

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 高等数学AB (上)期末 考试学期 11-12-2 得分

适用专业 选学高数AB的各类专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

一、填空题 (本题共9小题, 每小题4分, 共36分)

1. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 5$ 上的拐点的坐标是_____;

2. 曲线 $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ 的斜渐近线方程是_____;

3. 抛物线 $y = x^2 - x$ 在点 $(1, 0)$ 处的曲率是_____;

4.

曲线段 $\begin{cases} x = t^3 + 1 \\ y = \frac{3}{2}t^2 - 1 \end{cases} (0 \leq t \leq 1)$ 的弧长是_____;

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin 2x} \ln(1+t)dt}{1 - \cos x} =$ _____;

6.

设 $f(x) = \begin{cases} x + x^2, & x < 0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $\int_1^3 f(x-2)dx =$ _____;

7. 微分方程 $xy' - (1 - x^2)y = 0$ 的通解是 $y =$ _____;

8. 设 $\int_2^{1+x^2} f(t)dt = \ln x$, 其中 $f(t)$ 为连续函数, 则 $f(10) =$ _____;

9. 在 $y = \sin x$ 的 $2n$ 阶 Maclaurin 公式中, Lagrange 余项为

$R_{2n}(x) =$ _____.

二、计算下列各积分 (本题共4小题, 每小题8分, 满分32分)

1. $\int \cos \sqrt{x} dx.$

2. $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2-x-2} dx.$

3. $\int_0^1 \ln(1-x) dx.$

4. $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx.$

三、（本题满分6分）一物体由静止开始作变速直线运动，在 t 秒末的速度是 $3t^2$ （米/秒），问：（1）在 t 秒末时，物体离开出发点的距离是多少？
（2）需要多少时间走完 343 米？

四、（本题满分9分）过原点引抛物线 $y = a(x+1)^2 + 3$ （其中 $a > 0$ ）的两条切线.设切点分别为 A, B ，（1）求两条切线 OA, OB 与此抛物线所围部分的面积 $I(a)$ ；（2）求 $I(a)$ 的最小值.

五、（本题满分9分）求微分方程 $y'' + y = \cos^2 x$ 的一个特解 $y = y(x)$ ，使得该特解所表示的曲线 $y = y(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处与直线 $y = x$ 相切.

六、（本题满分8分）设函数 f 在 $[0, 1]$ 上存在二阶连续导数，且满足 $f(0) = f(1) = 0$ ，证明：（1） $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 x(x-1)f''(x) dx$ ，
（2） $|\int_0^1 f(x) dx| \leq \frac{1}{12} \max_{0 \leq x \leq 1} |f''(x)|$.