东 南 大 学 考 试 卷

课程名称 高等数学 A（期中） 考试学期 10-11-3 得分

适用专业 选学高数 A 的各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						

一．填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$ 所确定的隐函数，则

$\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}=$______；

2. 交换二次积分的顺序 $\int_{-6}^{2}\mathrm{d}x\int_{\frac{1}{4}x^2-1}^{2-x}f(x,y)\mathrm{d}y=$______________________________；

3. $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿着点 A 指向点 $B(3,-2,2)$ 的方向的方向导数为________；

4. $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}\left((x+1)^2+2y^2\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$________；

5. 设 $L:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\ x+y+z=0\end{cases}$ 是线密度为 1 的物质曲线，则其关于 z 轴的转动惯量为_____.

二．单项选择题（本题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

6. 设 $\mathrm{e}^z=(-3-4\mathrm{i})^{\mathrm{i}}$，则复数 z 的主值为

（A）$\arctan\dfrac{4}{3}-\pi+\mathrm{i}\ln 5$ （B）$\pi-\arctan\dfrac{4}{3}+\mathrm{i}\ln 5$

（C）$\ln 5+\mathrm{i}\arctan\dfrac{4}{3}$ （D）$\ln 5+\mathrm{i}\left(\pi-\arctan\dfrac{4}{3}\right)$

7. 已知 $f(x,y)=x^2+xy-y^2$ 的驻点 $(0,0)$，$f(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的

（A）极大值 （B）极小值 （C）非极值 （D）不能确定

8. 球体 $x^2+y^2+z^2\le 4a^2$ 与柱体 $x^2+y^2\le 2ax\,(a>0)$ 的公共部分的体积等于

（A）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\varphi\int_0^{2a\cos\varphi}\sqrt{4a^2-\rho^2}\,\mathrm{d}\rho$ （B）$8\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\varphi\int_0^{2a\cos\varphi}\sqrt{4a^2-\rho^2}\,\mathrm{d}\rho$

（C）$4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\varphi\int_0^{2a\cos\varphi}\sqrt{4a^2-\rho^2}\,\rho\,\mathrm{d}\rho$ （D）$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\varphi\int_0^{2a\cos\varphi}\sqrt{4a^2-\rho^2}\,\rho\,\mathrm{d}\rho$

9. 设曲面 Σ：$x^2+y^2+z^2=1,y\ge 0,z\ge 0$，平面区域 $D:x^2+y^2\le 1,x\ge 0$，则

（A）$\iint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{D} y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　（B）$\iint\limits_{\Sigma} y\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{D} y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

（C）$\iint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{D} x\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　(D) $\iint\limits_{\Sigma} y\mathrm{d}S = 4\iint\limits_{D} x\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

三. 计算下列各题(本题共 5 小题，每小题 8 分，满分 40 分)

10. 设 $z = f(x+\varphi(x-y), y)$，其中 f,φ 分别有二阶连续偏导数和导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 与 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

11. 设可微函数 $f(x,y)$ 对任意实数 $t(t>0)$ 满足条件 $f(tx,ty) = tf(x,y)$，$P_0(1,-2,2)$ 是曲面 $z = f(x,y)$ 上的一点，且 $f_y(1,-2) = 4$，求该曲面在点 P_0 处的切平面方程.

12. 计算二重积分 $\iint\limits_{D} \sqrt{x}\,\mathrm{d}\sigma$，其中 $D = \left\{(x,y) \mid x^2+y^2 \le x\right\}$.

13. 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} \left(xy+yz+z\mathrm{e}^{x^2+y^2}\right)\mathrm{d}V$，其中 Ω 是由锥面 $z = \sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z = h\ (h>0)$ 所围成的区域.

14. 计算第一型曲线积分 $\oint\limits_{C} |y|\,\mathrm{d}s$，其中 C 为双纽线 $\left(x^2+y^2\right)^2 = x^2-y^2$.

四（15）（本题满分 8 分）已知解析函数 $f(z) = u + \mathrm{i}v$ 的实部 $u = -2xy - 2y$，求 $f(z)$ 的表达式（用 z 表示）及 $f'(\mathrm{i})$.

五（16）（本题满分 8 分）将 33 分解成三个正数 x, y, z 之和，试问当 x, y, z 各等于多少时，函数 $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ 取到最小值.

六（17）（本题满分 8 分）曲面 $z = 13 - x^2 - y^2$ 将球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 分成三部分，试计算球面被分割成三部分的曲面面积之比.

10-11-3 高数 A 期中试卷参考答案

一. 填空题（本题共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 1；**2.** $\int_{-1}^{0} dy \int_{-2\sqrt{y+1}}^{2\sqrt{y+1}} f(x, y)dx + \int_{0}^{8} dy \int_{-2\sqrt{y+1}}^{2-y} f(x, y)dx$；

3. $\frac{1}{2}$；**4.** $\frac{7}{4}\pi$；**5.** $\frac{4}{3}\pi a^3$.

二. 单项选择题（本题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分）

6. B；**7.** C；**8.** C；**9.** A.

三. 计算下列各题（本题共 5 小题，每小题 8 分，满分 40 分）

10. 解： $\frac{\partial z}{\partial x} = (1 + \varphi')f_1$ **（3 分）** $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = (1 + \varphi')(-\varphi' f_{11} + f_{12}) - \varphi'' f_1$ **（5 分）**.

11. 解： $f(tx, ty) = tf(x, y)$ 的等号两边对 t 求导，令 $t = 1$，得 $xf_x + yf_y = f$，**（4 分）**

由 $f_y(1, -2) = 4$，$f(1, -2) = 2$ 得 $f_x(1, -2) = 10$，**（2 分）**

所求切平面方程为 $10(x - 1) + 4(y + 2) - (z - 2) = 0$，即 $10x + 4y - z = 0$. **（2 分）**

12. 解： $\iint_D \sqrt{x}\, d\sigma = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\cos\varphi} \sqrt{\cos\varphi}\, \rho^{\frac{3}{2}} d\rho = \frac{4}{5}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\varphi\, d\varphi = \frac{8}{15}$. **（4+2+2 分）**

13. 解： $\iiint_\Omega \left(xy + yz + ze^{x^2+y^2}\right) dV = \iiint_\Omega ze^{x^2+y^2} dV = \int_0^h z dz \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^z e^{\rho^2} \rho d\rho$