东 南 大 学 考 试 卷 （A 卷）

课程名称 工科数学分析（下）期末 考试学期 15-16-3 得分 ________

适用专业 选学工科数分的各类专业 考试形式 闭 卷 考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

学号________ 姓名________

密 封 线

一、 填空题（本题共9小题，每小题4分，满分36分）

1. 二元函数$z=x^3-y^3-3x^2+3y-9x$的极小值点为________.

2. 设$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 4\}$,则二重积分$\displaystyle\iint\limits_D |x^2+y^2-2|\mathrm{d}\sigma=$________.

3. 设曲线$C: x^2+y^2=2x\,(y\ge 0)$,则曲线积分$\displaystyle\int_C (x^2+y^2)\mathrm{d}s=$________.

4. 幂级数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n(n+1)}(x-1)^{2n+1}$ 的收敛域为________.

5. 向量场$\mathbf{A}=\{x^2y, xy^2, z^2\}$在$M(1,2,-1)$处的散度为________.

6. 若$\mathrm{d}u=(\sin y+6xy^2)\mathrm{d}x+(6x^2y+x\cos y)\mathrm{d}y$，则$u=$________

7. 留数$\mathrm{Res}[\frac{1}{z}+\sin\frac{2}{z},0]=$ ________.

8. 设 C 是正向圆周 $|z|=2$ ，则积分 $\displaystyle\oint_C \frac{\mathrm{e}^{2z}}{(z-1)^2}\mathrm{d}z=$ ________.

9. 函数 $f(x)=\begin{cases}1, 0\le x<\frac{\pi}{2}\\ x+3, \frac{\pi}{2}\le x\le\pi\end{cases}$ 在 $[0,\pi]$ 上展开为正弦级数，其和函数 $S(x)$ 在 $x=\dfrac{3\pi}{2}$ 处的函数值 $S(\dfrac{3\pi}{2})=$ ________.

二、 计算下列各题（本题共5小题，每小题7分，满分35分）

1. 计算 $\displaystyle\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}dv$, 其中 Ω为曲面$x^2+y^2=16, y+z=4, z=0$所围成的闭区域.

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n}{n+1}x^n$ 的和函数.

3. 将函数 $f(x)=\ln(6+x-x^2)$ 展开成$x-1$的幂级数.

4. 将函数 $f(z)=\frac{3z}{(z-i)(z+2i)}$ 在圆环域 $1<|z+i|<2$ 内展成Laurent级数.

5. 计算曲线积分 $\int_L \frac{(2x+y)\mathrm{d}x-(x-2y)\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$,其中 L 是沿曲线$y=\pi\cos\frac{x}{2}$ 从$A(\pi,0)$到$B(0,\pi)$的一段.

三、（**本题满分**8**分**）计算曲线积分 $\oint_L yz\mathrm{d}x+3zx\mathrm{d}y-xy\mathrm{d}z$,其中 L 是曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=2y \\ y-z=1 \end{cases}$ ，其方向为从z轴正向向z轴负向看去为逆时针方向.

四、（**本题满分**8**分**）计算第二型曲面积分：

$$\iint_\Sigma (2x^2z-xz)\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+(\mathrm{e}^{x^2}-y^2z)\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+(z^2+xz)\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y,$$

其中 Σ 为曲面 $z=x^2+y^2+1(1\le z\le 2)$,取下侧.

五、（本题满分7分） 证明：函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n!x^n}{x^2+n^n}$ 在区间$[-2,2]$上一致收敛.

六、（本题满分6分）

(1)设$u_n \ge 0$,且级数$u_1-(u_2+u_3+u_4)+(u_5+u_6+u_7+u_8+u_9)+\cdots+(-1)^{n-1}(u_{(n-1)^2+1}+\cdots+u_{n^2})+\cdots$收敛，试证：级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{[\sqrt{n-1}]}u_n$收敛;

(2)证明：级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{[\sqrt{n-1}]}\dfrac{1}{n}$收敛.