测验测验2　　120分钟

1、（4 分）设 $\Omega=\{(x,y,z)\mid\ x^2+y^2+z^2\le 4, y\ge 0, z\le 0\}$，

$\Omega_1=\{(x,y,z)\mid\ x^2+y^2+z^2\le 4, x\ge 0, y\ge 0, z\le 0\}$，则（　　）。

（A）$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dV=4$倍$\Omega$的体积；　（B）$\iiint\limits_{\Omega}xydV=2\iiint\limits_{\Omega_1}xydV$；

（C）$\iiint\limits_{\Omega}xzdV=2\iiint\limits_{\Omega_1}xzdV$；　（D）$\iiint\limits_{\Omega}yzdV=2\iiint\limits_{\Omega_1}yzdV$。

2、（4 分）$\int_0^1 dy\int_0^y dz\int_0^z \frac{\sin x}{(1-x)^2}dx=$____。

3、（4 分）设 $\Omega=\{(x,y,z)\mid\ x^2+y^2+z^2\le 4, y\ge 0, z\le 0\}$，

则三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2+z)dV=$________.

4、（4 分）设 Ω 为椭球体：$4x^2+y^2+z^2-2z\le 3$，则 $\iiint\limits_{\Omega} x dv=$ ________，$\iiint\limits_{\Omega} z dv=$ ________.

5、（7 分）计算 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dV$，其中 Ω 是由 yoz 平面内直线 $z=0, z=2$ 以及曲线

$y^2-(z-1)^2=1$ 所围成的平面区域绕 z 轴旋转而成的空间区域。

6、（7 分）设 $\Omega=\{(x,y,z)|\ x^2+z^2\le y\le 4\}$，求 $\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)ydv.$

7、（7 分）设 $\Omega=\{(x,y,z)|\ x^2+y^2+z^2\le 1\}, f(x)$ 连续。

证明：$\iiint\limits_{\Omega} f(x)dv=\pi\int_{-1}^{1}(1-x^2)f(x)dx$.

8、（7 分）设$\Omega_n=\{(x,y,z)\mid\ x^2+y^2+z^2\le n^2\}$，[ ] 表示取整。

求极限 $$\lim_{n\to\infty}\frac{\iiint\limits_{\Omega_n}[x^2+y^2+z^2]dv}{n^4}$$

9、（10 分）计算$\iint\limits_D\frac{1}{xy}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$， 其中 D： $2\le\frac{x}{x^2+y^2}\le 4$ 且 $2\le\frac{y}{x^2+y^2}\le 4.$

10、（7 分）设 $f(x)$ 为连续的偶函数，试证明

$$\iint\limits_D f(x-y)dxdy=2\int_0^{2a}(2a-u)f(u)du,$$

其中 D 为正方形区域：$|x|\le a,|y|\le a.$

11、（7 分）计算$\oint_L (x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{4}{3}})ds$，其中$L$为曲线$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ $(a > 0)$。

12、（7 分）计算$\oint_L x\sqrt{x^2 - y^2}ds$，其中$L$为双纽线$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ $(a > 0)$的右半支。

13、（7 分）求（1）球面$x^2 + y^2 + z^2 = 4$被柱面$x^2 + y^2 = 2x$切下的面积；

（2）柱面$x^2 + y^2 = 2x$被球面$x^2 + y^2 + z^2 = 4$切下的面积。

14、（7 分）计算$\iint\limits_{\Sigma}(x+y)\mathrm{d}S$,其中$\Sigma$为曲面$x=y^2+z^2$介于平面$x=1$到$x=4$之间的部分。

15、（7 分）计算$\oiint\limits_{\Sigma}(x+2y+3z)^2\mathrm{d}S$，其中$\Sigma$为球面$(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2=a^2$.

16、（7 分）设Ω是由曲面$z+x^2=1$，$z+y^2=1$ 与平面 $z=0$共同围成的空间区域，求该区域的形心坐标。

17、（7 分）设$f(x,y,z)=\begin{cases}x^2+y^2, & 当z\geq\sqrt{x^2+y^2}\\ 0, & 当z<\sqrt{x^2+y^2}\end{cases}$，　求$F(t)=\oiint\limits_{x^2+y^2+z^2=t^2}f(x,y,z)\mathrm{d}S\quad(t>0)$