

Seminar 6

Estimare Maximum Likelihood

DEPI

1. Se recepționează un semnal constant de amplitudine necunoscută A , afectat de zgomot gaussian, $r(t) = \underbrace{A}_{s_{\Theta}(t)} + \text{zgomot}$, unde zgomotul este de tip gaussian $\mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 2)$.

Semnalul este eșantionat la momentele $t_i = [0, 1.5, 3, 4]$ și se observă valorile $r_i = [4.6, 5.2, 5.35, 4.8]$.

a. Estimați valoarea lui A folosind estimarea Maximum Likelihood

3. Valorile măsurate ale unei funcții liniare $y = ax$, unde a este necunoscut, sunt următoarele: $(x_i, y_i) = (1, 1.8), (2, 4.1), (2.5, 5.1), (4, 7.9), (4.3, 8.5)$. Presupunând că zgomotul are distribuția $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 1)$

a. Estimați valoarea lui a folosind estimarea ML

4. Un semnal de forma $r(t) = A \cdot t^2 + 2 + \text{zgomot}$ este eșantionat la momentele $t_i = [1, 2, 3, 4, 5]$, și valorile obținute sunt $r_i = [1.2, 3.7, 8.5, 18, 25.8]$. Distribuția zgomotului este $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 1)$.

a. Estimați parametrul A folosind estimarea ML

5. Un robot se deplasează pe o traiectorie liniară cu o viteză necunoscută V centimetri/secundă, pornind de la poziția $x = 0$ la momentul inițial. La intervale de o secundă, robotul măsoară distanța parcursă folosind un senzor, afectat de zgomot gaussian $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 0.1)$. Valorile măsurate la momentele $t_i = [1, 2, 3, 4, 5]$ sunt $r_i = [4.9, 9.8, 14.3, 21.2, 25.7]$

a. Estimați viteza V a robotului folosind estimarea ML

Hint: Dacă viteza e constantă, distanța parcursă ar trebui să fie $x = V \cdot t$

b. Preziceți poziția robotului la momentul 6.

- c. Dacă presupunem la momentul inițial poziția robotului nu este 0, ci o valoare necunoscută x_0 , estimați perechea de parametri $[V, x_0]$ folosind estimarea ML. Preziceți poziția robotului la momentul 6.
- d. Știind că legea de mișcare este $x(t) = a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$, scrieți sistemul de ecuații pentru găsirea necunoscutelor $[a, v_0, x_0]$. (acelerația constantă a , viteza inițială v_0 , poziția inițială x_0).

6. Repetați exercițiul 1 în următoarele condiții:

- a. Considerând zgomotul de tip uniform $U[-2, 2]$. Se mai poate găsi o valoare precisă? Care este intervalul valorilor posibile?
- b. Considerând ca zgomotul are distribuție de forma următoare:

$$w(x) = \begin{cases} 1.5 - \frac{x}{3}, & x \in [0, 3] \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$

- c. Considerând ca zgomotul are distribuție de tip exponențial (λ este doar o constantă)

$$w(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Notă: Distribuția impune ca zgomotul să fie mereu pozitiv, adică valoarea originală e întotdeauna mai mică decât valoarea observată, afectată de zgomot