# 电磁场作业9

## 06219109 孙寒石

**4.14**

一个圆极化波垂直入射到一介质板上，入射波的电场强度为
$\vec{E}=E_m(\hat{a}_x+j\hat{a}_y)e^{-j\beta z}$，求反射波与透射波的极化情况。

*Solutions:*

设空气为媒质 1 , 介质板为媒质 2 , 则知

$$\eta_1=\eta_0$$

那么分界面上的反射系数和透射系数分别为

$$\begin{aligned}\Gamma&=\frac{\eta_2-\eta_1}{\eta_2+\eta_1}=\frac{\eta_2-\eta_0}{\eta_2+\eta_0}\\ \tau&=\frac{2\eta_2}{\eta_1+\eta_2}=\frac{2\eta_2}{\eta_2+\eta_0}\end{aligned}$$

那么反射波的电场

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{r}}=\Gamma E_{\mathrm{m}}\left(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y \mathrm{j}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z}$$

由反射波的电场表达式可知, 反射波是右旋圆极化波,波的传播方向是沿 $-z$ 方向. 若媒质 2 的相位常数为 $\beta_2$, 则

$$\beta_2=\omega\sqrt{\mu_2\varepsilon_2}$$

则透射波的电场可写为

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}=\tau E_{\mathrm{m}}\left(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y \mathrm{j}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta_2}$$

可见,透射波是沿 $+z$ 方向传播的左旋圆极化波.

## 4.15

当均匀平面波从本征阻抗为 $\eta_1$ 的无损耗媒质垂直入射到本征阻抗为 $\eta_2$ 的无损耗媒质中，试证明在两种媒质中的功率密度的时间平均值相等。

*Solutions:*

对于媒质1，我们有

$$\vec{S}_1^{av} = \frac{1}{2}|\mathrm{Re}\vec{E}_1 \times \vec{H}_1^*| = \vec{S}_i^{av}(1-|\Gamma|^2)$$

对于媒质2，我们有

$$\vec{S}_2^{av} = \frac{\eta_1}{\eta_2}|\tau|^2\vec{S}_i^{av}$$

所以，我们有

$$\frac{|\vec{S}_1^{av}|}{|\vec{S}_2^{av}|} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{1-|\tau|^2}{|\tau|^2} = \frac{\eta_1}{\eta_2}\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = 1$$

即

$$\vec{S}_1^{av} = \vec{S}_2^{av}$$