东 南 大 学 考 试 卷 (A 卷)

课 程 名 称 线性代数A 考 试 学 期 11-12-3 得 分

适 用 专 业 非电类专业 考 试 形 式 闭 卷 考试时间长度 120分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一. (30%)填空题（E表示单位矩阵）

1. 设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$是4维列向量，行列式$|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1|=m$，$|\beta_2,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3|=n$。行列式$|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,(\beta_1+\beta_2)|=$ ________；

2. 设A为3阶方阵，A^*为A的伴随矩阵，$|A|=\dfrac{1}{8}$。$\left|\left(\dfrac{1}{3}A\right)^{-1}-8A^*\right|=$ ________；

3. 若向量$(1,2,3),(3,a,b)$线性相关，则参数a,b的值分别为________；

4. 若5是矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & a\\ b & 2\end{pmatrix}$的一个特征值，则乘积$ab=$ ________；

5. 设$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 7 & k\end{pmatrix}$。若齐次线性方程组$Ax=\theta$的解空间的维数为1，则参数$k$满足条件________；

6. 若向量α,β的长度分别为$\sqrt{2}$和$\sqrt{3}$，则内积$[\alpha+\beta,\alpha-\beta]=$ ________；

7. 已知A是 3 阶方阵，三维列向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关。若$A\alpha_1=\alpha_1+\alpha_2$，$A\alpha_2=\alpha_2+\alpha_3$，$A\alpha_3=\alpha_1+\alpha_3$，则$A$的行列式等于________；

8. 若矩阵$\begin{pmatrix}k & 2\\ 2 & k\end{pmatrix}$的特征值均大于零，则参数$k$满足条件________；

9. 已知A是3阶方阵，可逆矩阵$P=(\alpha,\beta,\gamma)$满足$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，若矩阵$Q=(\alpha+2\beta,\gamma,\alpha)$，则$Q^{-1}AQ=$ ________；

10. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}3 & a\\ b & c\end{pmatrix}$，若对任意$2\times 2$矩阵$B$都有$AB=BA$，则参数$a,b,c$满足条件________。

姓名 学号 线 封 密

二．　（8%）设3维向量$\alpha=(x,1,1)$，其中，$x\neq 0$。记$A=E-\frac{1}{3}\alpha^T\alpha, B=E+\frac{1}{x}\alpha^T\alpha$，

若$B=A^{-1}$，求x的值。

三．　（16%）已知$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$有一个二重特征值。

1.　根据参数a的值讨论矩阵A是否相似于对角阵。
2.　如果A相似于对角阵，求这个对角阵及相应的相似变换矩阵。
3.　问：是否存在正交阵Q，使得Q^TAQ是对角阵？为什么？

四．（12%）设$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，求矩阵方程

$AXB=C$的解。

五．　（15%）已知$A=\begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}, \beta=\begin{pmatrix} b \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，线性方程组$Ax=\beta$有两个不同的解。

求参数a,b的值，并 求线性方程组$Ax=\beta$的通解。

六．　（9%）假设a,b是参数，讨论实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1x_2+ax_1x_3+bx_2x_3$的秩和

正、负惯性指数。

七．　（10%）证明题

1.　假设E是$n\times n$单位阵，证明：对于任意$s\times n$实矩阵A，$E+A^TA$是正定的。
2.　证明：对任意n阶矩阵A，存在n阶可逆矩阵B和幂等矩阵C（即$C^2=C$），使得$A=BC$。