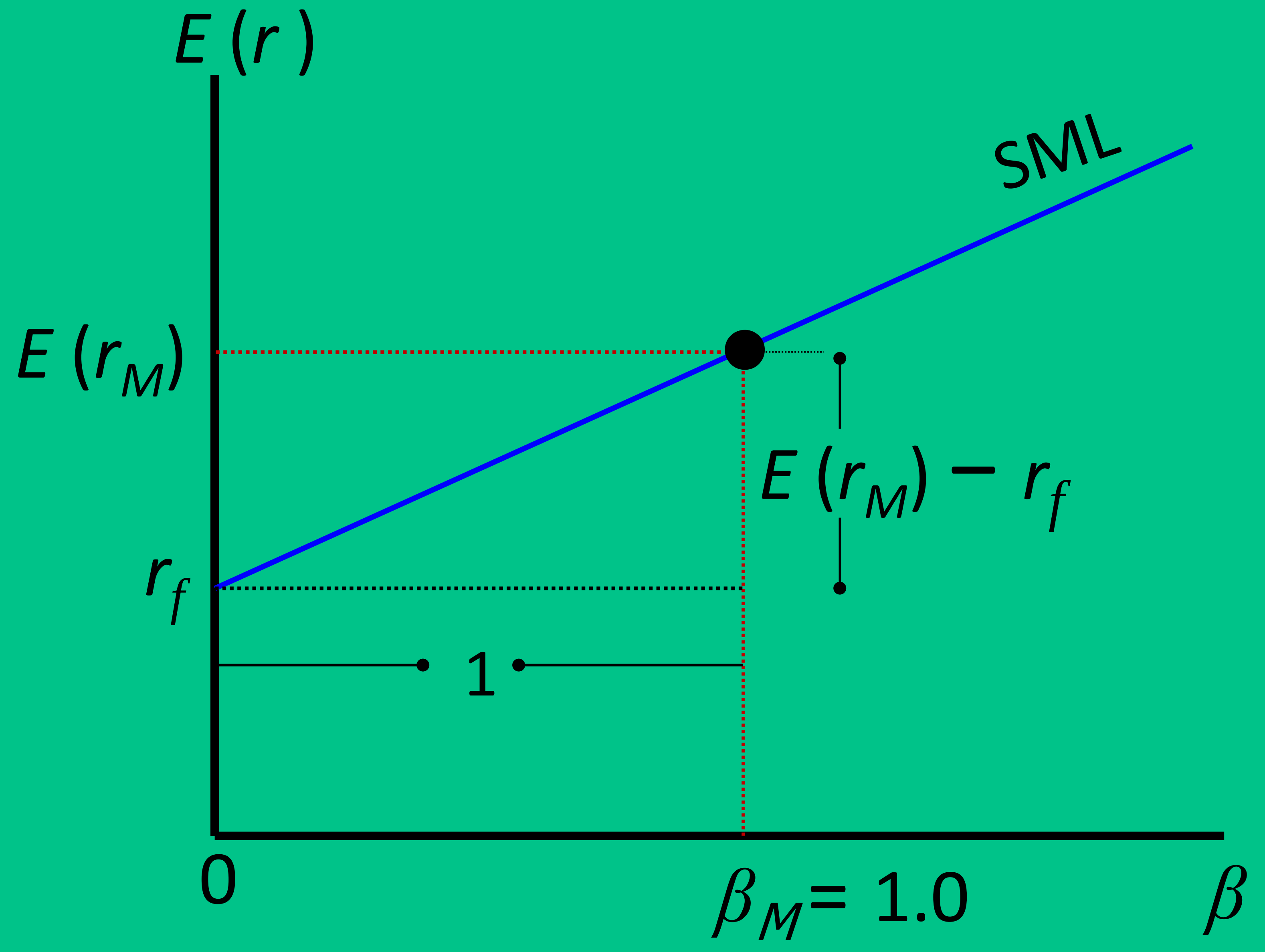
El Beta del proyecto es 1.8. Asumiendo que r_f = 8% y $E[r_M]$ = 16%, ¿Cuál es valor presente neto del proyecto?. ¿Cuál es el Beta más alto posible antes de que el NPV se vuelva negativo?. El proyecto está financiado 100% con *Equity*

La Línea de Títulos del Mercado
“Security Market Line” (SML)

SML

- La SML muestra gráficamente la relación entre el retorno esperado y el Beta. En otras palabras, es la gráfica de la ecuación:

$$E(r_i) - r_f = \boldsymbol{\beta}_i [E(r_M) - r_f]$$



SML

¿En qué se parecen la CML y la SML?

Ambas son una gráfica de primas de riesgo contra riesgo

¿En qué se diferencian?

1. Mientras que la **CML** relaciona la prima de riesgo de portafolios eficientes (portafolios compuestos por activos riesgosos y el activo libre de riesgo) con el riesgo, la **SML** relaciona la prima de riesgo de activos individuales, los cuales hacen parte de portafolios correctamente diversificados, con el riesgo
2. Mientras que la **CML** utiliza la desviación estándar (DS) como medida del riesgo, la **SML** utiliza el Beta como medida del riesgo. Ambas son medidas de riesgo adecuadas porque en un portafolio diversificado la DS es el riesgo que la diversificación no puede anular.

SML

- La **SML** provee una referencia para evaluar el comportamiento de una inversión. Dado el beta de una inversión, la **SML** permite conocer la rentabilidad requerida de esa inversión, para compensar a los inversionistas por el riesgo que están tomando y por el valor del dinero en el tiempo.

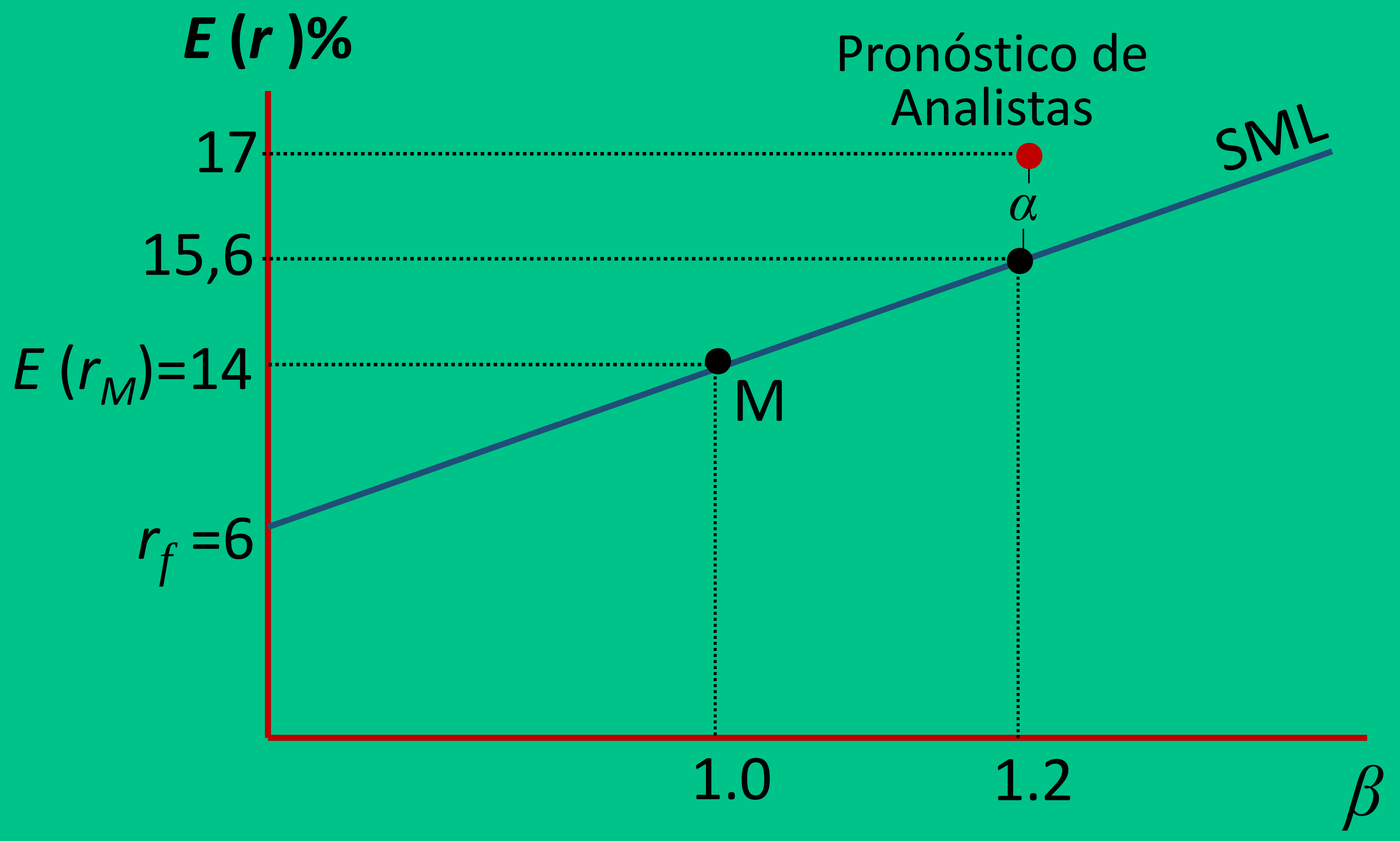
- Gracias a que la **SML** muestra la relación entre la rentabilidad esperada y el Beta de un activo, aquellos activos que estén valorados adecuadamente caerán justo sobre esta línea. Activos que estén sub-valorados estarán por encima de la **SML** y activos sobre-valorados estarán por debajo de la **SML**

SML

- Asumamos por un momento que el CAPM no aplica y que los bancos tienen analistas para pronosticar precios de activos. Para saber si es oportunidad de compra o de venta, de acuerdo con esas expectativas de rentabilidad, lo mejor es graficar la rentabilidad esperada contra el Beta y comparar con la **SML**.
- Si están por encima de la **SML** es oportunidad de compra. Si están por debajo de la **SML** es oportunidad de venta
- La diferencia entre la rentabilidad esperada de un activo y la rentabilidad "justa" de acuerdo con la **SML** se conoce como el Alfa (***a***).

SML

- Por ejemplo, si el retorno esperado del mercado es 14%, el activo tiene un beta de 1,2 y la tasa libre de riesgo es del 6%, la **SML** predice una rentabilidad del activo de 6 + 1,2 (14 – 6) = 15,6%. Si los analistas esperan una rentabilidad del 17%, el alfa será de 1,4%.



Ejercicio 2

- Usted es un manejador de portafolios en una compañía de inversiones y está evaluando el posible desempeño de dos acciones: Laboratorios Fujuyama y Tejidos Rosita. Usted ha levantado la siguiente información:
  - r_f = 5%
  - Retorno esperado del mercado = 11.5%
  - Beta de Laboratorios Fujuyama = 1.5
  - Beta de Tejidos Rosita = 0.8
- Basado en su propio análisis, Usted pronostica el retorno de las dos acciones: 13.25% para Fujuyama y 11.25% para Tejidos Rosita. Calcule la tasa de retorno requerida para la acción de Laboratorios Fujuyama y para la acción de Tejidos Rosita. Indique si cada acción está subvalorada, justamente valorada o sobrevalorada.

Ejercicio 3

Su cliente tiene ahorrados para el retiro US$1.000.000. El dinero está invertido en un portafolio diversificado de acciones de los Estados Unidos. Usted, como asesor financiero, le quiere recomendar que mueva algo de ese dinero hacia alguno de los siguientes fondos mutuos. La tabla muestra el resultado de los fondos entre 2010 y 2020. Durante el mismo período el S&P500 (Índice de Acciones de los Estados Unidos) retornó 13,7% anualmente y tuvo una desviación estándar del 15,9%. La tasa de los bonos del Tesoro Americano en promedio fue del 4,5%.

- ¿Cuál de los fondos mutuos invierte en las acciones más riesgosas y por qué?
- ¿Usted le va a recomendar a su cliente que invierta en alguno de estos fondos? ¿Por qué sí o por qué no?

Fund	Average return	Std deviation	Beta
Lucky Street	11.3%	21.8%	0.7
Bull Market Value Fund	13.9	27.2	1.1
High Five Growth	16.3	29.1	1.3

Ejercicio 4

Si el modelo CAPM es válido, ¿es válida esta situación?

a)

Portafolio	Retorno Esperado	Beta
A	20	1.4
B	25	1.2

b)

Portafolio	Retorno Esperado	Desviación Estándar
Tasa libre de riesgo	10	0
Mercado	18	24
A	20	22

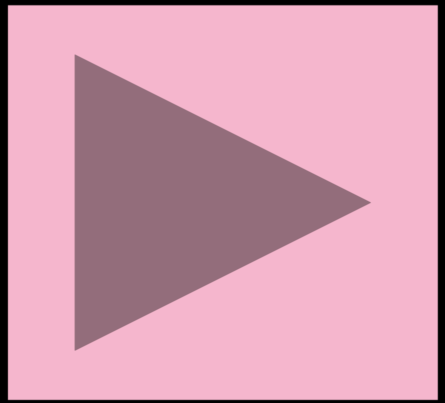
c)

Portafolio	Retorno Esperado	Desviación Estándar
Tasa libre de riesgo	10	0
Mercado	18	24
A	16	22

Ejercicio 5

UNIVERSIDAD EAFIT

- Calculemos en Excel el Beta de la acción de Ecopetrol



- Estime la SML

¿Cómo Testear el Modelo CAPM?

Recordemos una vez más el modelo **CAPM**:

$$E(r_i) - r_f = \beta[E(r_M) - r_f]$$

Pensemos en la regresión que acabamos de correr:

ϵ_i indica el riesgo idiosincrático

$$r_i - r_f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\left[r_M - r_f\right] + \epsilon_i$$

Beta indica el riesgo sistémico

¿Alguna idea de cómo lo podemos testear**?**

R^2?, α?, β?

¿Cómo Testear el Modelo CAPM?

Finalmente, dado que la regresión econométrica que estamos corriendo es:

$$r_i - r_f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\left[r_M - r_f\right] + \epsilon_i$$

Obtengamos la varianza a ambos lados:

$$\underbrace{Var(r_i)}_{\text{riesgo total}} = \underbrace{\hat{\beta}^2 \cdot Var(r_M)}_{\text{riesgo sistémico}} + \underbrace{Var(\epsilon_i)}_{\text{riesgo idiosincrático}}$$

- ¿Cuál es el riesgo total, riesgo sistémico y riesgo idiosincrático de la acción de Ecopetrol?
- ¿Qué porcentaje del riesgo total de la acción de Ecopetrol corresponde a riesgo sistémico y qué porcentaje a riesgo idiosincrático? Compare ese % del riesgo sistémico con el R^2 de la regresión que estimó.

Ejercicio

De Investing baje el retorno semanal de 10 años de Apple y calcule el riesgo sistémico y el idiosincrático contra el NASDAQ

Ejercicio 6

Un inversionista posee un portafolio formado únicamente por 2 tipos de acciones. Sabiendo que el beta del activo A es de 0.50 y el del activo B de 1.2. Si el inversionista desea obtener un portafolio con un beta igual a 1:

a) Determine la proporción a invertir en el activo A para lograr ese portafolio.

b) Si después de construir ese portafolio, el inversionista decide que invertirá un 20% de su riqueza en cash (dinero líquido) y el otro 80% en ese portafolio, ¿cuál será el beta final de su inversión? ¿es esta una buena inversión?

Ejercicio 7

Los dos activos mostrados abajo están correctamente "priceados" de acuerdo con el modelo CAPM:

Activo **A**:	$E[r_A] = 8\%$	$\beta_A = 0.4$	$\sigma_A = 6\%$
Activo **B**:	$E[r_B] = 16\%$	$\beta_B = 1.2$	

Responda a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el retorno esperado del portafolio de mercado?

b) ¿Cuál es el beta del portafolio de mercado?

c) ¿Cuál es el riesgo total del portafolio de mercado, dado que la covarianza del activo **A** con el mercado es de 0.00225?

d) ¿Cuál es el retorno esperado del activo **C** dado que está perfectamente correlacionado con el activo **A** y que su riesgo total (σ_C) es de 11.25%?

e) ¿Cuál es el riesgo total del activo **B** dado que su coeficiente de correlación con el portafolio de mercado es 0.9?

f) Revise la relación entre el retorno esperado y el riesgo total de los activos A, B, C y el portafolio de mercado. ¿Qué puede concluir, particularmente en comparación con la relación entre el retorno esperado y el riesgo sistémico?

APT “*Arbitrage Pricing Theory*”

“Teoría de Obtención de Precios por Arbitraje”

APT

Fue desarrollado por Stephen Ross en 1976.

Al igual que el CAPM, el APT predice una SML que liga riesgo con retorno; sin embargo, el camino que sigue para lograrlo es muy diferente. El APT descansa sobre 3 grandes propuestas:

1. El retorno de los activos puede ser descrito por un modelo de factores.
2. Existen suficientes títulos como para poder diversificar bien y eliminar el riesgo idiosincrático.
3. Las oportunidades de arbitraje no duran mucho. Los mismos mercados se encargan de cerrarlas.

APT

UNIVERSIDAD EAFIT

¿Qué se entiende por arbitraje?

Es la posibilidad de obtener una ganancia, con cero riesgo, en un trading, en el cual no hay que desembolsar nada inicialmente

- El **APT** permite conocer el precio de los activos, basándose en el principio de que no existen oportunidades de arbitraje.

➔ Suponga por ejemplo que en un mercado existe un activo a un precio y el mismo activo se transa en otro mercado por encima. Existe una oportunidad de arbitraje al vender en corto el activo caro y comprar el de menor precio.

➔ Note cómo uno de los requisitos necesarios para que se puedan aprovechar las oportunidades de arbitraje es que exista la posibilidad de ventas en corto

APT

El modelo **CAPM** nos permitió conocer la relación entre rentabilidad esperada y riesgo, medido de acuerdo con el Beta. El mercado es el único factor de riesgo en este modelo. Se necesita un portafolio de mercado, el cual no es observable.

El modelo **APT** permite también conocer la relación entre rentabilidad esperada y riesgo, pero usando una metodología diferente. No es un modelo de equilibrio. No depende de que se tenga el portafolio de mercado. Como en el modelo CAPM, en el APT las diferencias en el retorno esperado obedecen a diferencias en el riesgo no diversificable.

Como lo dijimos anteriormente, Stephen Ross desarrolló el modelo APT en 1976 y en él incluyó varios factores sistemáticos para explicar el precio de los activos. Comencemos con una versión de un solo factor:

APT

- Suponga que la incertidumbre en el retorno de los activos proviene de dos fuentes: una común a todos los activos que puede ser de origen macroeconómico y otra específica a la empresa.

- Si hubiera total certeza sobre el valor de la variable Macro, no sería una fuente de incertidumbre. Sin embargo, el valor esperado de la desviación respecto a su valor real es cero.

- Si llamamos **F** la desviación entre el valor observado de la variable Macro y el valor esperado, β_i la sensibilidad de la empresa a ese factor y e_i la incertidumbre inherente a esa empresa, entonces:

APT

$$R_i = E[R_i] + F.\beta_i + e_i$$

Quiere decir que el exceso de retorno del activo es igual al valor esperado inicialmente más eventos inesperados en la economía (con un valor esperado de cero), más eventos propios de la empresa (con un valor esperado de cero)

Valor esperado inicialmente

Eventos inesperados en la economía

Eventos propios de la empresa

Por ejemplo: suponga que el consenso de inflación es del 5,5% y el β del retorno con respecto a ese factor es de -1,5. Si la inflación termina en el 6,5%, ese desfase de 1% tendrá un impacto negativo de 1,5% en el retorno del activo

APT

- De nuevo, el retorno real de un activo será el retorno esperado si no se presentaran cambios en los factores de riesgo.

$$R_i = E[R_i] + \beta_i . F + e_i \quad (1)$$

- Y el retorno real de un portafolio compuesto por muchos activos será:

$$R_p = E[R_p] + \beta_p . F + e_p$$

Donde: $\beta_p = \sum w_i . \beta_i$; $e_p = \sum w_i . e_i$ y $E[r_p] = \sum w_i . E[r_i]$

- Desagregando la varianza del portafolio tenemos:

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 . \sigma_F^2 + \sigma^2(e_p)$$

Donde: σ_F^2 = Varianza del factor F

$\sigma^2(e_p)$ = El riesgo no sistemático del portafolio

APT

- Si el portafolio **P** está bien diversificado, el término e_p será:

cero Por lo tanto la expresión que nos queda para un portafolio P bien diversificado será: $\mathbf{R_p = E[R_p] + \beta_p.F}$

- Volviendo a la expresión para un activo i :

$\mathbf{R_i = E[R_i] + \beta_i.F + e_i}$; es decir:

$$\mathbf{R_i = E[R_i] + \beta_{i1}.F_1 + \beta_{i2}.F_2 + \ldots\ldots + \beta_{in}.F_n + e_i}$$

Donde n es del número de factores considerados

$$\mathbf{R_i = E[R_i] + \beta_{i1}.[f_1 - E(f_1)] + \beta_{i2}.[f_2 - E(f_2)] + \ldots\ldots + \beta_{in}.[f_n - E(f_n)] + e_i}$$

- APT nos aporta la expresión para **E[R$_i$]**

$$\mathbf{E[R_i] - r_f = \beta_{i1}.\lambda_1 + \beta_{i2}.\lambda_2 + \ldots\ldots + \beta_{in}.\lambda_n}$$

Donde λ_n son las primas de riesgo de cada factor n (retorno esperado del *n-ésimo* factor menos r_f)

Resumiendo: $E[R_i] - r_f = \sum_{n=1}^{n} \beta_{in}\lambda_n$ (2)

Esta ecuación es el modelo APT

APT

UNIVERSIDAD EAFIT

- ¿Qué son esas primas de riesgo λ_n? **$\lambda_n = (r_n - r_f)$**
- Recordemos una vez más que: $R_i = E[R_i] + \sum_{n=1}^{n} \beta_{in} \mathrm{F}_n + e_i$
- De la ecuación del modelo APT tenemos que:

$$E[R_i] - r_f = \sum_{n=1}^{n} \beta_{in} \lambda_n$$

- Combinando estas dos expresiones nos queda: $R_i - r_f = \sum_{n=1}^{n} \beta_{in} (\lambda_n + F_n) + e_i$ 3

El exceso de retorno de un activo es igual a la sumatoria de las sensibilidades de ese activo a los diferentes factores de riesgo (β_{in}), multiplicado por la suma de las primas de riesgo de esos factores (λ_n) y las desviaciones de las expectativas de esos factores (F_n), más el riesgo inherente a cada activo (e_i).

Problemas con el APT

- ¿Cuáles son esos factores de riesgo que son transversales a todos los activos?. El modelo **NO** nos lo dice.

  Solución: hay que mirar un grupo grande de activos y ver qué factores como crecimiento del PIB, inflación, tasas de interés, etc., puedan ser comunes a todos.

- ¿Cuál es el valor esperado de esos factores de riesgo $E(f_n)$?

  Es difícil saber qué espera el mercado que sean esos "retornos" de los factores de riesgo. **Solución**: crear portafolios que repliquen los factores de riesgo. Llamémoslos portafolios de factores.

- ¿Qué características tienen esos portafolios de factores?

  Tienen un β_n=1 con el factor de riesgo n y β_n=0 con los demás factores de riesgo.

APT y Los Portafolios de Factor

Dado que estos portafolios de factores también cumplen con el modelo **APT**, sus excesos de retorno esperado debe ser igual al *Risk Premium* (prima de riesgo), es decir:

$E[r_n] = E[f_n] = r_f + \lambda_n$

Ecuación del modelo APT: $E[R_i] - r_f = \sum_{n=1}^{n} \beta_{in} \lambda_n$

Como en un portafolio de factor el β=1 respecto a ese factor, entonces:

$E[f_n] - r_f = \lambda_n \rightarrow E[f_n] = r_f + \lambda_n \rightarrow E[r_n] = r_f + \lambda_n$

Recordemos que: $F_n = f_n - E(f_n) \rightarrow F_n = f_n - (r_f + \lambda_n)$ 4

Recordemos la ecuación 3: $R_i - r_f = \sum_{n=1}^{n} \beta_{in}(\lambda_n + F_n) + e_i$ Reemplacemos 4 en 3

$$R_i - r_f = \sum_{n=1}^{n} \beta_{in}(r_n - r_f) + e_i \quad 5$$

APT y Los Portafolios de Factor

Es decir, a la pregunta de: ¿Qué primas de riesgo utilizar?, podemos responder que serán el promedio del retorno histórico de cada uno de esos portafolios de riesgo. Es decir, la ecuación

$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{i}}] - \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\mathbf{1}}\lambda_1 + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\mathbf{2}}\lambda_2 + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\mathbf{3}}\,\lambda_3 + \cdots + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\boldsymbol{n}}\lambda_{\boldsymbol{n}}$$

Es equivalente a la ecuación:

$$\boldsymbol{E}[\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{i}}] - \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\mathbf{1}}(\bar{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{1}} - \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{f}}) + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\mathbf{2}}(\bar{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{2}} - \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{f}}) + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\mathbf{3}}\,(\bar{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{3}} - \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{f}}) + \cdots + \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{i},\boldsymbol{n}}(\bar{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{n}} - \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{f}})$$

Donde $\bar{r}_n$ es el retorno esperado (promedio histórico) de cada uno de los portafolios de factor. Recuerden que cada portafolio de factor tiene un β=1 con el factor de riesgo que representa y β=0 con los demás factores de riesgo.

APT Multifactor

- Por ejemplo, si la inflación esperada es del 6% y el PIB esperado es del 4%. El β con respecto a PIB (β_{PIB}) es de 0,75 mientras que el β con respecto a la inflación (β_{INF}) es de 0,5. La tasa libre de riesgo (r_f) es del 8%. **¿Cuál es el retorno esperado del portafolio?**

  $$E(r_p) = (0{,}75)(4\%) + (0{,}5)(6\%) + (1 - 0{,}75 - 0{,}5)(8\%) = 4\%$$

- Cuando vimos el APT para un solo factor habíamos llegado a la siguiente expresión:

  $$E(r_p) = r_f + \beta_p[E(r_M) - r_f].$$

- La expresión a la que llegamos en el slide anterior es:

  $$E(r_p) = \beta_1.E(r_1) + \beta_2.E(r_2) + (1 - \beta_1 - \beta_2).r_f$$

- Note que la segunda expresión es una generalización de la primera.

APT Multifactor

- La implementación del APT Multifactor también implica la posibilidad de contar con los llamados **portafolios de factor** (factor portfolios), los cuales, tal como se comentó anteriormente, son portafolios bien diversificados que tiene un $\beta = 1$ respecto a uno de los factores y $\beta = 0$ respecto a los otros factores
- Es posible construir estos portafolios de factores porque tenemos (al menos en teoría), una gran cantidad de acciones para escoger y muy pocos factores de riesgo.
- El retorno de estos portafolios de factores siguen perfectamente los movimientos en un factor de riesgo, pero estarán descorrelacionados con los demás.

Ejemplo

Suponga que hay dos portafolios de factores, 1 y 2, con retornos esperados de $E(r_1) = 10\%$ y $E(r_2) = 12\%$. La tasa libre de riesgo es 4%.

¿Cuál será la prima de riesgo en el portafolio de factor 1 y cuál la del portafolio de factor 2?

APT Multifactor

Ejemplo (Cont.)

Ahora considere un portafolio **A**, bien diversificado, con un beta de β_{A1}=0.5 respecto al primer factor y β_{A2}=0.75 con respecto al segundo factor.

El modelo **APT** dice que la prima de riesgo de este portafolio debe ser igual a la suma de las primas de riesgo requeridas para compensar por cada fuente de riesgo sistémico.

El retorno atribuible al primer factor de riesgo será el beta (β_{A1}), multiplicado por el exceso de retorno del factor 1 **[**$E(r_1) - r_f$**]**

Por lo tanto la parte del retorno del portafolio **A** que es atribuible a su exposición al factor 1 es 0.5×(10% - 4%) = 3%.

Por lo tanto la parte del retorno del portafolio **A** que es atribuible a su exposición al factor 2 es 0.75×(12% - 4%) = 6%.

La prima de riesgo total del portafolio **A** será 3% + 6% = 9% y por lo tanto el retorno esperado de dicho portafolio será 9% + 4% = 13%

APT Multifactor

Ejemplo (Cont.)

Suponga que por alguna razón el retorno esperado del portafolio **A** es 12% en lugar del 13%. Esto daría lugar a arbitraje. ¿Por qué?

Construya un portafolio **Q** con un peso $w_1=\beta_1$ en el portafolio de factor 1, un peso $w_2= \beta_2$ en el portafolio de factor 2 y un peso $w_3=(1 - \beta_1 - \beta_2)$ en la tasa libre de riesgo. Este es un portafolio con los mismos componentes del portafolio **A**. El retorno esperado de ese portafolio será 13%.

Acórtese en $1 millón en el portafolio **A** y con lo que reciba, invierta en el portafolio **Q**.

Su inversión neta es de cero, su riesgo es cero y aún así Usted está haciendo una utilidad del 1%.

APT Como Modelo de Arbitraje

¿Por qué el APT es un modelo de Arbitraje?

Recordemos la ecuación que representa el precio de un activo i:

$$E[R_i] - r_f = \beta_{i,1}(\bar{r}_1 - r_f) + \beta_{i,2}(\bar{r}_2 - r_f) + \beta_{i,3}\,(\bar{r}_3 - r_f) + \cdots + \beta_{i,n}(\bar{r}_n - r_f)$$

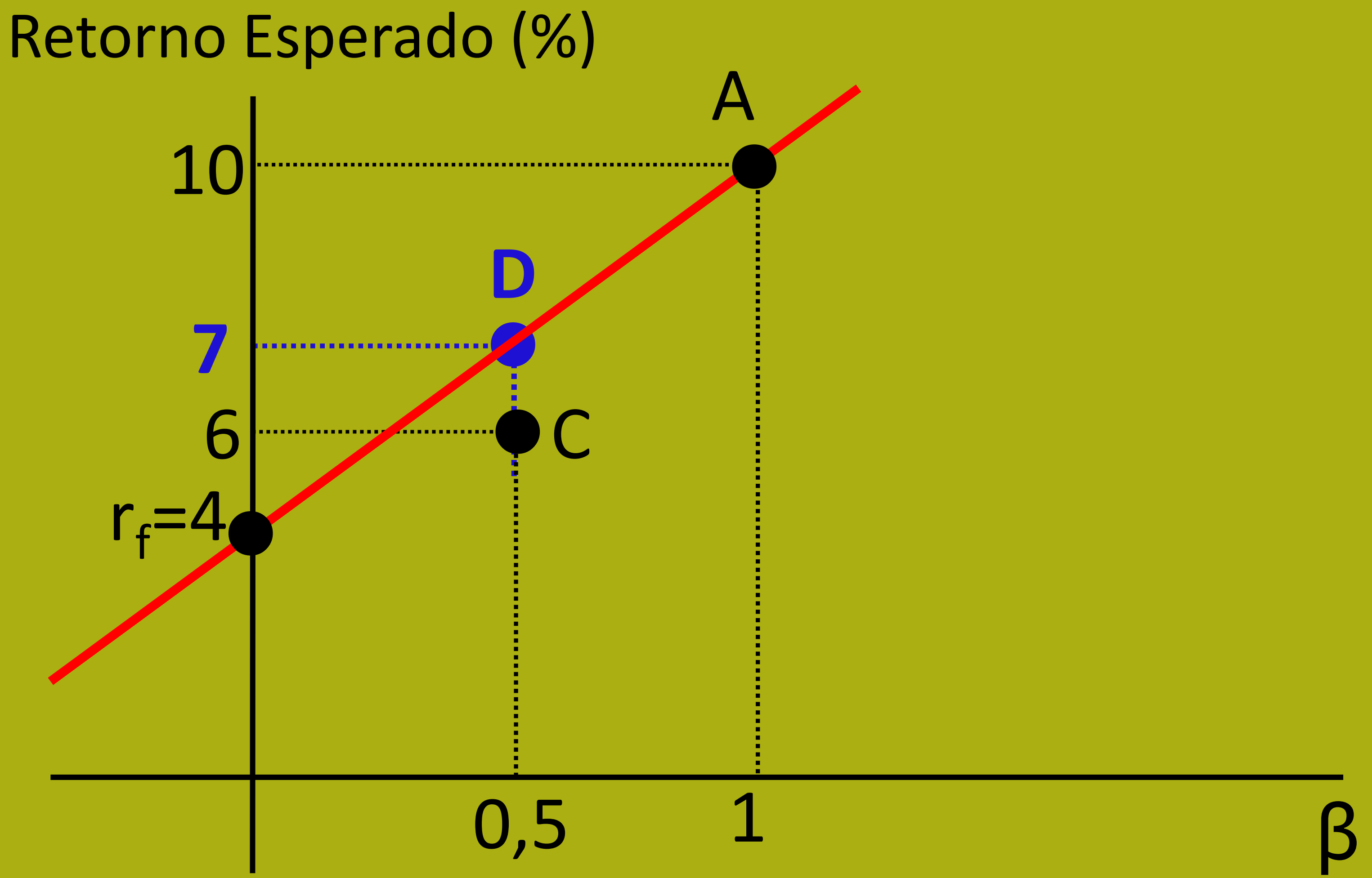
Reescribiendo:

$$E[R_i] = \beta_{i,1}(\bar{r}_1) + \beta_{i,2}(\bar{r}_2) + \beta_{i,3}\,(\bar{r}_3) + \cdots + \beta_{i,n}(\bar{r}_n) + [1 - \beta_{i,1} - \beta_{i,2} - \beta_{i,3} \ldots - \beta_{i,n}] \cdot r_f$$

Si esa igualdad se cumple, el retorno del activo i debe ser igual a tener el portafolio de factor 1 en una proporción $\beta_{i,1}$, más tener el portafolio de factor 2 en una proporción $\beta_{i,2}$, más tener el portafolio de factor 3 en una proporción $\beta_{i,3}$, más una posición en el activo libre de riesgo en una proporción $[1 - \beta_{i,1} - \beta_{i,2} - \beta_{i,3} - \ldots - \beta_{i,n}]$

No Arbitraje y el APT (Distintos β)

- ¿Qué pasa cuando los portafolios tienen distintos β?. Suponga que tenemos el portafolio **C** con β=0,5 y retorno esperado = 6%. r_f = 4%. Grafiquemos **C** y **A**:



C y **D** tienen el mismo β pero con **D** se espera un mayor retorno. Esto implica ARBITRAJE.

¿Cómo? ¿Cuál es la utilidad libre de riesgo?

Para que no se presente arbitraje, cuando se tienen dos portafolios bien diversificados con distintos betas, sus primas de riesgo deben ser proporcionales al beta:

$$\frac{E(r_U) - r_f}{\beta_U} = \frac{E(r_V) - r_f}{\beta_V}$$

Ahora considere un portafolio **D**, compuesto por 50% de A y 50% de r_f. El retorno esperado es: (½)10 + (½)4 = 7 y el β_D= (½)1,0 + (½)0 = 0,5. **En la gráfica:**

CAPM y APT

Tanto **CAPM** como **APT** producen SMLs, pero mientras el **CAPM** parte del portafolio de mercado, el modelo **APT** parte de un portafolio bien diversificado, pero no necesariamente el portafolio de mercado.

- Por lo tanto **APT** tiene mayor flexibilidad que **CAPM**, pues no tiene el problema de tener que encontrar el portafolio de mercado. Por ejemplo, el **APT** justifica el uso de un Índice Accionario como el S&P 500 como portafolio bien diversificado, mientras que **CAPM** no.

CAPM y APT

UNIVERSIDAD EAFIT

APT NO domina totalmente a **CAPM**. Aunque el portafolio de mercado, punto de partida de **CAPM**, no es observable, **CAPM** hace que la relación retorno esperado-beta aplique para **todo** activo. Por el contrario, **APT** debe aplicar para portafolios bien diversificados y para la mayoría de activos, pero permite la existencia de **algunos** activos en los que no aplique la relación retorno esperado-beta.

Ejercicio 1

Los siguientes cuatro factores han sido identificados como explicativos del retorno de una acción, y la sensibilidad a cada factor y la prima de riesgo asociada con cada factor se ha calculado así:

Crecimiento del GDP: β = 0.6, RP = 4%

Tasa de inflación: β = 0.8, RP = 2%

Precios del Oro: β = -0.7, RP = 5%

Retorno del S&P 500: β = 1.3, RP = 9%

Tasa libre de riesgo = 3%

Calcule el retorno esperado

Ejercicio 2

Considere la siguiente información para una economía de un solo factor. Todos los portafolios están bien diversificados.

Portafolio	E(r)	Beta
A	12%	1.2
F	6%	0.0

Suponga que otro portafolio al que llamaremos **E**, está bien diversificado con un beta de 0.6 y un retorno esperado del 8%. **¿**Existen oportunidades de arbitraje**?** En caso de que sí existan, ¿cuál sería la estrategia de arbitraje**?**.

Ejercicio 3

Suponga que el mercado puede ser descrito usando las siguientes tres fuentes de riesgo sistémico, con sus respectivas primas de riesgo:

Factor	Prima de Riesgo
Producción Industrial (I)	6%
Tasas de Interés (R)	2%
Confianza del Consumidor (C)	4%

El retorno de una acción en particular se genera de acuerdo con la siguiente ecuación:

$r = 15\% + 1.0I + 0.5R + 0.75C + e$

Encuentre la tasa de retorno de equilibrio para esta acción usando el modelo APT. La tasa libre de riesgo es del 6%. ¿La acción está sobre o subvalorada? Explique. ¿Cuál sería el PyG de esta oportunidad de arbitraje sobre un nocional de $100?

Ejercicio 4

UNIVERSIDAD EAFIT

Considere los siguientes datos para el modelo APT respecto a una acción:

Factor	Beta del Factor	Prima de riesgo del factor
Inflación	1.2	6%
Producción Industrial	0.5	8%
Precios del Petróleo	0.3	3%

a) Si actualmente el *yield* de los T-bills es del 6%, encuentren la tasa esperada de retorno de esta acción si el mercado considera que ésta está correctamente valorada.

b) La tabla de abajo muestra los valores que el mercado esperaba para los tres factores que se muestran en la primera columna, pero los valores que efectivamente se presentaron son los que se muestran en la segunda columna. Calcule las expectativas actualizadas para el retorno de la acción, una vez que las "sorpresas" se conocen.

Factor	Tasa de variación Esperada	Tasa de variación Observada
Inflación	5%	4%
Producción Industrial	3%	6%
Precios del Petróleo	2%	0

Ejercicio 5

Del archivo "Datos Cálculo APT" corra una regresión del exceso de retorno de la acción de Grupo Argos contra los factores de riesgo que se muestran.

Ir al Archivo

¿Cómo Implementar el Modelo APT?

Recordemos que para la acción i:

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1}.F_1 + \beta_{i2}.F_2 + \ldots.. + \beta_{in}.F_n + e_i$$

Donde: n = número de factores considerados
R_i = retorno de la acción i
α_1 = constante
F_n = n-ésimo factor
$\beta_{i,n}$ = sensibilidad a los factores de riesgo,
e_i = riesgo idiosincrático

$$\beta_{i,n} = \frac{Cov(R_i, F_n)}{Var(F_n)}$$

$$E[R_i] = \lambda_o + \beta_{i1}.\lambda_1 + \beta_{i2}.\lambda_2 + \ldots.. + \beta_{in}.\lambda_n$$

Donde: λ_n = prima de riesgo asociada con el factor n

¿Cómo Implementar el Modelo APT?

Paso 1: Escoja los factores macroeconómicos que considere convenientes: inflación, PIB, Producción Industrial.

Paso 2: Para k acciones, corra las siguientes regresiones de series de tiempo:

Primera: acción A $\mathbf{R_A = \alpha_A + \beta_{A,1}.F_1 + \beta_{A,2}.F_2 + ... + \beta_{A,n}.F_n + e_A}$

Segunda: acción B $\mathbf{R_B = \alpha_B + \beta_{B,1}.F_1 + \beta_{B,2}.F_2 + ... + \beta_{B,n}.F_n + e_B}$

.

.

.

k: acción T $\mathbf{R_T = \alpha_T + \beta_{T,1}.F_1 + \beta_{T,2}.F_2 + ... + \beta_{T,n}.F_n + e_T}$

Obtenemos los β estimados

¿Cómo Implementar el Modelo APT?

Paso 3 : Extraiga la siguiente información:

Primera: acción A $\bar{R}_A , \beta_{A,1} , \beta_{A,2} , ... , \beta_{A,n}$

Segunda: acción B $\bar{R}_B , \beta_{B,1} , \beta_{B,2} , ... , \beta_{B,n}$

⋮

k: acción T $\bar{R}_T , \beta_{T,1} , \beta_{T,2} , ... , \beta_{T,n}$

Corra las siguientes regresiones de corte transversal:

$$\bar{R}_i - r_f = \gamma_1 \cdot \beta_{i,1} + \gamma_2 \cdot \beta_{i,2} + ... + \gamma_n \cdot \beta_{i,n}$$

Obtenga $\gamma_1 , \gamma_2 , ..., \gamma_n$

Paso 4 : Compare los retornos reales contra los retornos estimados, para así calcular el α de cada acción

$$\alpha_A = \bar{R}_A - [r_f + \gamma_1 \cdot \beta_{A,1} + \gamma_2 \cdot \beta_{A,2} + ... + \gamma_n \cdot \beta_{A,n}]$$

⋮

$$\alpha_T = \bar{R}_T - [r_f + \gamma_1 \cdot \beta_{T,1} + \gamma_2 \cdot \beta_{T,2} + ... + \gamma_n \cdot \beta_{T,n}]$$

¿Cómo Implementar el Modelo APT?

Si $\alpha > 0$ ➔ $\bar{R}$ > retorno estimado, **acción sub-valorada**

Si $\alpha < 0$ ➔ $\bar{R}$ < retorno estimado, **acción sobre-valorada**

Paso 5: Construya un portafolio de k acciones, donde si $\alpha > 0$, **váyase largo** y si $\alpha < 0$, **váyase corto**

Note que éste NO es un portafolio libre de riesgo. Es solo una forma de decidir entre qué acciones comprar y qué acciones vender.

Modelo de Varios Factores – Fama y French

Modelo Multi-Factorial de Fama y French

- Hemos visto el modelo CAPM que es un modelo de un factor**: el mercado**.
- **Vimos un modelo multi-factorial como el APT, que es un modelo de NO arbitraje y en donde los factores son comunes a todos los activos del mercado: inflación, crecimiento económico, cambios en política monetaria, etc.**
- Fama y French desarrollaron inicialmente un modelo de tres factores que no se basa en el principio de no arbitraje. Luego lo ampliaron a 5 factores.
- **Fama y French notaron que el CAPM mostraba signos de no cumplirse en muchos casos, es decir, el α era significativamente diferente de cero. Sin embargo, querían demostrar que ese no era un alfa por el que debía compensarse a un *trader*, puesto que ese alfa obedecía a factores que eran recurrentes y de alguna manera "programables."**

Modelo Multi-Factorial de Fama y French

- Los factores que F-F identificaron, además del de mercado, son:

3 factores iniciales ← → **2 factores adicionales**

Mercado

Tamaño

Las empresas de menor tamaño muestran un mejor desempeño.

Value /growth

Value son empresas con un alto BV/P, es decir, se transan por debajo de su valor en libros.

Growth son empresas con un bajo BV/P, es decir, se transan por encima de su valor en libros.

Rentabi-lidad

R son empresas Robustas, es decir, con alta rentabilidad.
W son empresas débiles, es decir, con baja rentabilidad.

Inversio-nes

C son empresas Conservadoras, es decir, que no invierten mucho.
A son empresas Agresivas, es decir, que hacen fuertes inversiones.

Modelo Multi-Factorial de Fama y French

Organice las acciones del mercado de Estados Unidos por deciles, según su capitalización Bursátil (*Market Cap*), lo cual representa el tamaño. El decil 1 son las de menor tamaño mientras que el 10 son las de mayor tamaño. Como Mercado, FF consideran todas las acciones listadas en las bolsas de NYSE, AMEX y (después de 1972) NASDAQ.

Organice las acciones del mercado de Estados Unidos por deciles, según su relación BV/P, lo cual representa el criterio value/growth. El decil 1 son las de mayor BV/P (*value*) mientras que el 10 son las de menor BV/P (*growth*).

Obtenga la serie SMB (small minus big), obteniendo la diferencia entre el promedio de rentabilidad del portafolio de acciones más pequeñas (5 primeros deciles) menos el retorno promedio de las acciones en los deciles 6 a 10 según capitalización bursátil.

Obtenga la serie HML (*high minus low*), obteniendo la diferencia entre el retorno del portafolio de acciones con más alto BV/P (3 primeros deciles) y el retorno promedio de acciones con menor BV/P (últimos 3 deciles), de acuerdo a como se muestra en la siguiente página.

La regresión es:

$$r_i - r_f = \alpha_i + \beta[r_M - r_f] + s_i \cdot r_{smb} + h_i \cdot r_{hml} + p_i \cdot r_{rmw} + c_i \cdot r_{cma} + \epsilon_i$$

Modelo Multi-Factorial de Fama y French

UNIVERSIDAD EAFIT

	Mediana Capitalización Bursátil	
	Small Value	Big Value
Percentil 70 BV/P		
	Small Neutral	Big Neutral
Percentil 30 BV/P		
	Small Growth	Big Growth

SMB = 1/3 (Small Value + Small Neutral + Small Growth)

– 1/3 (Big Value + Big Neutral + Big Growth)

HML = 1/2 (Small Value + Big Value)

– 1/2 (Small Growth + Big Growth)

Ir al Archivo

Para el S&P 500 aplique el modelo F-F de 3 factores (**recuerde:** S&P500 representa las acciones más grandes en EEUU).

Pueden entrar a la página de Kenneth French (https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/) y revisar la metodología y base de datos

Ejercicio 6

Usted trabaja para un *investment manager* y tiene como función determinar si el portafolio de uno de los clientes de la compañía tiene una buena exposición a factores, siendo éstos el mercado, el tamaño (*small* menos *big*) y si son de valor (*value*) o de crecimiento (*growth*). Para eso Usted corre una regresión de la información histórica de los excesos de retorno del portafolio de su cliente, contra el exceso de retorno del índice de acciones (*proxy* del mercado), los retornos de un portafolio de acciones pequeñas (*small*) menos las acciones más grandes del mercado (*big*) y los retornos históricos de un portafolio de acciones de alto BV/P (es decir, alto valor en libros sobre precio – éstas son compañías de valor) menos compañías de un bajo BV/P (éstas son compañías de crecimiento ó *growth*).

La regresión que Usted corre es:

$r_p - r_f = \alpha + \beta_1[r_M - r_f] + \beta_2 \cdot r_{smb} + \beta_3 \cdot r_{hml}$

$r_{smb} = r_s - r_b$, es decir, r_{smb} es el retorno de las acciones más pequeñas menos el retorno de las acciones más grandes.

$r_{hml} = r_h - r_l$, es decir, r_{hml} es el retorno de las acciones con más alto BV/P menos el retorno de las acciones con más bajo BV/P.

La siguiente tabla muestra los resultados de la regresión.

R Square	**0.8**	
Observations	2537	
	Coefficients	**t Stat**
Intercept	0.002	1.3
$r_M - r_f$	0.85	15.4
r_{SMB}	0.6	9.5
r_{HML}	0.1	1.5

a) ¿Este portafolio tiene una buena exposición a todos los factores?

b) ¿Cuál sería entonces la recomendación?

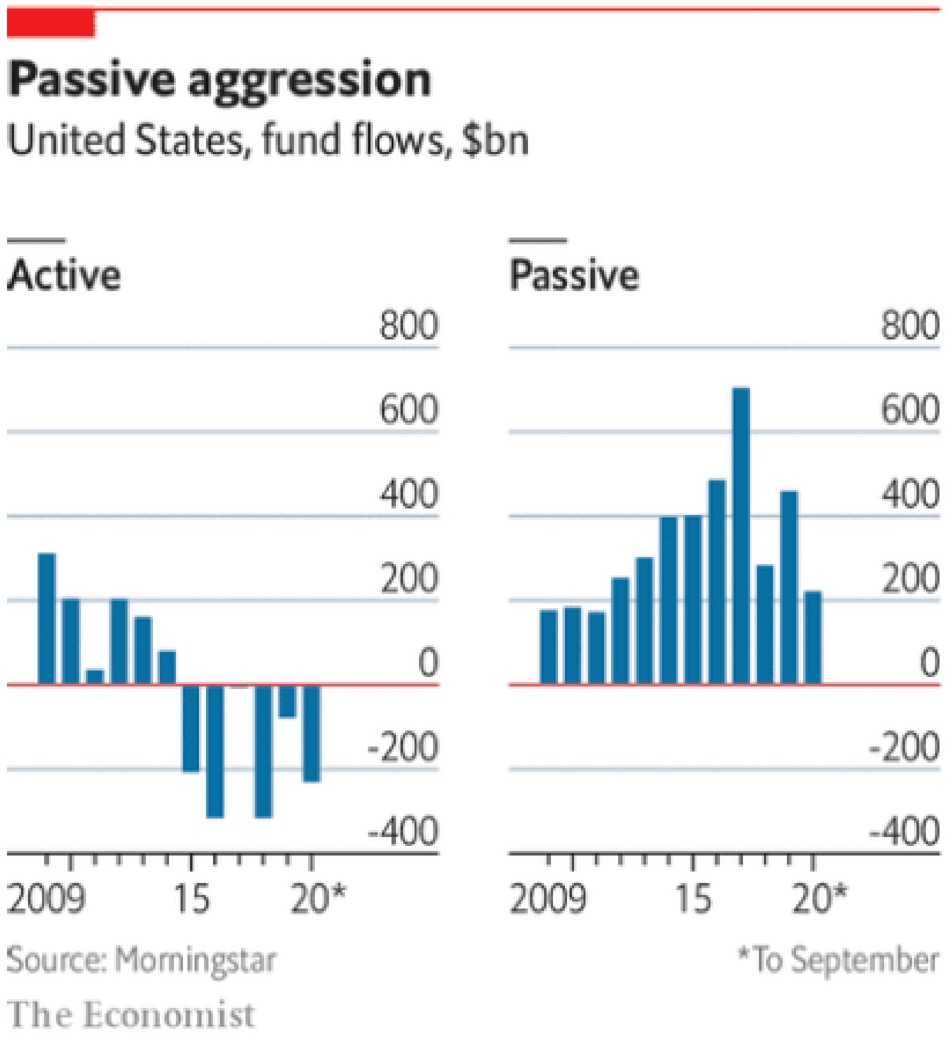
c) ¿Cómo se puede replicar este portafolio usando el índice accionario, un portafolio de acciones pequeñas (*small*), un portafolio de acciones grandes (*big*), un portafolio de acciones de alto BV/P (*high*) y un portafolio de acciones de bajo BV/P (*low*)? (es decir, qué porcentaje debería comprar en cada uno de estos portafolios)?

Algunas Conclusiones

¿Qué Hemos Aprendido?

- Ya tenemos mucho conocimiento sobre inversiones entre manos.
- Podemos entender porqué unas compañías de inversiones ofrecen fondos pasivos (que siguen un índice), los cuales tienen bajos costos, mientras que otras ofrecen fondos activos, los cuales tienen por objetivo derrotar a un índice de referencia. Ambas son industrias multi-millonarias.
- La inversión pasiva puede lograrse bien sea a través de fondos de inversión o a través de ETFs. La inversión activa se logra a través de inversión en fondos de inversión (aunque inversionistas sofisticados lo hacen también a través de algo-trading (trading usando algoritmos), en donde usando técnicas estadísticas/matemáticas, pueden identificar oportunidades de inversión.

Pero, ¿Qué son los ETF?



The industry has not performed well. Ever since a landmark paper by Michael Jensen in 1968, countless studies have shown that managers of equity mutual funds have failed to beat the market index. Arithmetic is against them. It is as impossible for all investors to have an above-average return as for everyone to be of above-average height or intelligence. In any year, some will do better than the index and some worse. But evidence of sustained outperformance is vanishingly rare. Where it exists, it suggests that bad performers stay bad. It is hard to find a positive link between high fees and performance. Quite the opposite: one study found that the worst-performing funds charge the most.

Regresar

Inversión Por Factores

- Entendimos también que existen estrategias de inversión por factores. Todos estos son factores que ayudan a explicar el riesgo sistemático de un activo. Unos son de origen Macroeconómico, tal como nos mostró el modelo APT. Otros son más de estilo, como nos mostró el modelo de Fama y French.
- Estas técnicas, ni más ni menos, están dominando en mundo de las inversiones en los últimos años.
- Miremos una explicación más detallada de la inversión por factores
- https://www.blackrock.com/co/estrategias/inversion-por-factores

Criterios Para Selección de los Mejores Managers

- Finalmente, aprendimos a tener un buen criterio para determinar cuáles son los buenos manejadores de portafolio.

  - Sabemos que el Beta nos da información sobre qué tan buena es la rentabilidad que obtiene un portfolio manager, ajustada por el riesgo que está tomando.
  - También sabemos que el Radio de Sharpe nos dice qué tan bueno es un portafolio manager obteniendo rentabilidad, por cada unidad de riesgo que tome.

- Y también podemos leer un *term sheet* de un fondo:

MALOX Global Allocation Fund

[Global Allocation Fund | MDLOX | Investor A (blackrock.com)]