东南大学 2003-2004 学年《高等数学(上)》期末考试试卷

课程名称 高等数学 考试学期 03-04 得分

适用专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150 分钟

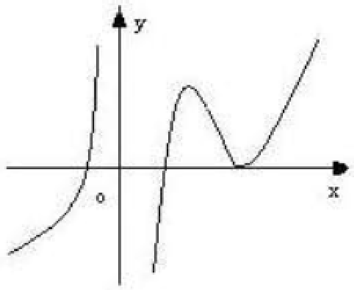
题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一、单项选择题（每小题 4 分，共 16 分） 1．设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\int_1^{x+y} e^{-t^2}\,dt = x$ 确定，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0} =$ （ ）

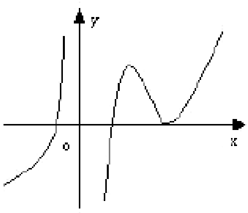
(A) $e+1$; (B) $1-e$; (C) $e-1$; (D) $2e$.

2．曲线 $y = 2x + \dfrac{\ln x}{x-1} + 4$ 的渐近线的条数为（ ）

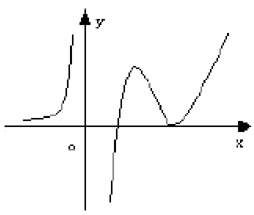
(A) 1； (B) 2 ； (C) 3 ； (D) 0 .



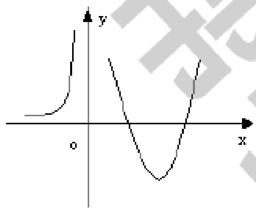
3．设函数 $f(x)$ 在定义域内可导，$y = f(x)$ 的图形如右图所示，则导函数 $y = f'(x)$ 的图形为（ ）



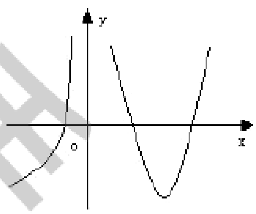
(A)



(B)



(C)



(D)

4．微分方程 $y'' + 4y = 3\cos 2x$ 的特解形式为（ ）

(A) $y^* = A\cos 2x$; (B) $y^* = Ax\cos 2x$;

(C) $y^* = Ax\cos 2x + Bx\sin 2x$; (D) $y^* = A\sin 2x$.

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1．$\lim\limits_{x\to 0}(e^x - x)^{\frac{1}{x^2}} =$ ____________ ____________ _

2．若 $y=\arctan\frac{1}{x}+e^{f^{2}(\cos x)}$，其中 f 可导，则 $\frac{dy}{dx}=$ ______________

3．设 $f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，若导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 α 的取值范围是 __________。

4．若 $f(x)=\int_{0}^{x^{2}}\frac{t-4}{t^{3}+2}dt$，则 $f(x)$ 的单增区间为__________，单减区间为__________．

5．曲线 $y=xe^{-x}$ 的拐点是__________

6．微分方程 $y'''+4y''+4y'=0$ 的通解为 $y=$ ____________________________

三、计算下列各题（每小题 6 分，共 36 分）

1．计算积分 $\int\frac{\arctan x}{(1+x^{2})^{\frac{3}{2}}}dx$

2．计算积分 $\int\frac{x\sin x}{\cos^{5}x}dx$

3. 计算积分 $\int_{0}^{\sqrt{2}}x^{3}e^{-x^{2}}dx$

4. 计算积分 $\int_{0}^{\pi}\frac{dx}{2+\cos x}$

5.设 $f(x)$ 连续，在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0, f'(0)=4$，求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{0}^{x}\left(t\int_{t}^{0}f(u)du\right)dt}{x^{3}\sin x}$

6.求微分方程 $2xydy-(x^2+2y^2)dx=0$ 的通解

四.（8 分）求微分方程 $y''-3y'+2y=-2xe^x$ 满足条件 $y\big|_{x=0}=0, y'\big|_{x=0}=0$ 的特解

五.（8 分）设平面图形 D 由 $x^2+y^2\le 2x$ 与 $y\ge x$ 所确定，试求 D 绕直线 $x=2$ 旋转一周所生成的旋转体的体积。

六.(7 分)设质量均匀分布的平面薄板由曲线 C: $\begin{cases} x=5t^2+t \\ y=t^2-2t \end{cases}$ 与 x 轴所围成,试求其质量 m 。

七.（7 分）设函数 $f(x)$ 在 $[-a,a]$ 上有连续的二阶导数，且 $f(0)=0$，证明：至少存在一点 $\xi\in[-a,a]$，使得 $\int_{-a}^{a}f(x)dx=\frac{a^3}{3}f''(\xi)$