东南大学期终考试试卷（A 卷）

课程名称	线性代数	考试学期	05-06-3	得　分	
适用专业	非电类各专业	考试形式	闭　卷	考试时间长度	120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一．（30%）填空题

1. 设 $A=\begin{pmatrix}-1&0&0\\1&-1&0\\0&1&-1\end{pmatrix}$，则 $(A+2E)^{-1}=$____________；

2. 若矩阵 A 满足 $A^2=O$，则 $E+A$ 的逆矩阵 $(E+A)^{-1}=$____________；

3. 若向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1&t&1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1&1&t\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}t&1&1\end{pmatrix}$, 的秩为 2，则参数 t 满足条件____________；

4. 假设 3 阶矩阵 A 的特征值为 $1,2,3$，矩阵 $B=E-2A^*$，其中，A^* 是 A 的伴随矩阵，则 B 的行列式 $|B|=$____________；

5. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&x\end{pmatrix}$ 相似于对角阵的充分必要条件是参数 x 满足条件__________；

6. 若矩阵 $A=\begin{pmatrix}-1&0&0\\2&x&2\\3&1&2\end{pmatrix}$ 与矩阵 $B=\begin{pmatrix}0&&\\&3&\\&&y\end{pmatrix}$ 相似，则 $(x,y)=$__________；

7. 设 $(1,-1,0)^T,(1,0,-1)^T$ 是 3 阶实对称矩阵 A 的相应于某个二重特征值的特征向量。若 A 不可逆，则 A 的另一个特征值为____________，相应的一个特征向量为____________；

8. 3 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的系数矩阵的秩为 2，已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是它的 3 个解向量, 其中 $\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2+\alpha_3=(2,4,6)^T$，则该方程组的通解是__________；

9. 若 4 阶矩阵 A,B 的秩都等于 1，则矩阵 $A+B$ 的行列式 $|A+B|=$____________。

姓名________　学号________　密　封　线

二．（10%）计算下述行列式$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+x \\ 1-x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \end{vmatrix}$的值。

三．（15%）设线性方程组 $\begin{cases} x_1+3x_2+x_3=0 \\ 3x_1+2x_2+3x_3=-1 \\ -x_1+4x_2+\lambda x_3=\mu \end{cases}$。问：当参数$\lambda,\mu$取何值时，线性方程组有唯一解？当参数$\lambda,\mu$取何值时，线性方程组有无穷多组解？当线性方程组有无穷多组解时，求出其通解（用向量形式表示）。

四．（12%）假设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，矩阵 B 满足 $A^*B=A^{-1}+2B$，其中 A^* 是 A 的伴随矩阵，求 B。

五．（10%）已知向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，问：参数 a,b,c 满足什么条件时，向量组 $a\alpha_1+\alpha_2,b\alpha_2+\alpha_3,c\alpha_3+\alpha_1$ 线性相关？

六．（15%）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$，

① 写出二次型 f 的矩阵； ②求一正交变换 $x=Qy$，将 f 变成其标准形； ③求当 $x^T x=1$ 时 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的最大值。

七．（8%）证明题：

1. 设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 中，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关，$\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，证明：α_1 能由 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性表示。

2. 设 A 是 n 阶正定矩阵, 证明：矩阵 $A+A^{-1}-2E$ 也是正定矩阵。