

№20

Пусть носителем матроида будет множество предметов, а независимыми множествами – сложенные в рюкзак вещи.

1. Первое свойство, очевидно, выполняется. Пустое множество добавленных предметов входит в наше множество.
2. Второе свойство тоже выполняется. Отсортируем добавленные предметы в порядке увеличения их массы. При таком разложении они все равно будут добавленными. В таком порядке, очевидно, что любое подмножество включенных предметов будет включено.
3. Третье свойство также выполняется. Пусть у нас есть два множества добавленных предметов A и B , причем известно, что $|A| < |B|$. Отсортируем добавленные предметы в порядке увеличения массы в обоих множествах. Возьмем предмет из B , которого нет в A , и попробуем добавить его к множеству A . Это удаётся сделать, поскольку если бы в A не было места, то данный предмет содержался в A .

№21

Пусть носителем матроида будет множество отрезков, а независимыми множествами – добавленные на ось отрезки.

1. Первое свойство, очевидно, выполняется. Пустое множество включённых отрезков входит в наше множество.
2. Второе свойство тоже выполняется. Отсортируем включённые отрезки в порядке увеличения правой границы. При таком разложении они все равно будут включёнными. В таком порядке, очевидно, что любое подмножество включенных отрезков будет включено.
3. Третье свойство также выполняется. Пусть у нас есть два множества включённых отрезков A и B , причем известно, что $|A| < |B|$. Отсортируем включённые отрезки в порядке увеличения правой границы в обоих множествах. Возьмем отрезок из B , которого нет в A , и попробуем добавить его к множеству A . Это удаётся сделать, поскольку если бы в A не было пробела, то данный отрезок содержался в A .