

东南大学成贤学院考试卷 (A 卷)

课程名称	高等数学B	适用专业	
考试学期	10—11—1	考试形式	闭卷
学号		姓名	
得分			

题号	一	二	三	四	五
得分					

一、填空题 (每题 4 分, 共 5 题, 共 20 分)

1. 函数 $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} + \arcsin \frac{x+1}{3}$ 的定义域区间的并可表示为_____.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n} \right) =$ _____.

3. 若 $f(x)$ 可微, $f(2) = 3$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2-x) - f(2)}{2x} = 2$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, 3)$ 处的切线方程为_____.

4. 设 $f(x) = x^2 e^{\sin^2 \frac{1}{x}}$, 则 $f'\left(\frac{4}{\pi}\right) =$ _____.

5. d _____ $= (x^3 + \cos 2x) dx$

二、单项选择题 (每题 4 分, 共 5 题, 共 20 分)

1. 设 $f(x) = 1 - \cos x^2$, $g(x) = 1 - \cos^2 x$, $h(x) = \sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3}$, 则 $x \rightarrow 0$ 时, ()

- (A) 无穷小 $f(x)$ 的阶最低; (B) 无穷小 $g(x)$ 的阶最低;
(C) 无穷小 $h(x)$ 的阶最低; (D) 无穷小 $f(x) + g(x) + h(x)$ 的阶最高.

2. 下列叙述中正确的是 ()

- (A) 若数列 $\{x_n\}$ 有界, 则 $\{x_n\}$ 收敛; (B) 若数列 $\{x_n\}$ 发散, 则 $\{x_n\}$ 无界;
(C) 若函数 $f(x)$ 连续, 则 $f(x)$ 有界; (D) 叙述 (A)、(B)、(C) 都不对.

3. 曲线 $y = \frac{x^2}{x+1} + e^{\frac{1}{x-1}}$ 的渐近线一共有 ()

- (A) 一条; (B) 两条; (C) 三条; (D) 四条.

4. 设 $f''(x) > 0, x \in [0, 1]$, 则 ()

- (A) $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$; (B) $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$;
(C) $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$; (D) $f'(0) > f(1) - f(0) > f'(1)$.

5. 设 $A = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$, $B = \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$, 则 ()

- (A) $A = 1, B = 0$; (B) $A = 0, B = 1$; (C) $A = B = 0$; (D) $A = B = 1$.

三、(每题 8 分, 共 3 题, 共 24 分)

1. 计算极限: ① $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1)^3(3x^2+5)^2}{(1-3x)^7}$, ② $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos x} \right)^{\frac{1}{x(x-1)}}$.

2. 计算导数 $\frac{dy}{dx}$: ① $y + x = e^{xy}$, ② $\begin{cases} x = t^{\sin t} \\ y = \arctan t \cdot \ln(t + \sqrt{t^2 - 1}) \end{cases}$.

3. 设 $f(x) = (x-1)^2 \cdot \ln(x+1)$, 求 $f^{(0)}(x)$ 、 $f^{(0)}(1)$.

四、(每题 8 分, 共 3 题, 共 24 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x < 0 \\ \ln(1+x) & x \geq 0 \end{cases}$, 求 a, b, c , 使 $f''(0)$ 存在.

2. 设 $x_1 = \sqrt{5}$, $x_{n+1} = \sqrt{5+x_n}$ $n=1, 2, 3, \dots$, 证明数列 $\{x_n\}$ 收敛, 并求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

3. 正午时甲轮位于乙轮正东 75 海里处以时速 12 海里朝西航行, 而乙轮以时速 6 海里向正北航行, 问下午几时两轮距离最近?

五、(每题 6 分, 共 2 题, 共 12 分)

1. 若存在正数 $L > 0, \alpha > 1$, 使得 $|f(x) - f(x_0)| \leq L|x - x_0|^\alpha$ $x \in N(x_0, \delta)$,

证明 $f'(x_0)$ 存在.

2. 设 $g(x)$ 二阶导数连续, $g(0)=1$, $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - \cos x}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$,

① a 取何值时, $f(x)$ 处处连续; ② 当 $f(x)$ 连续时, 证明 $f'(x)$ 也连续.