Titlu

Achiziția comprimată a semnalelor cu reprezentări rare

Text

Am text *italic* si **bold** si *subliniat*.

Ecuații

O ecuație inline este $p \geq 1$

Aici am o ecuație:

$$\|x\|_p = \left(\sum_i |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}} \tag{1}$$

si ma refer la ea ca ecuatia (eq. 1). E **obligatoriu** ca ecuația să fie intr-un paragraf nou (separată cu linii goale inainte și după),

O listă cu ecuații inline si separate:

1. $\|ax\| = |a| \cdot \|x\|$ (omogenitate)
2. Și încă una aici

$$\|x\| = 0 \iff x = 0 \tag{2}$$

1. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ (inegalitatea triunghiului)

si o citez pe ultima ca (eq. 2).

Din păcate, pentru ca trebuie să pun ecuația într-un paragraf nou, **se întrerupe numerotarea**!!

Și încă o ecuație cu cuvinte în interior (*unde*) și cazuri ():

$$\|x\|_0 = \sum_i c_i, \text{ unde } c_i = \begin{cases} 1, x_i \neq 0 \\ 0, x_i = 0 \end{cases}$$

Figuri

În Figura 1 sunt înfățișate sferele ℓ_p într-un spațiu bidimensional, adică punctele care au aceeași valoare a normei ℓ_p (aici, egală cu 1), pentru diverse valori ale lui p. Pentru $p = 0$, domeniul cuprinde doar cele două axe (exceptând punctul 0). Se observă că valori mici ale lui p implică puncte situate în apropierea celor două axe, funcționând astfel ca niște aproximații ale normei ℓ_0.

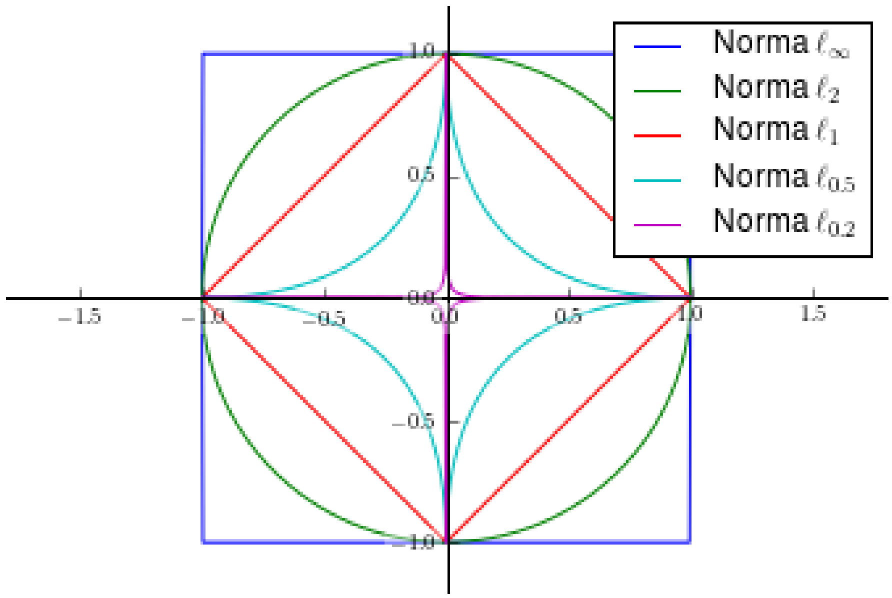

Figure 1: Figura 1 - Punctele dintr-un plan care au norma ℓ_p egală cu 1

Teoreme, definiții, citari

Definiție ca text:

[1]: Fie matricea $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. *Spark*-ul matricii A, notat σ, reprezintă numărul minim de coloane ale lui A care sunt liniar independente.

Următoarea este o teoremă cu demonstrație, ca text:

[1]: Fie γ un vector rar cu $\|\gamma\|_0 = k$, achiziţionat cu o matrice A ca în (eq. 1). Fie σ *spark*-ul matricii A. Dacă $k < \sigma/2$, atunci γ este soluţie unică a problemei de optimizare (eq. 2).

Demonstraţie. Demonstraţia rezultă imediat: dacă (eq. 1) ar admite o soluţie diferită, cu raritatea $k' \leq k$, atunci diferenţa celor două soluţii ar produce un vector de raritate $(k' + k) < \sigma$ care aparţine spaţiului nul al matricii A. Acest lucru înseamnă un set de coloane liniar independente ale lui A în număr mai mic decât *spark*-ul matricii, ceea ce contrazice definiţia acestuia.

Din păcate, calcularea *spark*-ului unei matrici este o problemă de complexitate combinatorică, şi deci *NP-hard*, ceea ce limitează aplicabilitatea practică a teoremei.

Algoritmi

Fenced clode block:

```
1. $r^{(0)} \leftarrow y$
2. $\gamma_i \leftarrow 0, \forall i$
3. repetă:
   3.1.    Găsește $a_m \in A$ cu coeficientul de corelația maxim $\left\langle r^{(k)},
   3.2.    Adaugă $m$ la setul indicilor atomilor selectați, $T \leftarrow T \cup \{m\}$
   3.3.    Proiectează $x$ pe subspațiul atomilor $a_{\{T\}}$, obținând vectorul coefici
   3.4.    Actualizează reziduul: $r^{(k+1)} \leftarrow x - A \cdot \gamma^{(k+1)}$
4. până la un criteriu de oprire (de ex. $\|r^{(k)}\|_2 \le \epsilon$, sau număr fixat de
```

sau *clode block* normal (cu 4 spații):

```
1. $r^{(0)} \leftarrow y$
2. $\gamma_i \leftarrow 0, \forall i$
3. repetă:
   3.1.    Găsește $a_m \in A$ cu coeficientul de corelația maxim $\left\langle r^{(k)}, a_
   3.2.    Adaugă $m$ la setul indicilor atomilor selectați, $T \leftarrow T \cup \{m\}$
   3.3.    Proiectează $x$ pe subspațiul atomilor $a_{\{T\}}$, obținând vectorul coeficient
   3.4.    Actualizează reziduul: $r^{(k+1)} \leftarrow x - A \cdot \gamma^{(k+1)}$
4. până la un criteriu de oprire (de ex. $\|r^{(k)}\|_2 \le \epsilon$, sau număr fixat de it
```

Din păcate, în *code blocks* nu se parsează ecuațiile Latex. Singura soluție este să le scriu ca liste obișnuite (de ex. cu 3 spații):

1. $r^{(0)} \leftarrow y$
2. $\gamma_i \leftarrow 0, \forall i$
3. repetă:
   3.1. Găsește $a_m \in A$ cu coeficientul de corelația maxim $\left\langle r^{(k)}, a_m \right\rangle$
   3.2. Adaugă m la setul indicilor atomilor selectați, $T \leftarrow T \cup \{m\}$
   3.3. Proiectează x pe subspațiul atomilor $a_{\{T\}}$, obținând vectorul coeficienților de la pasul k: $\gamma_{\{T\}}^{(k+1)} = a_{\{T\}}^{\dagger} x$
   3.4. Actualizează reziduul: $r^{(k+1)} \leftarrow x - A \cdot \gamma^{(k+1)}$
4. până la un criteriu de oprire (de ex. $\|r^{(k)}\|_2 \le \epsilon$, sau număr fixat de iterații}

Tabele

TODO

[1] D. L. Donoho and M. Elad, “Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via l1 minimization,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 100, no. 5, pp. 2197–2202, 2003.