东 南 大 学 考 试 卷 （A 卷）

课程名称 工科数学分析（上）期中　考试学期 11-12-2　得分 ______

适用专业 选学工科数分的各类专业　考试形式 闭 卷　考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

自觉遵守考场纪律　如考试作弊　此答卷无效

学号______　姓名______

密　封　线

一、 填空题（本题共8小题，每小题4分，共32分）

1. 设当 $x \to 0$ 时， $\sin(2x) - 2\sin x$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 $n =$ ______；

2. 函数 $f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x+1}{x^{2n}+1}\ (n \in N_+)$ 的间断点的坐标是 $x =$ ______，是第 ____类间断点；

3.

设 $f(x) = \begin{cases} ae^x, & x < 0 \\ b + \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$，若 $f(x)$在 $x = 0$处可导，则常数 $a =$ ___，

常数 $b =$ ___；

4. 设函数 f 满足 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(1) - f(1-x)}{2\sin x} = -1$， 则 $f'(1) =$ ______；

5. 曲线 $y = \ln(1 + e^{\cos x})$在 $x = \dfrac{\pi}{2}$ 处的切线方程为______________；

6. 设 $f(x) = xe^{2x}$， 则 $f^{(10)}(0) =$ ____________；

7. 设 $y = f(\ln x)e^{f(x)}, (x > 0)$，其中 f 可微，则微分 $dy =$ ______________；

8. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1 - 5\tan^2 x)^{\frac{1}{\sin^2 x}} =$ ______________.

二、 计算下列各题（本题共5小题，每小题8分，满分40分）

1. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}(\sqrt[n]{n} - 1)$.

2. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)+\ln(1-x)}{1-\cos x+\sin^2 x}$.

3. 求函数 $y=\ln\left(e^x+\sqrt{1+e^{2x}}\right)$ 的导数 $\dfrac{dy}{dx}$.

大学答案帮手

4. 设 $y=y(x)$ 是由方程 $2^x-\csc y+y^3=0$ 所确定的隐函数，求 $\dfrac{dy}{dx}$.

5.

$$\text{设}\begin{cases} x = t - \ln(1+t^2) \\ y = \arctan t \end{cases},\text{求}\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\text{及}\ \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\Big|_{t=-1}.$$

三、 **（本题满分7分）** 用 $\varepsilon-\delta$ 定义证明 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-1}{3x+2}=\dfrac{1}{5}$.

四、 **（本题满分7分）** 设 $x_1=\dfrac{1}{2}$，$x_{n+1}=\dfrac{1+x_n^2}{2},(n=1,2,\cdots)$，利用单调有界收敛准则证明数列 $\{x_n\}$ 收敛，并求 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

大学答案帮手

五、（本题满分7分）试证：当 $x \geq 0$ 时，$\ln(1+x) \leq \frac{x}{\sqrt{1+x}}$.

六、（本题满分7分）设函数 f 在区间 $[a,+\infty)$ 上满足Lipschitz条件，即存在 $L>0$，使得对 $\forall x,y \in [a,+\infty)$，恒有 $|f(x)-f(y)| \leq L|x-y|$，其中 $a>0$，证明：$\frac{f(x)}{x}$在 $[a,+\infty)$ 上一致连续.

大学答案帮手