# 电磁场作业8

# 06219109 孙寒石



已知自由空间中均匀平面波的电场表示式为

$$ec{E}(x,t) = [100\sin(\omega t - eta x)ec{a}_z + 200\cos(\omega t - eta x)ec{a}_y] \quad (V/m)$$

求该电磁场的磁场强度  $\vec{H}$  和坡印亭矢量  $\vec{S}$ 。

### Solutions:

$$ec{E}(x) = 100 e^{-j(eta x + \pi/2)} ec{a}_z + 200 e^{-jeta x} ec{a}_y$$

磁场强度复矢量为

$$ec{H}(x) = rac{1}{\eta_0} ec{a}_x imes ec{E}(x) = -rac{5}{6\pi} e^{-j(eta x + \pi/2)} ec{a}_y + rac{5}{3\pi} e^{-jeta x} ec{a}_z$$

磁场强度瞬时值为

$$ec{H}=-rac{5}{6\pi}{
m sin}(\omega t-eta x)ec{a}_y+rac{5}{3\pi}{
m cos}(\omega t-eta x)ec{a}_z$$

坡印亭矢量为

$$ec{S} = ec{E} imes ec{H} pprox [26.53 + 79.58 \cos^2(\omega t - eta x)] ec{a}_x$$

已知在自由空间传播的均匀平面波的电场强度表示式为

$$ec{E}(r,t)=10(ec{a}_x+2ec{a}_y+ec{a}_z)\cos(\omega t+3x-y-z)$$

求电磁波的传播方向、角频率、电磁波的极化状态和磁场强度  $\vec{H}(r,t)$ 。

#### Solutions:

电磁场的传播方向为

$$ec{a}_k = (-rac{3}{\sqrt{11}}, rac{1}{\sqrt{11}}, rac{1}{\sqrt{11}})$$

角频率为

$$\omega = rac{k}{\sqrt{arepsilon_0 \mu_0}} = 3\sqrt{11} imes 10^8 rad/s$$

极化状态: xyz 相位相同,  $\sqrt{6}E_x=\sqrt{6}E_y/2=\sqrt{6}E_z=E_{all}$  为线极化波,且与 xyz 轴夹角为

$$\arccos(1/\sqrt{6}), \arccos(1/\sqrt{6}), \arccos(2/\sqrt{6})$$

磁场强度为

$$ec{H}(r,t) = -rac{1}{j\omega\mu_0}
abla imes ec{E}$$

即

$$ec{H} = j rac{1}{120 \sqrt{11} \pi} (-ec{a}_x + 4ec{a}_y - 7ec{a}_z) \sin(\omega t + 3x - y - z)$$

均匀平面电磁波在海水中向下垂直传播(假设传播方向为 +x 方向),已知 f=500kHz,海水的相对介电常数、相对磁导率及电导率分别为  $\varepsilon_r=80, \mu_r=1, \sigma=4S/m$ 。在海水表面 x=0 处,磁场强度为  $\vec{H}=\vec{a}_y20.5\times 10^{-7}\cos(\omega t-0.611)$ 。求:

- 1. 海水中的波长及相速度;
- 2. 在 x = 1 处,电场强度和磁场强度的表达式;
- 3. 从海水表面到 1m 深处,单位体积内海水损耗的平均功率。

#### Solutions:

(1)

$$\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} >> 1 \Rightarrow$$
 海水为良导体

可以得到

$$r=j\omega\sqrt{\muarepsilon(1-jrac{\sigma}{\omegaarepsilon})}=rac{1+j}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

所以可以计算得到

$$\lambda = rac{2\pi}{eta} = \sqrt{5}m$$

$$v_p = rac{\omega}{eta} = rac{\sqrt{5}}{2} imes 10^6 m/s$$

#### (2) 磁场的瞬时表达式为

$$ec{H}=ec{a}_y 20.5 imes^{-7} imes e^{-lpha x}\cos(2\pi imes 10^6 t-0.611-eta x)$$

$$ec{E}(x,t) = -ec{a}_z \eta_c 20.5 imes 10^{-7} e^{-lpha x} \cos(2\pi imes 10^6 t - 0.611 - eta x)$$

在x = 1处,电场强度和磁场强度为:

$$ec{E} = -ec{a}_z \eta_c 20.5 imes 10^{-7} e^{-2\sqrt{5}\pi/5} \cos(2\pi imes 10^6 t - 0.611 - 2\sqrt{5}/5\pi)$$
 $ec{H} = -ec{a}_y 20.5 imes 10^{-7} e^{-2\sqrt{5}\pi/5} \cos(2\pi imes 10^6 t - 0.611 - 2\sqrt{5}/5\pi)$ 
(3)

$$P_{aver} = rac{1}{2} Re[E imes H^*] = 7.27 imes 10^{-3} W$$

## **4.5**

已知一电磁波的电场强度表达式为

$$ec{E}=ec{a}_x E_0 \cos(\sqrt{\muarepsilon}z-t)+ec{a}_y E_0 \sin(\sqrt{\muarepsilon}z-t)$$

求磁场强度 前 和平均能流密度矢量。

#### Solutions:

## 可以知道

$$egin{aligned} ec{E} &= ec{a}_x E_0 e^{-j\omega\sqrt{\muarepsilon}z} + j ec{a}_y E_0 e^{-j\omega\sqrt{\muarepsilon}z} \ ec{H}(z) &= rac{1}{\eta_c} ec{e}_z imes ec{E}(z) = \sqrt{rac{arepsilon}{\mu}} \left( ec{a}_y E_0 e^{-j\omega\sqrt{\muarepsilon}z} - j ec{a}_x E_0 e^{-j\omega\sqrt{\muarepsilon}z} 
ight) \ &\Rightarrow ec{H}(z,t) &= \sqrt{rac{arepsilon}{\mu}} \left[ ec{a}_y E_0 \cos\left(\omega t - \omega\sqrt{\muarepsilon}z\right) + ec{a}_x E_0 \cos\left(\omega t - \omega\sqrt{\muarepsilon}z\right) 
ight] \ &= \sqrt{rac{arepsilon}{\mu}} \left[ ec{a}_y E_0 \cos(\omega t - \omega\sqrt{\muarepsilon}z) + ec{a}_x E_0 \sin(\omega t - \omega\sqrt{\muarepsilon}z) 
ight] \ &\overrightarrow{S}_{aver} &= rac{1}{2} \mathrm{Re} \left[ E imes H^* 
ight] = ec{a}_z \sqrt{rac{arepsilon}{\mu}} E_0^2 \cos(2\omega\sqrt{\muarepsilon}z) \end{aligned}$$

#### *•* 4.7

一个频率为 3 GHz,沿 y 方向极化的均匀平面电磁波,在介电常数和导电率分别为  $\varepsilon_r=2.5,\sigma=1.67\times 10^{-3}S/m$  的非磁性媒质中沿 +x 方向传播。求:

- 1. 电磁波的振幅减小到原来的一半时, 电磁波在媒质中传播了多少距离?
- 2. 媒质的波阻抗、波长和相速度
- 3. 设在 x=0 处,电场强度为  $\vec{E}=\vec{a}_y50\sin(6\pi\times 10^9t+\frac{\pi}{3})$ 。给出磁场强度的瞬时表达式。

#### Solutions:

(1)

$$\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} << 1 \Rightarrow$$
 海水为弱导电媒质

可以得到

$$r=j\omega\sqrt{\muarepsilon(1-jrac{\sigma}{\omegaarepsilon})}pprox j\omega\sqrt{\muarepsilon}(1-j ext{-})$$
  $lpha=rac{\sigma}{2}\sqrt{rac{\mu}{arepsilon}}pprox 0.199, \quad eta=\omega\sqrt{\muarepsilon}pprox 31.6\pi\mathrm{rad/s}$   $e^{-lpha z}=rac{1}{2}\Rightarrow z=rac{1}{2}\ln 2pprox 3.48~\mathrm{m}$ 

(2) 波阻抗

$$\eta_c = \sqrt{\mu/arepsilon} (1 + rac{\sigma}{j\omegaarepsilon})^{-1/2} pprox 238.43 e^{j imes 2 imes 10^{-3}}$$

波长:

$$\lambda = rac{2\pi}{eta} = rac{5}{79}m$$

相速度:

$$v_p = rac{\omega}{eta} pprox 1.89 imes 10^8 m/s$$

# (3) 电场强度的复矢量为

$$egin{aligned} ec{E}(z) &= -ec{a}_y 50 \cdot j e^{-lpha x} \cdot e^{-jeta x} \cdot e^{jrac{\pi}{3}} \ ec{H}(z) &= rac{1}{\eta_0} \cdot ec{a}_x imes ec{E}(z) = -ec{a}_z \cdot 0.21 j e^{-lpha x} \cdot e^{-jeta x} e^{\left(rac{\pi}{3} - 2 imes 10^{-3}
ight)} \ dots \cdot ec{H}(z,t) &= -ec{a}_z \cdot 0.21 \sin\left(6\pi imes 10^{-9} t - 31.6\pi x + rac{\pi}{3} - 0.002
ight) e^{-0.1} \end{aligned}$$