东南大学成贤学院高等数学考试卷（A）

课程名称 高等数学B（上） 适 用 专 业 工科各专业

考试学期 10-11-2 考 试 形 式 闭 卷 考试时间长度 120分钟

学 号 ________ 姓 名 ________ 得 分 ________

题 号	一	二	三	四	五
得 分					

一、选择题(每题3分,共5题)

1、设 $f(0)=0$，$f'(0)$存在，则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(2x)}{x}$ 等于（ ）。

（A）$2f'(0)$；（B）$\dfrac{f'(0)}{2}$；（C）$2f(0)$；（D）$\dfrac{f(0)}{2}$。

2、函数 $f(x)=6x+3x^{-1}-x^3$ 在 $x=1$ 处有（ ）。

（A）极小值；（B）极大值；（C）拐点 $(1,f(1))$；（D）既无极值也无拐点。

3、下列四项中正确的是（ ）。

（A）$\left(\int f(x)dx\right)'=f(x)+C$；（B）$\int f'(x)dx=f(x)+C$；

（C）$\int f'(x)dx=f(x+C)$；（D）$\int f'(t)dx=f(x)+C$。

4、下列广义积分收敛的是（ ）

（A）$\int_1^{+\infty}x^{\frac{1}{2}}dx$；（B）$\int_1^{+\infty}x^{-\frac{1}{2}}dx$；（C）$\int_1^{+\infty}x^{-1}dx$；（D）$\int_1^{+\infty}x^{-\frac{3}{2}}dx$。

5、由方程 $xy+e^y=1+e^x$ 所确定的隐函数 $y=f(x)$ 的导函数 $f'(0)=$（ ）。

（A）$\dfrac{1-\ln2}{2}$；（B）$\dfrac{1+\ln2}{2}$；（C）$\dfrac{\ln2-1}{2}$；（D）$\dfrac{\ln2}{2}$。

二、填空题(每题3分,共5题)

1、曲线 $\begin{cases}x=1+\cos t\\ y=\sin t\end{cases}$ 在点 $A(1,1)$ 处的切线方程的斜率为________。

2、函数 $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ 在 $[0,2]$ 上的最小值为________。

3、$\dfrac{d}{dx}\int_0^1\dfrac{\arctan x}{1+x^2}dx=$________。

4、$\int_{-1}^{1}(x^2-x\sqrt{4-x^2})dx=$________。

5、微分方程 $4y''+4y'+y=0$ 的通解为________。

三、计算题(每题6分,共5题)

1、$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_{x^2}^{0}(e^{-t}-1)dt}{x^4}$。

2、已知 $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})\cdot\arcsin x$，求 y'。

3、$\int\dfrac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}}dx$。

4、$\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\tan x\cdot\sec x\,dx$。

5、求微分方程 $xy'-y=x^2-1$ 满足 $y(1)=3$ 的特解。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

密 封 线

四、应用题(每题 10 分, 共 3 题)

1、求由曲线 $y=x^2-4x+5$ 及曲线 $y=x^2-4x+5$ 在点 $A=(1,2)$ 和点 $B=(4,5)$ 处的法线所围成的介于 $1\le x\le 4$ 的平面图形面积。

2、建造容积为一定的开口圆柱形容器，若底面积每平方米的造价是侧面每平方米造价的两倍，问底半径与高成怎样的比例，才能使该容器造价最低？

3、求曲线 $y=\sin x \quad x\in[\frac{\pi}{2},\pi]$ 和它在 $x=\frac{\pi}{2}$ 处的切线以及直线 $x=\pi$ 所围成的图形绕 y 轴旋转一周所成旋转体的体积。

五、证明题(每题 5 分, 共二题)

1、已知二阶线性非齐次微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 有解 $y_1^*=x$，$y_2^*=x+x^2$，$y_3^*=x+x^3$，证明：$y=x+C_1x^2+C_2x^3$ 是该方程的通解。

2、已知 $|f'(x)|\le 1$，$x\in[0,1]$，并且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，证明：$\left|\int_0^1 f(x)dx\right|<\frac{1}{4}$。