Demostración Directa

Proposicion:	$P \implies Q$
Prueba:	Suponga P
	$\vdots$
	$\therefore Q$

A. Usar el método de demostración directa para demostrar los siguientes enunciados

1. Si x es un entero par, entonces x^2 es par.
2. Si x es un entero impar, entonces x^3 es impar.
3. Si a es un entero impar, entonces $a^2 + 3a + 5$ es impar.
4. Suponga $x, y \in \mathbb{Z}$. Si x y y son impares, entonces xy es impar.
16. Si dos enteros tienen la misma paridad, entonces su suma es par. (Intente casos)
17. Si dos enteros tienen paridad opuesta, entonces su producto es par.
18. Suponga $x, y \in \mathbb{R}^+$. Si $x < y$, entonces $x^2 < y^2$

Demostración Contra-reciproca

Proposicion:	$P \implies Q$
Prueba:	Suponga $\neg Q$
	$\vdots$
	$\therefore \neg P$

A. Usar método de demostración contra-reciproca para demostrar los siguientes enunciados. (En cada caso debe también pensar como demostraría por directa. Se encontrara que en la mayoría de casos la contra-reciproca es mas fácil).

1. Suponga $n \in \mathbb{Z}$. Si n^2 es par, entonces n es par.
2. Suponga $n \in \mathbb{Z}$. Si n^2 es impar, entonces n es impar.
3. Suponga $a, b \in \mathbb{Z}$. Si $a^2(b^2 - 2b)$ es impar, entonces a y b son impares.
4. Suponga $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Si a no divide a bc, entonces a no divide a b.
5. Suponga $x \in \mathbb{R}$. Si $x^2 + 5x < 0$ entonces $x < 0$
6. Suponga $x \in \mathbb{R}$. Si $x^3 - x > 0$ entonces $x > -1$

B. Demuestre los siguientes enunciados usando método directo o contra-reciproca. A veces un método es mucho mas fácil que el otro.

1. Si $a, b \in \mathbb{Z}$ y a y b tienen la misma paridad, entonces $3a + 7$ y $7b - 4$ no.
2. Suponga $x \in \mathbb{Z}$. Si $x^3 - 1$ es par, entonces x es par.
3. Suponga $x \in \mathbb{Z}$. Si $x + y$ es par, entonces x y y tienen la misma paridad.
4. Si n es par, entonces $8|(n^2 - 1)$

Prueba por Contradicción

Proposicion:	P
Prueba:	Suponga $\neg P$
	$\vdots$
	$\therefore C \wedge \neg C$

Prueba de condicional por Contradicción

Proposicion:	$P \implies Q$
Prueba:	Suponga $P \wedge \neg Q$
	$\vdots$
	$\therefore C \wedge \neg C$

A. Use el método de prueba por contradicción para probar los siguientes enunciados. (En cada caso, debe pensar como funcionaria una demostración directa y contra-reciproca. Encontrara que en la mayoría de casos la demostración por contradicción es mas fácil)

1. Suponga $n \in \mathbb{Z}$, Si n es impar, entonces n^2 es impar.
2. Suponga $n \in \mathbb{Z}$, Si n^2 es impar, entonces n es impar.
3. Pruebe que $\sqrt[3]{2}$ es irracional.
4. Pruebe que $\sqrt{6}$ es irracional.
5. Pruebe que $\sqrt{3}$ es irracional.
6. Si $a, b \in \mathbb{Z}$, entonces $a^2 - 4b - 2 \neq 0$
7. Si $a, b \in \mathbb{Z}$, entonces $a^2 - 4b - 3 \neq 0$
8. Suponga $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Si $a^2 + b^2 = c^2$, entonces a o b son pares.