

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 12-13-3 得分 _____
 适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.645) = 0.05$; $\Phi(-1.96) = 0.025$; $\Phi(0) = 0.5$; $\Phi(1) = 0.8413$

$\Phi(1.3) = 0.9032$; $\Phi(1.96) = 0.975$; $\Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n)$ $P(T_{35} \geq 2.0301) = 0.025$; $P(T_{35} \geq 1.6869) = 0.05$;
 $P(T_{36} \geq 2.0281) = 0.025$; $P(T_{36} \geq 1.6883) = 0.05$;

一、填充题 (每空格 2', 共 36')

- 1) 已知 $P(B)=0.4$, $P(A)=0.3$, A 和 B 独立, 则 $P(B-A)=$ _____; $P(A \cup B)=$ _____。
- 2) 一盒中有 3 个白球, 2 个黑球, 1 个红球, 每次抽取一球, 取后不放回, 连续抽取 4 次, 则首次取到黑球发生在第四次取球的概率为 _____, 第二次取到白球概率为 _____。
- 3) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 4)$, $P(|X| < 3) =$ _____。
- 4) 随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(1, 2)$, $Y \sim N(0, 2)$, 则 $P(X-Y > 3) =$ _____。
- 5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=1, Y=1)=0.2$; $P(X=1, Y=2)=0.4$;
 $P(X=2, Y=1)=0.2$; $P(X=2, Y=2)=0.2$. 则 XY 分布律为 _____。 Y 的边缘分布律为 _____。
- 6) 随机变量 X, Y 的相关系数为 0.5, $DX=DY=4$, 则 $\text{cov}(X-2Y, X+Y)=$ _____。
- 7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$ 独立同分布于均匀分布 $U[1, 3]$, 则
 $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{P} \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8) 设总体 X 服从正态分布 $N(1, 2)$, X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来此该总体的样本, \bar{X}, S^2 分别

表示样本均值和样本方差, 则 $E(\bar{X}^2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $D(S^2 + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9) 随机变量 X 的分布律为 $P(X=-2)=0.2$, $P(X=2)=0.2$, $P(X=4)=0.6$, 则其分布函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10) 随机变量 X 服从均值为 $1/2$ 的指数分布, 则 $Y=2X-1$ 的密度函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0,9)$ 的简单随机样本, 若 $c(X_1^2 + X_2^2)$ 服从 $\chi^2(2)$ 分布, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$, 若 $b \frac{X_1^2}{\sqrt{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2}} \sim t(3)$, 则常数 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12) 设某假设检验问题在水平 $\alpha=0.1$ 时, 根据样本得到的结论是接受原假设。若 $\alpha=0.05$, 则基于同样的样本和检验统计量得到的结论是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13) 设总体服从均匀分布 $U[0, a]$, a 为未知参数, 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的简单随机样本, a 的矩估计量为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、(10') 设有一箱子红球 4 只, 白球 2 只。随机地从该箱中任选两球扔掉, 然后再从中任取一球 (1) 求取出的球为红球的概率; (2) 如果取出的球为红球, 则扔掉的两球中有一个红球的概率是多少?

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} a & -1 < x < 0, 0 < y < 1, x+y > -1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) 常数 a ; (2) X 的边缘密度函数; (3) 求条件概率 $P(Y < 0.2 | X < -0.5)$ 。

四、(10') 设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从指数分布 $e(2)$ 。令 $Z=X-Y$ ，求随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

五、(10') 为了确定我校学生对某考试改革的支持率 p ，现随机调查 n 名学生。试用中心极限定理确定 n 至少需要多大才能使得调查的支持比例和 p 的误差的绝对值小于 0.05 的概率不低于 90%。

六、(10') 设总体 X 的概率分布密度函数如下,

$$f(x,a) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-(x-a)/\lambda} & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases} \quad (\lambda > 0)$$

其中 a 为常数。设 X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本, (1) 求参数 λ 的最大似然估计量 $\hat{\lambda}$, (2)

$\hat{\lambda}$ 是否是 λ 的无偏估计量, 说明理由。

七、(9') 设总体 X 服从正态分布 $N(u, b)$, u, b 未知。现有来自该总体样本容量为 36 的样本, 其样本均值为 12.8, 样本方差为 16. (1) 试检验 $H_0: u=12.0$ v.s. $H_1: u>12.0$. (检验水平 $\alpha = 0.05$), (2) 求 u 的置信度为 90% 的置信区间。