# РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет <u>физико-математических и естественных наук</u> Кафедра <u>прикладной информатики и теории вероятностей</u>

### ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2 на тему

#### «Математическая модель рекламной компании»

Дисциплина: Математическое моделирование

Выполнил

Студент группы НК-301 Н.С. Красюк

**MOCKBA** 2015

# Оглавление

Постановка задачи	3
Ход работы	
· · · ·	
Исходный код программы	9

#### Постановка задачи

В данной лабораторной работе мы разберем один из базовых методов моделирование рекламной компании.

В организации рекламной компании очень важным моментом является то что рекламная компания должна полностью покрывать затраты на нее. В самом начале компании затраты будут превышать прибыль, но с увеличением информированности покупателей будет становится все больше и больше, далее наступит момент, когда прибыль будет превышать затраты и в конечном итоге рынок насытится и дальнейшая реклама будет бессмысленной.

Данный процесс очень похож на моделирование роста численности популяции: в начале размножение происходит очень медленно, далее начинается бурный рост (особей достаточно много + потенциал окружающей среды еще не исчерпан) и под конец рост замедляется (т.к. мы подходим к лимиту окружающей среды: ресурсы...).

Рекламную компанию можно смоделировать следующим образом:

$$\frac{\delta N}{\delta t}$$
 =  $[\alpha_1(t) + \alpha_2(t) N(t)] * (N-N(t))$  - описывается скорость изменения числа

потребителей во времени, t - время, N(t) -кол-во уже информированных покупателей, N - общее число потенциальных покупателей. Также тут учитывается методы которыми распространяется реклама.  $\alpha_1(t)>0$  - величина характеризует интенсивность рекламной компании, что напрямую зависит от затрат на рекламу в текущий момент времени и  $\alpha_2(t)>0$  - характеризует степень общения покупателей между собой.

При  $\alpha_1(t)\gg \alpha_2(t)$  мы получим модель типа Мальтуса, а при  $\alpha_2(t)\gg \alpha_1(t)$  уравнение логистической кривой, 2 эти модели изначально были созданы для моделирования роста численности популяции.

В ходе выполнения лабораторной работы нам необходимо рассмотреть следующую ситуацию: 29 января открылся новый салон красоты, в момент времени  $t\!=\!0$  (момент запуска рекламной компании) о салоне уже знает  $N_0$ , всего в окрестностях салона проживает N. Нам необходимо построить график распространения рекламы данного салона красоты. Также в ходе проведения лабораторной работы нам необходимо сделать:

1)  
Сравнить эффективность рекламной кампании при 
$$\gamma_1$$
 и  $\gamma_2$  (  $\gamma_1 < \gamma_2$  ,  $N_0 = \frac{N}{\gamma}$  ).

- 2)Определить в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост.
  - 3)Построить решение, если учитывать вклад только платной рекламы.
- 4)Построить решение, если предположить, что информация о товаре распространятся только путем «сарафанного радио», сравнить оба решения.
- 5)Определить как стоимость рекламы влияет на скорость ее распространения и определить наиболее выгодный вариант.
- 6)Считая, что эффект от насыщения рекламы происходит при  $N(t) \approx N$  найти момент времени, когда продолжение кампании станет заведомо убыточным.

### Ход работы

Допустим в районе где открылся наш салон красоты проживает 5000 потенциальных клиентов  $N\!=\!5000$  .

(1)Сравним эффективность рекламной кампании при  $y_1$  и  $y_2$  (  $y_1 < y_2$  ,  $N_0 = \frac{N}{\gamma}$  ). Интенсивность рекламной компании и степень общения клиентов между собой пусть будут равны  $\alpha_1 = 0.000001, \alpha_2 = 0.00005$  . Пусть  $y_1 = 5, y_2 = 10$  .

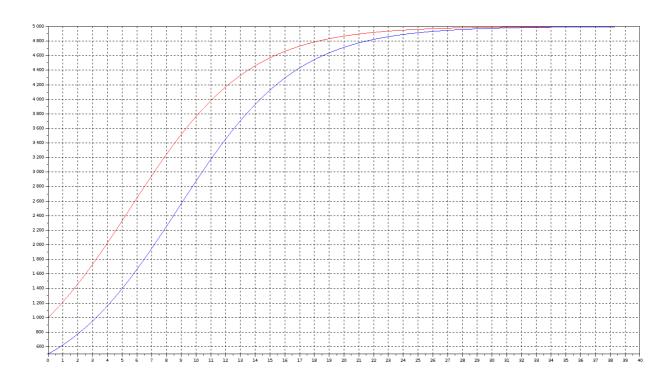
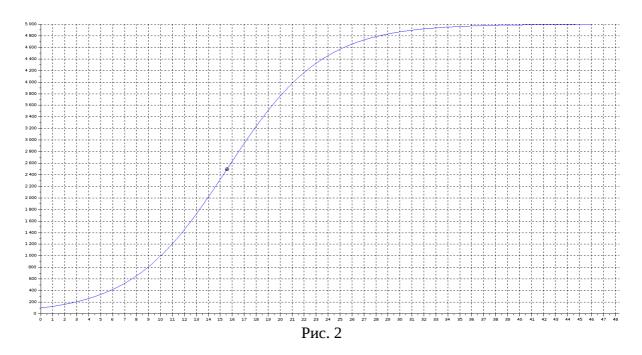


Рис. 1

Результат изображен на Рис. 1. Красным обозначен результат при  $\gamma=5\Leftrightarrow N_0=1000$  и синим соответственно  $\gamma=10\Leftrightarrow N_0=500$ . Результат вполне очевиден при  $\gamma=5$  количество уже информированных клиентов  $N_0=1000$ , что на 500 человек чем при  $\gamma=10$  => «сарафанное радио» работает эффективно уже в начале компании, таким образом рост числа посетителей происходит быстрее, а «насыщение» начинается раньше.

Далее для выполнения лабораторной работы примем  $N_0$ =100 , рекламная компания началась через день после открытия салона,  $\alpha_1$ =0.000001, $\alpha_2$ =0.00005 .

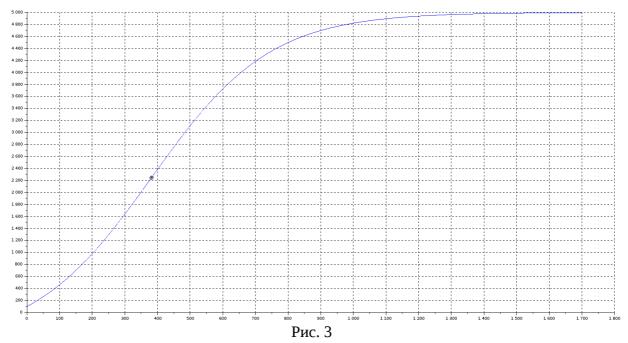
(2)Определим в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост. Для этого сначала постоим решение с новыми значениями. После чего найдем момент времени, когда количество потребителей будет меняться наиболее интенсивно. Этот момент будем искать проходом по списку полученном в результате решения нашего ДУ:  $max(|N(t)-N(t+1)|),t\in[0,49]$  (решение полностью умещается на промежутке  $t\in[0,50]$ ). Обозначим этот момент на графике (далее в лабораторной работе эта точка будет обозначатся автоматически т.к. прописано в коде программы), также выведем на консоль подробную информацию об этом моменте.



Результат работы программы изображен на Рис 2. Т.к.  $\alpha_1 \ll \alpha_2$  у нас получился график логистической кривой, интенсивнее всего изменяются значения в центре кривой.

Вывод: Наибольшая интенсивность: 3.125 N(t): 2497.984 t: 15.560

В момент времени t=15.560 интенсивность изменения числа потребителей  $\sim 3$ , число уже информированных клиентов  $\sim \frac{N}{2} \approx 2497.984 + 3.125$  . Теперь поменяем значения  $\alpha_1 = 0.0005, \alpha_2 = 0.000001$  и у нас выйдет  $\alpha_1 \gg \alpha_2$  . Из-за изменения значений коэффициентов влияющих на способ распространения рекламы расширим временной промежуток  $t \in [0,1700]$  Результат на Рис. 3.



Ситуация изменилась.

Вывод: Наибольшая интенсивность: 0.076 N(t): 2249.930 t: 381.820

Максимальная интенсивность изменения количества потребителей сдвинулась от центра ближе к началу рекламной компании. Это произошло т.к. на рекламную компанию большее влияние стало производить коэффициент  $\alpha_1$ , рост числа потребителей быстрее происходит в начале компании, но к концу процесс насыщения происходит медленнее т.к. сарафанное радио работает не очень эффективно.

(3)Построим решение, если учитывать вклад только платной рекламы. Для этого обнулим  $\alpha_2$ =0 , а коэффициент отвечающий за платную рекламу примем равным  $\alpha_1$ =0.005 . Результат на Рис. 4.

(4)Построим решение, если предположим, что информация о товаре распространятся только путем «сарафанного радио», сравним оба решения. Для этого обнулим  $\alpha_1$ =0 , а коэффициент отвечающий за платную рекламу примем равным  $\alpha_2$ =0.0005 . Результат на Рис. 5.

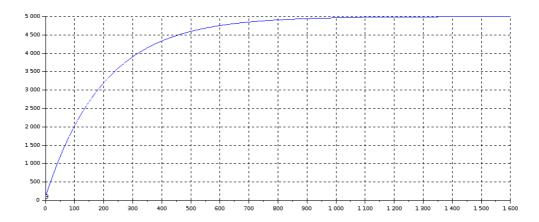


Рис. 4

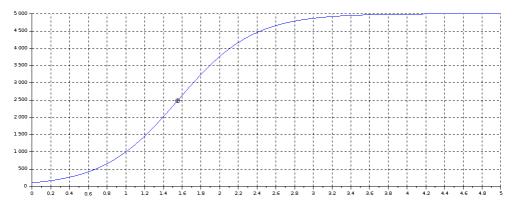
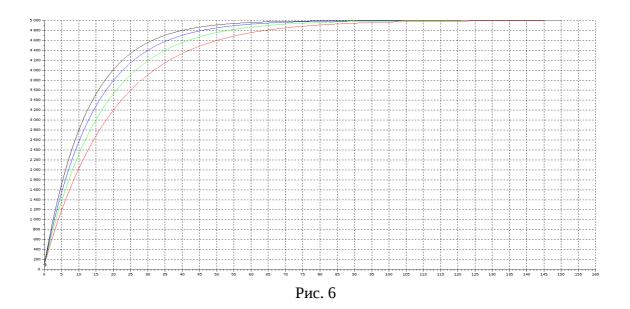


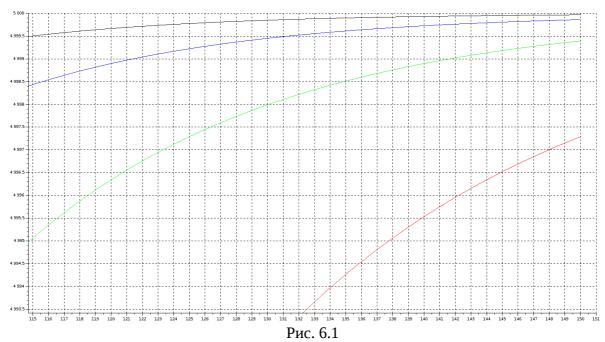
Рис. 5

Самое главное, что бросается в глаза, смотря на полученные результаты, это то что даже учитывая, что коэффициент отвечающий за «сарафанное радио»  $\alpha_2$ =0.0005 (Рис. 5) значительно меньше коэффициента отвечающего за платную рекламу  $\alpha_1$ =0.005 (Рис. 4) временные промежутки за которые в рекламную компанию вовлекаются все потенциальные потребители, значительно отличаются. Для случая  $\alpha_1$ =0.005,  $\alpha_2$ =0 это

происходит за  $\sim 1400$  временных единиц, а в случае  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0.0005$  всего за  $\sim 5$ , из этого можно сделать вывод, что просто платная реклама, без «сарафанного радио» абсолютно не эффективна. И даже небольшая коммуникация между клиентами может многократно ускорить ход рекламной компании.

(5)Определим как стоимость рекламы влияет на скорость ее распространения и определим наиболее выгодный вариант. Пусть  $\alpha_2 = 0$  , построим решения для  $\alpha_1 = 0.05, \alpha_1 = 0.06, \alpha_1 = 0.07, \alpha_1 = 0.08$  , решение изображено на Рис. 6, красным, зеленым, синим, коричневым соответственно. На Рис. 6.1 результат изображен более детализовано около достижения N .

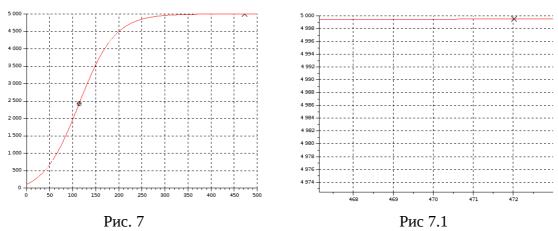




Как можно увидеть повышение стоимости рекламы не очень значительно сказывается на темпе роста количества клиентов в начале компании, но значительно оттягивает окончание компании (достижении конечного N), интенсивность рекламной компании следует выбирать в зависимости от рекламной стратегии, если необходимо

быстро привлечь клиента, следует выбирать более обильные денежные вливания, если же ожидается что клиенты будут приходить постепенно, стоимость рекламы необходимо сделать небольшой.

(6)Будем считать, что эффект от насыщения рекламы происходит при  $N(t) \approx N$  найдем момент времени, когда продолжение кампании станет заведомо убыточным. Для этого, допишем нашу программу и обозначим на графике первую точку удовлетворяющую условию  $|N(t)-N| < \varepsilon$ , пусть  $\varepsilon = 0.5$ , т.к. это можно считать несущественной погрешностью. Построим решение для  $\alpha_1 = 0.0008, \alpha_2 = 0.00005$ . Также выведем результат в консоль. Результат на Рис. 7, детализация на Рис 7.1.



В данном случае этот момент произойдет на 472й временной единице. (Я понимаю, что мы моделировали рекламную компанию одного салона, но для наглядности решения я постоянно менял значения разных величин, надеюсь, что это не скажется на оценке, так было интереснее изучать результаты).

#### Исходный код программы

```
//alpha1=0.005:
alpha1=0.0008;
alpha2=0.000005;
//alpha2=0;
N=5000;
//gamma_=10;
//N0=N/gamma_;
N0=100;
t_range=[0:0.01:500];
//function alpha1=alpha1(t)
// alpha1=0.1*sin(t);
//endfunction
function y=y(t, n)
    //y=(alpha1(t)+alpha2*x)*(N-x);
    y=(alpha1+alpha2*n)*(N-n);
endfunction
x = ode(N0, 0, t_range, y);
//нахождение максимальной интенсивности роста числа клиентов
max_t=0;
\max_{x=0};
\max_{v=0};
for i=1:(size(x, "c")-1)
    \max_{v_{t}} x_{t} = abs(x(i) - x(i+1));
    if (max_v_tmp>max_v) then
        max_v=max_v_tmp;
        max_t=t_range(i);
        max_x=x(i);
    end
end
mprintf('Наибольшая интенсивность:\t%5.3f\nN(t):\t%5.3f\nt:\t
%5.3f', max_v, max_x, max_t);
plot2d(max_t,max_x,-3);
//находим момент когда компания становится заведомо убыточной
fri_x=1;
fri_t=1;
for i=1:(size(x, "c")-1)
    if (abs(x(i)-N)<0.5) then
        fri_x=x(i);
        fri_t=t_range(i);
        break:
    end
end
plot2d(fri_t,fri_x,-2);
plot(t_range,x, 'r');
xgrid();
```