Conjuntos

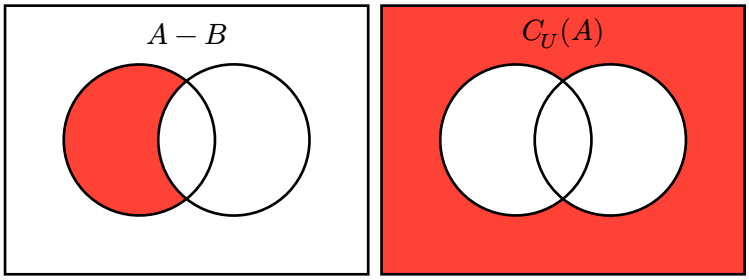
Operaciones

- Union
  $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$
- Intersección
  $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$
- Complemento
  $A^C = \{x | x \notin A\}$

  $C_U(A) = \{x \in U | x \notin A\}$
- Diferencia
  $A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$
- Diferencia Simétrica
  $A \triangle B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$

Diagramas de Venn

Los diagramas de Venn nos ayudan a visualizar las operaciones entre conjuntos de una forma visual e intuitiva

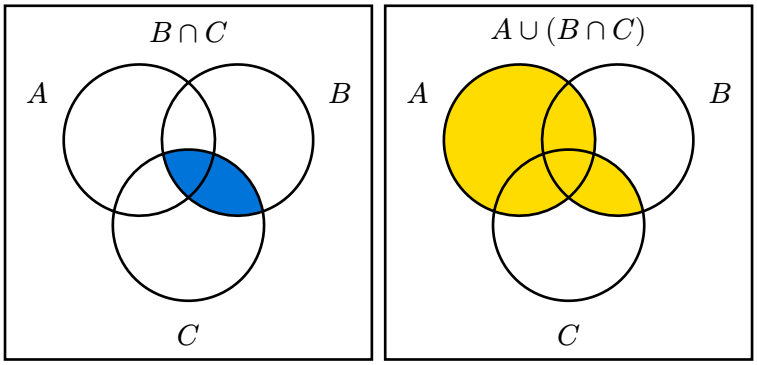


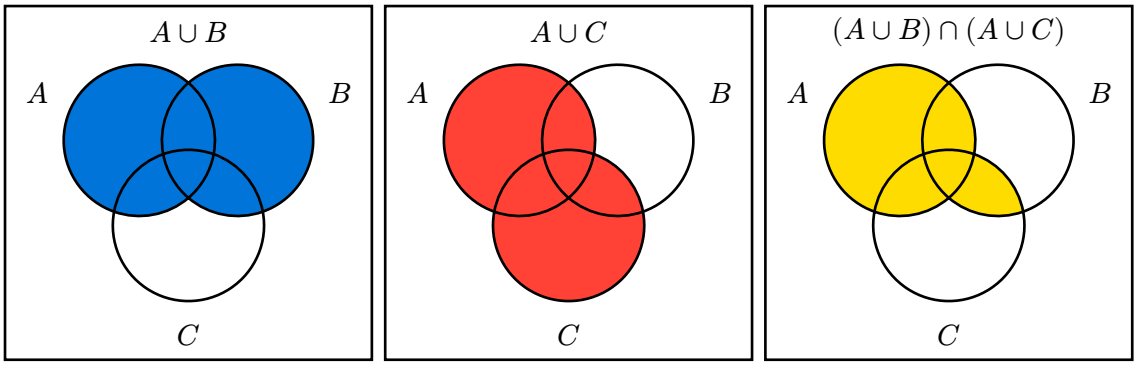
Igualdad de conjuntos

$$A = B \iff (\forall x)(x \in A \iff x \in B)$$
$$\iff (\forall x)(x \in A \implies x \in B \wedge x \in B \implies x \in A)$$

- Ejemplo

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$



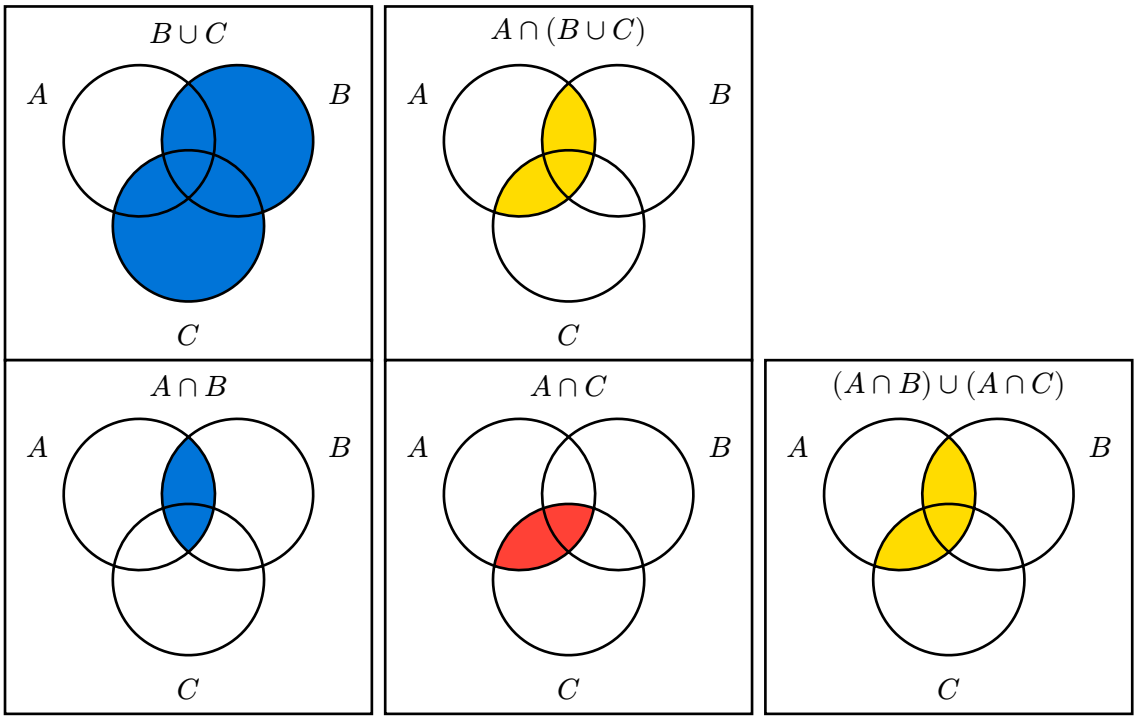


Demostración:

$$
\begin{aligned}
x \in \mathbb{A} \cup (B \cap C) &\iff x \in A \vee x \in B \cup C && \text{Def. Union} \\
&\iff x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C) && \text{Def. Intersección} \\
&\iff (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C) && \text{Tautologia} \\
&\iff x \in A \cup B \wedge x \in A \cup C && \text{Def. Union} \\
&\iff x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) && \text{Def. Intersección}
\end{aligned}
$$

- Ejemplo:

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



Demostración:

$$
\begin{aligned}
x \in A \cap (B \cup C) &\iff x \in A \wedge x \in B \cup C && \text{Def. Intersección} \\
&\iff x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) && \text{Def. Union} \\
&\iff (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) && \text{Tautologia} \\
&\iff x \in A \cap B \vee x \in A \cap C && \text{Def. Intersección} \\
&\iff x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) && \text{Def. Union}
\end{aligned}
$$

Leyes de Morgan en conjuntos

- $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

  Demostración:

  $$
  \begin{aligned}
  x \in (A \cup B)^C &\iff x \notin A \cup B && \text{Def. Complemento} \\
  &\iff \neg(x \in A \cup B) && \text{Negación Pertinencia} \\
  &\iff \neg(x \in A \vee x \in B) && \text{Def. Union} \\
  &\iff \neg x \in A \wedge \neg x \in B && \text{Tautologia} \\
  &\iff x \notin A \wedge x \notin B && \text{Negación Pertinencia} \\
  &\iff x \in A^C \wedge x \in B^C && \text{Def. Complemento} \\
  &\iff x \in A^C \cap B^C && \text{Def. Intersección}
  \end{aligned}
  $$

-