电磁场作业 1

06219109 孙寒石

> 已知直角坐标中 $\vec{r}(x, y, z)$ 位置矢量，求:
> 1） $\nabla \cdot \vec{r}$; 2） $\nabla \times \vec{r}$; 3） ∇r; 4） $\nabla(\vec{k} \cdot \vec{r})$ 【$\vec{k}$ 为常矢量】

Solution:

1)

$$\nabla \cdot \vec{r} = (\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}) \cdot (r_x\vec{i} + r_y\vec{j} + r_z\vec{k}) = \frac{\partial r_x}{\partial x} + \frac{\partial r_y}{\partial y} + \frac{\partial r_z}{\partial z}$$

2)

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{r} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix} \\ &= \left(\frac{\partial r_z}{\partial y} - \frac{\partial r_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial r_x}{\partial z} - \frac{\partial r_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial r_y}{\partial x} - \frac{\partial r_x}{\partial y}\right)\vec{k} \end{aligned}$$

3)

$$\nabla r = \frac{\partial r}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial r}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial r}{\partial z}\vec{k}$$

4) $\vec{k}$ 为常矢量，可以设为 $\vec{k} = k_x\vec{i} + k_y\vec{j} + k_z\vec{k}$，其中系数均为常数。

$$\nabla(\vec{k} \cdot \vec{r}) = \nabla(k_x r_x + k_y r_y + k_z r_z)$$

记 $l = k_x r_x + k_y r_y + k_z r_z$，则

$$\nabla(\vec{k} \cdot \vec{r}) = \frac{\partial l}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial l}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial l}{\partial z}\vec{k}$$

注意

也可以利用公式

$$\nabla(\vec{k} \cdot \vec{r}) = (\vec{k} \cdot \nabla)\vec{r} + \vec{k} \times (\nabla \times \vec{r}) + (\vec{r} \cdot \nabla)\vec{k} + \vec{r} \times (\nabla \times \vec{k})$$