



一、填空题（每题 4 分，共 40 分）

1.  $x=2.430, y=0.09612, |e(\sqrt{xy})| \leq$  \_\_\_\_\_。
2. 计算  $\frac{1-\cos x}{\sin x}$ , 当  $|x| \ll 1$  时, 应采用算法\_\_\_\_\_。
3. 改写  $y = x^4 + 3x^8 + 16x^{16}$ , 使运算量尽可能的小\_\_\_\_\_。
4. 方程  $x^3 - x - 1 = 0$  在  $[1, 2]$  上进行二分, 精度为 6 位有效数字, 需要二分\_\_\_\_\_次。
5.  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $\|A\|_1 =$  \_\_\_\_\_,  $\|A\|_2 =$  \_\_\_\_\_。
6.  $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$ ,  $f[2^0, 2^1] =$  \_\_\_\_\_,  $f[2^0, 2^1, 2^3, 2^5, 2^7, 2^9] =$  \_\_\_\_\_。
7. 在节点  $x_0 = -2, x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$  处, 写出拉格朗日插值基  $l_2(x) =$  \_\_\_\_\_。
8. 给定超定方程  $Ax = b$ , 系数矩阵  $A$  满秩, 方程的最小二乘解为\_\_\_\_\_。
9. 求积分公式  $\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{4}f(0) + \frac{3}{4}f(\frac{2}{3})$ , 代数精度为\_\_\_\_\_次。
10.  $\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(0) = \eta \end{cases}$ , 给定公式  $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}[f(x_i + y_i) + f(x_{i+1} + y_{i+1})]$ , 则可以推导得到截断误差为\_\_\_\_\_。

二、用迭代法求方程  $x^3 - |x| - 1 = 0$ , 分析该方程有几个实根, 并用迭代法求根。



三、用列主元 Gauss 消去法求解矩阵方程  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ -8 \\ 9 \end{bmatrix}$ 。

四、给定  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

证明：Jacobi 迭代法收敛，Gauss-Seidel 迭代法不收敛。



五、给定

x	1	1.4	1.8	2.2	2.6
y	0.931	0.642	0.428	0.224	0.203

用最小二乘法求  $y = \frac{1}{a+bx}$  的经验公式。

六、设  $S_i = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ ，试用复化梯形公式求此积分的近似值，误差不超过  $\frac{1}{2} \times 10^{-4}$ 。



七、用改进欧拉公式求解方程

$$y(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$$

分别在  $x=0.5, 1.0, 1.5, 2.0$  处的数值。