

# Examen DEPI 2018-2019

## Nr.1

### Exerciții (18p)

1. Fie o variabilă aleatoare continuă  $A$  având distribuția uniformă  $\mathcal{U}[-1, 5]$ .
  - a. (1p) Reprezentați grafic distribuția (inclusiv înălțimea funcției)
  - b. (1p) Calculați probabilitatea ca  $A$  să fie mai mic decât 4
  - c. (2p) Reprezentați grafic funcția de repartiție a lui  $A$
  - d. (1p) Calculați valoarea medie pătratică  $\overline{A^2}$
2. Fie detecția unui semnal constant care poate avea două valori posibile,  $s_0 = -5$  (ipoteza  $H_0$ ) sau  $s_1 = 3$  (ipoteza  $H_1$ ). Semnalul este afectat de zgomot Gaussian cu distribuția  $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 3)$ . Probabilitățile celor două ipoteze sunt  $P(H_0) = 2/3$  și  $P(H_1) = 1/3$ . La recepție se ia un singur eșantion, cu valoarea  $r = -0.5$ .
  - a. (2p) Reprezentați grafic funcțiile de plauzibilitate  $w(r|H_0)$  and  $w(r|H_1)$  și scrieți-le expresia matematică;
  - b. (1p) Care sunt regiunile de decizie în cazul criteriului Plauzibilității Maxime?
  - c. (3p) Calculați probabilitatea detecției corecte, dacă se folosește criteriului Plauzibilității Maxime;
  - d. (2p) Care este decizia luată folosind criteriul riscului minim, dacă valorile costurilor sunt  $C_{00} = 0$ ,  $C_{01} = 4$ ,  $C_{10} = 4$ ,  $C_{11} = 0$ ?
3. Fie detecția unui semnal  $s(t) = 2 \cos(\pi t)$  care poate fi prezent (ipoteza  $H_1$ ) sau absent ( $s(t) = 0$ , ipoteza  $H_0$ ). Semnalul este afectat de zgomot Gaussian cu distribuția  $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 3)$ . La recepție se iau 3 eșantioane la momentele de timp  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 1$  și  $t_2 = 2$ , cu valorile  $r_0 = 0$ ,  $r_1 = -1$  și  $r_2 = -0.5$ .
  - a. (2p) Care este decizia luată, conform criteriului Plauzibilității Maxime?
4. (3p) Fie un semnal recepționat de forma  $r(t) = \underbrace{1 + A \cdot t}_{s(t)} + \text{zgomot}$ . Zgomotul este de tip Gaussian cu distribuția  $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 4)$ . La recepție se iau trei eșantioane, la momentele  $t_1 = 1, t_2 = 2, t_3 = 3$ , valorile obținute fiind  $r_1 = 3.8$ ,  $r_2 = 6.9$ ,  $r_3 = 9.9$ . Estimați parametrul  $A$  folosind estimarea de plauzibilitate maximă.

Se cunoaște:

- $F(x) = \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right)$

## Teorie (14p)

1. (2p) Ce înseamnă că un proces aleator este staționar în sens strict / în sens larg?
2. (2p) Ce este un zgomot alb?
3. (2p) Dacă zgomotul care afectează un semnal se dublează, cum se modifică raportul Semnal-Zgomot (SNR) (justificați în cuvinte):
  - a. SNR crește
  - b. SNR scade
  - c. SNR rămâne constant
4. (4p) Criteriul probabilității minime de eroare: demonstrați că minimizarea probabilității de eroare conduce la expresia
$$\frac{w(r|H_1)}{w(r|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{p(H_0)}{p(H_1)}$$
5. (2p) Care este legătura între estimarea de plauzibilitate maximă și estimarea Maximum A Posteriori? Arătați că una dintre ele este un caz particular al celeilalte.
6. (2p) Care sunt funcțiile de cost utilizate în estimarea Maximum A Posteriori și în estimarea de eroare pătratică medie minimă (EPMM)? Scrieți-le expresiile matematice și reprezentați-le grafic.

**Notă:** 30p pentru nota 10. 3p din oficiu. Timp disponibil: 2h