

# 东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 14-15-3 得分 \_\_\_\_\_  
 适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$  表示标准正态分布的分布函数,

$$\Phi(-1.645) = 0.05; \Phi(-1.96) = 0.025; \Phi(1) = 0.8413; \Phi(2) = 0.9772$$

$$T_n \sim t(n) \quad P(T_{24} \geq 2.064) = 0.025; P(T_{24} \geq 1.711) = 0.05;$$

$$P(T_{25} \geq 2.060) = 0.025; P(T_{25} \geq 1.708) = 0.05;$$

$$K_n \sim \chi^2(n) \quad P(K_{24} \geq 39.36) = 0.025; P(K_{24} \geq 12.40) = 0.975;$$

$$P(K_{25} \geq 40.65) = 0.025; P(K_{25} \geq 13.12) = 0.975;$$

一、填充题 (每空格 2', 共 36')

1) 已知  $P(B)=0.4$ ,  $P(A)=0.3$ ,  $A$  和  $\bar{B}$  相互独立, 则  $P(B-A)=$  \_\_\_\_\_;  $P(A|B)=$  \_\_\_\_\_。

2) 一盒中有 3 个红球, 4 个白, 5 个黑球, 每次抽取一个球, 取后不放回, 连续抽取 3 次, 则第二次取得红球且第三次取得白球概率为 \_\_\_\_\_, 三次取球中只有一次取得白球的概率为 \_\_\_\_\_。

3) 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(-5, 4)$ , 则  $P(X < -3) =$  \_\_\_\_\_。

4) 随机变量  $X, Y$  相互独立,  $X \sim N(0, 2)$ ,  $Y \sim N(-1, 3)$ , 则  $2X - Y$  的概率密度为 \_\_\_\_\_。

5) 随机变量  $X, Y$  的联合分布律为:  $P(X = -2, Y = 1) = 0.2$ ;  $P(X = -2, Y = 2) = 0.3$ ;  $P(X = 2, Y = 1) = 0.4$ ;  $P(X = 2, Y = 2) = 0.1$ . 则  $2X + Y$  分布律为 \_\_\_\_\_;  $X$  的边缘分布律为 \_\_\_\_\_。

6) 随机变量  $X, Y$  的相关系数为 0.5,  $DX = DY = 2$ , 则  $\text{cov}(X - Y, X + 2Y) =$  \_\_\_\_\_。

7) 设随机变量序列  $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$  独立同分布于均匀分布  $U(0, 6)$ , 则

$$\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{P} \text{_____}.$$



8) 设总体  $X$  服从正态分布  $N(-2, 4)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自该总体的样本,  $\bar{X}, S^2$  分

别表示样本均值和样本方差, 则  $E(2\bar{X} + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $D(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9) 随机变量  $X$  的分布律为  $P(X=2)=0.3$ ,  $P(X=3)=0.4$ ,  $P(X=5)=0.3$ ; 则其分布函数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10) 随机变量  $X$  服从均值为 3 的指数分布, 则  $Y=1-X$  的密度函数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11) 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自正态总体  $N(1, 4)$  的简单随机样本, 则

$\frac{1}{4}((X_1 - 1)^2 + (X_2 - 1)^2)$  服从  $\underline{\hspace{2cm}}$  分布, 则若

$b \frac{(X_1 - 1)}{\sqrt{(X_2 - 1)^2 + (X_3 - 1)^2}} \sim t(2)$ , 则常数  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12) 设某总体服从  $N(m, 1)$ , 有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本, 其样本均值为 3.5, 则在水平  $\alpha = 0.1$  下,  $m$  的置信区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13) 设总体服从泊松分布  $P(a)$ ,  $a$  为未知参数, 若 1, 2, 2, 0, 3, 4 是来自该总体的简单随机样本的观测值, 则  $a$  的矩估计值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、(10') 设有甲乙丙三个箱子, 甲中有红球 4 只, 白球 2 只, 黑球 2 只; 乙中有红球 2 只, 白球 1 只, 黑球 3 只; 丙中有红球 3 只, 白球 3 只, 黑球 2 只。现抛一枚均匀的硬币两次, 用  $X$  表示出现正面的次数, 若  $X=0$ , 则选取甲箱, 若  $X=1$ , 则选取乙箱, 若  $X=2$ , 则选取丙箱; 然后再从选出的箱中任选一球。(1) 求取出的球为红球的概率; (2) 如果取出的球为红球, 则该球取自甲箱的概率是多少?

三、(15') 设随机变量  $(X, Y)$  的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ax & 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数  $a$ ; (2)  $Y$  的边缘密度函数; (3) 条件概率  $P(X < 0.8 | Y = 0.5)$ 。



姓名

线

封

号

密

四、(9') 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且都服从  $U[0,1]$ 。令  $Z=X-Y$ , 求随机变量  $Z$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

五、(10') 假设一本书有 500 页, 每页上的错误数服从参数为 5 的泊松分布  $P(5)$ , 各页上无错误相互独立。试用中心极限定理近似计算这本书的总错误数不超过 2450 的概率。



六、(10') 设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x, a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-(x-a)^2}, x \in R, a \in R$$

其中  $a$  为未知参数。  $X_1, \dots, X_n$  为来自该总体的样本。 (1) 求参数  $a$  的最大似然估计量  $\hat{a}$ ,  
(2)  $\hat{a}$  是否是  $a$  的无偏估计量, 说明理由。

七、(10') 设总体  $X$  服从正态分布  $N(u, \sigma^2)$ ,  $u, \sigma^2$  未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 5, 样本标准差为 2. (1) 试检验  $H_0: u=6$ , v.s.  $H_1: u \neq 6$ . (检验水平  $\alpha = 0.05$ ), (2) 求  $\sigma^2$  的置信度为 95% 的置信区间。