

东南大学考试卷(A卷)

课程名称 高等数学B 考试学期 10-11-3 得分
适用专业 选学高数B的各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							
批阅人							

一. 填空题 (本题共9小题, 每小题4分, 满分36分)

1. 设 $u = f(r)$ 连续可导, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $f'(0) = 2$, 则 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right) =$ _____;

2. 设 $f(x, y) = x^3 y + e^{xy} - \sin(x^2 - y^2)$, 则 $f_x(1, 1) =$ _____;

3. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x = -3$ 处条件收敛, 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛半径 $R =$ _____;

4. 交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy =$ _____;

5. 二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dy \int_y^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$ 的值为 _____;

6. 设 $f(r)$ 连续, $F(t) = \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq t^2} f(x^2+y^2+z^2) dv$ ($t > 0$), 则 $F'(t) =$ _____;

7. 设 $S: x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, 则曲面积分 $\oiint_S \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dS$ 的值是 _____;

8. 设闭曲线 $C: x^2 + y^2 = 1$, 取逆时针方向, 则 $\oint_C y dx - x^2 dy =$ _____;

9. 已知 $(ax \sin y + bx^2 y) dx + (x^3 + x^3 \cos y) dy$ 为某函数 $u(x, y)$ 的全微分, 则 $a =$ _____,
 $b =$ _____.

二. (本题共4小题, 每小题7分, 满分28分)

10. 计算二重积分 $\iint_D (x+y)^2 dx dy$, 其中 $D: \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4y \\ x^2 + y^2 \geq 2y \end{cases}$.

11. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} e^{x^2+y^2} dx dy dz$, 其中 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 所围成的区域.

12. 计算第二型曲线积分 $\oint_C (1+y^2) dx + xy dy$, 其中 C 为由 $y = \sin x$, $y = 2 \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) 所围成的闭曲线, 取逆时针方向.

13. 计算第二型曲面积分 $\iint_S y(x-z) dy \wedge dz + x(z-y) dx \wedge dy$, 其中 S 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被平面 $z = 1, z = 2$ 所截得的一段的外侧.

三(14). (本题满分 7 分) 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 展开为 $x+4$ 的幂级数, 并指明收敛域.

六 (17). (本题满分 7 分) 求椭球面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 上某点 M 处的切平面, 使其过直线 $\frac{x-6}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{2z-1}{-2}$.

四 (15). (本题满分 8 分) 求函数 $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 8x - 2y + 9$ 在闭区域 $D: 2x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值与最小值.

七 (18). (本题满分 6 分) 设曲线 $C: y = \sin x, x \in [0, \pi]$, 证明:

五 (16). (本题满分 8 分) 计算由柱面 $x^2 + y^2 + 2y = 0$ 、锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及 xOy 平面所围成的封闭曲面的表面积.

$$\frac{3\sqrt{2}}{8}\pi^2 \leq \int_C x ds \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\pi^2.$$