2005级本科生《信号与系统》期中测验

1、请说明该微分方程所描述的系统是否为线性时不变系统：

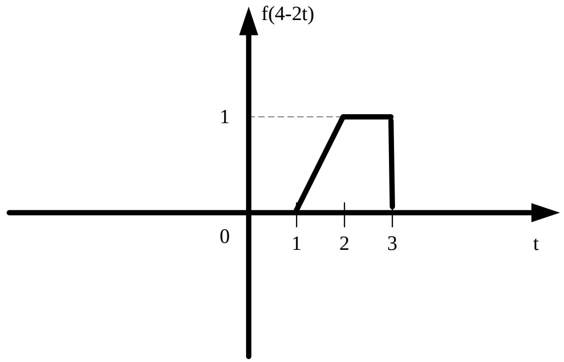
$$\frac{d}{dt}r(t)+r(t)=e(t)+1$$

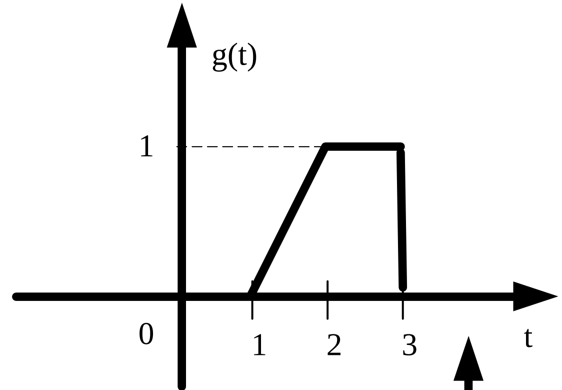
解答：不满足齐次性且系数是常数

非线性、非时变系统

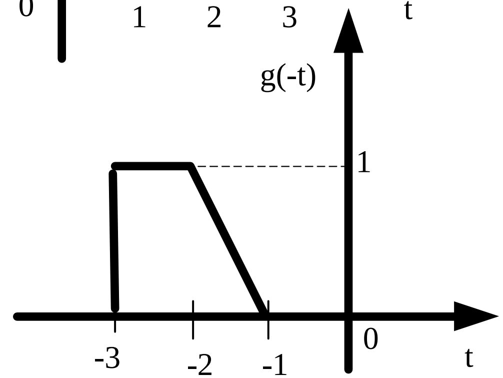
2、已知f(4-2t) 的波形如下图所示。请画出f(t)的图形

解答:



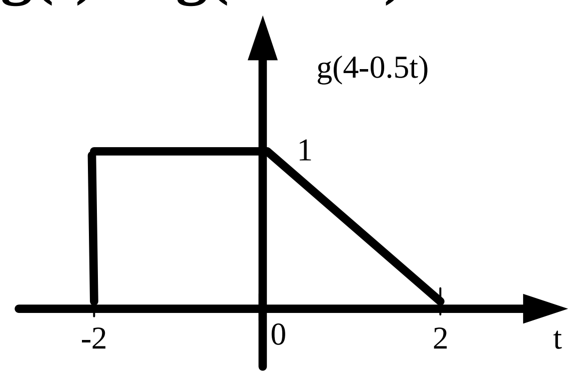


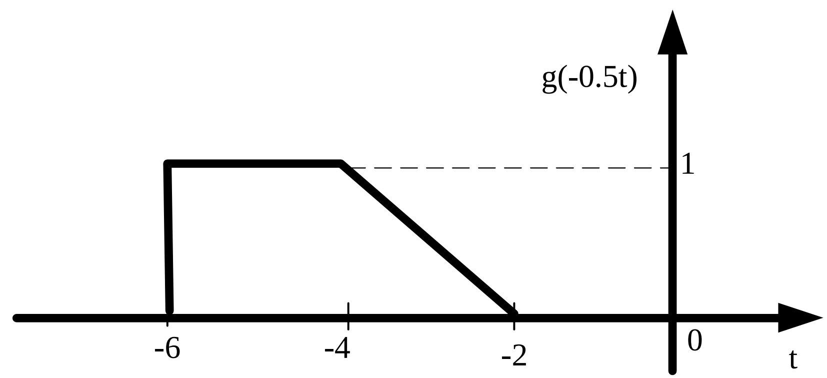
f(4-2t)=g(t)　　**令:4-2t=x**



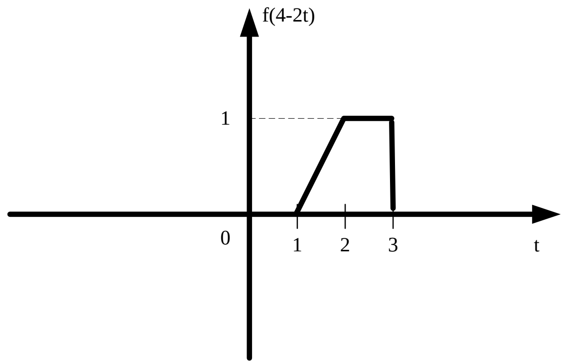
t=2-0.5x　　**f(x)=g(2-0.5x)**

g(t) →g(2-0.5t)





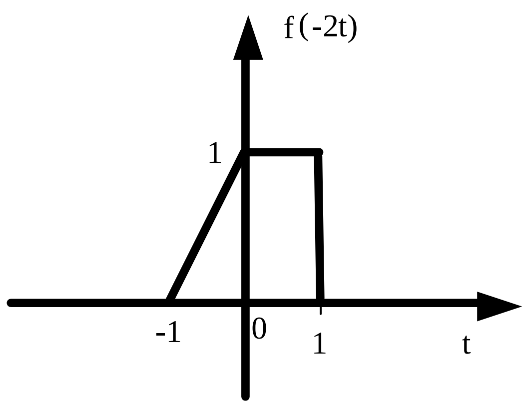
2、已知f(4-2t) 的波形如下图所示。请画出f(t)的图形

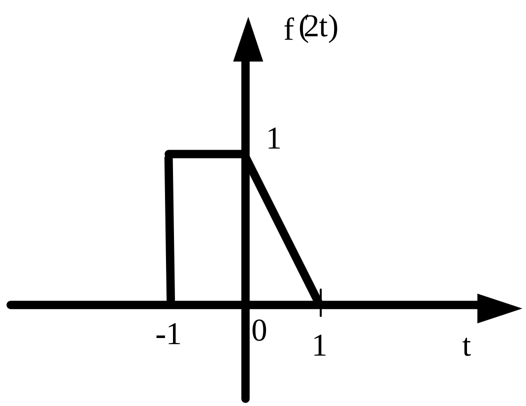


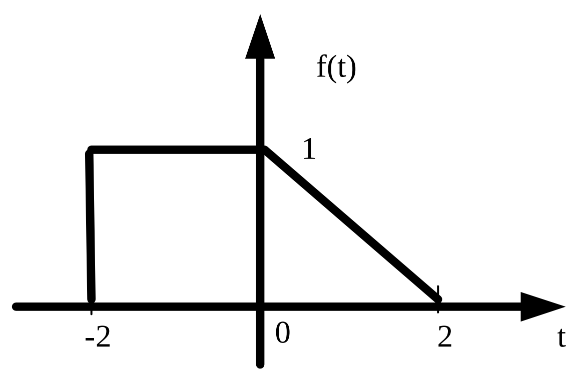
解答：

f(4-2t) ← f(-2t) ← f(-2t) ← f(2t) ← f(t)

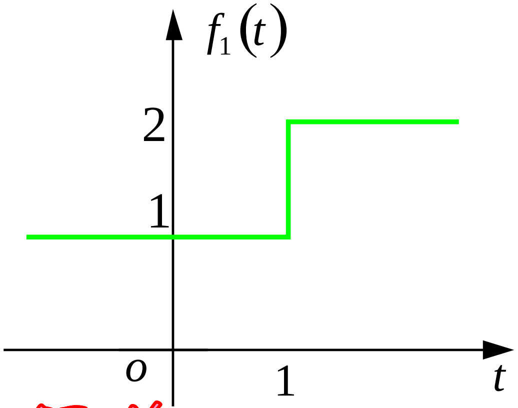
f(4-2t) → f(-2t) → f(-2t) → f(2t) → f(t)

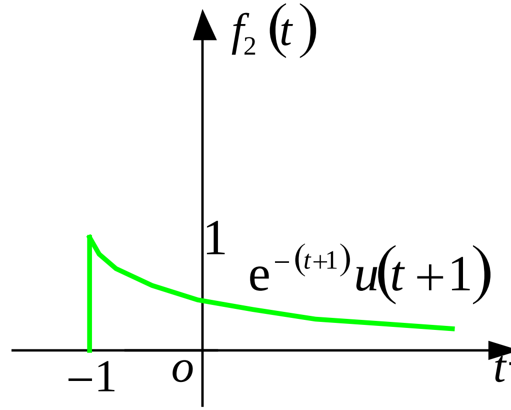


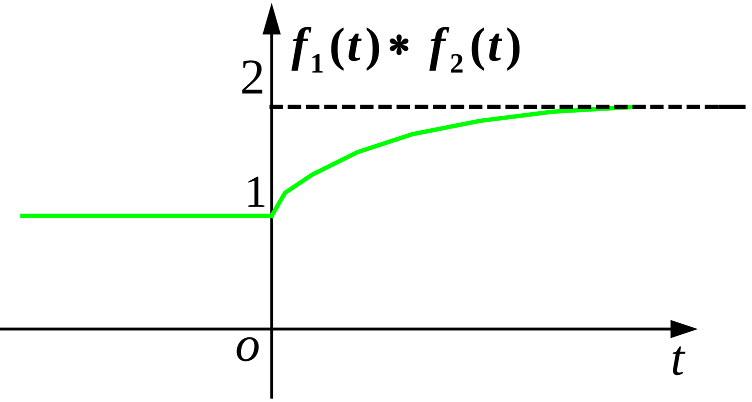




3 计算卷积 $f_1(t)*f_2(t)$，并画出波形。







解答

$$s(t)=f_1(t)*f_2(t)$$

$$=[1+\varepsilon(t-1)]*e^{-(t+1)}\varepsilon(t+1)$$

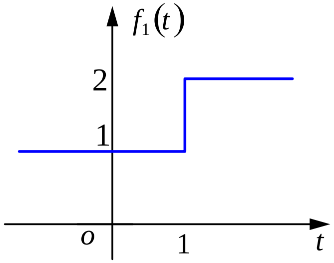
$$=1*e^{-(t+1)}\varepsilon(t+1)+\varepsilon(t-1)*e^{-(t+1)}\varepsilon(t+1)$$

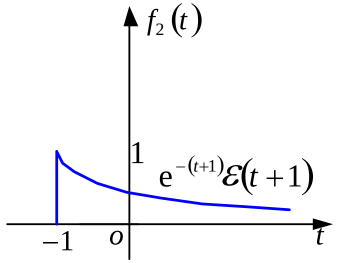
$$=\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-(\tau+1)}\varepsilon(\tau+1)\mathrm{d}\tau+\frac{\mathrm{d}\,\varepsilon(t-1)}{\mathrm{d}t}*\int_{-\infty}^{t}e^{-(\tau+1)}\varepsilon(\tau+1)\mathrm{d}\tau$$

$$=\int_{-1}^{+\infty}e^{-(\tau+1)}\mathrm{d}\tau+\delta(t-1)*\int_{-1}^{t}e^{-(\tau+1)}\mathrm{d}\tau$$

$$=1+\int_{-1}^{t-1}e^{-(\tau+1)}\mathrm{d}\tau=1+\left(1-e^{-t}\right)\varepsilon(t)$$

3、计算并画出 $f(t)=f_1(t)*f_2(t)$ 的波形图



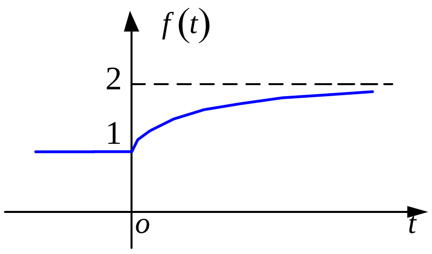


$$f(t)=f_1(t)*f_2(t)$$
$$=f_1(t+1)*f_2(t-1)$$
$$=(1+\varepsilon(t))*e^{-t}\varepsilon(t)$$

$$\boldsymbol{f_1(t)*f_2(t)\leftrightarrow F_1(j\omega).F_2(j\omega)}$$

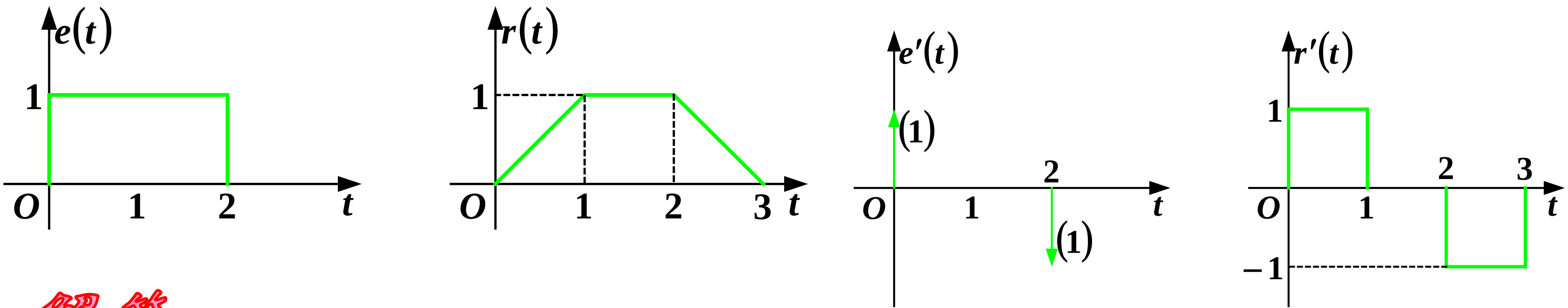
$$F(j\omega)=[2\pi\delta(\omega)+\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}]\bullet\frac{1}{j\omega+1}$$

$$F(j\omega)=2\pi\delta(\omega)+\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}-\frac{1}{j\omega+1}$$



$$f(t)=1+\varepsilon(t)-e^{-t}\varepsilon(t)$$

4、已知线性时不变系统的一对激励和响应波形如下图所示，求该系统对激励的 $e_1(t)=\sin \pi t\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)\right]$ 零状态响应。



解答

$$h(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)$$

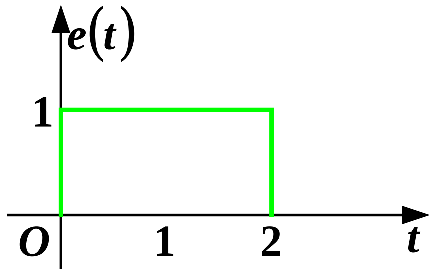
$$e'(t)=\delta(t)-\delta(t-2) \Leftrightarrow 1-e^{-2s}$$

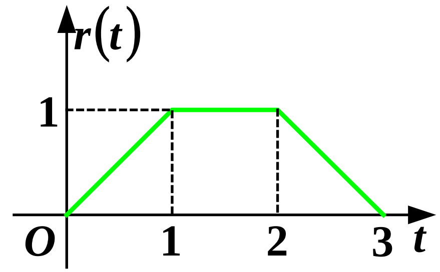
$$r'(t)=\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)\right]-\left[\varepsilon(t-2)-\varepsilon(t-3)\right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{s}(1-e^{-s})-\frac{1}{s}(e^{-2s}-e^{-3s})=\frac{1}{s}(1-e^{-s})(1-e^{-2s})$$

$$H(s)=\frac{1}{s}(1-e^{-s})$$

4、已知线性时不变系统的一对激励和响应波形如下图所示，求该系统对激励的 $e_1(t)=\sin\pi t\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)\right]$ 零状态响应。





解答

$$h(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1) \qquad H(s)=\frac{1}{s}(1-e^{-s})$$

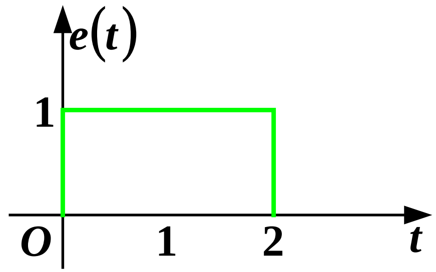
$$e_1(t)=\sin\pi t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]=\sin\pi t\varepsilon(t)+\sin\pi(t-1)\varepsilon(t-1)$$

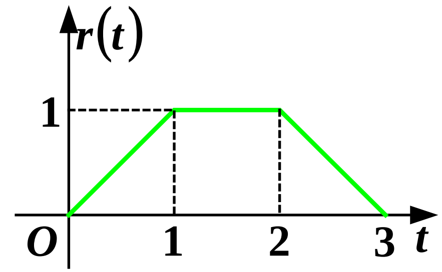
$$E_1(s)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}(1+e^{-s})$$

$$R_1(s)=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}(1+e^{-s})\bullet\frac{1}{s}(1-e^{-s})=\frac{\pi}{s^2+\pi^2}\bullet\frac{1}{s}\bullet(1-e^{-2s})$$

$$=[{}^1\!/_\pi\frac{1}{s}-{}^1\!/_\pi\frac{s}{s^2+\pi^2}](1-e^{-2s})$$

4、已知线性时不变系统的一对激励和响应波形如下图所示，求该系统对激励的 $e_1(t)=\sin\pi t\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)\right]$ 零状态响应。





解答

$$R_1(s)=\left[{}^{1}\!/_{\pi}\,\frac{1}{s}-{}^{1}\!/_{\pi}\,\frac{s}{s^2+\pi^2}\right](1-e^{-2s})$$

$$r_1(t)=\frac{1}{\pi}\left[\varepsilon(t)-\cos\pi t\,\varepsilon(t)\right]-\frac{1}{\pi}\left[\varepsilon(t-2)-\cos\pi(t-2)\varepsilon(t-2)\right]$$

$$r_1(t)=\frac{1}{\pi}(1-\cos\pi t)\left[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)\right]$$

5：已知一线性系统 $\frac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2}+3\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}+2r(t)=2\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}+6e(t)$

$r(0_-)=2,\quad r'(0_-)=0,\quad e(t)=\varepsilon(t)$ 求系统的全响应，

并指出零输入响应，零状态响应，自由响应，强迫响应。

一、求零输入响应

$$H(s)=\frac{2s+6}{s^2+3s+2}$$

λ_1= -1, λ_2= -2

$$r_{zi}(t)=C_1\,\mathrm{e}^{-t}+C_2\,\mathrm{e}^{-2t}$$

$$C_1=4, C_2=-2$$

$$\boldsymbol{r_{zi}(t)=4\,\mathrm{e}^{-t}-2\,\mathrm{e}^{-2t}\qquad t\geq 0}$$

5：已知一线性系统 $\frac{d^2 r(t)}{dt^2}+3\frac{d r(t)}{dt}+2r(t)=2\frac{d e(t)}{dt}+6e(t)$

$r(0_-)=2,\quad r'(0_-)=0,\quad e(t)=\varepsilon(t)$ 求系统的全响应，

并指出零输入响应，零状态响应，自由响应，强迫响应。

一、零输入响应 $r_{zi}(t)=(4e^{-t}-2e^{-2t})\varepsilon(t)$

二、求零状态响应

$$E(s)=\frac{1}{s} \qquad H(s)=\frac{2s+6}{s^2+3s+2}$$

$$R_{zs}(s)=H(s)\bullet E(s)=\frac{2s+6}{s(s+1)(s+2)}=\frac{3}{s}-\frac{4}{s+1}+\frac{1}{s+2}$$

$$r_{zs}(t)=(3-4e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$$

5：已知一线性系统 $\frac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2}+3\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}+2r(t)=2\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}+6e(t)$

$r(0_-)=2,\quad r'(0_-)=0,\quad e(t)=\varepsilon(t)$ 求系统的全响应，

并指出零输入响应，零状态响应，自由响应，强迫响应。

零输入响应： $r_{zi}(t)=(4\mathrm{e}^{-t}-2\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$

零状态响应： $r_{zs}(t)=(3-4e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$

全响应： $r(t)=(3-e^{-2t})\varepsilon(t)$ $=r_{zi}(t)+r_{zs}(t)$

自由分量： $-e^{-2t}\varepsilon(t)$

暂态分量 $-e^{-2t}\varepsilon(t)$

强迫分量： $3\varepsilon(t)$

稳态分量 $3\varepsilon(t)$

5: 已知一线性系统 $\frac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2}+3\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}+2r(t)=2\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}+6e(t)$

$r(0_-)=2,\quad r'(0_-)=0,\quad e(t)=\varepsilon(t)$ 求系统的全响应，

并指出零输入响应，零状态响应，自由响应，强迫响应。

零输入响应： $r_{\mathrm{zi}}(t)=(4\mathrm{e}^{-t}-2\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$

零状态响应： $r_{zs}(t)=(3-4e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$

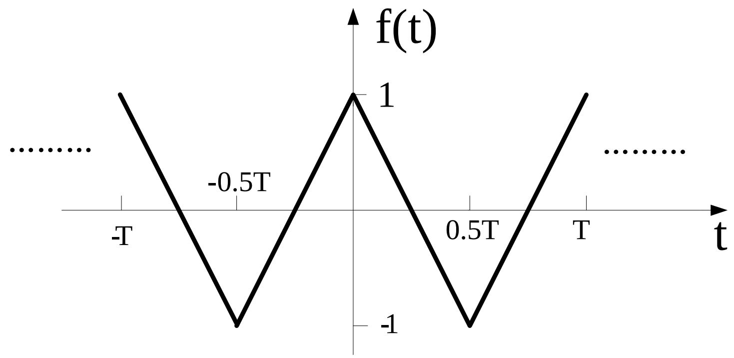
$$H(p)=\frac{2p+6}{p^2+3p+3}=\frac{4}{p+1}-\frac{2}{p+2}$$

$$h(t)=4e^{-t}\varepsilon(t)-2e^{-2t}\varepsilon(t)$$

$$r_{zs}(t)=h(t)*e(t)=[4e^{-t}\varepsilon(t)-2e^{-2t}\varepsilon(t)]*\varepsilon(t)$$

$$=(3-4e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$$

6、判断图示信号f(t)的傅立叶级数所包含的分量（6分）；



解答：

信号f(t)是偶函数,又是奇谐函数

奇谐余弦分量

7、(8分)已知信号e(t) 的的傅里叶变换 *E*(jω)，

$$E(j\omega)=(2-|\omega|)[\varepsilon(\omega+2)-\varepsilon(\omega-2)]$$

求 $\int_{-\infty}^{+\infty}e(t))dt$ 的值。

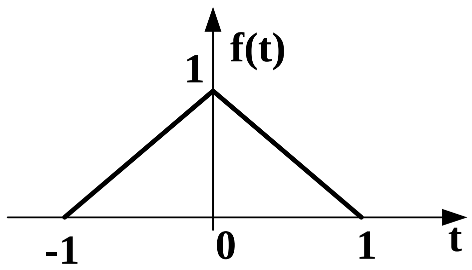
解答: **e(t) ⇔ *E*(jω)**

$$\int_{-\infty}^{+\infty}e(t)e^{-j\omega t}dt=E(j\omega)$$ 傅里叶正变换

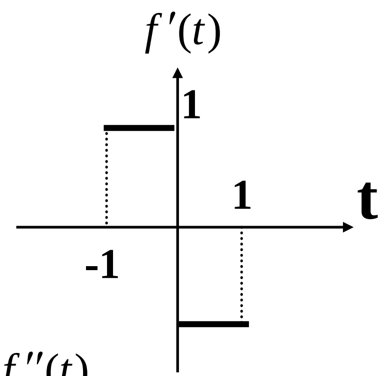
$$\int_{-\infty}^{+\infty}e(t)dt=E(0)=2$$

8、求图信号的傅里叶变换

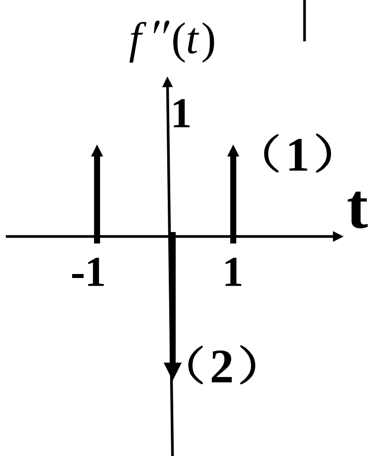
$$F(jw)=\frac{G(jw)}{jw}+\pi[f(\infty)+f(-\infty)]\delta(w)$$



$$\frac{2\cos\omega-2}{(j\omega)^2}=\frac{2-2\cos\omega}{\omega^2}$$



$$\frac{2\cos\omega-2}{j\omega}$$



$$e^{j\omega}-2+e^{-j\omega}=2\cos\omega-2$$

9、已知带宽为B 的信号 $F[f(t)]=F(j\omega)$

求信号 $f(6-2t)$ 的傅里叶变换及其带宽。

解：$f(t) \xrightarrow{\text{延时}} f(t-t_0) \xrightarrow{\text{尺度变换}} f(at-t_0)$

$$F(j\omega) \qquad F(j\omega)e^{-j\omega t_0} \qquad \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})e^{-j\frac{\omega}{a}t_0}$$

另：$f(t) \xrightarrow{\text{尺度变换}} f(at) \xrightarrow{\text{延时}} f(a(t-\frac{t_0}{a}))$

$$\frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a}) \qquad \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})e^{-j\frac{\omega}{a}t_0}$$

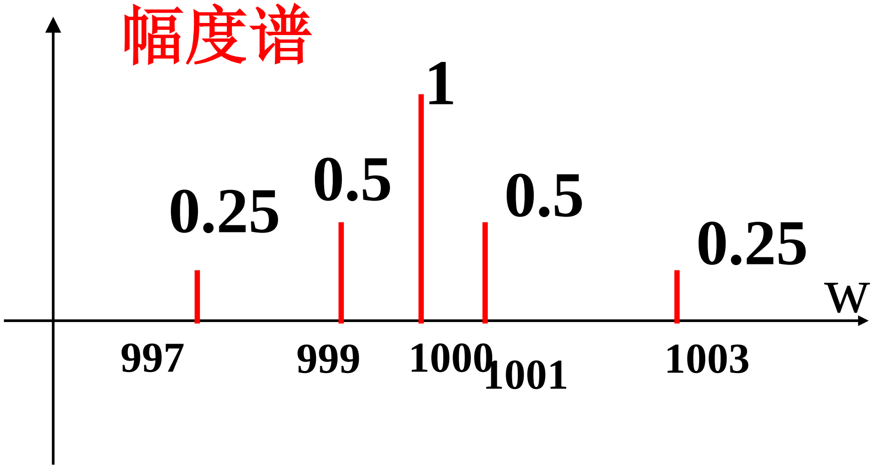
$$F[f(t)]=F(j\omega) \leftrightarrow F[f(-2t)]=\frac{1}{2}F(-j\frac{\omega}{2})$$

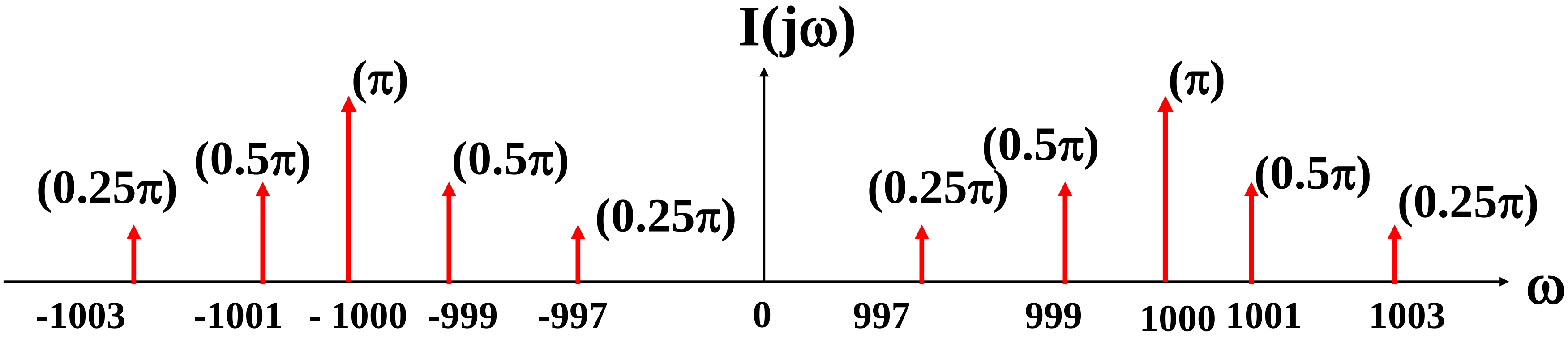
$$\leftrightarrow F[f(-2t+6)]=\frac{1}{2}e^{-3j\omega}F(-j\frac{\omega}{2})$$

带宽2B

10、已知幅信号电流 $i(t) = (1+\cos t + \frac{1}{2}\cos 3t)\cos(1000t)$ 画出此信号的频谱图，并计算其在电阻**1Ω**上的载波功率、最大功率、平均功率。

$$i(t) = \cos 1000t + \frac{1}{2}(\cos 1001t + \cos 999t) + \frac{1}{4}(\cos 1003t + \cos 997t) A$$





10、已知幅信号电流 $i(t)=(1+\cos t+\frac{1}{2}\cos 3t)\cos(1000t)$ **画出此信号的频谱图，并计算其在电阻1Ω上的载波功率、最大功率、平均功率。**

$$i(t)=\cos 1000t+\frac{1}{2}(\cos 1001t+\cos 999t)+\frac{1}{4}(\cos 1003t+\cos 997t)A$$

载波功率为 $P_C=\frac{1}{2}W$

最大功率为 $P_{\max}=\frac{1}{2}(1+1+\frac{1}{2})^2W=\frac{25}{8}W=3.125W$

平均功率

$$\overline{P}=\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}[(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{4})^2+(\frac{1}{4})^2]\}W=\frac{13}{16}W=0.8125W$$

11、已知某理想带通滤波器的频率响应特性为：

$$H(j\omega)=[\varepsilon(\omega+1002)-\varepsilon(\omega+998)+\varepsilon(\omega-998)-\varepsilon(\omega-1002)]e^{-j2\omega}$$

①计算其冲激响应 $h(t)$

②该系统是否物理可实现？为什么？

解：①傅里叶反变换

$$h(t)=\frac{4}{\pi}Sa(2(t-2))\cos(1000(t-2))$$

②不满足 $$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|\ln|H(j\omega)|\right|}{1+\omega^2}d\omega<\infty}$$

非物理可实现

12、①求题10调幅信号通过题11理想带通滤波器的输出响应 $r(t)$

②并与题10原信号 $i(t)$ 相比较，输出信号 $r(t)$

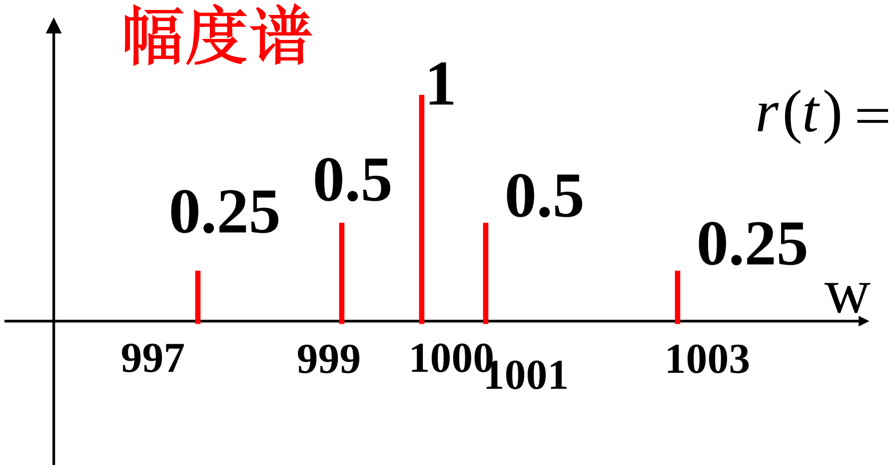
是否存在失真？若存在失真，请说明是哪种或哪几种类型的失真？

$$i(t)=(1+\cos t+\frac{1}{2}\cos 3t)\cos(1000t)$$

$$H(j\omega)=[\varepsilon(\omega+1002)-\varepsilon(\omega+998)+\varepsilon(\omega-998)-\varepsilon(\omega-1002)]e^{-j2\omega}$$

$$i(t)=\cos 1000t+\frac{1}{2}(\cos 1001t+\cos 999t)+\frac{1}{4}(\cos 1003t+\cos 997t)A$$

幅度谱



$$r(t)=[1+\cos(t-2)]\cos 1000(t-2)A$$

存在幅度失真

$$r(t)=\cos 1000(t-2)+\frac{1}{2}[\cos 1001(t-2)+\cos 999(t-2)]A$$