

Negación de cuantificadores

Cuantificador Universal

“La negación de \forall es \exists seguido de la negación de la proposición”

Afirmación: “Para todo x se cumple $P(x)$ ”

En lenguaje de predicados: $(\forall x)(P(x))$

Negación: “No es cierto que, para todo x se cumple $P(x)$ ” $\iff \neg(\forall x)(P(x))$

Esto significa que existe al menos un elemento x para el cual no se cumple $P(x)$.

En lenguaje de predicados: $\neg(\forall x)(P(x)) \iff (\exists x)(\neg P(x))$

• Ejemplo:

“Para todo entero a, b se cumple que $a + b$ también es entero”

$$(\forall a)(\forall b)(a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \implies a + b \in \mathbb{Z})$$

“No es cierto que, para todo entero a, b se cumple que $a + b$ también es entero”

$$\neg(\forall a)(\forall b)(a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \implies a + b \in \mathbb{Z})$$

$$(\exists a)(\exists b)(\neg(a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \implies a + b \in \mathbb{Z}))$$

$$(\exists a)(\exists b)(a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \wedge \neg(a + b \in \mathbb{Z}))$$

$$(\exists a)(\exists b)(a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z} \wedge a + b \notin \mathbb{Z})$$

En lenguaje natural: “Existe algún entero a, b tal que $a + b$ no es un entero”

Cuantificador Existencial

“La negación de \exists es \forall seguido de la negación de la proposición”

Afirmación: “Existe x , tal que se cumple $P(x)$ ”

En lenguaje de predicados: $(\exists x)(P(x))$

Negación: “No es cierto que, existe x , tal que se cumple $P(x)$ ”

Esto significa que para ningún elemento x se cumple $P(x)$, o equivalentemente para todos los elementos x no se cumple $P(x)$

En lenguaje de predicados: $\neg(\exists x)(P(x)) \iff (\forall x)(\neg P(x))$

• Ejemplo:

“Existe un numero natural n tal que n es mayor que 10”

$$(\exists n)(n \in \mathbb{Z} \wedge n > 10)$$

“No es cierto que, existe un numero natural n tal que n es mayor que 10”

$$\neg(\exists n)(n \in \mathbb{Z} \wedge n > 10)$$

$$(\forall n)(\neg(n \in \mathbb{Z} \wedge n > 10))$$

$$(\forall n)(\neg n \in \mathbb{Z} \vee \neg n > 10))$$

$$(\forall n)(n \notin \mathbb{Z} \vee n \leq 10)$$

En lenguaje natural: “Para todo x , x no es entero o x es menor o igual que 10”