东 南 大 学 考 试 卷 (A卷)

课程名称 现代数值方法 考试学期 14-15-2 得分________

适用专业 高等理工班 考试形式 开卷 考试时间长度 120 分钟

限带课本、作业，可带计算器

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

1.(10分) 设$x = 3.14159$, $y = 30.2436$ 是通过四舍五入得到的近似值, $z = x^2\cos y + \sqrt{y}$, 试分析函数 z 的绝对误差限、相对误差限和有效数字.

线

订

装

2.(15分) 证明方程 $x^3-x-1=0$在$[1,2]$上存在唯一的实根, 并用迭代法求出此根，精确到 4 位有效数字.

3.(15 分) 用列主元Gauss 消去法求下列线性方程组的解

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

线

订

装

4.(15 分) 求a, b 使得

$$\max_{1\le x\le 2}|\ln x-(a+bx)|$$

取最小值, 并求出该最小值.

5.(15 分) 给定求积公式

$$\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{1}{3}[f(-1)+2f(\alpha)+3f(\beta)],$$

求参数α, β, 使上述求积公式具有尽可能高的代数精度, 并指出达到的最高代数精度是多少.

装 订 线

6. (15 分) 考虑常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = x + y, \quad 0 \le x \le 1; \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

取步长$h = 0.1$，用改进Euler公式求其数值解,并与精确解$y = -x - 1 + 2e^x$比较。

装 订 线

7. (20 分)给定$[a,b]$上具有一阶连续导数的函数$f(x)$在$n+1$个离散节点

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$$

的函数值的近似值$\{f^\delta(x_j) : j = 0, 1, \cdots, n\}$, 其中

$$|f^\delta(x_j) - f(x_j)| \le \delta, \quad j = 0, 1, \cdots, n.$$

(1). 给出用$\{f^\delta(x_j) : j = 0, 1, \cdots, n\}$作为输入数据在$[a,b]$上近似$f(x)$的Lagrange插值多项式$L_n(x)$;

(2). 给出下面两个近似计算

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b L_n(x)dx, \quad f'(x) \approx L_n'(x)\ x \in (a,b)$$

的误差分析(误差大小，依赖于哪些因素，。。。)，并指出两个近似的差别。

线

订

装