大学物理期中答案 (B1/B2)

一、 单选题 (每题 3 分, 共 30 分)

CBADC, ABCDC

二、填空题(共35分)

1. $3\vec{i} \text{ m·s}^{-1} (1 分); -8\vec{i} \text{ m·s}^{-2} (2 分); 16\vec{i} \text{ m} (2 分)$

2. $\frac{\mu - \tan \theta}{1 + \mu \tan \theta} g$ (3 分);

 $3. \quad A\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_0}\right) \qquad (3 \, \text{$\%$});$

4. 60 N (3 分);

5. $mg\sqrt{1+3\sin^2\theta}$ (3 分);

6. $\frac{1}{2}\mu mgl$ (3 \mathcal{H}); $\frac{2\omega l}{3\mu g}$ (2 \mathcal{H})

7. $1800 \,\mathrm{m} \, (3 \, \%); \, -2.4 \times 10^{10} \,\mathrm{m} \, (2 \, \%)$

8. 0.976 (3分); 3.33 (2分)

9. 2.044×10⁻²² (3 分)

三、计算题(共35分)

1. (本题 12分)

解: (1) 绳子在桌面移动时重力与位移垂直,重力不做功,只有滑下桌面时重力做功以桌边拐角为坐标原点,竖直向下为y轴正方向,

当下落了y的绳子,继续下落dy位移时,重力做功为 $dW_G = \lambda ygdy$

其中质量线密度为 $\lambda = \frac{m}{l}$

则绳子从开始运动到刚好完全离开桌面过程中重力做的功为

$$W_G = \int_{l_0}^{l} \lambda y g dy = \frac{mg}{2l} (l^2 - l_0^2)$$
 (4 $\%$)

方法二: 设桌面为重力势能零位置,则重力做的功为

$$W_{\rm G} = E_{\rm p1} - E_{\rm p2} = \frac{mg}{2l} (l^2 - l_0^2)$$

(2) 绳子只在桌面移动时受到摩擦力,故以绳子左端的初始位置为坐标原点,水平向右为x轴正方向,当下落了x的绳子,继续下落 dx 位移时,摩擦力做功为

$$dW_f = -\mu\lambda (l - l_0 - x)gdx$$

则绳子从开始运动到刚好完全离开桌面过程中重力做的功为

$$W_{f} = \int_{0}^{l-l_{0}} -\mu \lambda (l - l_{0} - x) g dx = -\frac{\mu mg}{2l} (l - l_{0})^{2}$$
 (4 \(\frac{1}{2}\))

(3) 根据质点系的动能定理, $W_{G} + W_{f} = \frac{1}{2} m v^{2} - 0$

得
$$v = \sqrt{\frac{g}{l} \left[l^2 - l_0^2 - \mu (l - l_0)^2 \right]}$$
 (4分)

2. (本题 13 分)

解:(1)因为所受的合外力矩为零,粘土球与杆组成得系统绕 O点的角动量守恒,

所以
$$m_0 v_0 b = J\omega$$
, $J = \frac{1}{3} m l^2 + m_0 b^2$
得 $\omega = \frac{m_0 v_0 b}{\frac{1}{3} m l^2 + m_0 b^2} = 2.4 \text{ rad/s}$ (5分)

(2)粘土球和杆一起摆起的过程中只受到重力作用,故由粘土球子弹、杆和地球组成系统的机械能守恒。以粘土球、杆在各自的最低位置处为重力势能零位置,则

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m l^2 + m_0 b^2 \right) \omega^2 = m_0 g b \left(1 - \cos \theta \right) + m g \frac{l}{2} \left(1 - \cos \theta \right)$$

$$\cos \theta = 0.6 \tag{5分}$$

(3) 根据质心运动定律, $\vec{F}=m\bar{a}_c$,在法向和切向分别写出其分量形式:

$$N_n - (m + m_0)g\cos\theta = (m + m_0)r_c\omega^2$$
, $\# M_n = (m + m_0)g\cos\theta = 24 \text{ N}$

$$(m+m_0)g\sin\theta-N_t=(m+m_0)a_{ct}$$
, $\sharp \Rightarrow a_{ct}=r_c\alpha$, $r_c=\frac{m_0b+m\frac{l}{2}}{m+m_0}=1.125$

根据转动定律, $M=J\alpha$,得 $mg\frac{l}{2}\sin\theta+m_0gb\sin\theta=J\alpha$

计算得
$$N_t = 6.08 \text{ N}$$

所以,
$$N = \sqrt{N_n^2 + N_t^2} = 24.758 \text{ N}$$
 (3分)

3. (本题 10 分)

解:设竖直部分绳子的拉力为 T_1 ,水平部分绳子的拉力为 T_2 ,

对物块
$$Mg-T_1=Ma$$
 (2分)

对滑轮
$$(T_1 - T_2)r = \frac{1}{2}mr^2\alpha$$
,其中 $a=r\alpha$ (2分)

对滚轮
$$T_2 - f = M_c a_c$$
, 其中 $a = a_c + R_1 \alpha_c$ (2分)

$$T_2R_1 + fR_2 = J_c\alpha_c$$
 , 其中 $a_c = R_2\alpha_c$ (2分)

化简上述方程得:

$$Mg - f = (M + M_c \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{m}{2})a$$

$$f(R_1 + R_2) = (\frac{J_c}{R_2} - M_c R_1) \frac{R_2}{R_1 + R_2} a$$
解得
$$a = 6.86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \qquad (1 分)$$

$$f = 70 \text{ N} \qquad (1 分)$$