

Racionales

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0 \right\}$$

Expresión decimal

- Exacta
- Periódica pura
- Periódica mixta

Si una fracción no se puede escribir de la forma anterior es un irracional

Fracciones generatriz

La fracción generatriz es una fracción que representa un número decimal, ya sea exacto o periódico. Por ejemplo, el número decimal $0.\overline{3}$ se puede expresar como la fracción $\frac{1}{3}$. Esta fracción irreducible es la que da como resultado el número decimal correspondiente.

Expresión decimal exacta

$$a.b_1b_2\dots b_n = \frac{a.b_1b_2\dots b_n \cdot 10^n}{10^n} = \frac{ab_1b_2\dots b_n}{10^n}$$

- Ejemplo:

$$0.75 = \frac{0,75 \cdot 10^2}{10^2} = \frac{0.75 \cdot 100}{100} = \frac{75}{100}$$

Simplificando

$$\frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

- Ejemplo:

$$5.124 = \frac{5.124 \cdot 10^3}{10^3} = \frac{5.124 \cdot 1000}{1000} = \frac{5124}{1000}$$

Simplificando

$$\frac{5124}{1000} = \frac{2562}{500} = \frac{1281}{250}$$

Expresión decimal periódica pura

$$\overline{a.b_1b_2\dots b_n} = \frac{\overline{a.b_1b_2\dots b_n} \cdot (10^n - 1)}{10^n - 1}$$

- Ejemplo:

$$2.\overline{75} = \frac{2.\overline{75}(10^2 - 1)}{10^2 - 1} = \frac{275.\overline{75} - 2.\overline{75}}{100 - 1} = \frac{273}{99}$$

Simplificando

$$\frac{273}{99} = \frac{91}{33}$$

- Ejemplo:

$$0.\overline{162} = \frac{0.\overline{162}(10^3 - 1)}{10^3 - 1} = \frac{162.\overline{162} - 0.\overline{162}}{1000 - 1} = \frac{162}{999}$$

Simplificando

$$\frac{162}{999} = \frac{54}{333} = \frac{18}{111} = \frac{6}{37}$$

Expresión decimal periódica mixta

$$a.b_1b_2\dots b_n\overline{c_1c_2\dots c_m} = \frac{a.b_1b_2\dots b_n\overline{c_1c_2\dots c_m} \cdot 10^n \cdot (10^m - 1)}{10^n \cdot (10^m - 1)} = \frac{a.b_1b_2\dots b_n\overline{c_1c_2\dots c_m} \cdot (10^{n+m} - 10^n)}{10^{n+m} - 10^n}$$

• Ejemplo:

$$1.2\overline{3} = \frac{1.2\overline{3} \cdot 10(10 - 1)}{10(10 - 1)} = \frac{1.2\overline{3}(100 - 10)}{100 - 10} = \frac{123.\overline{3} - 12.\overline{3}}{90} = \frac{111}{90}$$

Simplificando

$$\frac{111}{90} = \frac{37}{30}$$

• Ejemplo:

$$5.34\overline{864} = \frac{5.34\overline{864} \cdot 10^2(10^3 - 1)}{10^2(10^3 - 1)} = \frac{5.34\overline{864}(10^5 - 10^2)}{10^5 - 10^2} = \frac{534864.\overline{864} - 534.\overline{864}}{100000 - 100} = \frac{534330}{99900}$$

Simplificando

$$\frac{534330}{99900} = \frac{267165}{49950} = \frac{89055}{16650} = \frac{29685}{5550} = \frac{9895}{1850} = \frac{1979}{370}$$