东南大学考试卷 A 卷

课程名称	线性代数 A	考试学期	13-14-3	得 分	
适用专业	非电类专业	考试形式	闭 卷	考试时间长度	120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

线 封 密

姓名________ 学号________

一． (30%)填空题（E 表示单位矩阵）

1. 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$，则行列式 $\left|A^T A\right| =$____________________；

2. 若矩阵 A 满足 $A^2+2A-3E=O$，则 $(A+E)^{-1}=$____________________；

3. 若向量组 $\alpha_1=(1,a,a),\alpha_2=(a,1,a),\alpha_3=(a,a,1)$ 线性相关，则参数 a 可能的值为____________________；

4. 设 A,B 都是 5×5 矩阵，且 A 的秩 $r(A)=2$。若 $AB=O$，则矩阵 B 的秩 $r(B)$ 的最大值为____________________；

5. R^2 的从基 $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ 到基 $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ 的过渡矩阵是____________________；

6. 若矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & x\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}2 & 1\\y & 3\end{pmatrix}$ 相似，则 $(x,y)=$____________________；

7. 设向量组(I)：$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 可由向量组(II)：$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_s$ 线性表示，则下述论断中成立的那一项是 ____________________：
(A)．当 $r<s$ 时，(II) 必线性相关； (B)．当 $r>s$ 时，(II) 必线性相关；
(C)．当 $r<s$ 时，(I) 必线性相关； (D)．当 $r>s$ 时，(I) 必线性相关。

8. 如果 3×3 矩阵 A 的特征值是 $1,2,3$，则 A 的伴随矩阵 A^* 的特征值为__________；

9. 设 $A=\begin{pmatrix} x-1 & 17 & 23 \\ 56 & x+2 & 88 \\ 29 & 78 & x-3 \end{pmatrix}$，则多项式 $f(x)=|A|$ 中 x^2 的系数是__________；

10. 若 s 个 $n\times n$ 可逆实对称矩阵互不合同，则 s 的最大值为____________________。

二．　**（10%）计算行列式**$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$。

三．　**（14%）假设**$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$**，**$B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$**，**$C=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ p & q \end{pmatrix}$。**（1）如果**$AX-XB=C$**有解，求**$p,q$**的值；（2）求矩阵方程**$AX-XB=O$**的所有解。**

四． （12%）已知$\eta=\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$是矩阵$A=\begin{pmatrix}2&2&a\\0&3&1\\0&0&b\end{pmatrix}$的特征向量。（1）求参数$a,b$的值以及与$\eta$对应的特征值；（2）判断$A$是否与对角阵相似。如果相似于对角阵，给出该对角阵以及相应的相似变换矩阵；如果不相似于对角阵，请给出理由。

五． （12%）已知3×3实对称矩阵A不可逆，$1,-1$是都是A的特征值，并且$\alpha=(1,0,-1)^T,\beta=(1,1,a)^T$分别是$A$的属于特征值$1,-1$的特征向量。（1）求$a$的值；（2）求矩阵$A^{2015}$。

六. （12%）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2kx_1x_3$。(1) 求一可逆线性变换 $x=Cy$ 将 f 变成标准形；(2) 根据参数 k 讨论 f 的秩和正惯性指数；(3) 问：k 取何值时 f 是正定的。

七. （10%）证明题：

1. 设 α 为 n 维列向量，$\alpha^T\alpha=1$，方阵 $A=E-\alpha\alpha^T$，证明 $|A|=0$.

2. 已知 n 维实列向量 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 线性无关，证明：矩阵 $A=\sum_{k=1}^{n}k\alpha_k\alpha_k^T$ 的特征值都大于零。