东 南 大 学 考 试 卷

课程名称 工科数学分析（下)期中　考试学期 14-15-3　得分 ______

适用专业 选学工科数分的各类专业　考试形式 闭 卷　考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

自觉遵守考场纪律　如考试作弊　此答卷无效

学号______　姓名______

密　封　线

一、 填空题（本题共5小题，每小题4分，共20分）

1. 曲线$\begin{cases} x^2+2y^2-\dfrac{1}{2}z^2=1 \\ x+2y-3z+3=0 \end{cases}$ 在点 $(1,1,2)$ 的切线方程是________________；

2. 设 $\mathrm{e}^z-1+\sqrt{3}\,\mathrm{i}=0$，则 z 的主值是____________；

3. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $\displaystyle\int_1^z \mathrm{e}^{-u^2}\mathrm{d}u+\sin(x-2y)=0$ 所确定的隐函数，则在点 $(0,0)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z|_{(0,0)}=$______________；

4. 设平面曲线 C 为圆周 $x^2+y^2=1$，则曲线积分 $\displaystyle\oint_C(3x^2+xy+2y^2)\mathrm{d}s=$____；

5. 交换积分次序 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{1+\cos\theta}^{2}f(\rho,\theta)\mathrm{d}\rho=$__________________.

二、 单项选择题（本题共4小题，每小题4分，共16分）

1. 已知曲面 $2z=x^2+y^2$ 在点 M 处的切平面平行于平面 $x-y+z=1$，则点 M 的坐标为　[　]

(A) $(-1,1,1)$　(B) $(-1,-1,1)$　(C) $(1,-1,1)$　(D) $(1,1,1)$

2. 设 $f(z)$ 为复变函数，下列命题正确的是　[　]

(A) 如果 z_0 是 $f(z)$ 的奇点，则 $f(z)$ 在 z_0 处必不可导.

(B) 如果 $f(z)$ 在 z_0 处可导，则 $f(z)$ 在 z_0 处解析.

(C) 如果 $f(z)$ 的实部 $u(x,y)$ 与虚部 $v(x,y)$ 在区域 D 内满足条件 $u_x=v_y, u_y=-v_x$，则 $f(z)$ 在区域 D 内解析.

(D) 如果 $f(z)$ 在区域 D 内可导，则 $f(z)$ 在区域 D 内解析.

3. 设函数 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f(x)>0, f'(0)=0$，则函数

$z=f(x)\ln f(y)$ 在点 $(0,0)$ 处取得极小值的一个充分条件是 [ ]

(A) $f(0)>1, f''(0)>0$ (B) $f(0)>1, f''(0)<0$

(C) $f(0)<1, f''(0)>0$ (D) $f(0)<1, f''(0)<0$

4. 若 $I_1=\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant a^2}(a^2-x^2-y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $I_2=\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant b^2}(a^2-x^2-y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中常数 a,b 都大于零，则 [ ]

(A) $I_1\leqslant I_2$ (B) $I_1\geqslant I_2$ (C) 当 $a<b$ 时，$I_1<I_2$ (D) 当 $a>b$ 时，$I_1<I_2$.

三、 计算下列各题（本题共5小题，每小题8分，满分40分）

1. 设 $z=\dfrac{1}{x}f(x+y,x-y)+g(xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数， g 具有二阶导数，计算 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算函数 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ 在点 $M(1,-1,1)$ 处沿曲面 $2z=x^2+y^2$ 在点 M 处的外法线方向 $\mathbf{n}$ 的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}|_{(1,-1,1)}$.

3. 设 $f(z)=u(x,y)+\mathrm{i}v(x,y)$ 为解析函数，其中 $v(x,y)=4xy(x^2-y^2)$，试求 $f(z)$ 的表达式，满足 $f(0)=1$. (自变量单独用 z 表示)

4. 计算积分

$$I=\int_{-\sqrt{2}}^{0}\mathrm{d}x\int_{-x}^{\sqrt{4-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}y+\int_{0}^{2}\mathrm{d}x\int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}y.$$

5. 计算三重积分

$$I=\iiint\limits_{\Omega}(1-y)\mathrm{e}^{-(1-y-z)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z,$$

其中 Ω 是由平面 $x=0,y=0,z=0$ 与 $x+y+z=1$ 围成的四面体.

四、（本题满分8分） 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(x^3+y^3)}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$

(1) 计算 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的两个偏导数 $f_x(0,0), f_y(0,0)$；

(2) 判断 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处是否可微？并证明你的结论.

五、（本题满分8分） 计算圆柱面 $x^2+y^2=ay\ (a>0)$ 介于平面 $z=0$ 与曲面 $z=\dfrac{h}{a}\sqrt{x^2+y^2}\ (h>0)$ 之间部分的面积.

六、 **（本题满分8分）** 已知圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 内切于椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0,\ a\neq b)$，

(1) 证明：$a^2-a^2b^2+b^4=0$；

(2) 求上述椭圆所围区域的面积达到最小时的椭圆方程.