自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

东南大学考试卷 (A卷)

课程名称 工科数学分析(上)期中 考试学期 <u>15-16-2</u> 得分 _ 适用专业 选学工科数分的各类专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	_	=	三	四	五	六	七
得分							
评阅人							

-、 填空题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

- 1. $\lim_{n \to \infty} \left(\left(\frac{1}{3} \right)^n + \sqrt[n]{\frac{1}{4}} + \sqrt[n]{n} + \frac{\sin n}{n} \right) = \underline{\qquad}$
- 2. 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1} \arctan \frac{1}{x}$,则其间断点为_______,类型为______
- 3. 设 $y = x^{\tan x}$,则 $\mathrm{d}y =$ _
- (填具体数字)。
- 5. 设f(x) 在 $(0,+\infty)$ 上一致连续,则 $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{n^2} =$ _____.

二、 单项选择题(本题共3小题,每小题4分,共12分)

- 1. 设函数 $f(x) = \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{1 + |x|^{3n}}$,则f(x) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内
 - A. 处处可导.

- B. 恰有一个不可导点.
- C. 恰有两个不可导点.
- D. 至少有三个不可导点.
- 2. 设函数f(x) 在x = 0 连续,则下列命题**错误**的是

 - A. $\ddot{\pi} \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在,则f(0) = 0. B. $\ddot{\pi} \lim_{x \to 0} \frac{f(x) f(-x)}{2x}$ 存在,则f'(0) 存在.
 - C. 若 $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$ 存在,则f'(0) 存在. D. 若 $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)+f(-x)}{x}$ 存在,则f(0)=0.
- 3. 下列说法正确的是)
 - A. 若函数y = f(x) 在定义区间I上连续,则f(x)在I上有界.
 - B. 若函数y = f(x)在 $x = x_0$ 可导,则f(x)在 x_0 的某邻域内连续.
 - C. 若函数y = f(x)在 $x = x_0$ 二阶可导,则f(x)在 x_0 的某邻域内一阶可导.
 - D. 若函数y = f(x)在(a,b)上可导,则f'(x)在(a,b)上连续.

三、 计算下列各题(本题共4小题,每小题8分,共32分)

1. 求极限
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^{\frac{1}{e^x-1}}$$
.

2. 己知
$$\lim_{x \to -1} \frac{x^3 + ax + b}{2x^3 + 3x^2 - 1} = c$$
, 求 a, b, c .

3. 设函数
$$y = y(x)$$
 由方程 $\sin(xy) + \ln(y - x) = x$ 所确定,求 $\frac{dy}{dx}$.

4. 设 $y = x^2 \cos(ax)$, 其中a为非零常数,求 $y^{(10)}(x)$.

四、 (本题满分9分) 用定义证明 $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2 + \sin n}{2n^2 - 1} = \frac{1}{2}$.

五、 (本题满分9分) 设 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}(\cos x - 1)$, 求 f''(x).

六、 (本题满分9分) 设函数f(x),g(x) 在[a,b] 上连续,在(a,b) 内具有二阶导数且存在相等的最大值,且f(a)=g(a),f(b)=g(b), 证明:存在 $\xi\in(a,b)$,使得 $f''(\xi)=g''(\xi)$.

七、 (本题满分9分) 设 $x_n = \frac{\cos 1}{1!} + \frac{\cos 2}{2!} + \dots + \frac{\cos n}{n!}$, 证明数列 $\{x_n\}$ 收敛.