1. Representaciones de Números Enteros

(Sección 2.5 libro Rosen)

Usualmente para representar números enteros usamos la notación decimal

***Ejemplo**:*

$$\begin{aligned} 2586 &= 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 \\ &= 2000 + 500 + 80 + 6 \end{aligned}$$

Definicion 1.1. Sea b un entero positivo mayor 1, Sean n un entero positivo cualquiera, entonces

$$n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \ldots + a_1 b^1 + a_0 b^0 \qquad (*)$$

De forma única donde k es un entero no negativo y $a_0, a_1, \ldots, a_k$ son enteros no negativos menores que b y $a_k \neq 0$

A la representación Ecuación * de n se le llama expresión de n en base b y se representa por $n_b = (a_x a_{x-1} \ldots a_1 a_0)_b$

1.1. Conversion de base

El siguiente algoritmo permite obtener la expresión en base b de un entero n.

Primero se divide n por b para obtener el cociente y el resto, esto es:

$$n = bq_0 + a_0; \quad 0 \leq a_0 < b$$

El resto a_0, es el dígito situado mas a la derecha en la expresión en base b de n. Luego se divide q_0 por b para obtener

$$q_0 = bq_1 + a_1; \quad 0 \leq a_1 < b$$

Vemos que a_1, es el segundo dígito por la derecha de la expresión de n en base b. Este proceso continua dividiendo sucesivamente el cociente por b, obteniendo como restos los dígitos de la representación en base b. El proceso concluye cuando obtenemos un cociente igual a cero.

***Ejemplo**:* Halle el numero entero representado por $(314)_5$ (Convierta el numero 314 en base 10 a base 5)

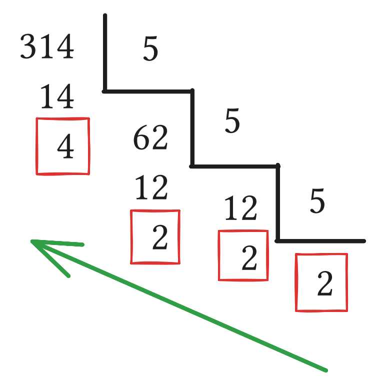
$$\begin{aligned} 314 &= 5 \cdot 62 + \boxed{4} \\ 62 &= 5 \cdot 12 + \boxed{2} \\ 12 &= 5 \cdot 2 + \boxed{2} \\ 2 &= 5 \cdot 0 + \boxed{2} \end{aligned}$$

$$(314)_5 = 2224_5$$

También se puede mostrar como la descomposición del numero de la siguiente forma

$$\begin{aligned} 314 &= 5(62) + 4 \\ &= 5(5(12) + 2) + 4 \\ &= 5(5(5\boxed{(2) + 2) + 2) + 4} \\ &= 5(5(2 \cdot 5^1 + 2) + 2) + 4 \\ &= 5(2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 2) + 4 \\ &= \boxed{2} \cdot 5^3 + \boxed{2} \cdot 5^2 + \boxed{2} \cdot 5^1 + \boxed{4} \cdot 5^0 \\ &= 2224_5 \end{aligned}$$

También se puede hacer mas visualmente por divisiones



$\therefore (314)_5 = 2224$

***Ejemplo**:* Halle 1583 en base 2, 4, y 8

$$\begin{aligned} 1583 &= 2 \cdot 791 + 1 \\ 791 &= 2 \cdot 395 + 1 \\ 395 &= 2 \cdot 197 + 1 \\ 197 &= 2 \cdot 98 + 1 \\ 98 &= 2 \cdot 49 + 0 \\ 49 &= 2 \cdot 24 + 1 \\ 24 &= 2 \cdot 12 + 0 \\ 12 &= 2 \cdot 6 + 0 \\ 6 &= 2 \cdot 3 + 0 \\ 3 &= 2 \cdot 1 + 1 \\ 1 &= 2 \cdot 0 + 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 1583 &= 4 \cdot 395 + 3 \\ 395 &= 4 \cdot 98 + 3 \\ 98 &= 4 \cdot 24 + 2 \\ 24 &= 4 \cdot 6 + 0 \\ 6 &= 4 \cdot 1 + 2 \\ 1 &= 4 \cdot 0 + 1 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 1583 &= 8 \cdot 197 + 7 \\ 197 &= 8 \cdot 24 + 5 \\ 24 &= 8 \cdot 3 + 0 \\ 3 &= 8 \cdot 0 + 3 \end{aligned}$$

$$1583 = 11000101111_2 \qquad = 120233_4 \qquad = 3057_8$$

$$\begin{aligned} 1583 &= 2(791) + 1 \\ &= 2(2(395) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(197) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(98) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(49) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(24) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(12) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(2(6) + 0) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(2(2(3) + 0) + 0) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(2(2(2(1) + 1) + 0) + 0) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(2(2(1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) + 0) + 0) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(2(1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) + 0) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(2(1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) + 0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(2(1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) + 1) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(2(1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) + 0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(2(1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) + 1) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(2(1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) + 1) + 1) + 1 \\ &= 2(2(1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) + 1) + 1 \\ &= 2(1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0) + 1 \\ &= 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 11000101111_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1583 &= 4(395) + 3 \\ &= 4(4(98) + 3) + 3 \\ &= 4(4(4(24) + 2) + 3) + 3 \\ &= 4(4(4(4(6) + 0) + 2) + 3) + 3 \\ &= 4(4(4(4(4(1) + 2) + 0) + 2) + 3) + 3 \\ &= 4(4(4(4(1 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0) + 0) + 2) + 3) + 3 \\ &= 4(4(4(1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0) + 2) + 3) + 3 \\ &= 4(4(1 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0) + 3) + 3 \\ &= 4(1 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0) + 3 \\ &= 1 \cdot 4^5 + 2 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 \\ &= 120233_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1583 &= 8(197) + 7 \\ &= 8(8(24) + 5) + 7 \\ &= 8(8(8(3) + 0) + 5) + 7 \\ &= 8(8(3 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0) + 5) + 7 \\ &= 8(3 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0) + 7 \\ &= 3 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 \\ &= 3057_8 \end{aligned}$$

1.2. Expresiones hexadecimal

«La base principal usada en informática es la base 2, es decir la expresión binaria, los símbolos utilizados son 0 y 1. Otras bases también son las potencias de 2:4, 8, 16»

- Base 4: 0, 1, 2, 3
- Base 8 u octal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- Base 16 o hexadecimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, F

***Ejemplo**:* Halle 1543 en base hexadecimal

$$\begin{aligned} 1543 &= 16 \cdot 96 + 7 \\ 96 &= 16 \cdot 6 + 0 \\ 6 &= 16 \cdot 0 + 6 \\ 1543 &= 607_{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1543 &= 16(96) + 7 \\ &= 16(16(6) + 0) + 7 \\ &= 16(6 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0) + 7 \\ &= 6 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 \\ &= 607_{16} \end{aligned}$$

***Ejemplo**:* Encuentre la expresión decimal de $n_{16} = 9C1AB$

$$\begin{aligned} n &= 9 \cdot 16^4 + 12 \cdot 16^3 + 1 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 \\ &= 589824 + 49152 + 256 + 160 + 11 \\ &= 639403 \end{aligned}$$