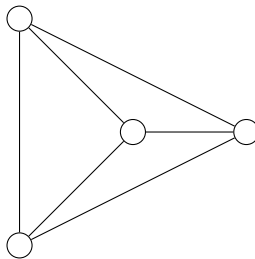
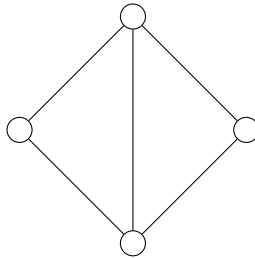
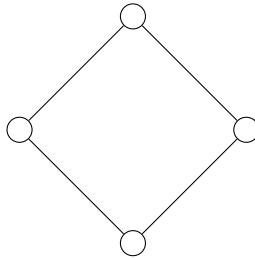


## 1 Combien d’arbres couvrants ?

Combien d’arbres couvrants différents les 3 petits graphes suivants possèdent-ils ?



## 2 Arbre couvrant de poids minimum

Un étudiant a proposé la méthode suivante pour construire un arbre de poids minimum dans un graphe  $G = (V, E, W)$ , graphe non orienté connexe valué de  $n$  sommets :

*”Initialement  $T$  est vide. On prend  $s$  un sommet quelconque. On choisit une arête  $a$  incidente à  $s$ , de coût minimum qu’on ajoute à  $T$ . Soit  $x$  l’autre extrémité de l’arête  $a$ . On recommence avec ce sommet  $x$  : on cherche une arête incidente à  $x$ , de coût minimum qui n’est pas dans  $T$  et on l’ajoute à  $T$ , et ainsi de suite. On s’arrête lorsque  $T$  a  $n - 1$  arêtes ”*

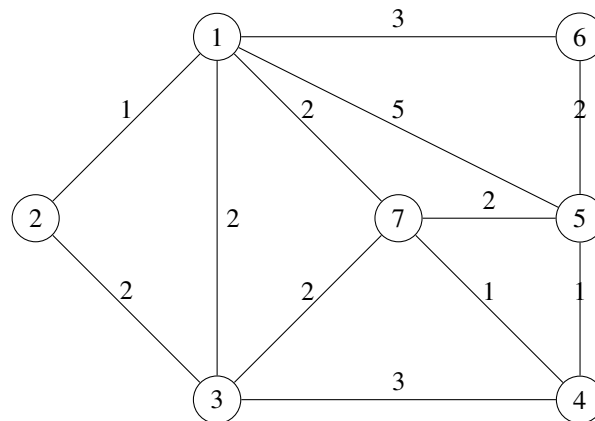
Expliquez pourquoi l’algorithme proposé par cet étudiant n’est pas correct. Vous illustrerez vos propos en proposant 2 contre-exemples :

- l'un où cet algorithme n'arrive pas à construire un arbre.
- l'autre où c'est bien un arbre qui est construit mais pas celui de poids minimum.

### 3 C'est parti pour Prim et Kruskal

Sur le graphe ci-dessous :

- Trouvez un arbre couvrant de poids minimum en appliquant l'algorithme de Kruskal
- Trouvez un arbre couvrant de poids minimum en appliquant l'algorithme de Prim
- Pouvez-vous trouver tous les arbres couvrants de poids minimum ?



### 4 Réseau privé

Une entreprise souhaite mettre en place un réseau privé reliant à moindre coût ses 10 agences situées un peu partout en France. Le graphe ci-dessous indique les 10 agences en question et les coûts d'installation des liaisons possibles (exprimés en kilo-Euros).

1. Appliquer l'algorithme de Kruskal pour trouver la solution de ce problème.
2. Appliquer l'algorithme de Prim en prenant (bien sûr) Versailles comme sommet de départ.
3. Réfléchir à l'écriture algorithmique des méthodes de Kruskal et Prim. Quels sont les points difficiles de ces 2 méthodes ? Quelles structures de données paraissent adaptées ?

