## 电磁场作业4

## **№** T-3

在半径分别为 a 和 b 的同心导体球壳上,均匀分布着面电荷密度为  $\rho_{s1}$  和  $\rho_{s2}$  的电荷,求:

- (1) 在空间任意一点的电场强度
- (2) 如果要使 r>b 处的电场强度为0,则面电荷密度  $\rho_{s1}$  和  $\rho_{s2}$  应该满足什么关系?

## Solutions:

(1) 我们不妨设 a < b, 空间任意一点距离球心的距离为 r 当  $0 \le r < a < b$  的时候,

$$ec{E}=0$$

当  $a \le r < b$  的时候,

$$ec{E}=rac{4\pi a^2
ho_{s1}ec{r}}{4\piarepsilon_0r^3}+0=rac{a^2
ho_{s1}ec{r}}{arepsilon_0r^3}$$

当r > b的时候,

$$ec{E}=rac{a^2
ho_{s1}ec{r}}{arepsilon_0 r^3}+rac{b^2
ho_{s2}ec{r}}{arepsilon_0 r^3}$$

(2) 令

$$ec{E}=rac{a^2
ho_{s1}ec{r}}{arepsilon_0 r^3}+rac{b^2
ho_{s2}ec{r}}{arepsilon_0 r^3}=0$$

我们可以得到约束关系

$$a^2 \rho_{s1} + b^2 \rho_{s2} = 0$$

在电场中有一个圆形柱区域, 其半径为 a。该区域内外的电位函数为

$$arphi_1=0 \qquad (r\leq a)$$

$$arphi_2 = A(r-rac{a^2}{r})\cosarphi \qquad (r>a)$$

式中 A 为常数。求圆柱面内外的电场强度  $\vec{E}_1, \vec{E}_2$  以及圆柱面上的电荷面密度。

## Solutions:

当 $r \leq a$ 的时候,

$$ec{E}_1 = -
abla arphi_1 = 0$$

当r > a的时候,

$$ec{E}_2 = -
abla arphi_2 = -ec{e}_r A (1+rac{a^2}{r^2})\cosarphi + ec{e}_arphi A (1-rac{a^2}{r^2})\sinarphi$$

由 Gauss 定理

$$rac{2\pi R\sigma h}{arepsilon_0} = Q = \int_S ec{E}_2 dS = -2\pi r h A (1+rac{a^2}{r^2})\cosarphi|_{r=a}$$

可以得到

$$\sigma = -2arepsilon_0 A\cosarphi$$