Axiomas de Orden

Sea $\mathbb{P} \subset \mathbb{R}$ (el conjunto de los positivos) tal que se cumple los siguientes axiomas:

$$\begin{array}{ll} A_7 & \forall a, b \in \mathbb{P} \Longrightarrow a + b \in \mathbb{P} \land ab \in \mathbb{P} \\ A_8 & \forall a \in \mathbb{R} \land a \neq 0 \Longrightarrow a \in \mathbb{P} \veebar -a \in \mathbb{P} \\ A_9 & 0 \notin \mathbb{P} \end{array}$$

Teoremas

- $\forall a, b \in \mathbb{Z} \land ab > 0 \Longrightarrow (a \in \mathbb{P} \land b \in \mathbb{P}) \lor (-a \in \mathbb{P} \land -b \in \mathbb{P})$
- $\forall a, b \in \mathbb{R} \land ab < 0 \Longrightarrow (a \in \mathbb{P} \land -b \in \mathbb{P}) \lor (-a \in \mathbb{P} \land b \in \mathbb{P})$

Ejercicios

Demostrar

1. $a > 0 \iff a \in \mathbb{P}$
2. $a > 0 \iff -a \in \mathbb{P}$
3. $a > 0 \iff a^{-1} \in \mathbb{P}$
4. $0 \leq a < b \land 0 \leq c < d \implies ac < bc$
5. $a < 0 \land b < 0 \implies ab > 0$