



耦合蜡烛火焰闪烁同步的研究

06219109 孙寒石 08019310 韦伟

(东南大学, 南京 210096)

摘要: 当几支彼此邻近的蜡烛燃烧时, 可以观察到振荡的火焰。两个这样的振荡可以相互耦合, 导致同相或反相同步, 其大小和亮度出现长时间的高频振荡, 这一现象取决于蜡烛组之间的距离。在目前的工作中, 我们调查了耦合烛式火焰振荡器的集体行为。由于自发对称性破坏, 系统显示出四种不同类型的同步模式。所获得的模式包括同相模式, 部分同相模式, 旋转模式以及一种异常模式, 称为“死亡”模式, 该模式导致火焰振荡突然停止, 然后进行持续的稳定燃烧。我们还阐明了火焰间距离与发生模态的频率之间的相关性。

关键字: 蜡烛火焰 震荡耦合 同步模式

The Research of the Synchronization in Flickering of Coupled Candle Flames

06219109 SunHanshi 08019310 WeiWei

(Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract: Oscillating flames can be observed when several adjacent candles are burning. Two such oscillations can be coupled with each other, leading to in-phase or out of phase synchronization. The size and brightness of the two oscillations have long-term high-frequency oscillation, which depends on the distance between the candle groups. In the present work, we investigate the collective behavior of a coupled candle flame oscillator. Due to the spontaneous symmetry breaking, the system shows four different types of synchronization modes. The obtained modes include in-phase mode, the partial in-phase mode, the rotation mode, and an anomalous one called the “death” mode, which causes the flame oscillation to stop suddenly, and then carries on the continuous stable combustion. It has also been clarified that the correlation between the distance between flames and the frequency of occurrence modes.

Key words: Candle flame; Oscillation coupling; Synchronization mode

1 两个蜡烛火焰的耦合震荡

1.1 实验与现象

自从发明蜡烛及其随后用于照明目的以来, 蜡烛火焰的闪烁已为我们所熟悉。当捆扎几支蜡烛然后一起点燃时, 很容易观察到。如果捆扎中所含蜡烛的烛芯彼此距离足够近, 则相邻的火焰会合并, 并且所产生的大火焰将以大约为的发光强度和几何尺寸振荡。蜡烛火焰中含有大量的纳米金刚石、富勒烯、石墨、和多孔碳材料。浮力扩散火焰有两种震荡形态[1], 分别是对称模式 (Varicose mode) 和反对称模式 (Sinuous mode)。

通过实验现象, 我们观察到一对振荡的蜡烛火焰根据两个火焰之间的距离显示出两种不同的同步模式。当距离足够小时, 它们将显示同相同步, 其中两个火焰振荡均无相位差地。当距离较大 (但小于上限) 时,

它们表现出反相同步，其中两个火焰的振荡波形相同，但相移了半个周期。

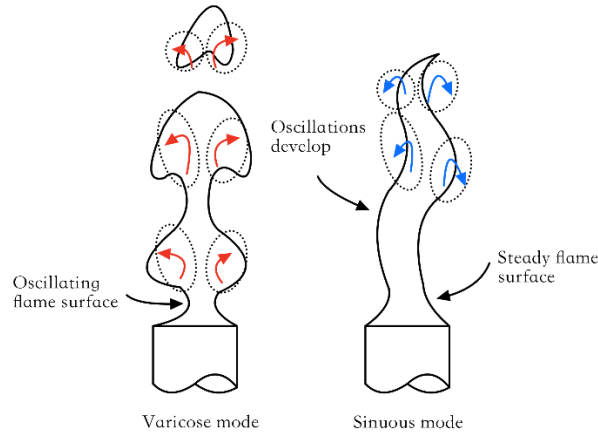


图 1：两种震荡形态

1.2 理论推导

两组蜡烛的火焰表现出的耦合现象，有三种可能性：传导、对流、辐射。相对于两组蜡烛的间距和振荡周期，气体的扩散系数太低。同时，对流的作用也可以忽略不计。所以，最有可能导致两组蜡烛火焰耦合同步的原因，是热辐射。

根据实际情况可以做出如下假设：

- 1、蜡油气化后和氧气混合；
- 2、蜡油不限量供应，但氧气供应速率恒定；
- 3、氧气从无限远处输送给蜡烛，反应生成的热量以对流的方式转移走。

基于以上三点假设，有如下方程[2]：

$$C \frac{dT}{dt} = \omega_1 \left[h(T_0 - T) + \beta a n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] - \sigma T^4 \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} = \omega_2 \left[k(n_0 - n) - a n \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \right] \quad (2)$$

公式（1）中，等式右端的三项分别代表气体流动导致的热量损失、燃烧产生的热量和辐射导致的热量损失。公式（2）中，等式右端分别为气体流动带来的氧气和燃烧消耗的氧气。通过改变公式（1）（2）中的参数 a ，就可以得到平稳燃烧和振荡燃烧两种模式。

进一步，考虑两组蜡烛之间的耦合，可以得到如下方程：

$$C \frac{dT_i}{dt} = \omega_1 \left[h(T_0 - T_i) + \beta a n_i \exp\left(-\frac{E}{RT_i}\right) \right] - \sigma \left(\frac{\mu}{L^2} T_j^4 - T_i^4 \right) \quad (3)$$

$$\frac{dn_i}{dt} = \omega_2 \left[k(n_0 - n_i) - a n_i \exp\left(-\frac{E}{RT_i}\right) \right] \quad (4)$$

可以看出，方程（3）的最后一项体现了辐射耦合的作用，这确实和实验现象符合。



图 2：两个蜡烛火焰的耦合震荡

2 三个蜡烛火焰的耦合震荡

2.1 实验方法

我们使用了从网上购得的石蜡制成的蜡烛，该蜡烛呈直径约为 10.0mm，高约 100mm 的细圆柱状。烛芯的长度接近 10 毫米，这些烛芯略有个体差异。为了制作一个便于实验观察得到振荡器，我们用胶带将三支细蜡烛捆在一起。实验观察结果是：三个灯芯彼此靠得很近，因此三个单独的火焰在点火时合并。

接下来，我们将这三束蜡烛（其中每束蜡烛由三支蜡烛组成）垂直竖立在桌子上，并等距分开。三个束的尖端位于等边三角形的顶点处，如下图所示，便是实验设置的示意图。

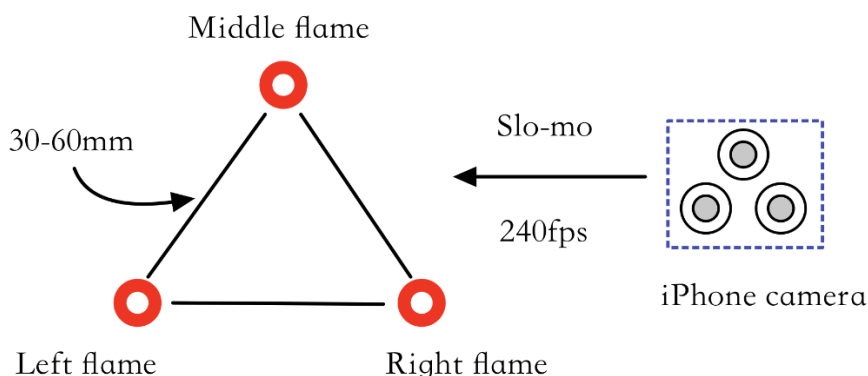


图 3：实验装置示意图

其中，每束蜡烛的尖端之间的距离在 30mm – 60mm 的范围内调整，并使其在几何空间分布上保持等边三角形排列。为了消除来自外部气流的干扰，我们在密闭的屋子里做了这个实验。使用 iPhone XS MAX 的 Slo-mo 摄像功能以每秒 240 帧的速度在黑暗背景下记录三耦合火焰燃烧的动力学情况。每个实验试验以灰阶记录了一分钟长的短片，然后对其进行分析以追踪振荡火焰大小的时间变化。通过计算短片每一帧适当区域中的 RGB 值来估算特定时刻的火焰大小。通常，给定灰度图像，每个像素的 RGB 值由 0（纯黑）到 255（纯白）之间的 8 位整数表示。在 256 种不同的强度中，大于 200 的强度我们便认为是它是“明亮”的。

2.2 四类同步振荡模式

蜡烛火焰呈现出四类同步振荡模式。下面将解释这四种模式的基本特征。



图 4：三个蜡烛火焰的耦合震荡



2.2.1 同相模式

要提到的第一个同步振荡模式是同相模式，其中所有三个火焰都以相同的波形振荡。火焰间距离为 30 mm 时，所有三个火焰都以几乎相同的幅度和 10Hz 频率振荡。在同相模式下，许多试验得出的平均值为 10.1Hz，标准偏差为 $\pm 0.5\text{Hz}$ 。图 2 (b) 显示了同相模式下振荡火焰的快照。在振荡期间，火焰的可见部分在垂直方向上周期性地伸长和收缩。另外，观察到横向振荡。以与垂直振荡相同的频率重复弯曲到三角形的中心和向后弯曲。

应该注意的是，在三耦合烛光下观察到的同相模式是不稳定的。即使系统没有外部气流，持续时间最多也只有几秒钟。而且，同步程度随着时间的流逝而消散，随后出现另一种同步模式或同步完全消失。这种不稳定性与单个和成对蜡烛火焰中的稳定振荡形成对比。

此外振荡的另一个重要特征是波形中的几何不对称性。三个波形均与正弦波不同，单个周期的波形是倾斜的。从极小值到随后的极大值上升比较缓慢，随后从极大值下降到极小值则下降比较急促。波形中的不对称性表明，与火焰完成单个收缩周期所需的持续时间相比，火焰完成一个单个伸长周期需要更长的时间。

2.2.2 部分同相模式

第二个同步模式是部分同相模式。在这种模式下，三个火焰中的两个具有几乎相同的波形和相位，但是另一个火焰的振荡相位与之差 π 。火焰间距离为 30 mm 时，中火焰和右火焰几乎以相同的时间振荡，但左火焰振荡滞后半个周期。我们在实验中观察到，当出现部分同相模式时，三对蜡烛组合中同相振动的概率相等，所以每次实验中同相的一对蜡烛的出现是随机的。与同相模式的情况类似，部分同相模式也是不稳定的，并且具有波形不对称性。振荡频率大致为 $11.5 \pm 0.3\text{Hz}$ ，比同相模式要大一些

2.2.3 旋转模式。

第三个同步模式是旋转模式，三个火焰的相位差始终保持 $\pi/3$ 。火焰间距离为 45 mm 时，三道火焰交替地延伸和收缩，从而呈现一种交替振荡的旋转状。实验表明，火焰旋转的方向顺时针或逆时针是随机出现的。振荡频率大致为 $11.0 \pm 0.4\text{Hz}$ 。同样，在旋转模式下也观察到波形的不稳定性和不对称性。

2.2.4 “死亡”模式

最后一种同步模式是同步模式，我们将其称为“死亡”模式。在“死亡”模式下，没有火焰振荡。三个火焰都进入稳定燃烧的状态。这里我们设置火焰间距离为 30 mm，实际上而在其他不同条件下也可能发生这种模式。

“死亡”模式具有两个显着特征：出色的稳定性和细长的几何形状。

首先，“死亡”模式非常稳定，可以长时间保持该状态不变，这与其他三种同步模式不同。一旦系统进入“死亡”模式，它能够保持几分钟甚至更长的时间。即使在外部干扰，该模式被短暂打破，但在干扰消除后它也趋于恢复。死亡模式开始后，我们在五分钟内对火焰多次施加了侧风。然而，“死亡”模式都没有消失，并且在干扰结束后继续保持。

“死亡”模式的第二个特征是燃烧火焰的细长形状。在“死亡”模式下，火焰在最凸出部分通常为 6 mm，该值显着小于振荡火焰的横向宽度。我们测量了单个蜡烛燃烧时的火焰的横向宽度，火焰宽度随时间波动在 10mm–14mm 范围内，远大于“死亡”模式的火焰横向宽度。此外，死亡模式下火焰的垂直长度明显大于其他状态下火焰的垂直长度。在“死亡”模式下，从灯芯底部到火焰尖端的长度约为 120mm，该值也比其他状态下火焰的垂直长度大得多。单个蜡烛燃烧时，火焰的垂直长度振荡在 70mm–100mm 范围内，其最大值小于“死亡”模式时的垂直长度。换言之，“死亡”模式的火焰在垂直方向上较长且横向细长且几乎绝对静止。

应该强调的是，我们观察到的“死亡”模式本质上并非火焰振荡的停止。我们观察到的“死亡”模式是蜡

烛火焰之间耦合的结果，即所谓的同步模式的极限情况，没有振荡幅度。

2.3 四类同步振荡模式

我们经过实验后，发现三角形的边长不同时，这四种模式出现的概率也有较大差异。相距 30mm 时，四种模式都会出现；相距 35mm 时，就只剩下“部分同相模式”和“死亡模式”；相距 40 和 45 毫米时，“旋转模式”出现了。

记录实验数据后，对其模式的出现情况进行统计，具体得到以下结果。

Occurrence rate of specific mode(%): Inter-flame distance is 30mm

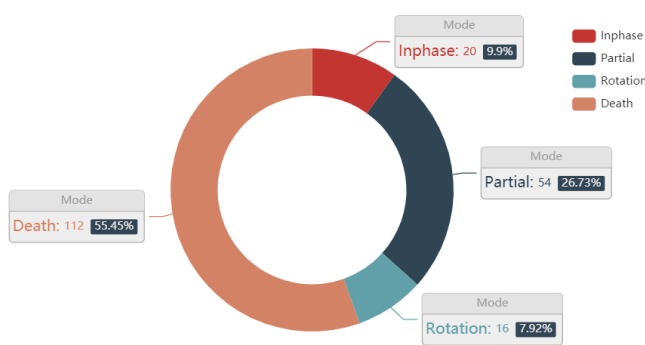


图 5：四种模式的出现概率（30mm）

Occurrence rate of specific mode(%): Inter-flame distance is 35mm

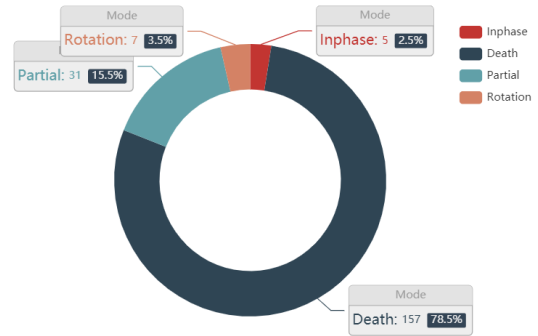


图 6：四种模式的出现概率（35mm）

Occurrence rate of specific mode(%): Inter-flame distance is 40mm

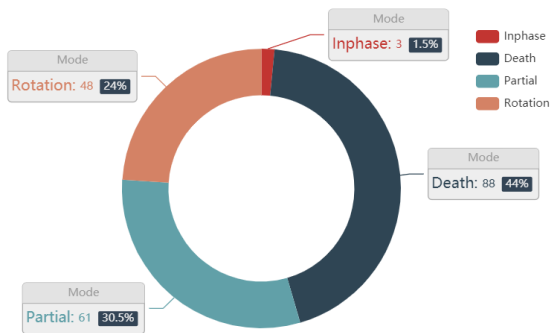


图 7：四种模式的出现概率（40mm）

Occurrence rate of specific mode(%): Inter-flame distance is 45mm

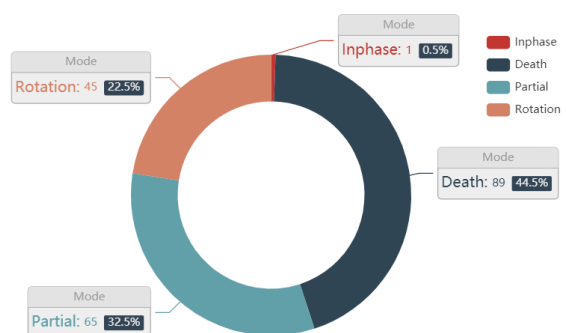


图 8：四种模式的出现概率（45mm）

3 结论

我们研究了双耦合烛形火焰的同步振荡和三耦合烛形火焰的同步振荡。

双耦合蜡烛火焰根据两个火焰之间的距离显示出两种不同的同步振荡模式。当距离足够小时，它们将显示同相同步，其中两个火焰振荡无相位差。当距离较大时，它们表现出反相同步，其中两个火焰的振荡波形相同，但相移了半个周期。

三耦合状况时共有四种类型的同步模式：同相模式，部分同相模式，旋转模式和“死亡”模式。在这四个模式中，死亡模式相对稳定，且火焰对称；另外三种模式则有不稳定性和不对称性。“死亡”模式的稳定性归因于火焰表面附近的环形涡旋消失，以及大烛形火焰的紧密集合所产生的强大的向上气流。



4 参考文献

- 1 B. Cetegen, Y. Dong, Experiments on the instability modes of buoyant diffusion flames and effects of ambient atmosphere on the instabilities, *Experiments in Fluids* 28(6) (2000) 546-558.
- 2 H. Kitahata, J. Taguchi, M. Nagayama, T. Sakurai, Y. Ikura, A. Osa, Y. Sumino, M. Tanaka, E. Yokoyama, H. Miike, Oscillation and synchronization in the combustion of candles, *The Journal of Physical Chemistry A* 113(29) (2009) 8164-8168.