(1) a

$i = [1\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,0]$ (10 bits; LSB … MSB, x^9)

$g(x) = 1 \oplus x \oplus x^3$ — (3) cu cât crește cuv. de cod

$i(x) = 1 \oplus x^2 \oplus x^6 \oplus x^7$

Non-systematic:

$c(x) = i(x) \cdot g(x) = 1 \oplus x^2 \oplus x^6 \oplus \cancel{x^7} \oplus x \oplus \cancel{x^3} \oplus \cancel{x^7} \oplus x^8 \oplus \cancel{x^3} \oplus x^5 \oplus x^9 \oplus x^{10} = 1 \oplus x^2 \oplus x^5 \oplus x^6 \oplus x^9 \oplus x^{10}$

$c = [1\,0\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0]$ (x^0 … x^{12}; 13)

Systematic:

$c(x) = i(x) \cdot x^3 \oplus b(x)$

$i(x) \cdot x^3 = x^3 \oplus x^5 \oplus x^9 \oplus x^{10}$ $\quad ([0\,0\,0 \,|\, 1\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,0])$ (the last 10 bits are i)

Division:

$x^{10} \oplus x^9 \oplus x^5 \oplus x^3 \;:\; x^3 \oplus x \oplus 1 = x^7 \oplus x^6 \oplus x^5 \oplus 1$

$x^{10} \oplus x^8 \oplus x^7$

$x^9 \oplus x^8 \oplus x^7 \oplus x^5 \oplus x^3$

$x^9 \oplus x^7 \oplus x^6$

$x^8 \oplus x^6 \oplus x^5 \oplus x^3$

$x^8 \oplus x^6 \oplus x^5$

x^3

$x^3 \oplus x \oplus 1$

$\boxed{x \oplus 1} = b(x)$

$\Rightarrow c(x) = \underbrace{1 \oplus x}_{b(x)} \oplus \underbrace{x^3 \oplus x^5 \oplus x^9 \oplus x^{10}}_{x^3 \cdot i(x)}$

$c = [\underbrace{1\,1\,0}_{CRC}\;\underbrace{1\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,0\,0}_{i(x)}]$

(2) $r = [\underset{\text{LSB}}{1}\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,0\,1\,\underset{\text{MSB}}{1}]$ $\quad g(x) = 1 \oplus x^2 \oplus x^3 = x^3 \oplus x^2 \oplus 1$ $\quad [1\ 1\ 0\ 1]$

$r(x) = 1 \oplus x^2 \oplus x^4 \oplus x^5 \oplus x^6 \oplus x^9 \oplus x^{11}$

a)

$1 \cdot x^{11} \oplus 0 \cdot x^{10} \oplus 1 \cdot x^9 \oplus 0 \cdot x^8 \oplus 0 \cdot x^7 \oplus 1 \cdot x^6 \oplus 1 \cdot x^5 \oplus 1 \cdot x^4 \oplus 0 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 1$ | $x^3 \oplus x^2 \oplus 1$

$1 \cdot x^{11} \oplus 1 \cdot x^{10} \oplus 0 \cdot x^9 \oplus 1 \cdot x^8$ | $x^8 \oplus x^7 \oplus x^5$

$1 \cdot x^{10} \oplus 1 \cdot x^9 \oplus 1 \cdot x^8 \oplus 0 \cdot x^7 \oplus 1 \cdot x^6 \oplus \dots$ | $\oplus x^3 \oplus x^2$

$1 \cdot x^{10} \oplus 1 \cdot x^9 \oplus 0 \cdot x^8 \oplus 1 \cdot x^7$ | $\oplus 1$

$1 \cdot x^8 \oplus 1 \cdot x^7 \oplus 1 \cdot x^6 \oplus 1 \cdot x^5 \oplus 1 \cdot x^4 \oplus 0 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 1$

$1 \cdot x^8 \oplus 1 \cdot x^7 \oplus 0 \cdot x^6 \oplus 1 \cdot x^5$

$1 \cdot x^6 \oplus 0 \cdot x^5 \oplus 1 \cdot x^4 \oplus 0 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 1$

$1 \cdot x^6 \oplus 1 \cdot x^5 \oplus 0 \cdot x^4 \oplus 1 \cdot x^3$

$1 \cdot x^5 \oplus 1 \cdot x^4 \oplus 1 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 1$

$1 \cdot x^5 \oplus 1 \cdot x^4 \oplus 0 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2$

$1 \cdot x^3 \oplus 0 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 1$

$1 \cdot x^3 \oplus 1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 1$

$1 \cdot x^2 \oplus 0 \cdot x \oplus 0$ → $b(x)$ resto

resto $b(x) \neq 0 \Rightarrow$ errors detected !

e	resto $b(x)$
$[1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0]$	1
$[0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0]$	x
$[0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0]$	x^2 ✓

$e(x) = 1$

⇓ error on 3rd position

$1 \;|\; x^3 \oplus x^2 \oplus 1$; 0 ; $\boxed{1}$ $b(x)$

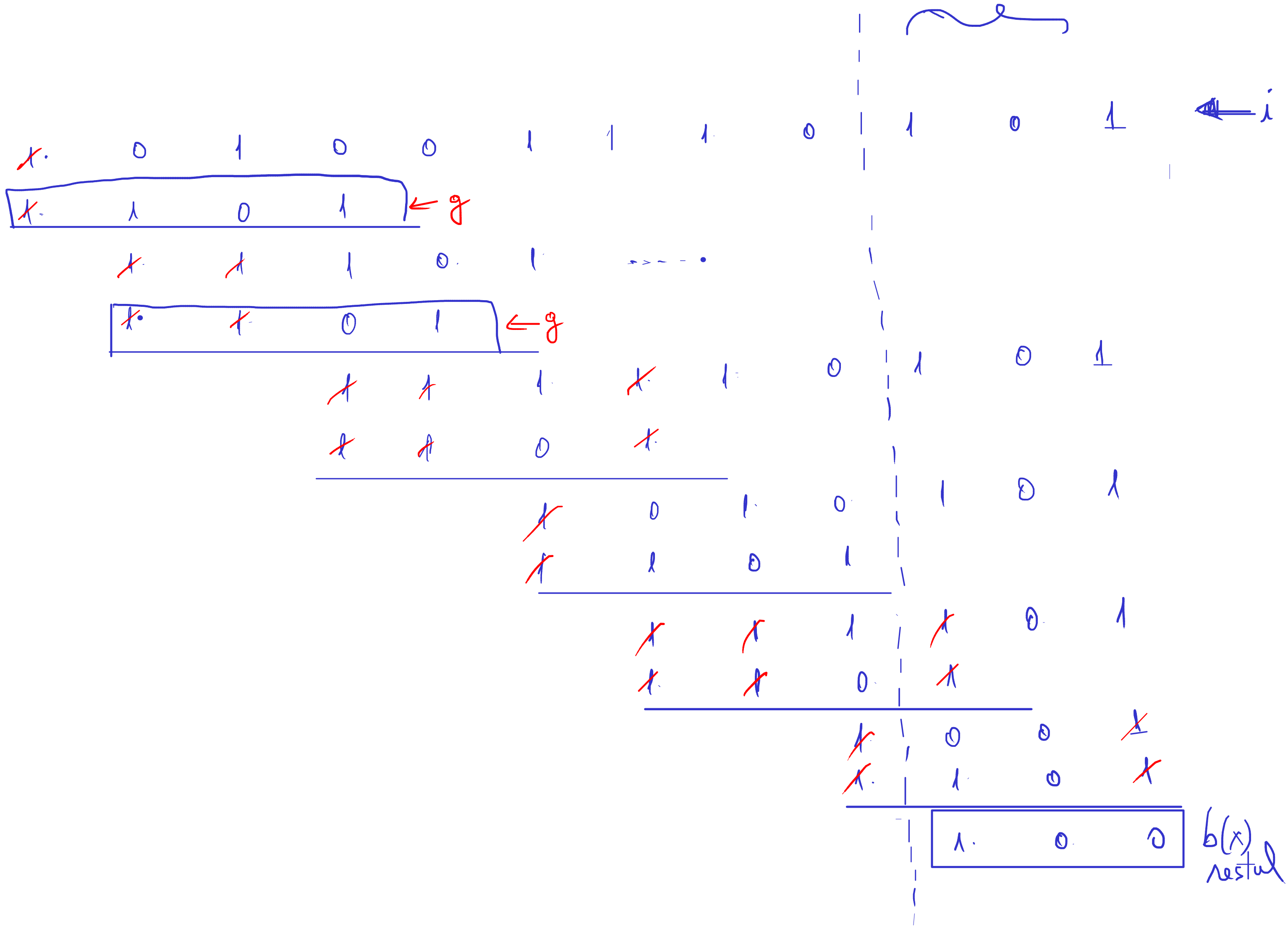
$x \;|\; x^3 \oplus x^2 \oplus 1$; $\otimes$; 0

$x^2 \;|\; x^3 \oplus x^2 + 1$; $\boxed{x^2}$ ✓ ; 0

$\Rightarrow c = [1\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,0\,1]$

CRC $\quad$ i $\quad \Rightarrow i = [0\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,0\,1]$

$g = [1\ 1\ 0\ 1]$ $\quad (x^3 \oplus x^2 \oplus 1)$



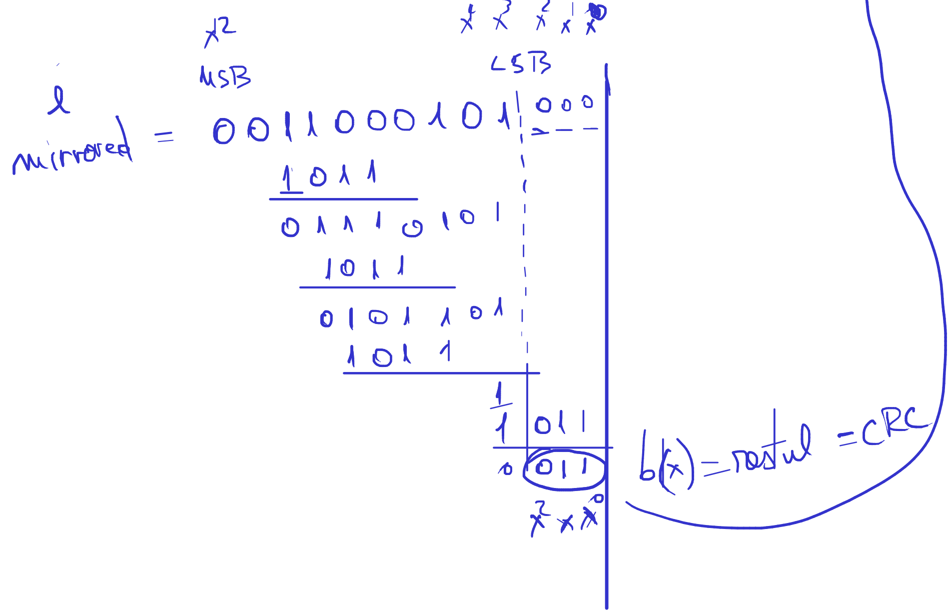
(1) b). $i = 1010\,001100$ (LSB … MSB)

$g(x) = 1 \oplus x \oplus x^3$

$= x^3 \oplus x \oplus 1$

$\Leftrightarrow$ 1011

$C = [\,110\ 1010001100\,]$ (LSB … MSB)

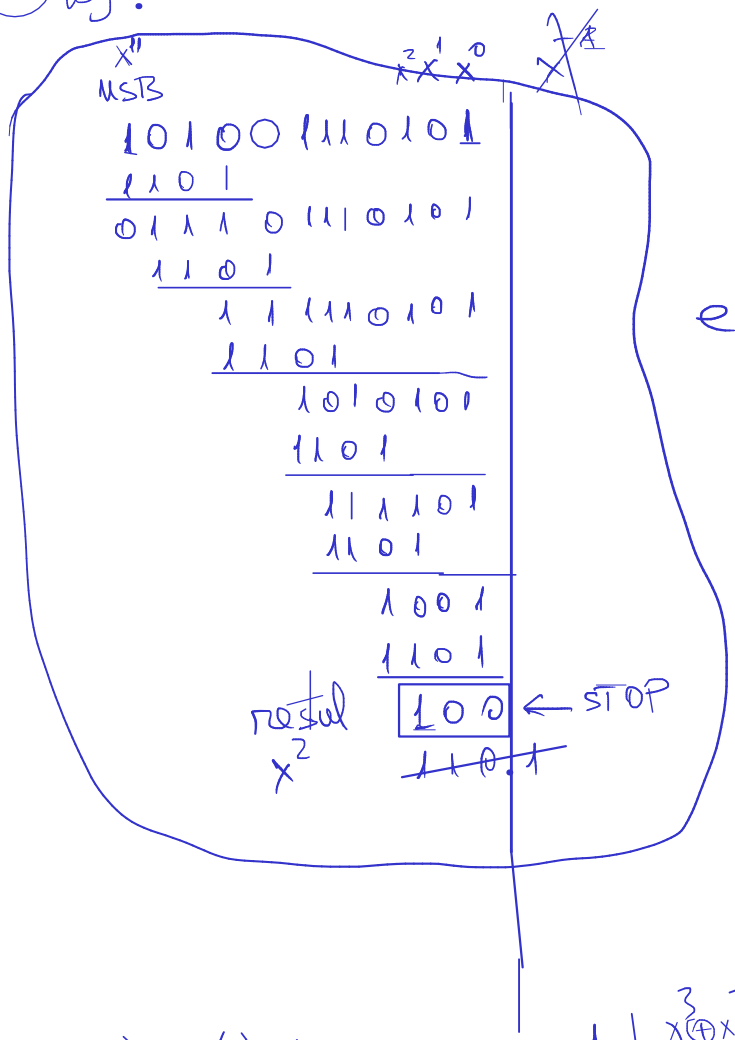


(2)b). $r = 1010111001011$ (LSB … MSB)

$g(x) = 1 \oplus x^2 \oplus x^3$ (LSB … MSB)

$= x^3 \oplus x^2 \oplus 1$

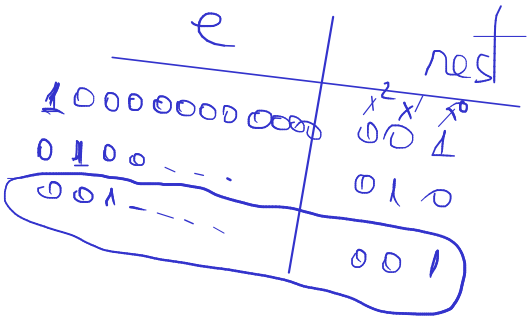
MSB … LSB: 1 1 0 1



$e(x) = 1$

1	x^6
1	1 0 1

resto $\neq 0$ $\Rightarrow$ errori!



1) $e(x) = 1$

2) $e(x) = x$

1	$x^3 \oplus x^2 \oplus 1$
1	0

x	$x^3 \oplus x^2 \oplus 1$
x	0

x^2	$x^3 \oplus x^2 \oplus 1$
x^2	0