

一、选择题（ $10 \times 2 = 20$ 分）

1. 产生电场的源为（ C ）

A 位移电流和传导电流；

B 电荷和传导电流；

C 电荷和变化的磁场；

D 位移电流和变化的磁场。

2. 在有源区，静电场电位函数满足的方程是（ A ）

A 泊松方程；

B 亥姆霍兹方程；

C 高斯方程；

D 拉普拉斯方程。

3. 如果真空中有一个点电荷 q 放在直角坐标系的原点，则坐标 (x, y, z) 处的电位 $\Phi =$ (D)

A $\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{x^2 + y^2 + z^2}$;

B $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{x^2 + y^2 + z^2}$;

C $\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$;

D $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ 。

4. 某金属在频率为 1MHz 时的穿透深度为 $60\mu\text{m}$ ，当频率提高到 4 MHz 时，其穿透深度为 (B)

A $15\mu\text{m}$;

B $30\mu\text{m}$;

C $120\mu\text{m}$;

D $240\mu\text{m}$ 。

5. 在正弦电磁场中, 位移电流应与该处电场的方向一致, 其相位(C)

A 与电场相同;

B 与电场相反;

C 超前电场 90° ;

D 滞后电场 90° 。

6. 一个半径为 a 的导体球, 球外为非均匀电介质, 介电常数为 $\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{r}{a}$,

设导体球的球心与坐标原点重合, 则导体球与无穷远点的电容为(B)

A $4\pi\varepsilon_0 a$;

B $8\pi\varepsilon_0 a$;

C $12\pi\varepsilon_0 a$;

D $2\pi\varepsilon_0 a$ 。

7. 对于非磁性介质，平行极化的均匀平面斜入射到介质分界面上，发生全透射的条件为（ B ）

A 反射波平行极化；

B 入射角等于布儒斯特角；

C 入射角等于临界角；

D 入射波为左旋圆极化。

8. 麦克斯韦提出的（ D ）的概念，使在任何状态下的全电流都可保持连续

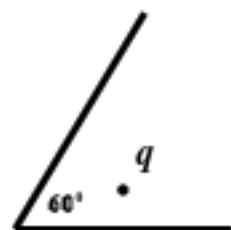
A 传导电流；

B 时变电流；

C 运流电流；

D 位移电流。

9. 如图所示的一个电量为 q 的
处，为求解导体包围空间的电



点电荷放在 60° 导体内坐标 (a, d)
位，需要(C)个镜像电荷

A 1 个;

B 3

个;

C 5 个;

D 8 个。

10. 已知良导体的电导率磁导率和介电常数分别为 σ 、 μ 和 ϵ ，则频率为 ω 的平面电磁波入射到该导体上时的集肤深度为(A)

A $\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$;

B $\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$;

C $\sqrt{\frac{1}{2\omega\mu\sigma}}$;

D $\sqrt{\frac{2\omega\mu}{\sigma}}$ 。

二、填空题（18 分，每空 1 分）

1. 设 $\vec{A} = xy\hat{a}_y$, $\nabla \cdot \vec{A} = \underline{x}$, $\nabla \times \vec{A} = \underline{y\hat{a}_z}$, $\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \underline{\hat{a}_x}$ 。

2. 已知标量场为 $f(x,y,z) = x^3 + \sin(2y) + 1$, 则通过点 $(1,0,1)$ 的等值面方程为

$x^3 + \sin(2y) - 1 = 0$ 。

3. 在空间中外加恒定的电场和磁场，电场强度和磁感应强度分别为 \vec{E} 和 \vec{B} 。如果有一个带电 q 的粒子以速度 \vec{v} 通过该空间，那么它受到的洛伦兹力为 $\underline{F = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$ 。

4. 当平面波入射到两层非磁性介质的分界面上时，如果介质 1 与介质 2 的介电常数分别为 ϵ_1 和 ϵ_2 ，入射角和透射角分别为 θ_i 和 θ_t ，那么折射定律的表达式为 $\underline{\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}}}$ 。

5. 写出欧姆定律的微分形式 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 焦耳定律的微分形式 $p = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ 。

6. 写出时变电磁场的坡印亭矢量 $\mathbf{\bar{s}} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 和时域的坡印亭定理

$$\underline{-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \right) dV = \oint_S \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} + \int_V \sigma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{V} \quad .}$$

或 $-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} + \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} \right) dV = \oint_S \mathbf{E} \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} + \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} dV$

7. 写出时变电磁场边界条件的矢量形式 $\hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0$, $\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \rho_s$,

$\hat{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_s$, $\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0$ 。

8. 均匀平面波由空气 ($z < 0$) 斜入射到理想导体平面 ($z = 0$)，已知入射波的磁场为 $\bar{\mathbf{H}}_i = 0.1 \hat{\mathbf{a}}_y e^{-j^{+x}(\sqrt{2}x + \sqrt{2}z)} [\text{A/m}]$ 则入射波的电场强度

$\bar{\mathbf{E}}_i = -\eta_0 \hat{\mathbf{a}}_{\text{in}} \times \bar{\mathbf{H}} = 6\sqrt{2} \pi (\hat{\mathbf{a}}_x - \hat{\mathbf{a}}_z) e^{-j^{+x}(\sqrt{2}x + \sqrt{2}z)}$; 反射波电场强度为

$\bar{\mathbf{E}}_r = -6\sqrt{2} \pi (\hat{\mathbf{a}}_x + \hat{\mathbf{a}}_z) e^{-j^{+x}(\sqrt{2}x - \sqrt{2}z)}$ 。

9. 均匀平面电磁波由空气 ($z < 0$) 入射到无限大理想介质界面 ($z = 0$), 入射波的电场复矢量为 $\vec{E}_i = (\sqrt{3}\hat{a}_x + \hat{a}_z) e^{j2\pi(x - \sqrt{3}z)}$ (V/m), 已知理想介质区域 ($z > 0$) 的相对磁导率 $\mu_r = 1$, 相对介电常数 $\epsilon_r = 2.25$, 请计算入射角 θ_i $= 30^\circ$; 透射波的相位常数 k_t $= 6\pi \text{ 1/m}$;

三、计算题（1×10=10 分）

内、外半径分别为 a 、 b 的无限长空心圆柱中均匀分布着轴向电流 I ，求柱内外的磁感应强度。

解：使用柱坐标系，使圆柱轴线在 z 轴，电流密度矢量沿轴向 $J = J\hat{a}_z$ ，大小为

$$\begin{aligned} r < a, & \quad J = 0 \\ a < r < b, & \quad J = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)} \\ r > b, & \quad J = 0 \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

根据问题的对称性，可知磁场强度 \vec{B} 只有圆周 ϕ 方向的分量， $\vec{B} = B_\phi \hat{a}_\phi$

使用安培环路定理计算不同区域的磁场强度 $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$ (2 分)

取轴线为圆心，半径为 r 的圆环

$r < a$ 时， $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B_\phi$ ， $\mu_0 \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$ ， 可得 $\vec{B} = 0$ (2 分)

$a < r < b$ 时， $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B_\phi$ ， $\mu_0 \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_0^r J dS = \mu_0 J \pi (r^2 - a^2) = \mu_0 I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$

可得 $\vec{B} = \frac{\mu_0 I (r^2 - a^2)}{2\pi r (b^2 - a^2)} \hat{a}_\phi$ (2 分)

$r > b$ 时， $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B_\phi$ ， 可得 $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{a}_\phi$ (2 分)

四、概念题 (1×10=10 分)

在无源区，在均匀、线性、各向同性介质中，写出正弦电磁场的麦克斯韦方程组复数形式，并推导电场强度和磁场强度满足的波动方程。

解：对于正弦电磁场，可由复数形式的麦克斯韦方程导出复数形式的波动方程，无源区麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} \\ \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = 0 \end{cases} \quad \text{本构关系} \quad \begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}, \quad \text{可得} \quad \begin{cases} \nabla \times \vec{H} = j\omega \epsilon \vec{E} & (1) \\ \nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H} & (2) \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 & (3) \\ \nabla \cdot \vec{E} = 0 & (4) \end{cases} \quad (5 \text{ 分})$$

对 (1) 式左右两端取旋度 $\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \nabla(\nabla \cdot \vec{H}) - \nabla^2 \vec{H} = j\omega \epsilon \nabla \times \vec{E}$

将 (2) 式和 (3) 式代入可得

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = 0$$

同理可得

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu \bar{E} = 0$$

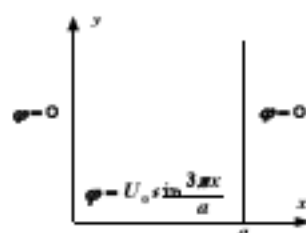
令 $k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon}$ ，可得波动方程为

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{H} + k^2 \bar{H} &= 0 \\ \nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

分)

五、计算题（1×10=10 分）

一个截面如图所示的长槽，向 y 方向无限延伸，两侧边的电位为零，槽内 $y \rightarrow \infty$ ， $\varphi = 0$ ，底部电位为 $\varphi(x, 0) = U_0 \sin \frac{3\pi x}{a}$ ，求槽内电位。



第七题用图

解：分离变量为 $\varphi = X(x)Y(y)$

根据 x 坐标的周期边界要求，选取 $X(x) = a_1 \sin k_x x + a_2 \cos k_x x$ (3 分)

根据边界条件由 $x=0, \varphi(0, y)=0$, 得 $a_2=0$;

由 $x=a, \varphi(0, y)=0$, 得 $k_x = n\pi/a$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

根据 y 坐标的无限边界要求, 可选取
(3 分)

$$Y(y) = c_1 e^{-k_y y}$$

可得基本乘积解为 $\varphi_n = X_n(x)Y_n(y) = C_n \sin \frac{n\pi}{a} x e^{-\frac{n\pi}{a} y}$

为满足边界条件, 选取基本解的叠加构成电位的表达式为

$$\varphi = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi}{a} x e^{-\frac{n\pi}{a} y} \quad (2 \text{ 分})$$

由 $y=0, \varphi(x, 0) = U_0$, 可得 $U_0 \sin \frac{3\pi x}{a} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi}{a} x$

利用三角函数的正交归一性，可知只有当 $n=3$ 时， $c_3=U_0$ ，其余系数 $c_n(n\neq 3)=0$

最终可得槽中电位为

$$\varphi=U_0\sin\left(\frac{3\pi}{a}x\right)e^{-\frac{3\pi}{a}y} \quad (2)$$

分)

六、计算题 (1×10=10 分)

在 $\mu_z = 1$, $\varepsilon_z = 9$ 的理想介质中传播着磁场强度

$\vec{H} = \frac{1}{12\pi}(1.5\hat{a}_x - \hat{a}_y - \hat{a}_z)\cos[\omega t - \pi x - \pi y + Az]$ (A/m) 的均匀平面电磁波, 试求:

- 1) 常数 ω 和 A;
- 2) 波的传播方向, 电磁波的波长和频率;
- 3) 求平面电磁波电场强度的复数形式;

解: 1) 可以写出磁场强度的复数形式 $\vec{H} = \frac{1}{12\pi}(1.5\hat{a}_x - \hat{a}_y - \hat{a}_z)e^{-j\pi(x+y-Az)}$

可知传播矢量为 $\vec{k} = \pi(\hat{a}_x + \hat{a}_y - A\hat{a}_z)$ 根据均匀平面波的定义 $\vec{k} \cdot \vec{H} = 0$

$$\vec{k} \cdot \vec{H} = \pi(\hat{a}_x + \hat{a}_y - A\hat{a}_z) \cdot \frac{1}{12\pi}(1.5\hat{a}_x - \hat{a}_y - \hat{a}_z) = \frac{1}{12}(1.5 - 1 + A) = 0$$

即

$$A = -0.5$$

(2 分)

传播矢量为 $\vec{k} = \pi(\hat{a}_x + \hat{a}_y + 0.5\hat{a}_z) \text{ 1/m}$, 波数 $k = |\vec{k}| = 1.5\pi \text{ (1/m)}$

而 $\omega = kc/\sqrt{\epsilon_r} = 2\pi f = 1.5\pi \times 10^8 \text{ (rad/sec)}$ (2 分)

2) 波矢量 $\hat{a}_k = \frac{2}{3}\hat{a}_x + \frac{2}{3}\hat{a}_y + \frac{1}{3}\hat{a}_z$, 波长 $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{4}{3} \text{ m}$, 频率 $f = 7.5 \times 10^7 \text{ Hz}$ (3 分)

3) 若已知 $\epsilon_r = 9$, 且 $\mu_r = 1$, 可得波阻抗 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = 40\pi (\Omega)$

电场强度复数形式 $\vec{E} = -\eta \hat{a}_k \times \vec{H} = \frac{5}{9}(2\hat{a}_x - 7\hat{a}_y + 10\hat{a}_z)e^{-j\pi(x+y+0.5z)} \text{ V/m}$ (3 分)

时域形式 $\vec{E} = \frac{5}{9}(2\hat{a}_x - 7\hat{a}_y + 10\hat{a}_z) \cos[2\pi \times 10^8 t - \pi(x+y+0.5z)] \text{ V/m}$

七、计算题 (1×10=10 分)

给出以下均匀平面波表达式

$$1) \quad \bar{E} = \hat{a}_x 2j e^{-jkz} + \hat{a}_y 2e^{-jkz}; \quad 2) \quad \bar{E} = 10(3\hat{a}_x + 4\hat{a}_y - 5j\hat{a}_z) e^{jk(8x - 6y)};$$

$$3) \quad \bar{E} = \hat{a}_x j 2E_0 \sin \theta \cos(k_x \cos \theta) e^{jk_z \sin \theta};$$

$$4) \quad \bar{E} = \hat{a}_x 3 \cos\left(\omega t + kz + \frac{\pi}{4}\right) - \hat{a}_y 4 \sin(\omega t + kz)$$

$$5) \quad E = \hat{a}_x E_0 k \left(\frac{\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin(kz - \omega t) + \hat{a}_y E_0 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos(kz - \omega t) \circ$$

1)、请将复数形式表示的场矢量, 变换为瞬时值, 或做相反的变换。

2)、请判定它们的极化形式, 如果是圆极化波或者椭圆极化波请说明旋向。

解: (1) 复数域到时域

$$E(r,t) = \text{Re}[(a_x 2e^{j\pi/2} e^{-jkz} + a_y 2e^{-jkz})e^{j\omega t}] = a_x 2 \cos(\omega t - kz + \pi/2) + a_y 2 \cos(\omega t - kz)$$

E_x 和 E_y 不相同, 且 E_x 落后 E_y 相位

$\frac{\pi}{2}$, 电磁波+z 方向传播, 故为右旋圆极化波; (2 分)

(2) 复数域到时域

$$\begin{aligned} E(r,t) &= \text{Re}[10(3a_x + 4a_y - 5ja_z)e^{j(8kx-6ky)}e^{j\omega t}] \\ &= 10(3a_x + 4a_y)\cos(\omega t + 8kx - 6ky) - 50a_z\cos(\omega t + 8kx - 6ky + \pi/2) \\ &= 10(3a_x + 4a_y)\cos(\omega t + 8kx - 6ky) + 50a_z\sin(\omega t + 8kx - 6ky) \end{aligned}$$

$$\bar{E} = 50\left[\left(\frac{3}{5}\hat{a}_x + \frac{4}{5}\hat{a}_y\right) - j\hat{a}_z\right] \cdot e^{-j10k\hat{a}_k \cdot \vec{r}} = 50[\hat{a}_{xy} - j\hat{a}_z] \cdot e^{-j10k\hat{a}_k \cdot \vec{r}}$$

可知传播方向矢量 $\hat{a}_k = (-\frac{4}{5}\hat{a}_x + \frac{3}{5}\hat{a}_y)$

在垂直于 a_k 的平面上, 将电场强度分解为 \hat{a}_{xy} 和 \hat{a}_z 两个相互垂直的分量, 这两

个分量振幅相等，且 \hat{a}_{xy} 超前 \hat{a}_x 相位 90° ， $\hat{a}_{xy} \times \hat{a}_z = -\hat{a}_k$ ，因此是左旋圆极化。
(2 分)

(3) 复数域到时域

$$\begin{aligned} E(\mathbf{r}, t) &= \operatorname{Re} \left[a_x 2E_0 \sin \theta \cos(k_x \cos \theta) e^{jk_z \sin \theta} e^{j\pi/2} e^{j\omega t} \right] \\ &= a_x 2E_0 \sin \theta \cos(k_x \cos \theta) \cos(\omega t + k_z \sin \theta + \pi/2) \\ &= -a_x 2E_0 \sin \theta \cos(k_x \cos \theta) \sin(\omega t + k_z \sin \theta) \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

电场强度只有一个 x 方向分量，是 x 方向的线极化

(4) 时域到复数域

$$E(z) = a_x 3e^{-jkz} e^{j\pi/4} + a_y 4e^{-jkz} e^{j\pi/2} \quad (\text{V/m})$$

$E_{xm} \neq E_{ym}$ ，且 E_x 落后 E_y 相位 $\frac{\pi}{4}$ ，电磁波 +z 方向传播，故为左旋椭圆极化波。(2 分)

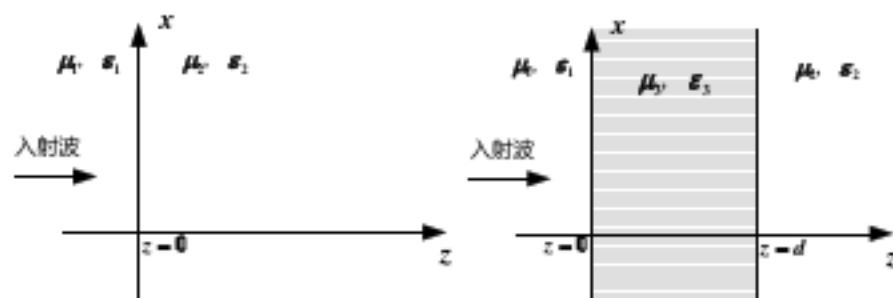
(5) 时域到复数域

$$E(\mathbf{r}) = a_x j E_0 k(\pi/a) \sin(\pi x/a) e^{-jz} + a_y E_0 \cos(\pi x/a) e^{-jz}$$

$E_{xm} \neq E_{ym}$ ，且 E_x 超前 E_y 相位 $\frac{\pi}{2}$ ，电磁波 +z 方向传播，故为右旋椭圆极化波。(2 分)

八、计算题（1×12=12 分）

已知均匀平面电磁波的电场强度为 $\vec{E}_i = \hat{a}_x E_0 \sin(\omega t - kz) + \hat{a}_y E_0 \cos(\omega t - kz)$ ，将其作为入射波由空气向理想介质平面（ $z=0$ ）垂直入射，坐标系如图（a）所示，介质的电磁参数为 $\epsilon_2 = 9\epsilon_0, \mu_2 = \mu_0$ ，计算：



第十题用图 图（a）

第十题用图 图（b）

1)、反射电磁波电场强度 \vec{E}_r 和透射电磁波电场强度 \vec{E}_t 的复数值表达式；

2)、反射电磁波磁场强度 \bar{H}_r 和透射电磁波磁场强度 \bar{H}_t 的瞬时值表达式 $\bar{H}_r(z,t)$ 和 $\bar{H}_t(z,t)$;

3)、判断入射电磁波、反射电磁波和透射电磁波是何种极化波;

4)、计算反射平均功率密度 $\bar{s}_{av,r}$ 和透射平均功率密度 $\bar{s}_{av,t}$;

5)、如果在理想介质分界面处加入厚度为 d 的电磁介质如图 (b) 所示, 试求交界面 ($z=0$) 无反射时, 插入介质层的厚度 d 以及相对介电常数 $\epsilon_{r,3}$ 。

解: 入射波电场强度的复数形式为 $\bar{E}_i = E_0(-j\hat{a}_x + \hat{a}_y)e^{-jkz}$ 沿着 $+z$ 方向传播;

$z < 0$ 区域, 空气波阻抗为 $\eta_1 = \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$, 波数为 $k_1 = k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$

$z > 0$ 区域，空气波阻抗为

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}} = \frac{1}{3} \eta_0, \quad (2)$$

分)

波数为

$$k_2 = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2}} = 3k$$

1)、垂直入射到介质交界面，则可知界面处反射系数和透射系数分别为

反射系数 $\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = -\frac{1}{2}$, 透射系数 $\tau = T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{1}{2}$

反射波沿着 $-z$ 方向传播，可得反射波电场强度复矢量为

$$\bar{E}_r = E_0(-j\hat{a}_x + \hat{a}_y)\Gamma e^{jk_1 z} = \frac{1}{2}E_0(j\hat{a}_x - \hat{a}_y)e^{jk_1 z}$$

透射波沿着 $+z$ 方向传播，可得透射波电场强度复矢量为

$$\bar{E}_r = E_0(-j\hat{a}_x + \hat{a}_y)e^{-j3kz} = \frac{1}{2}E_0(-j\hat{a}_x + \hat{a}_y)e^{-j3kz} \quad (2 \text{ 分})$$

2)、根据平面电磁波的定义,可得反射波和透射波磁场强度的复矢量为

$$\bar{H}_r = \frac{1}{\eta_1} [(-\hat{a}_z) \times \bar{E}_r] = -\frac{1}{2\eta_0} E_0(\hat{a}_x + j\hat{a}_y)e^{jkz}$$

$$\bar{H}_t = \frac{1}{\eta_2} [\hat{a}_z \times \bar{E}_t] = -\frac{3}{2\eta_0} E_0(\hat{a}_x + j\hat{a}_y)e^{-j3kz}$$

瞬时表达式为

$$\begin{aligned} \bar{H}_r(z,t) &= \text{Re}[\bar{H}_r(r)e^{j\omega t}] = -\frac{E_0}{2\eta_0} \left[\hat{a}_x \cos(\omega t + kz) + \hat{a}_y \cos\left(\omega t + kz + \frac{\pi}{2}\right) \right] \\ &= -\frac{E_0}{2\eta_0} [\hat{a}_x \cos(\omega t + kz) - \hat{a}_y \sin(\omega t + kz)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{H}_t(z,t) &= \text{Re}[\bar{H}_t(r)e^{j\omega t}] = -\frac{3E_0}{2\eta_0} \left[\hat{a}_x \cos(\omega t - 3kz) + \hat{a}_y \cos\left(\omega t - 3kz + \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (2 \text{ 分}) \\ &= -\frac{3E_0}{2\eta_0} [\hat{a}_x \cos(\omega t - 3kz) - \hat{a}_y \sin(\omega t - 3kz)]\end{aligned}$$

3)、入射波沿着 $+z$ 方向传播, $E_{\text{zm}} = E_{\text{ym}}$, $\varphi_y - \varphi_x = \pi/2$, 左旋圆极化波;

反射波沿着 $-z$ 方向传播, $E_{\text{zm}} = E_{\text{ym}}$, $\varphi_y - \varphi_x = \pi/2$, 右旋圆极化波;

透射波沿着 $+z$ 方向传播, $E_{\text{zm}} = E_{\text{ym}}$, $\varphi_y - \varphi_x = \pi/2$, 左旋圆极化波。 (2 分)

4)、反射功率时间平均值为

$$\bar{S}_{av,r} = \text{Re} \left[\frac{1}{2} \bar{E}_r \times \bar{H}_r^* \right] = \frac{E_0^2}{8\eta_1} (j\hat{a}_x - \hat{a}_y) \times (j\hat{a}_y - \hat{a}_x) = -\frac{E_0^2}{8\eta_1} \hat{a}_z (1+1) = -\frac{E_0^2}{4\eta_0} \hat{a}_z$$

透射功率时间平均值为

$$\bar{S}_{av,r} = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{2} \bar{E}_t \times \bar{H}_t^* \right] = \frac{E_0^2}{8\eta_2} (-j\hat{a}_x + \hat{a}_y) \times (j\hat{a}_y - \hat{a}_x) = \frac{E_0^2}{8\eta_2} \hat{a}_z (1+1) = -\frac{3E_0^2}{4\eta_0} \hat{a}_z$$

$$S_{av,i} = \frac{E_0^2}{\eta_0} a_z, \quad S_{av,r} = -|\Gamma|^2 S_{av,i} = -\frac{E_0^2}{4\eta_0} a_z, \quad S_{av,t} = (1-|\Gamma|^2) S_{av,i} = \frac{3E_0^2}{4\eta_0} a_z \quad (2 \text{ 分})$$

5、 $\eta_1 \neq \eta_2$ ，插入介质两侧的介质波阻抗不同，因此交界面无反射的条件为

插入介质波阻抗 $\eta_3 = \sqrt{\eta_1 \eta_2}$ ，插入介质厚度为 $d = \frac{\lambda_3}{4}(2n+1)$, $n=1,2,3,\dots$

$$\text{因为 } \eta_3 = \sqrt{\frac{\mu_3}{\epsilon_3}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r3}}} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{r3}}} \eta_0, \quad \text{由 } \eta_3 = \sqrt{\eta_1 \eta_2}, \quad \text{可得 } \epsilon_{r3} = 3$$

根据介质 3 中波长与频率的关系可知 $\lambda_3 = \frac{v}{f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{r3}}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{3}}, \quad \lambda_0 = \frac{c}{f}$

可得插入介质厚度为

$$d = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{3}}(2n+1), \quad n=1,2,3,\dots \quad (2 \text{ 分})$$

