

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 高等数学 (检验、护理) 考试学期 13-14-2 得分 _____

适用专业 护理、检验专业学生 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
批阅人							

一、填空题 (本题共6小题, 每小题3分, 满分18分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____;

2. 设 $\Phi(x) = \int_0^x e^{\arctan t} dt$, 则 $\Phi'(x) =$ _____;

3. 积分 $\int_{-1}^1 \left(\frac{x^5}{1+x^4} + 2\sqrt{1-x^2} \right) dx =$ _____;

4. 积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^9} dx =$ _____.

5. 若 $y'' + ay' + by = 0$ 的通解是 $y = (C_1 + C_2x)e^{2x}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____;

6. 全微分 $d(e^x \sin y) =$ _____.

二、单选题 (本题共4小题, 每小题3分, 满分12分)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小量 $\int_0^x \sin t^2 dt$ 是 $\frac{x^3}{3}$ 的 []

- (A) 高阶无穷小量 (B) 同阶但不等价的无穷小量
(C) 等价无穷小量 (D) 低阶无穷小量

2. 下列反常积分中收敛的是 []

(A) $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ (B) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ (C) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ (D) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$

3. 曲线 $y = e^x \cos x$ 直线 $x = 0, x = 2\pi$ 及 x 轴所围成图形的面积可表示为 []

(A) $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx$ (B) $\int_0^{2\pi} e^x \cos x dx$ (C) $\left| \int_0^{2\pi} e^x \cos x dx \right|$
(D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} e^x \cos x dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} e^x \cos x dx$

4. 设 $I = \int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^y f(x, y) dx$ ，则改变积分次序后 $I =$ []

(A) $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 dx \int_1^2 f(x, y) dy$ (B) $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^2 f(x, y) dy$

(C) $I = \int_0^2 dx \int_x^2 f(x, y) dy$ (D) $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_{\frac{1}{x}}^2 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_x^2 f(x, y) dy$

三、（本题共2小题，每小题7分，满分14分）

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sqrt{1 + (xy)^2} - 1}{x^2}$

2. 设 $x + y^2 - ze^z - 1 = 0$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 。

四、求积分（本题共3小题，每小题7分，满分21分）

1. $\int \frac{2x}{(3 - x^2)^2} dx$

$$2. \int_0^1 x \arctan x \, dx$$

$$3. \int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} e^{-x} \sin x \, dx.$$

五、求下列微分方程的通解（本题共2小题，每小题7分，满分14分）

$$1. y' - \frac{y}{x} = 6 \ln x$$

$$2. y'' + y = 5e^{2x}$$

六、应用题（本题共3小题，每小题7分，满分21分）

1. 设 D 是由曲线 $y = x^{1/3}$ ，直线 $x = a$ ($a > 0$) 及 x 轴所围成的平面图形.

(1) 求 D 分别绕 x 轴， y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V_x, V_y ;

(2) 若 $V_y = 10V_x$ ，求 a 的值.

2. 用一块 12 m^2 的板材做成无盖的长方体盒子，选择怎样的尺寸能使盒子体积最大？

3. 设浓度为 0.1 g/mL 的药液以 5 mL/s 的速率将药物送入盛有 400 mL 清水的容器中，同时容器中药液以相同的速度流出，假设容器内药液浓度始终保持均匀，求 t 时刻容器内所含药量。