姓名____________ 学号____________

东 南 大 学 考 试 卷答案（ A 卷）

课程名称 信号与线性系统 考试学期 10-11-3 得分

适用专业 信息科学与工程学院、吴健雄学院、理科班 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一		总分
得分													
批阅人													

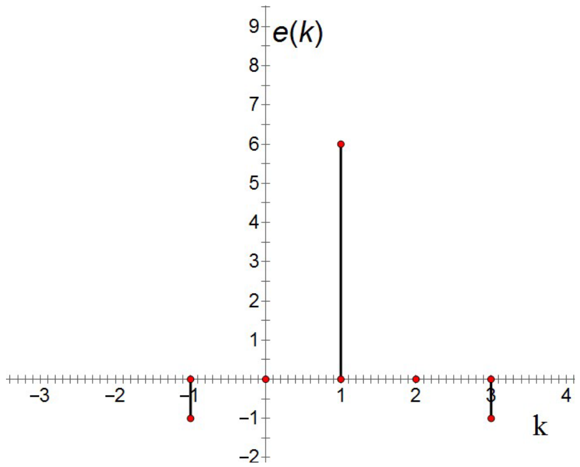
一、简单计算或论述证明题（共 8 题，每小题 7 分，共计 56 分）

1、求序列 e(k)={-1,2,1；k=-1,0,1}与 h(k)={1,2,-1；k=0,1,2} 的卷积和，并画出结果的波形。

解：

$$
\begin{array}{r}
-1,\ 2,\ 1 \\
1,\ 2,\ -1 \\
\hline
1,\ -2,\ -1 \\
-2,\ 4,\ 2 \\
-1,\ 3,\ 1 \\
\hline
-1,\ 0,\ 6,\ 0,\ -1
\end{array}
$$

结果波形如图所示：



2、已知离散系统的差分方程为 $y(k)-2y(k-1)+2y(k-2)=e(k)$，初始条件为 $y_{zi}(-1)=-\dfrac{1}{2}$，$y_{zi}(-2)=-1$。求该系统的零输入响应。

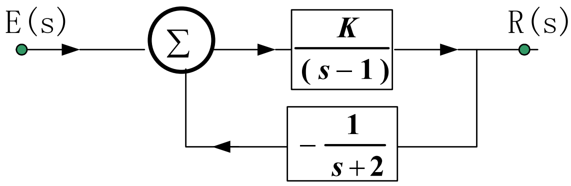
解： $\sigma^2-2\sigma+2=0 \Rightarrow \sigma_{1,2}=1\pm j\Gamma_0\sqrt{2}e^{\pm j\frac{\pi}{4}}$，$y_{zi}(k)=c_1\sigma_1{}^k+c_2\sigma_2{}^k, k\geq 2$

$$\begin{cases} y_{zi}(0)=1=c_1+c_2 \\ y_{zi}(\infty)=3=c_1\sigma_1+c_2\sigma_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\dfrac{1}{2}+j2 \\ c_2=\dfrac{1}{2}-j2 \end{cases}$$，所以 $y_{zi}(k)=\sqrt{2}^k\left[\cos\dfrac{k\pi}{4}+4s\cos\dfrac{k\pi}{4}\right]s(k)$

3．已知 $f(k)$ **为双边序列，其单边 z 变换为** $F(z)$ **。求** $f(k-3)$ **的单边 z 变换。**

解： $Z\left[f(k-3)\varepsilon(k)\right]=f(-3)z^{-0}+f(-2)z^{-1}+f(-1)z^{-2}+z^{-3}F(z)$

4、求使图示反馈系统稳定的 K 值范围；并求系统在临界稳定时的单位冲激响应 $h(t)$ **。**



解：

$\Gamma(s)=\dfrac{k(s+2)}{s^2+k-2+j^2}$，**所以有：k>2 时系统稳定，k=2 时系统处于临界稳定状态**

$$h(t)=\Gamma^{-1}[\frac{k(s+3)}{s(s+1)}]=4[4-2e^{-t}]\varepsilon(t)$$

5、已知某系统的频响为 $H(j\omega)=\dfrac{-\omega^2-j2\omega+2}{-\omega^2+j2\omega+5}$**，求和该系统幅频相等的最小相位系统的系统函数。**

解：

$H(s)=\dfrac{s^2-2s+2}{s^2+2s+5}=\dfrac{(s-1)^2+1}{(s+2)^2+1}$，**或：** $H(s)=\dfrac{(s+1)^2+1}{(s+2)^2+1}$

6、若某线性非时变系统 $H(z)=\dfrac{-3z^{-1}}{2z^{-2}-5z^{-1}+2}$ **是稳定的，求该系统的单位函数响应**

$h(k)$

解：

$$H(z)=\frac{-1.5z}{z^2-2.52z+1}=\frac{-1.5z}{(z-2)(z-0.5)}=\frac{z}{z-0.5}-\frac{z}{z-2}=\frac{0.5}{z-0.5}-\frac{2}{z-2}$$

$$0.5<|z|<2$$

$$h(k)=0.5^k\varepsilon(k)+2^k\varepsilon(-k-1)=0.5^k\varepsilon(k-1)+2^k\varepsilon(-k)$$

7、已知离散系统对输入信号 $e(k)=\varepsilon(k)$ **的零状态响应为** $r(k)=-3^k\varepsilon(-k-1)+(-0.5)^k\varepsilon(k)-2\varepsilon(k)$，**求系统函数** $H(z)$ **及其收敛域。**

解：

$F(z)=\dfrac{z}{z-1},|z|>1$，$R(z)=\dfrac{z}{z-3}+\dfrac{z}{z+0.5}-\dfrac{2z}{z-1},1<|z|<3$，

$$H(z)=\frac{R(z)}{F(z)}=\frac{z-1}{z-3}+\frac{z-1}{z+0.5}-2=\frac{2}{z-3}-\frac{1.5}{z+0.5}=\frac{0.5z+5.5}{z^2-2.5z-4.5}$$

$$0.5<|z|<3$$

8、已知某系统的特征多项式为 $D(s)=s^5+s^4+2s^3+2s^2+s+1$，**试分析其特征根在 s 左半开平面、虚轴以及 s 右半开平面上的个数；并判断该系统的稳定性。**

解：

S^5	**1**	**2**	**1**
S^4	**1**	**2**	**1**
S^3	**4**	**4**	**0**
S^2	**1**	**1**	
S	**2**	**0**	
1	**1**	**0**	

虚轴上特征根个数 4，右半开平面个数为 1

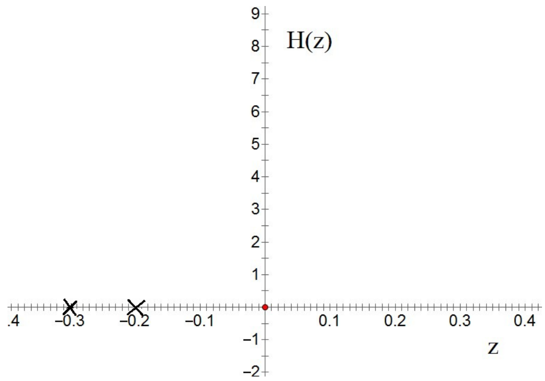
$S^4+2s^2+1=0,S=\pm j(\text{二阶})$，**所以该系统不稳定。**

二、（20 分）已知某一离散的线性时不变系统为 $r(k+2)+0.5r(k+1)+0.06r(k)=0.1e(k+1)$。

1) **写出系统函数，画出极零图，判断系统的稳定性，并给出理由；**
2) **画出此系统的并联形式框图，并写出相变量矩阵形式的状态方程和输出方程；**
3) **设激励信号** $e(k)=(-0.1)^{k-1}\varepsilon(k-1)$，**请求出该系统响应的零状态响应，并指出自由响应分量和受迫响应分量；**
4) **设激励信号** $e(k)=(-1)^k,\quad -\infty<k<\infty$，**请求出该系统响应的稳态响应序列。**

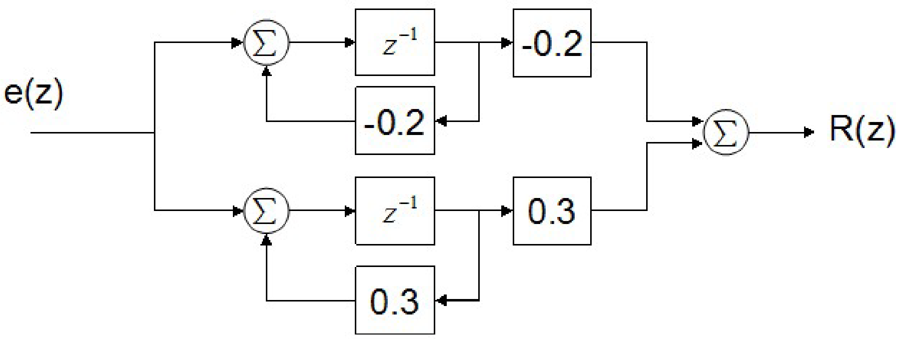
解：

（1） $H(z)=\dfrac{0.1z}{z^2+0.5z+0.06}$



由图可知：极点全部在单位圆内部。所以该系统稳定。

（2）



$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.06 & -0.5 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix} 0 & 0.1 \end{bmatrix}$，$D=0$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.06 & -0.5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}e(k)$$

$$r(k)=\begin{bmatrix} 0 & 0.1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

（3）$L^2(z)=\dfrac{1}{z+0.1}, R_{2s}(z)=\dfrac{5z}{z+0.1}-\dfrac{10z}{z+0.2}+\dfrac{5z}{z+0.3}$

所以：$r_{2s}(k)=5(-0.1)^k\varepsilon(k)-10(-0.2)^k\varepsilon(k)+5(-0.3)^k\varepsilon(k)$

其中：$5(-0.1)^k\varepsilon(k)$ 为受迫分量，$10(-0.2)^k\varepsilon(k)+5(-0.3)^k\varepsilon(k)$ 为自由分量

（4）$e(k)=(-1)^k, H(-1)(-1)^k=-\dfrac{5}{2\delta}(-1)^k$，稳态相应为 $-\dfrac{5}{2\delta}(-1)^k$

三、　（14 分）已知某一信号 $f(t)=\varepsilon(t+0.5)-\varepsilon(t-0.5)$；

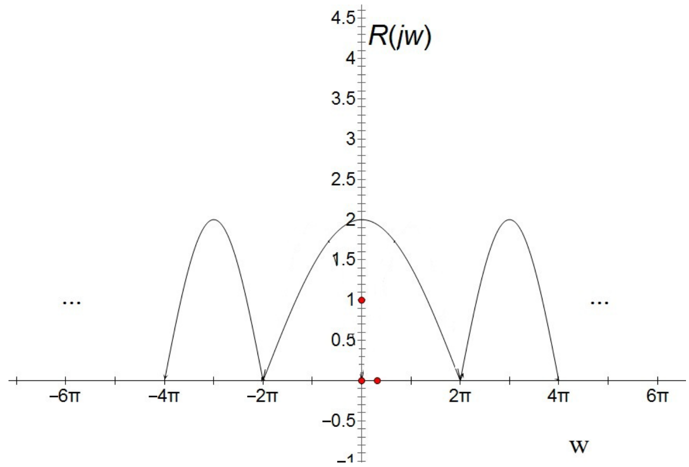
1) 请设计一个合适的滤波器（给出该滤波的频谱特性 $H(j\omega)$ 即可），使得该信号在频域的首个过零点以上的频谱分量均被滤除，而首个过零点以内的频谱分量则完全通过；
2) 针对上述滤波器的输出信号采用理想冲激函数序列进行采样，请确定在不发生混叠时的最大采样周期 T，并画出采样之后信号的频谱图；
3) 求序列 $f(k)=f(t)|_{t=kT}$ 的 z 变换及它的离散时间序列傅里叶变换(DTFT)，并给出对应 z 变换的收敛域；

解：

（1） $f(w)=Sa\dfrac{w}{2}$,零点 $\dfrac{w}{2}=n\pi \rightarrow w=2n\pi(n=\pm1,\pm2...)$，首个零点：$w=\pm2\pi$

所以：$H(jw)=\begin{cases}1,|\mathrm{w}|\le 2\pi\\ 0,其他\end{cases}$

（2） $w_m=2\pi$，由抽样定理知 $w_s=2w_m=4\pi$，$T=\dfrac{2\pi}{w}=\dfrac{2\pi}{4\pi}=\dfrac{1}{2}$

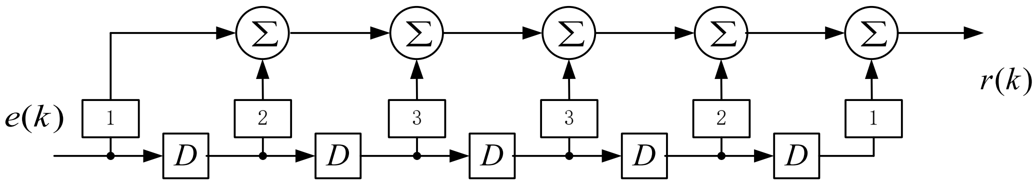


（3） $f(k)=f(t)\big|_{t=kT}\rightarrow f(k)=\delta(k+0.5)+\delta(k)+\delta(k-0.5)$

$$F\big|_z=z^{0.5}+1+z^{-0.5},0<|z|<\infty，\ F(ejw)=e^{j0.5w}+e^{-j0.5w}+1=2\cos(\frac{w}{2})+1$$

四、（10 分）某离散时间系统如下图所示。激励信号 $e(k)=\left\{\underset{k=0}{1},2,1\right\}$；在 $k=0$ 时测量得到系统中五个延时器的输出均等于 1。

1) 求其系统函数以及单位函数响应；
2) 求其全响应，并指出其中的零输入响应和零状态响应分量；



解：

（1）根据系统框图，可得

$$H(z)=\frac{z^5+2z^4+3z^3+3z^2+2z+1}{z^5}$$

其单位函数响应为：$h(k)=\{1\quad 2\quad 3\quad 3\quad 2\quad 1\}$

（2）根据框图可得其零输入响应为：$r_z=\{11\quad 9\quad 6\quad 3\quad 1\}$

其零状态响应为：$r_s=\{1\quad 4\quad 8\quad 11\quad 11\quad 8\quad 4\quad 1\}$

全响应为$r=r_z+r_s=\{12\quad 13\quad 14\quad 14\quad 12\quad 8\quad 4\quad 1\}$