

东南大学考试卷 (A 卷) (共 4 页 第 1 页)

课程名称 高等数学 (B) 期末 考试学期 05-06-3 得分

适用专业 选学高数 (B) 的各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						

一、填空题 (本题共 9 小题, 每小题 4 分, 满分 36 分)

1. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z = xe^{yz}$ 确定, 则 $dz =$ _____ ;
2. 曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 在对应于 $t = -1$ 的点处的切线方程是 _____ ;
3. 曲面 $e^z + z + xy = 3$ 在点 $M(2, 1, 0)$ 处的切平面方程为 _____ ;
4. 交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy =$ _____ ;
5. 向量场 $\mathbf{A} = 3x^2yz^2\mathbf{i} + 4xy^2z^2\mathbf{j} + 2xyz^3\mathbf{k}$ 在点 $(2, 1, 1)$ 处的散度 $\text{div} \mathbf{A} =$ _____ ;
6. $\iint_{|x|+|y| \leq 1} x(x^2 + \sin y^2) dx dy =$ _____ ;
7. 空间区域 Ω 为 $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$, 则 $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$ 的值为 _____ ;
8. 已知曲线积分 $\int_L (e^x \cos y + yf(x)) dx + (x^3 - e^x \sin y) dy$ 与路径无关, 则 $f(x) =$ _____ ;
9. 已知 $dz = (2xy + 3x^2) dx + (x^2 + 3y^2) dy$, 则 $z =$ _____ .

二、计算下列各题 (本题共 4 小题, 每小题 8 分, 满分 32 分)

10. 设 $z = \int_0^{x^2y} f(t, e^t) dt$, 其中 f 具有一阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

11. 计算二次积分: $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^1 e^{\frac{x}{y}} dy$

12. 问通过两直线 $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ 和 $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ 能否决定一平面? 若能, 则求此平面的方程。

13. 设半球体 $\Omega: 0 \leq z-2 \leq \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的密度函数为 $\mu=z$, 试求半球体 Ω 的质量。

三.(14)(本题满分 10 分) 设三角形的三边长分别为 a 、 b 、 c ，其面积记为 S ，试求该三角形内一点到三边距离之乘积的最大值。

四.(15)(本题满分 10 分) 计算第二型曲线积分 $I = \int_L x\sqrt{x^2 + y^2} dx + y(x + \sqrt{x^2 + y^2}) dy$

，其中 L 是从点 $A(2,1)$ 沿曲线 $y = \sqrt{x-1}$ 到点 $B(1,0)$ 的一段。

五. (16) (本题满分 6 分) 计算第二型曲面积分:

$$\iint_S (yf(x, y, z) + x) dy \wedge dz + (xf(x, y, z) + y) dz \wedge dx + (2xyf(x, y, z) + z) dx \wedge dy,$$

其中 S 是曲面 $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ 介于平面 $z = 2$ 与平面 $z = 8$ 之间的部分, 取上侧,

$f(x, y, z)$ 为连续函数。

六. (17) (本题满分 6 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > 0$, $\int_a^b f(x) dx = A$,

试证: $\int_a^b f(x) e^{f(x)} dx \int_a^b \frac{1}{f(x)} dx \geq (b-a)(b-a+A)$