

Leyes de Inferencia

1. MPP (Modus Ponendo Ponens)

$$\begin{array}{lcl} p \Rightarrow q & P_1 & \\ p & P_2 & \\ \hline q & C & \end{array}$$

Implicación Tautológica:

$$\underbrace{(p \Rightarrow q) \wedge p}_{P_1} \Rightarrow \underbrace{q}_{P_2} \Rightarrow \underbrace{q}_{C}$$

2. MTT (Modus Tolendo Tolens)

$$\begin{array}{lcl} p \Rightarrow q & P_1 & \\ \neg q & P_2 & \\ \hline \neg p & C & \end{array}$$

Implicación Tautológica:

$$\underbrace{(p \Rightarrow q) \wedge \neg q}_{P_1} \Rightarrow \underbrace{\neg p}_{P_2} \Rightarrow \underbrace{\neg p}_{C}$$

3. MTP (Modus Tolendo Ponens)

$$\begin{array}{lcl} p \vee q & p \vee q & P_1 \\ \neg q & \neg p & P_2 \\ \hline p & q & C \end{array}$$

Implicación Tautológica:

$$\underbrace{(p \vee q) \wedge \neg q}_{P_1} \Rightarrow \underbrace{\neg p}_{P_2} \Rightarrow \underbrace{p}_{C}$$

4. Simplificación

$$\begin{array}{lcl} p \wedge q & p \wedge q & P_1 \\ \hline p & q & C \end{array}$$

Implicación Tautológica;

$$\underbrace{(p \wedge q)}_{P_1} \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} p \\ q \end{cases}}_C$$

5. Doble Negación

$$\begin{array}{lcl} \neg(\neg p) & p & P_1 \\ \hline p & \neg(\neg p) & C \end{array}$$

Tautología: $p \Leftrightarrow \neg(\neg p)$

6. Silogismo Hipotético

$$\begin{array}{lcl} p \Rightarrow q & P_1 & \\ q \Rightarrow r & P_2 & \\ \hline p \Rightarrow r & C & \end{array}$$

7. Ley de la adición

$$\begin{array}{lcl} p & P_1 & \\ \hline p \vee q & C & \end{array}$$

“Si tengo una proposición p le puedo adicionar cualquier cosa”

8. Ley de la adjunción

$$\begin{array}{lcl} p & P_1 & \\ q & P_2 & \\ \hline p \wedge q & C & \end{array}$$

“Si de una proposición p puedo concluir q puedo adjuntarlas y concluir $p \wedge q$ ”

9. Ley Bi-condicional

$$\begin{array}{lcl} p \Leftrightarrow q & p \Leftrightarrow q & P_1 \\ \hline p \Rightarrow q & q \Rightarrow p & C \end{array}$$

10. Silogismo Disyuntivo

$$\begin{array}{lcl} p \vee q & P_1 & \\ p \Rightarrow r & P_2 & \\ q \Rightarrow s & P_3 & \\ \hline r \vee s & C & \end{array}$$

“Toda implicación tautológica puede ser una inferencia”

“Cuando se usan las reglas de inferencia se vuelven implicaciones”

“Cuando se usan tautologías son doble implicaciones”

Ejemplos

- Ejemplo:

Pruebe $\underbrace{A \subseteq B}_p \implies \underbrace{A \cap M \subseteq B \cap M}_q$ para cualquier M

Por MPP asumimos que $A \subseteq B$ y probaremos que $A \cap M \subseteq B \cap M$

$$\begin{aligned}x \in A \cap M &\iff x \in A \wedge x \in M \text{ Def. Intersección} \\&\implies x \in B \wedge x \in M \text{ Hipótesis} \\&\iff x \in B \cap M \quad \text{Def. Intersección}\end{aligned}$$

- Ejemplo:

$$\begin{array}{ll}p \implies q \wedge r & P_1 \\s \implies \neg r & P_2 \\s \vee t & P_3 \\p & P_4 \\\hline t & C\end{array}$$

Demostración: t

1. $p \implies q \wedge r$ P_1
2. $s \implies \neg r$ P_2
3. $s \vee t$ P_3
4. p P_4
5. $q \wedge r$ MPP(1,4)
6. r S(5)
7. $\neg s$ MTT(2,6)
8. t MTP(3,7)