东 南 大 学 考 试 卷（A卷）

课程名称 线性代数 考试学期 07-08-3 得分

适用专业 非电类工科专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名 学号

线 封 密

一． 得分： (18%)填空题（E表示单位矩阵）

1．设 $A=\begin{pmatrix}1&3\\x&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}2&0\\0&1\end{pmatrix}$，若 AB 是对称矩阵，则 $x=$________；

2．矩阵 $A=\begin{pmatrix}4&7\\3&5\end{pmatrix}$ 的逆矩阵 $A^{-1}=$________；

3．若 3×3 矩阵 A 的特征值是 $1,2,-1$，则 A 的伴随矩阵 A^* 的行列式 $|A^*|=$________；

4．齐次线性方程组 $x+2y-5z=0$ 的一个基础解系是________；

5．若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+x_3^2+tx_1x_3$ 是正定的，则参数 t 满足条件______；

6．若矩阵 $\begin{pmatrix}1&a\\2&2\end{pmatrix}$ 不与对角阵相似，则参数 $a=$________。

二． 得分： （12%）选择题

1．假设 A,B 都是可逆矩阵，则矩阵方程 $AXB=C$ 的解为（　　　　）

（A）$X=A^{-1}B^{-1}C$；　（B）$X=CA^{-1}B^{-1}$；

（C）$X=A^{-1}CB^{-1}$；　（D）$X=B^{-1}CA^{-1}$。

2．下列矩阵中，与矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&-2\end{pmatrix}$ 合同的矩阵是（　　　　）

（A）$\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$；（B）$\begin{pmatrix}2&0\\0&-1\end{pmatrix}$；（C）$\begin{pmatrix}-2&0\\0&-1\end{pmatrix}$；（D）$\begin{pmatrix}0&1\\3&2\end{pmatrix}$

3．假设 A,B 分别是 $s\times s$ 和 $n\times n$ 矩阵，则分块矩阵 $\begin{pmatrix}O&A\\B&O\end{pmatrix}$ 的行列式是（　　）

（A）$|A||B|$；（B）$-|A||B|$；（C）$(-1)^{s+n}|A||B|$；（D）$(-1)^{sn}|A||B|$。

三．$\boxed{\text{得分：}\qquad\quad}$（8%）计算行列式$D=\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix}$的值。

四．$\boxed{\text{得分：}\qquad\quad}$（6%）假设多项式$f(x)=x^8-255$，矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$。求$f(A)$。

五．（16%）已知 2 是对称矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&3&1\\0&1&x\end{pmatrix}$ 的二重特征值。

1. 求参数 x 的值，并求 A 的另一个特征值

2. 求 A 的所有特征向量；

3. 求一个正交矩阵 Q 及对角阵 Λ，使得 $Q^T AQ=\Lambda$。

六．得分：　　　（14%）假设a,b是实数，二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+2ax_1x_3+2bx_2x_3$$

1．求二次型$f(x_1,x_2,x_3)$的矩阵A；

2．求一可逆线性变换$x=Cy$将$f(x_1,x_2,x_3)$化成标准形；

3．若f的秩等于 2，求参数a,b的值。

七． $\boxed{\text{得分：}\qquad}$ （16%）设向量组 $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix},\beta_3=\begin{pmatrix}1\\1\\a\end{pmatrix}$ 与 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\b\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\c\end{pmatrix}$ 等价。

1. 求向量组 β_1,β_2,β_3 的秩；

2. 求参数 a,b,c 的值；

3. 记 $A=(\alpha_1,\alpha_2),B=(\beta_1,\beta_2,\beta_3)$，求矩阵 X，使得 $AX=B$。

八． 得分： （10%）证明题（本题所涉及的数均是实数，所有矩阵均是实矩阵）：

1．假设 A 是 $n\times n$ 矩阵，x 是 A 的属于特征值 a 的特征向量，y 是 A^T 的属于特征值 b 的特征向量。若 $a\neq b$，证明：x 与 y 正交。

2．假设 A,B 都是 $s\times n$ 矩阵。若 $A+B$ 的秩 $r(A+B)=n$，证明：矩阵 $M=A^TA+B^TB$ 的特征值均大于零。