

东南大学成贤学院期中考试卷 (A 卷)

课程名称 **高等数学** 适用专业 **工科各专业**
 考试学期 **11-12-1** 考试形式 **闭卷** 考试时间长度 **120 分钟**
 学 号 _____ 姓 名 _____ 得 分 _____

题号	一	二	三	四	五
得分					

一、填空题 (每题 4 分, 共 4 题, 共 16 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x} - \sqrt{1-3x}}{3x^2 - 2x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若 $f(x)$ 可微, $f(3)=2$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3-x)-f(3)}{2x} = 2$, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(3,2)$ 处的法线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 $y+e^y=x$, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $0 < x < 1$, 则 $d(\sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} + \ln 2) = \underline{\hspace{2cm}} d\sqrt{x}$.

二、单项选择题 (每题 4 分, 共 4 题, 共 16 分)

1. " $\forall k \in \mathbb{N}^+, \exists N \in \mathbb{N}^+$, 当 $n > N$ 时, 恒有 $|x_n - a| < \frac{1}{2k}$ " 是 $\{x_n\}$ 以 a 为极限的

- (A) 充分条件; (B) 必要条件;
 (C) 既非必要亦非充分条件; (D) 充分必要条件.

2. 设 $\alpha = 2x + \tan x - \sin x$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时,

- (A) α 是 x 的等价无穷小; (B) α 是 x 的同阶无穷小;
 (C) α 是 x^2 的同阶无穷小; (D) α 是 x^3 的同阶无穷小.

3. 下列函数中在区间 $[-1,1]$ 上满足罗尔定理条件的是

- (A) $y = \frac{1}{x}$; (B) $y = |x|$; (C) $y = 1 - x^2$; (D) $y = x - 1$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} 2 + (x-1)\cos \frac{1}{x-1} & x < 1 \\ 2x^2 + \ln x & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $x=1$ 是 $f(x)$ 的

- (A) 可去间断点; (B) 第一类间断点; (C) 第二类间断点; (D) 连续点.

三、(每题 7 分, 共 4 题, 共 28 分)

1. 计算极限: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x^2 + 2)^3}{(2x^3 + 3)^2}$.

2. 计算极限: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^x$.

3. 设 $f(x) = 3^x \cdot x^3$, 求 $f'(x)$.

4. 设 $f(x) = \ln[(x+1)(x+2)]$, 求 $f^{(n)}(x)$.

四、(每题9分,共3题,共27分)

1. 设 $x_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n-1}}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

2. 设参数方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

3. 求常数 a, b , 使得 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + ax^2 + b}{x-2} = 8$.

五、(第一题8分,第二题5分,共13分)

1. 设 $x_1 = 1, x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{5}{x_n} \right) \quad n=1, 2, 3 \cdots$, 证明: 数列 $\{x_n\}$ 收敛.

2. 已知 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$, 试用罗尔定理证明方程 $4a_0x^3 + 3a_1x^2 + 2a_2x + a_3 = 0$ 至少有一个小于1的正根.