

东南大学考试卷(A卷)

课程名称 计算方法 考试学期 19-20-3 得分 _____适用专业 公选课 考试形式 闭卷 考试时间长度 125 分钟

注意事项:

1: 请在每一张答题纸的顶部都写上自己的姓名,学号.

2: 按顺序答题,同一张试卷纸上的题目答在同一张答题纸上,标清题号.

一、填空题(本题共 8 小题,每题 4 分,共 32 分)

1. 设 $x > 0$, 且它的相对误差限为 δ , 则 $\sqrt[2020]{x}$ 的相对误差限为 _____;2. 为提高精度,计算 $(\sqrt{2020} - \sqrt{2019})^2$ 时,应将其改写为 _____;

3. 给定方程

$$x^3 + 4x^2 - 10 = 0$$

在 $[1, 2]$ 上用二分法求根,第 10 次对分后误差限不超过 _____;4. 设 $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $\|A\|_1 =$ _____;

5. 写出求解下述方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 6 & -2 \\ 4 & -3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix},$$

的 Jacobi 迭代格式: _____;

6. 设

$$f(1) = \alpha, f(2) = \beta, f(3) = \gamma,$$

利用这些数据给出 $[1, 3]$ 上的 2 次 Newton 插值多项式 _____;7. 用复化 Simpson 公式(取 $n = 2$)计算

$$I = \int_0^1 \ln(1+x) dx$$

的近似值,结果为 _____(请将保留 6 位有效数字);

8. 设超定方程组 $Ax = b$ 的 A 满秩,则它的最小二乘解为 _____;

注意事项:

- 1: 请在每一张答题纸的顶部都写上自己的姓名,学号.
- 2: 按顺序答题,同一张试卷纸上的题目答在同一张答题纸上,标清题号.

二、(本题满分 9 分) 分析方程 $\cos x = x$ 在 $[0,1]$ 内的所有根,并求出所有根的近似值,要求结果至少具有 4 位有效数字.

三、(本题满分 9 分) 用列主元高斯消去法解线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

注意事项:

- 1: 请在每一张答题纸的顶部都写上自己的姓名,学号.
- 2: 按顺序答题,同一张试卷纸上的题目答在同一张答题纸上,标清题号.

四、(本题满分 10 分) 设 $f(x) = \sin x$, 将 $[0, \pi]$ 作 n 等分, 并记

$$x_i = \frac{i\pi}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, n,$$

设其在 $[0, \pi]$ 上的分段线性插值函数 $\tilde{L}_{1,n}(x)$.

- (1) $n = 2$ 时, 写出 $\tilde{L}_{1,2}(x)$ 的表达式, 并求 $\sin \sqrt{2}$ 的近似值.
- (2) 对所有的 $x \in [0, \pi]$, 要使得插值误差不超过 $1/2 \times 10^{-7}$, n 应取多少?

五、(本题满分 10 分) 给定数据表如下:

| | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|
| x | 2 | 3 | 4 | 6 |
| y | 0.760 | 0.340 | 0.190 | 0.085 |

用最小二乘法求形如 $y = ax^b$ 经验公式中的参数 a, b .

注意事项:

- 1: 请在每一张答题纸的顶部都写上自己的姓名,学号.
- 2: 按顺序答题,同一张试卷纸上的题目答在同一张答题纸上,标清题号.

六、(本题满分 10 分) 给定求积公式

$$\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{2}(f(x_0) + f(x_1)),$$

确定参数 x_0, x_1 使得该公式的代数精度尽可能的高,并指出具体的代数精度.

用该公式计算

$$I = \int_0^2 e^x dx$$

的近似值,结果保留 4 位有效数.

七、(本题满分 10分) 给定微分方程初值问题:

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & a \leq x \leq b, \\ y(a) = \eta, \end{cases}$$

取正整数 n ,并记 $h = (b - a)/n$, $x_i = a + ih$, $0 \leq i \leq n$.

写出求解它的改进欧拉公式,指出公式的阶数.并用改进欧拉公式求解初值问题

$$y'(x) = e^{-x^2}, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 2].$$

取步长为 $h = 0.5$.

注意事项:

- 1: 请在每一张答题纸的顶部都写上自己的姓名,学号.
- 2: 按顺序答题,同一张试卷纸上的题目答在同一张答题纸上,标清题号.

八、(本题满分 10分) 从以下三个选项中**任选其一**,进行论述.

(1) Newton 法.**论述内容**应包含:

公式的导出过程,收敛性以及收敛速度,公式的优缺点以及改进方案.

(2) 高次插值多项式.**论述内容**应包含:

高次多项式插值的优缺点及分析,并提出改进方案.

(3) 复化梯形公式.**论述内容**应包含:

复化梯形公式的建立, T_{2n} , T_n 之间的递归关系,先验误差分析,后验误差分析.