

# 东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 13-14-2 得分 \_\_\_\_\_

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$  表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.645) = 0.05$ ;  $\Phi(-1.96) = 0.025$ ;  $\Phi(0) = 0.5$ ;  $\Phi(1) = 0.8413$

$\Phi(1.3) = 0.9032$ ;  $\Phi(1.96) = 0.975$ ;  $\Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n)$   $P(T_{35} \geq 2.0301) = 0.025$ ;  $P(T_{35} \geq 1.6869) = 0.05$ ;

$P(T_{36} \geq 2.0281) = 0.025$ ;  $P(T_{36} \geq 1.6883) = 0.05$ ;

一、填空题 (每空格 2', 共 36')

- 1) 已知  $P(B)=0.5$ ,  $P(A|B)=0.3$ , 则  $P(AB)=$  \_\_\_\_\_;  $P(A \cup B)-P(A)=$  \_\_\_\_\_。
- 2) 一盒中有 4 个一级品, 2 个二级品, 2 个三级品, 每次抽取一个产品, 取后不放回, 连续抽取 4 次, 则第二次取到一级品发生在第四次抽取的概率为 \_\_\_\_\_, 第二次取到三级品概率为 \_\_\_\_\_。
- 3) 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(1, 9)$ ,  $P(X < -2) =$  \_\_\_\_\_。
- 4) 随机变量  $X, Y$  相互独立,  $X \sim N(12, 1)$ ,  $Y \sim N(10, 1)$ , 则  $X-Y$  的概率密度为 \_\_\_\_\_。
- 5) 随机变量  $X, Y$  的联合分布律为:  $P(X=-1, Y=1)=0.2$ ;  $P(X=-1, Y=2)=0.4$ ;  $P(X=-2, Y=1)=0.2$ ;  $P(X=-2, Y=2)=0.2$ . 则  $X+Y$  分布律为 \_\_\_\_\_。  
 $X$  的边缘分布律为 \_\_\_\_\_。
- 6) 随机变量  $X, Y$  的相互独立,  $DX=DY=2$ , 则  $\text{cov}(X-2Y, X+Y)=$  \_\_\_\_\_。
- 7) 设随机变量序列  $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$  独立同分布于泊松分布  $P(3)$ , 则  $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{P} \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8) 设总体  $X$  服从正态分布  $N(0, 10)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{20}$  是来此该总体的样本,  $\bar{X}, S^2$  分

别表示样本均值和样本方差, 则  $E(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $E(S^2\bar{X}^3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9) 随机变量  $X$  的分布律为  $P(X=-2)=0.6$ ,  $P(X=0)=0.4$ , 则其分布函数

为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10) 随机变量  $X$  服从均值为 1 的指数分布, 则  $Y=4X+1$  的密度函数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11) 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自正态总体  $N(0,4)$  的简单随机样本, 则

$\frac{1}{4}(X_1^2 + X_2^2 + X_4^2)$  服从  $\underline{\hspace{2cm}}$  分布, 则若  $b \frac{X_1^2}{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2} \sim F(1,3)$ , 则常数  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12) 设某总体服从  $N(m,1)$ , 置信水平为  $\alpha$ , 设根据容量为 10 的简单随机样本得到  $m$  的置信区间的长度为  $L$ , 则当样本容量扩大为 20 时, 在置信水平  $\alpha$  下得到  $m$  的置信区间的长度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13) 设总体服从均匀分布  $U[-2a,a]$ ,  $a$  为未知参数, 若  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自该总体的简单随机样本,  $a$  的矩估计量为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、(10') 设有甲乙丙三个箱子, 甲中有红球 3 只, 白球 2 只; 乙箱中有红球 4 只, 白球 1 只; 丙中有红球 4 只, 白球 2 两只。随机地选一箱子, 然后再随机的从该箱中任选一球。(1) 求取出的球为红球的概率; (2) 如果取出的球为红球, 则该球取自乙箱的概率是多少?

三、(15') 设随机变量  $(X, Y)$  的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} a & -1 < x < 0, -1 < y < 0, x + y > -1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) 常数  $a$ ; (2)  $Y$  的边缘密度函数; (3) 求条件概率  $P(Y > -0.2 | X > -0.5)$ 。

四、(10') 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立,且  $X$  服从参数为  $p$  的(0-1)分布, $Y$  服从均匀分布指数分布  $e(2)$ 。令  $Z=X+Y$ ，求随机变量  $Z$  的分布函数  $F_Z(z)$ 。

五、(10') 假设一大批产品的合格率为 0.9，现从中随机抽取 100 件。试用中心极限定理近似计算 100 件产品中合格品的个数不少于 96 件的概率。

六、(10')设总体  $X$  的分布律如下,

$$f(x, p) = p^{(1-x)/2} (1-p)^{(1+x)/2}, x = -1, 1; 0 < p < 1$$

设  $X_1, \dots, X_n$  为来自该总体的样本, (1)求参数  $p$  的最大似然估计量  $\hat{p}$ , (2)  $\hat{p}$  是否是  $p$  的无偏估计量, 说明理由。.

七、(9')设总体  $X$  服从正态分布  $N(u, 4)$ ,  $u$  未知。现有来自该总体样本容量为 16 的样本, 其样本均值为 14. (1) 试检验  $H_0: u=12.0$  v.s.  $H_1: u>12.0$ . (检验水平  $\alpha = 0.05$ ), (2)求  $u$  的置信度为 95% 的置信区间。