东 南 大 学 考 试 卷（ A 卷）

课程名称	概率论与数理统计	考试学期	06-07-3	得分	
适用专业	全校	考试形式	闭卷	考试时间长度	120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

备用数据：$\Phi(-1.645)=0.05$　$\Phi(0.5792)=0.7088$　$\Phi(1)=0.8413$　$\Phi(0.2)=0.5792$

$\Phi(1.414)=0.9213$　$\Phi(1.96)=0.975$　$\Phi(2)=0.9772$

$\chi_n^2 \sim \chi^2(n)$：
$P(\chi_{15}^2 \ge 7.261)=0.95$；　$P(\chi_{15}^2 \ge 24.996)=0.05$；
$P(\chi_{16}^2 \ge 7.962)=0.95$；　$P(\chi_{16}^2 \ge 26.2961)=0.05$；
$P(\chi_{24}^2 \ge 13.848)=0.95$；　$P(\chi_{24}^2 \ge 36.416)=0.05$；
$P(\chi_{25}^2 \ge 14.611)=0.95$；　$P(\chi_{25}^2 \ge 37.652)=0.05$；
$P(\chi_{35}^2 \ge 22.465)=0.95$；　$P(\chi_{35}^2 \ge 49.802)=0.05$；
$P(\chi_{36}^2 \ge 23.269)=0.95$；　$P(\chi_{99}^2 \ge 129.995)=0.002$；
$P(\chi_{99}^2 \ge 117.4069)=0.1$；　$P(\chi_{99}^2 \ge 81.4493)=0.9$；

$T_n \sim t(n)$：
$P(T_{15} \ge 1.3406)=0.10$；　$P(T_{15} \ge 1.7531)=0.05$；
$P(T_{16} \ge 1.3368)=0.10$；　$P(T_{16} \ge 1.7459)=0.05$；
$P(T_{24} \ge 2.0639)=0.025$；　$P(T_{24} \ge 1.7109)=0.05$；
$P(T_{25} \ge 2.0595)=0.025$；　$P(T_{25} \ge 1.7081)=0.05$；
$P(T_{35} \ge 2.0301)=0.025$；　$P(T_{35} \ge 1.6869)=0.05$；
$P(T_{99} \ge 2.0812)=0.02$；　$P(T_{99} \ge 1.9842)=0.025$；

得分	

一、填空(3’× 10)

1．设 A，B 为两个事件，$P(A)=0.8, P(\overline{A}\cup\overline{B})=0.4$，则 $P(A\overline{B})=$ ______ 。

2．袋中有 6 个白球，3 个红球，从中有放回的抽取，则第 2 次取到红球是在第 4 次抽取时取到的概率为____________。

3．设随机变量 X 服从正态分布 $N(2,1)$，已知 $P(X>x)\ge 0.95$，则 x 最大值为_______。

4．设 X, Y 独立同服从下列分布

X	1	2
P	$1/3$	$2/3$

姓名________　学号________

密　封　线

则 $Z=\max\{X^2,Y\}$ 的分布律为____________________。

5. 设（X,Y）的联合密度函数为 $f(x)=\begin{cases}4, 0\le y\le x\le 1-y\\ 0, \text{其它}\end{cases}$，则

$P(X+Y\le\frac{1}{2})=$ __________　　。

6. 设 X 和 Y 是两个独立的随机变量，$EX=EY=0$，$DX=1$，$DY=4$，则 $\mathrm{cov}(2X+Y,X-Y)=$______。

7. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 是独立同在区间[0,2]上均匀分布 U(0,2)的随机变量序列，则

$\lim\limits_{n\to\infty}P(\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2\le\frac{4n}{3})=$ __________　　。

8. 设 X_1,X_2,X_3 为来自总体 $N(0,2^2)$ 的简单随机样本，则统计量 $\frac{1}{4}X_1^2+a(X_2-X_3)^2$ 服从 $\chi^2(2)$ 分布，则 a=_____________。

9. 设总体 X 的密度为 $f(x)=\begin{cases}\theta, 0<x<1\\ 1-\theta, 1<x<2\\ 0, \text{其他}\end{cases}$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的简单随机样本，则 θ 的矩估计量为__________ _________　　。

10. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自泊松分布 $P(\lambda)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，则 $E\overline{X}^2=$ __________ ____　。

得分	

二、(10 分)对以往统计数据分析的结果表明：当机器调整良好时，产品的合格率为 98%，而当机器发生某种故障时，其合格率为 55%，每天早上机器开动时，机器调整良好的概率为 95%，求：

1、某天早上机器生产的第一个产品是合格品的概率；

2、已知某天早上机器生产的第一个产品是合格品，则该天机器调整良好的概率。

三、(10 分)设随机变量 X 的分布密度函数为 $f(x)=\begin{cases}e^{-x}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases}$，

求：$Y=e^x$ 的分布函数 $F_Y(y)$。

四、(12 分)把 3 个不同的球随机地放到 4 个盒子中，令 X 表示落到第一个盒子中的球的个数，令 Y 表示落到第二个盒子中的球的个数，求：

1、(X，Y) 的联合分布律；

2、X 的边缘分布律；

3、EX。

五、(8 分)盒子中有 6 个相同大小的球，其中有 1 个球标有号码 1，有 2 个球标有号码 2，有 3 个球标有号码 3，从盒子中有放回地抽取 100 个球，利用 *De. Morive—Laplace* 中心极限定理求取出的 100 个球中 2 号球的频率不小于 0.3606 的概率近似值。

六、（15 分）设总体 X 的分布密度函数为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x>1\\ 0, & x\le 0\end{cases}$ ，其中 $\theta>1$ 是未知参数，（$X_1,X_2,\cdots,X_n$）是来自总体 X 的容量为 n 的简单随机样本，求：

1、 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$ ；

2、 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$ ；

3、 $\overline{X}-1$ 是否是 $\dfrac{1}{\theta-1}$ 的无偏估计，证明你的结论。

七、（7 分）设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 为来自总体 X 的容量为 100 的简单随机样本，算得统计量 $\overline{X}=\dfrac{1}{100}\sum\limits_{i=1}^{100}X_i$ 的观测值 $\bar{x}=10$ ， $\sum\limits_{i=1}^{100}(X_i-\overline{X})^2$ 的观测值 $\sum\limits_{i=1}^{100}(x_i-\bar{x})^2=2475$ ，若已知 σ^2 的双侧置度为 $1-\alpha$ 的双侧的置信区间下限为 21.0805，求置信度为 $1-\alpha$ 。

八、（8 分）设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\cdots,X_{100}$ 为来自总体 X 的容量为 100 的简单随机样本，算得统计量 $\sum\limits_{i=1}^{100}(X_i-\overline{X})^2$ 的观测值 $\sum\limits_{i=1}^{100}(x_i-\bar{x})^2=2475$ ，对检验问题：

$$H_0:\mu=9.5\leftrightarrow H_1:\mu\ne 9.5$$

若已知在显著水平α下，接受$H_0: \mu = 9.5$的区域为：

$$\overline{S} = \{(x_1, \cdots, x_{100}) \mid a < \overline{x} < 10.5406\}$$

其中$\overline{x}$是样本均值$\overline{X}$的观测值，求显著水平α。