东 南 大 学 考 试 卷

课程名称 高等数学A(下)期末　考试学期 13-14-3　得分 ________

适用专业 选学高数A的各类专业　考试形式 闭卷　考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

一、 填空题（本题共9小题，每小题4分，共36分）

1. 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\sin n)x^n$ 的收敛域为________.

2. 曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{1}{2}z^2 \\ x+y+2z=4 \end{cases}$ 在点$(1,-1,2)$处的切线方程为________.

3. 设 $f(x,y)$ 可微，且 $f(x,3x)=x^4$, $f_y(1,3)=\dfrac{2}{3}$，则 $f_x(1,3)=$ ______.

4. 向量场 $\mathbf{F}=2xy\,\mathbf{i}-y^2\,\mathbf{j}+xyz\,\mathbf{k}$ 在点$(1,1,2)$处的散度$\operatorname{div}\mathbf{F}\Big|_{(1,1,2)}=$ ______.

5. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a^n}{n^s}$ $(a>0,s>0)$ 收敛，则a 和s 满足的条件是________.

6. 已知 $\dfrac{ay}{(x+y)^2}\mathrm{d}x+\dfrac{bx}{(x+y)^2}\mathrm{d}y$ 是某函数的全微分，则 a 与 b 之间的关系是______.

7. 设 $f(x)\in C[0,\pi]$, $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{f(x)-1}{\cos x}=-1, S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx, -\infty<x<+\infty$,

其中 $b_n=\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi}f(x)\sin nx\mathrm{d}x$ $(n=1,2,\cdots)$, 则$S(\frac{3\pi}{2})=$ ______.

8. 设$C:|z|=3$, 取逆时针方向，则$\displaystyle\oint_C\left(\frac{z}{z+1}-\frac{2z}{z+2\mathrm{i}}\right)\mathrm{d}z=$ ________.

9. 留数 $\operatorname{Res}\left[\dfrac{\mathrm{e}^z-1}{1-\cos z},0\right]=$ ________.

二、 计算下列各题（本题共5小题，每小题7分，满分35分）

1. 计算积分 $\displaystyle\int_{-1}^{1}\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{1}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\mathrm{d}z$.

2. 计算二重积分$\iint\limits_{D}(2x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$D=\left\{(x,y)|x^2+y^2\le x+2y+1\right\}$.

3. 计算第二型曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z^2\mathrm{e}^y\mathrm{d}y\wedge\mathrm{d}z+\mathrm{e}^z\sin^2 x\mathrm{d}z\wedge\mathrm{d}x+(x^2+y^2)z\mathrm{d}x\wedge\mathrm{d}y$,

其中 Σ 为曲面 $z=2-x^2-y^2(1\le z\le 2)$的上侧.

4. 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 2^{n+1}}{\ln(n+2)}(x-2)^{2n+1}$ 的收敛半径与收敛域.

5. 设 $f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n!)^2}(x-1)^n$, 求 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}f^{(n)}(1)$.

三、（本题满分8分）计算第二型曲线积分

$$\oint_L e^{x^2}\mathrm{d}x + 4x\mathrm{d}y + z^2\mathrm{d}z,$$

其中L是曲线$\begin{cases} z = \sqrt{4-x^2-y^2} \\ x^2+y^2=2x \end{cases}$，从$z$轴的正向往负向看，$L$为逆时针方向.

四、（本题满分8分）将函数$f(x)=\dfrac{4x-3}{2x^2-3x-2}$展开为$x-1$的幂级数，并指明 收敛域.

五、（本题满分7分）设物体位于$\Omega=\{(x,y,z)|\sqrt{x^2+(y-1)^2}-1\le z\le 1\}$，

其密度函数为$\rho=e^{|z|}$，求此物体的质量.

六、（本题满分6分）求数项级数

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n+1}{(2n)!!}$$

的和.（其中$(2n)!!=2\times4\times6\times\cdots\times(2n), 0!!=1$）