Taller 1 - Teoría de Números

Christian Mauricio Cárdenas Barón
20251167009

Carlos Andres Giraldo Hernandez
Facultad de Ciencias Matemáticas y Naturales
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

2025-09-22

1. Taller

1. Demuestre por inducción:

   Si $a_1|a_2, a_2|a_3, ..., a_{n-1}|a_n$, entonces $a_1|a_n$

2. Demuestre por inducción:

   Si $a|b_1, a|b_2, ..., a|b_n$, entonces $a|b_1x_1 + b_2x_2 + ... + b_nx_n, \quad x_1, x_2, ..., x_n \in \mathbb{Z}$

3. Demostrar por inducción: Sean $a_1, a_2, ..., a_n \in \mathbb{Z}$ no nulos simultáneamente, existen enteros $x_1, x_2, ..., x_n$, tales que $(a_1, a_2, ..., a_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + ...a_nx_n$

4. Demostrar: Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ no nulos simultáneamente,

$$d = (a, b) \iff \begin{cases} d|a \wedge d|b \\ m|a \wedge m|b \implies m|d \end{cases}$$

5. Demostrar: $m > 0 \implies (ma, mb) = m(a, b)$

6. Demostrar: $d > 0 \wedge d|a \wedge d|b \implies \left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = \frac{1}{d}(a, b)$

7. Demostrar: $(a, m) = (b, m) = 1 \implies (ab, m) = 1$

8. Demostrar: $(a, b) = (b, a) = (-a, b) = (a, -b) = (-a, -b) = (a, b + ax), \quad x \in \mathbb{Z}$

9. Demostrar: $c|ab \wedge (c, b) = 1 \implies c|a$