

Seminar 7

Estimare ML si Bayesiană, multiple eşantioane

DEDP

1. Un robot se deplasează pe o traiectorie liniară cu o viteză necunoscută V centimetri/secundă, pornind de la poziția $x = 0$ la momentul inițial. La intervale de o secundă, robotul măsoară distanța parcursă folosind un senzor, afectat de zgomot gaussian $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 0.1)$. Valorile măsurate la momentele $t_i = [1, 2, 3, 4, 5]$ sunt $r_i = [4.9, 9.8, 14.3, 21.2, 25.7]$

- a. Estimați viteza V a robotului folosind estimarea ML

Hint: Dacă viteza e constantă, distanța parcursă ar trebui să fie $x = V \cdot t$

- b. Preziceți poziția robotului la momentul 6.
- c. Dacă presupunem la momentul inițial poziția robotului nu este 0, ci o valoare necunoscută x_0 , estimați perechea de parametri $[V, x_0]$ folosind estimarea ML. Preziceți poziția robotului la momentul 6.
- d. Știind că legea de mișcare este $x(t) = a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$, scrieți sistemul de ecuații pentru găsirea necunoscutelor $[a, v_0, x_0]$. (acelerația constantă a , viteza inițială v_0 , poziția inițială x_0).

2. Un robot se deplasează pe o traiectorie liniară cu o viteză constantă $V = 10$ cm/s.

La intervale de o secundă, robotul măsoară distanța parcursă folosind un senzor, afectat de zgomot gaussian $\mathcal{N}(0, \sigma^2 = 0.5)$.

La momentul $t_0 = 0$, poziția robotului este în jurul valorii $x_0 = 20$, fiind o variabilă aleatoare cu distribuția:

$$w(x_0) = \mathcal{N}(\mu = 20, \sigma = 0.5)$$

- a. Find the distribution $w(x_1)$ of the robot's position at time $t_1 = 1$.

- b. Suppose at this time $t_1 = 1$ we have a new measurement of the position, with value $r = 29.5$.

Take this into account with Bayesian estimation and find the new position using MAP and MMSE estimators, considering the predicted distribution in a) as the prior distribution.

- c. What happens if the speed is not known precisely. Suppose V is a random variable $\mathcal{N}(\mu = 10 \text{ cm/s}, \sigma^2 = 0.3)$?

3. Repetați exercițiul 1 în următoarele condiții:

- a. Considerând zgomotul de tip uniform $U[-2, 2]$. Se mai poate găsi o valoare precisă? Care este intervalul valorilor posibile?
- b. Considerând ca zgomotul are distribuție de forma următoare:

$$w(x) = \begin{cases} 1.5 - \frac{x}{3}, & x \in [0, 3] \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$

- c. Considerând ca zgomotul are distribuție de tip exponențial (λ este doar o constantă)

$$w(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Notă: Distribuția impune ca zgomotul să fie mereu pozitiv, adică valoarea originală e întotdeauna mai mică decât valoarea observată, afectată de zgomot