



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

**Лабораторная работа № 3
По курсу «Моделирование»**

Тема Марковские цепи

Студент Громова В.П.

Группа ИУ7-71Б

Преподаватель Рудаков И.В.

Москва.
2020 г.

Задание лабораторной работы

Реализовать программу для вычисления среднего времени нахождения сложной системы S , имеющей не более десяти состояний, при установившемся режиме работы.

Теоретическая часть

Случайный процесс, протекающий в системе S , называется марковским, если он обладает следующим свойством: для каждого момента времени t_0 вероятность любого состояния системы в будущем (при $t > t_0$) зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние. Вероятностью i -го состояния называется вероятность $p_i(t)$ того, что в момент t система будет находиться в состоянии S_i . Для любого момента t сумма вероятностей всех состояний равна единице.

Для решения поставленной задачи, необходимо составить систему уравнений Колмогорова по следующим принципам: в левой части каждого из уравнений стоит производная вероятности i -го состояния; в правой части — сумма произведений вероятностей всех состояний (из которых идут стрелки в данное состояние), умноженная на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного (i -го состояния).

Пример для системы, имеющей 3 состояния и матрицу интенсивностей вида

$$\begin{matrix} 0 & \lambda_{01} & \lambda_{02} \\ \lambda_{10} & 0 & \lambda_{12} \\ \lambda_{20} & \lambda_{21} & 0 \end{matrix}:$$

$$\begin{cases} p'_0 = -(\lambda_{01} + \lambda_{02})p_0 + \lambda_{10}p_1 + \lambda_{20}p_2 \\ p'_1 = -(\lambda_{10} + \lambda_{12})p_1 + \lambda_{01}p_0 + \lambda_{21}p_2 \\ p'_2 = -(\lambda_{20} + \lambda_{21})p_2 + \lambda_{02}p_0 + \lambda_{12}p_1 \end{cases}$$

Для получения предельных вероятностей, то есть вероятностей в стационарном режиме работы при $t \rightarrow \infty$, необходимо приравнять левые части уравнений к нулю. Таким образом получается система линейных уравнений. Для решения полученной системы необходимо добавить условие нормировки ($p_0 + p_1 + p_2 = 1$).

После того, как предельные вероятности будут найдены, необходимо найти время. Для этого необходимо с интервалом Δt находить каждую вероятность в момент времени $\Delta t + t$. Когда найденная вероятность будет равна соответствующей финальной с точностью до заданной погрешности, тогда можно завершить вычисления. На каждом шаге необходимо вычислять приращения для каждой вероятности (как функции): $dp_0 = \frac{-(\lambda_{01} + \lambda_{02})p_0 + \lambda_{10}p_1 + \lambda_{20}p_2}{\Delta t}$. При этом на первом шаге стоит взять начальные значения для dp . В данной работе все изначальные значения для каждого состояния равны $\frac{1}{n}$, где n – количество состояний системы. Точность вычислений $1e-3$.

Результаты работы

На рисунках 1, 2 и 3 представлены результаты работы программы для систем с количеством состояний 3, 5, и 7 соответственно.

Введите размерность системы: 3

Состояния	1	2	3
1	0.0	0.696	0.6721
2	0.3799	0.0	0.8983
3	0.8151	0.7895	0.0

Состояния	Предельные вероятности	Время
1	0.2999	1.689
2	0.3683	1.477
3	0.3318	0.143

Рисунок 1. Размерность системы S равна 3.

Введите размерность системы: 5

Состояния	1	2	3	4	5
1	0.0	0.5655	0.3855	0.3701	0.4556
2	0.9639	0.0	0.6617	0.6748	0.8584
3	0.5565	0.7093	0.0	0.5434	0.9343
4	0.8486	0.02	0.6838	0.0	0.8913
5	0.0793	0.2416	0.8439	0.3084	0.0

Состояния	Предельные вероятности	Время
1	0.2062	0.195
2	0.1081	1.406
3	0.1968	0.332
4	0.1479	2.343
5	0.341	2.109

Рисунок 2. Размерность системы S равна 5.

Введите размерность системы: 7

Состояния	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0	0.9827	0.6272	0.6182	0.2461	0.5551	0.7821
2	0.2979	0.0	0.4745	0.5648	0.0995	0.0374	0.6273
3	0.8833	0.2477	0.0	0.904	0.0409	0.2187	0.1536
4	0.8538	0.375	0.2569	0.0	0.2201	0.6219	0.6821
5	0.3689	0.8282	0.1709	0.3835	0.0	0.2702	0.3917
6	0.7367	0.5363	0.436	0.9261	0.3957	0.0	0.044
7	0.2107	0.81	0.8798	0.9692	0.9502	0.6405	0.0

Состояния	Предельные вероятности	Время
1	0.1317	1.085
2	0.2178	2.164
3	0.157	1.626
4	0.1916	1.732
5	0.0985	4.617
6	0.1054	2.455
7	0.0981	1.217

Рисунок 3. Размерность системы S равна 7.