## ▼ Лабораторная работа 2. Матрицы.

## Задание 1.

Задайте матрицу

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix} .$$

- (a) Найдите  $A^3$ .
- (b) Замените третий столбец матрицы А на сумму второго и третьего столбцов.

```
vec <- c(1, 5, -2, 1, 2,-1, 3, 6, -3)
mat <- matrix(vec, nrow=3, ncol=3)</pre>
mat
     A matrix: 3 ×
     3 of type dbl
       1 1 3
       5 2 6
      -2 -1 -3
res <- mat %*% mat %*% mat
res
      A matrix:
      3 \times 3 of
      type dbl
      0 0 0
      0 0 0
      0 0 0
mat[, 3] <- mat[, 1] + mat[, 2]</pre>
mat
     A matrix: 3 ×
     3 of type dbl
       1 1 2
       5 2 7
```

## Задание 2.

-2 -1 -3

Создайте матрицу В с 15 строками следующего вида:

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 \\ 10 & -10 & 10 \\ & -10 & 10 \end{bmatrix}$$

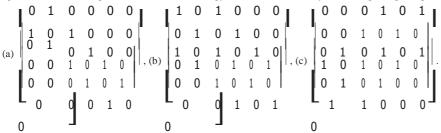
Вычислите матрицу  $B^T B$  (размерности 3x3).

10 10 10

```
mat <- matrix(rep(c(10, -10, 10), 15), nrow=15, ncol=3, byrow = TRUE)
t(mat)[, 1:3]

A matrix: 3 x 3
    of type dbl
    10    10    10
    -10    -10    -10</pre>
```

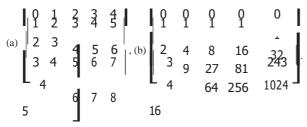
**Задание 3.** Создайте матрицу E размерности 6x6, все элементы которой равны нулю. Изучите, что возвращают функции row() и col() применительно к матрице E. С помощью этих функций создайте следующие матрицы размерности 6x6:



```
E <- matrix(0, 6, 6)
      A matrix: 6 x 6 of
         type dbl
     0 0 0 0 0 0
     0 0 0 0 0 0
     0 0 0 0 0 0
     0 0 0 0 0 0
     0 0 0 0 0 0
     0 0 0 0 0 0
      A matrix: 6 x 6 of
         type dbl
     0 1 0 0 0 0
     1 0 1 0 0 0
     0 1 0 1 0 0
     0 0 1 0 1 0
     0 0 0 1 0 1
     0 0 0 0 1 0
#a
E[abs(col(E) - row(E)) == 1] = 1
      A matrix: 6 x 6 of
         type dbl
     0 1 0 0 0 0
     1 0 1 0 0 0
     0 1 0 1 0 0
     0 0 1 0 1 0
     0 0 0 1 0 1
     0 0 0 0 1 0
#b
E <- matrix(0, 6, 6)</pre>
E[abs(col(E) - row(E)) == 2] = 1
E[row(E) == col(E)] = 1
      A matrix: 6 x 6 of
         type dbl
     1 0 1 0 0 0
     0 1 0 1 0 0
     1 0 1 0 1 0
     0 1 0 1 0 1
     0 0 1 0 1 0
     0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1
```

1 0 1 0 0 0

**Задание 4.** Изучите справку по команде outer(). Создайте матрицы следующей структуры:



```
#a
x <- 0:4
outer(x,x, FUN = "+")
     A matrix: 5 x 5 of
        type int
     0 1 2 3 4
     1 2 3 4 5
     2 3 4 5 6
     3 4 5 6 7
     4 5 6 7 8
```

```
y <- 1:5
outer(x,y, FUN="^")
     A matrix: 5 x 5 of type dbl
      0 0
             0
         1
                          1
                        32
```

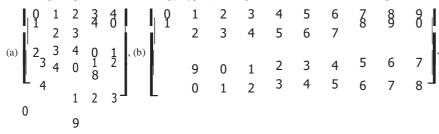
9 27

81 4 16 64 256 1024

243

#6

Задание 5. Создайте матрицы следующих структур. В каждом случае ваше решение должно быть легко обобщаемым на случайсоздания матриц большей размерности, но той же структуры (т.е. матрицы должны создаваться не просто "впечатыванием" каждого элемента).



```
06.10.2 23, 01:23
         0
                  6
                     5
      8
              8
                 7
                        5
                               3
                                  2
                     6
                            5
                                  3
       1
          0
              0
                  8
                     7
                        6
                            6
                               5 4
       2
                        7
              1
                  0
                     8
                            7
                               6 5
       3
           2
              2
                        8
                  1
                     0
                            8
                              7
                                  6
       4
          3
   (c)
              3
                  2
                        0
                     1
       5
           4
                            0
                               8
                  3
                                  7
               4
                     2
                        1
           5
                            1
                                  8
              5
                        2
       6
                  4
                     3
           6
                        3
                            2
                                   0
               6
                  5
                    4
                               1
      7
   #a
   n <- 5
   rows <- rep(0:(n-1), each=n)
   cols <- rep(0:(n-1), n)
   mat <- matrix((rows + cols) %% n, nrow=n, ncol=n)</pre>
   mat
       A matrix: 5 x 5 of
          type dbl
        0 1 2 3 4
        1 2 3 4 0
        2 3 4 0 1
        3 4 0 1 2
        4 0 1 2 3
   #b
   n <- 10
   rows <- rep(0:(n-1), each=n)
   cols <- rep(0:(n-1), n)
   mat <- matrix((rows + cols) %% n, nrow=n, ncol=n)</pre>
   mat
          A matrix: 10 x 10 of type dbl
        0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
        1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
        2 3 4 5 6 7 8 9 0 1
        3 4 5 6 7 8 9 0 1 2
        4 5 6 7 8 9 0 1 2 3
        5 6 7 8 9 0 1 2 3 4
        6 7 8 9 0 1 2 3 4 5
        7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
        8 9 0 1 2 3 4 5 6 7
        9 0 1 2 3 4 5 6 7 8
```

```
#c
n <- 9
rows <- rep(0:(n-1), each=n)
cols <- rep(0:(n-1), n)
mat <- matrix((n-1)-(rows + cols) %% n, nrow=n, ncol=n)
mat[nrow(mat):1,]</pre>
```

A matrix: 9 × 9 of type dbl 0 8 7 6 5 4 3 2 1

Задание 6. Решите следующую систему линейных уравнений с 5 неизвестными:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -3 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 5 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 17 \end{cases}$$

рассмотрев соответствующее матричное уравнение Ax = y (см. функцию solve()). Обратите внимание на особый вид матрицы A.

Метод, используемый для решения данной системы уравнений, должен быть легко обобщаем на случай большего числа уравнений, где матрица А будет иметь такую же структуру.

```
matr <- matrix(c(1, 2, 3, 4, 5, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 5, 4, 3, 2, 1), nrow = 5, ncol = 5, byrow = TRUE) a <- c(7, -1, -3, 5, 17) solve(matr, a)
```

-2 · 3.0000000000001 · 5 · 2 · -4

Задание 7. Создайте матрицу М размерности 6х10, элементами которой являются целые числа, выбранные случайным образом с повторениями (см. функцию sample()) из совокупности 1, 2, . . . , 10. Перед генерацией случайной выборки обеспечьте её воспроизводимость (с помощью команды set.seed(), которая фиксирует число, служащее начальной точкой для запуска алгоритма генерации (псевдо-)случайных чисел, для того, чтобы каждый раз при использовании генератора псевдо-случайных чисел получать идентичные последовательности чисел). Например, задайте set.seed(75).

- (а) Найдите число элементов в каждой строке матрицы М, которые больше 4.
- (b) В каких строках матрицы М число 7 встречается ровно 2 раза?
- (с) Найдите все пары столбцов матрицы M, сумма элементов которых больше 75. Ответом должна быть матрица с двумя столбцами, строки которой интерпретируются как пары номеров столбцов исходной матрицы M. Например, строка (1, 2) полученной матрицы означает, что сумма элементов по столбцам 1 и 2 матрицы M больше 75. Полученная матрица вполне можетсодержать повторения пар (например, (1, 2) и (2, 1) и (2, 2).) Исправьте решение, чтобы результат не содержал повторов.

Задание 8. Вычислите:

$$\text{(a)} \stackrel{20}{\overset{20}{\sim}} \stackrel{5}{\overset{1}{\sim}}_{i=1} \frac{5}{j=1} \frac{5}{j+1}, \text{(b)} \stackrel{20}{\overset{20}{\sim}} \stackrel{5}{\overset{1}{\sim}}_{i=1} \frac{5}{j-1} \frac{5}{(3+ij)}.$$