

Efectele reprezentării în lungime finită a coeficienților în filtrarea digitală

Laborator 10, PSS

Table of contents

1	Obiectiv	1
2	Noțiuni teoretice	1
2.1	Reprezentarea numerelor fracționare în baza 2	1
2.2	Implementarea filtrelor cu secțiuni de ordinul 2	3
3	Exerciții teoretice	3
4	Exerciții practice	4
5	Întrebări finale	4

1 Obiectiv

Studiul efectelor produse de implementarea în virgulă fixă a coeficienților unui filtru digital.

2 Noțiuni teoretice

2.1 Reprezentarea numerelor fracționare în baza 2

TBD

①

$$\begin{array}{cccccccc} & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & . & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} = 26.3125$$

$16 + 8 + 2 = 26$ $\frac{2^{-2}}{2^2} + \frac{2^{-4}}{2^4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = 0.25 + 0.0625 = 0.3125$

② 273.21875

$$273 = 256 + 16 + 1$$

$$\begin{array}{ccc} 2^8 & 2^4 & 2^0 \end{array}$$

$$100010001$$

$$\begin{array}{lcl} 0.21875 \times 2 & = & 0.43750 \\ 0.4375 \times 2 & = & 0.87500 \\ 0.875 \times 2 & = & 1.75 \\ 0.75 \times 2 & = & 1.5 \\ 0.5 & = & 1.0 \end{array}$$

↓

273	2	1	↑
136	2	0	
68	2	0	
34	2	0	
17	2	1	
8	2	0	
4	2	0	
2	2	0	
1	0	1	
0			

$$0.21875 : 0.00111$$

$$273.21875 : 100010001.00111$$

Figure 1: Reprezentarea numerelor fracționare în baza 2

2.2 Implementarea filtrelor cu secțiuni de ordinul 2

Implementarea filtrelor cu secțiuni de ordinul 2 (“second order sections”) înseamnă implementarea filtrului **în formă serie**, ca o secvență de sub-filtre de ordinul 2.

$$H(z) = H_1(z) \cdot \dots \cdot H_n(z) \cdot Gain$$

unde fiecare $H_i(z)$ este de ordinul 2:

$$H_i(z) = \frac{b_0^{(i)} + b_1^{(i)}z^{-1} + b_2^{(i)}z^{-2}}{1 + a_1^{(i)}z^{-1} + a_2^{(i)}z^{-2}}$$

Exemplu:

https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview-digital-filter-design-toolkit-api-ref/page/lvdfdtconcepts/iir_sos_specs.html

3 Exerciții teoretice

1. Convertiți numărul de mai jos din binar în zecimal:

11011.0101

2. Să se scrie în formatul virgulă fixă cu 1 bit de semn, 6 biți pentru partea întreagă și 6 biți pentru partea fracționară (1S6Î6F) numărul:

273.21875

3. Să se scrie în formatul virgulă fixă cu 1 bit de semn, 6 biți pentru partea întreagă și 6 biți pentru partea fracționară (1S6Î6F) numerele negative următoare. Reprezentarea numerelor negative se va face în formatele mărime cu semn, complement față de 1 (C1) și complement față de 2 (C2).

a. -22

b. -22.21875

4. Cuantizați eșantioanele $x_1 = 0.42625$ și $x_2 = -0.4333$ în formatul virgulă fixă 1S0Î4F prin:

a. Trunchiere

b. Rotunjire

c. Trunchiere semn-valoare

Valorile negative se reprezintă în formatul C2.

4 Exerciții practice

1. Utilizați utilitarul `fdatool` pentru a proiecta un filtru trece-jos IIR de ordin 4, de tip eliptic, cu frecvența de tăiere de 3kHz la o frecvență de eșantionare de 44.1kHz. Exportați coeficienții formeii directe II în Workspace-ul Matlab sub numele **b** și **a**.
2. În utilitarul `fdatool`, setați aritmetica filtrului la “fixed-point arithmetic” și modificați:
 - a. Setați formatul virgulă fixă 1S2Î7F. Cum se modifică funcția de transfer a circuitului?
 - b. Creșteți numărul de biți ai părții fracționare. Cum se modifică funcția de transfer a circuitului? Pentru ce număr de biți considerați că erorile devin neglijabile?
 - c. Exportați coeficienții formeii directe II în Workspace-ul Matlab, sub numele **b1** și **a1**.
3. Repetați punctul precedent cu filtrul implementat în forma serie (“Second-Order-Sections”). În care caz erorile sunt mai mici? Exportați coeficienții în Workspace-ul Matlab sub numele **b2** și **a2**.
4. Încărcați semnalul audio predefinit `mtlb` din Matlab (`load mtlb;`). Utilizați funcția `filter()` pentru a filtra semnalul cu filtrul original (**b** și **a**) și cu cel în virgulă fixă în forma directă II (**b1** și **a1**).
 - a. Afișați semnalul diferență dintre cele două ieșiri.
 - b. Afișați histograma semnalului diferență. Ce formă are? Care este valoarea medie a erorilor?

5 Întrebări finale

1. TBD