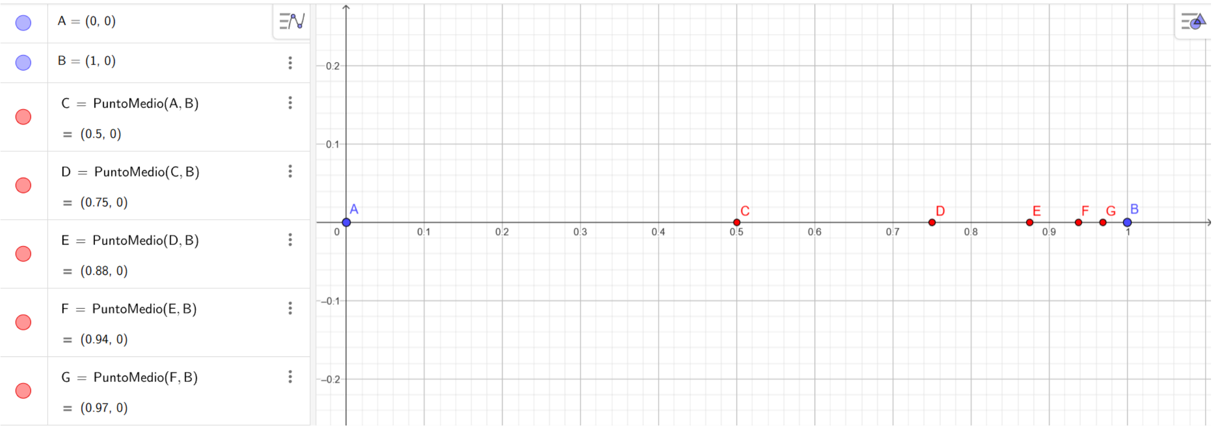
Irracionales

Hay numero que no son racionales, numero que tiene expresión decimal infinita que no son periódicos puros ni periódicos mixtos, no son racionales $\mathbb{Q}$, son Irracionales $\mathbb{I}$.

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$$

El conjunto de los números racionales es denso "Entre dos números racionales existe un numero racional"



Las macices cuadradas de los números primos son irracionales

Ejemplos

- Ejemplo: $\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}, \ldots, \pm e, \pm\pi$
- Ejemplo: Demostrar que $\sqrt{2}$ es un numero irracional

  Demostración:

  Supongamos que $\sqrt{2}$ es racional, luego $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ con a, b co-primos. Ahora:

  $$\left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2; \quad 2 = \frac{a^2}{b^2}; \quad 2b^2 = a^2$$

  Por lo tanto a^2 es par, entonces a también es par, siendo $a = 2k$ con $k \in \mathbb{Z}$. Remplazando:

  $$2b^2 = (2k)^2; \quad 2b^2 = 4k^2; \quad b^2 = 2k^2$$

  Por lo tanto b^2 es par, entonces b también es par, lo que contradice que a, b son co-primos

  $\therefore \sqrt{2} \in \mathbb{I}$

Ejercicios

Demostrar que $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ son irracionales