东 南 大 学 考 试 卷（ A 卷）

课程名称 概率统计与随机过程　考试学期 07—08（三）　得　分 ______

适用专业 全校　考 试 形 式 闭卷　考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

备用数据：$\Phi(-1.645)=0.05$；　$\Phi(0.5792)=0.7188$；　$\Phi(1)=0.8413$

$\Phi(1.414)=0.9213$；　$\Phi(1.96)=0.975$；　$\Phi(2)=0.9772$

$\chi_n^2 \sim \chi^2(n)$：

$P(\chi_{15}^2 \ge 7.261)=0.95$;	$P(\chi_{15}^2 \ge 24.996)=0.05$;
$P(\chi_{16}^2 \ge 7.962)=0.95$;	$P(\chi_{16}^2 \ge 26.2961)=0.05$;
$P(\chi_{24}^2 \ge 12.401)=0.975$;	$P(\chi_{24}^2 \ge 39.364)=0.025$;
$P(\chi_{35}^2 \ge 22.465)=0.95$;	$P(\chi_{35}^2 \ge 49.802)=0.05$;
$P(\chi_{36}^2 \ge 23.269)=0.95$;	$P(\chi_{99}^2 \ge 128.4220)=0.025$;
$P(\chi_{99}^2 \ge 117.4069)=0.1$;	$P(\chi_{99}^2 \ge 81.4493)=0.9$;

$T_n \sim t(n)$：

$P(T_{15} \ge 1.3406)=0.10$;	$P(T_{15} \ge 1.7531)=0.05$;
$P(T_{16} \ge 1.3368)=0.10$;	$P(T_{16} \ge 1.7459)=0.05$;
$P(T_{24} \ge 2.0639)=0.025$;	$P(T_{24} \ge 1.7109)=0.05$;
$P(T_{25} \ge 2.0595)=0.025$;	$P(T_{25} \ge 1.7081)=0.05$;
$P(T_{35} \ge 2.0301)=0.025$;	$P(T_{35} \ge 1.6869)=0.05$;
$P(T_{99} \ge 2.0281)=0.02$;	$P(T_{99} \ge 1.9842)=0.025$;

得分	

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1、设事件 A 和 B 同时发生必然导致 C 发生，则

(A) $P(C) \le P(A)+P(B)+1$　　(B) $P(C) \ge P(A)+P(B)+1$

(C) $P(C)=P(AB)$　　(D) $P(C)=P(A\cup B)$

2、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，$Y=2X+1$ 的分布函数为 $G(y)$则必有

(A) $G(y)=F(\frac{1}{2}y-\frac{1}{2})$　　(B) $G(y)=F(\frac{1}{2}y+1)$

(C) $G(y)=2F(y)+1$　　(D) $G(y)=\frac{1}{2}F(y)-\frac{1}{2}$

姓名 ______　学号 ______

密 封 线

3、设随机变量 $X \sim N(0,1), Y \sim N(1,4)$，且 X 、Y 的相关系数 $\rho = -1$，则

(A) $P(Y = -2X - 1) = 1$　　　　(B) $P(Y = 2X - 1) = 1$

(C) $P(Y = -2X + 1) = 1$　　　　(D) $P(Y = 2X + 1) = 1$

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n \cdots$ 为独立同分布的随机变量序列，且都服从参数为 $\lambda(\lambda > 0)$ 的 $Poisson$ 分布，记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，则

(A) $\lim\limits_{n \to \infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\lambda\sqrt{n}} \le x\right) = \Phi(x)$　　(B) $\lim\limits_{n \to \infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right) = \Phi(x)$

(C) $\lim\limits_{n \to \infty} P\left(\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \le x\right) = \Phi(x)$　　(D) $\lim\limits_{n \to \infty} P\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{n\lambda}} \le x\right) = \Phi(x)$

5、设 $(X_1, \cdots, X_m, X_{m+1}, \cdots, X_n)$ 是来自正态分布 $N(0,1)$ 的容量为 n 的简单随机样本，

$Y = \dfrac{1}{m}\left(\sum\limits_{i=1}^{m} X_i\right)^2 + \dfrac{1}{n-m}\left(\sum\limits_{i=m+1}^{n} X_i\right)^2$ 服从的分布是

(A) $N(0,2)$　　(B) $\chi^2(n)$　　(C) $\chi^2(2)$　　(D) $N(0,n)$

得分	

二、填充题（每题 3 分，共 15 分）

1、设随机变量 X 、Y 独立同服从参数 $\lambda = 1$ 的指数分布 $e(1)$，则 $P(\max\{X, Y\} > \ \ ) =$ ________________。

2、设 X 和 Y 是两个随机变量，已知 $EX = EY = 0$，$DX = 9$，$DY = 4$，$D(2X - 3Y) = 108$，则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} =$ ________________。

3、设 $X_1, X_2, \cdots, X_n \cdots$ 为独立同分布的随机变量序列，其共同的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, x > 0 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$，则 $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛于______________。

4、设 $X_1, X_2, \cdots, X_{25}$ 为来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $P(|\overline{X}| \le 0.2) =$ ________________________。

5、设$\{W(t), t \geq 0\}$是参数σ^2的$Wiener$过程，已知$C_W(2,4)=8$，则$DW(4)=$____。

得分	

三、（10 分）设某种材料的质量指标 X 服从指数分布，其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}0.1e^{-0.1x}, & x>0\\ 0, & x\leq 0\end{cases}$，用这种材料制造产品，若材料的质量指标值不超过 10，则次品率 0.6，若材料的质量指标在 10～20 之间，则次品率为 0.3，若材料的质量指标值超过 20，次品率为 0.1。从用此材料制造的产品中任取 1 件，求：

1、取到次品的概率；

2、若已知取到的是次品，则该产品是由材料指标在 10～20 之间的材料制造的概率。

得分	

四、（12 分）设二维连续型随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}2, & x\leq y\leq 0, -1<x<0\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求：1、Y的边缘分布密度；

2、$Z=X+Y$的分布函数；

3、EX。

得分	

五、（10 分）盒子中有 6 个相同大小的球，其中有 3 个球标有号码 1，有 2 个球标有号码 2，有 1 个球标有号码 3，从盒子中有放回地抽取 45 个球。设X_i表示取出的第$i(i=1,2,\cdots,n)$个球上标有的号码，利用独立同分布的中心极限定理求b的最小值，使$P(\sum_{i=1}^{45} X_i \leq b) \geq 0.9772$。

得分	

六、（10 分）设总体X的分布密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{x}{\theta}e^{-\frac{x}{\sqrt{\theta}}}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

其中$\theta>0$是未知参数，$(X_1,\cdots,X_n)$是来自总体X的容量为n的简单随机样本，求：

1、θ的矩估计量$\hat{\theta}$；

2、θ的最大似然估计量$\hat{\theta}_L$。

得分	

七、(10 分)设总体X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，σ是未知参数。$(X_1,\cdots,X_{25})$是来自总体X的容量为25的简单随机样本，

1、；若已知μ的置信度为90%的双侧置信区间为（4.31569，5.68436），求μ的置信度为95%的双侧置信区间；

2、对检验问题$H_0:\sigma^2=2^2 \leftrightarrow H_1:\sigma^2 \neq 2^2$，若在显著水平$\alpha=0.05$下拒绝域$H_0:\sigma^2=2^2$，求样本方差$S^2$允许的最大值和最小值。

得分	

八、(8 分)设随机过程

$$X(t)=-\ln(X-t), t>0$$

其中X是服从在区间$[t,t+1]$上服从均匀分布的随机变量，求$X(t)$的一维分布函数$F(x;t)$。

得分	

九、(10 分)设某车间有两台独立工作的设备，且每台设备有两个状态，正常工作为“1”和故障修理“0”。已知正常工作的设备在某天出故障的概率为$\frac{1}{4}$，设备处于故障修理状态在某天恢复正常工作的概率为$\frac{1}{2}$，设X_n是第n天该车间正常工作的设备数，则X_n是齐次$Markov$链，求：

1、$X_n(n=1,2,\cdots)$的一步转移概率矩阵；

2、设第一天两台设备都处于正常状态，求$P(X_1=2,X_3=1,X_4=0)$。

《概率论与数理统计》

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1、设 $P(A)+P(B)=1$，则：

(A) $P(A\cup B)=1$　　(B) $P(A|B)=1$

(C) $P(\overline{A}|\overline{B})=P(B|A)$　　(D) $P(\overline{A}|\overline{B})=P(A\cup B)$

2、设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，Y 分布正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 $P(|X-\mu_1|<1)>P(|Y-\mu_2|<1)$，则必有：

(A) $\sigma_1<\sigma_2$　　(B) $\sigma_1>\sigma_2$

(C) $\mu_1<\mu_2$　　(D) $\mu_1>\mu_2$

3、设随机变量 X、Y 的数学期望和方差度存在，且 $D(X-Y)=D(X+Y)$，则下列说法不正确的是：

(A) $D(X+Y)=DX+DY$　　(B) $EXY=EXEY$

(C) X 与 Y 不相关　　(D) X 与 Y 独立

4、设随机变量 T 服从自由度 n 的 t-分布 $t(n)$，对给定的 $\alpha(0<\alpha<1)$，数 $t_\alpha(n)$ 满足 $P(T>t_\alpha(n))=\alpha$，若 $P(|T|<x)=\alpha$，则 x 等于____________

(A) $t_{\frac{\alpha}{2}}(n)$　　(B) $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$　　(C) $t_{\frac{1-\alpha}{2}}(n)$　　(D) $t_{1-\alpha}(n)$

5、设 $(X_1,\cdots,X_{10})$ 是来自正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 的容量为 10 的简单随机样本，μ 和 σ 是已知参数，$\overline{X}=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}X_i$，则 $\frac{1}{\sigma^2}[\sum_{i=1}^{5}\left(X_i-\overline{X}\right)^2+\sum_{i=6}^{10}\left(X_i-\mu\right)^2]$ 服从 χ^2-分布，其自由度为：

(A) 9　　(B) 8　　(C) 7　　(D) 10

二、填充题（每题 3 分，共 15 分）

1、设随机变量 X、Y 独立分别服从正态分布 $N(1,1)$，$N(2,2)$，则：

$$P(X-\frac{1}{2}Y\le\sqrt{\frac{3}{2}})=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。$$

2、设 X 和 Y 是两个随机变量，$EX=EY=0$，$DX=9$，$DY=4$，X 与 Y 的相关系数为 $\rho_{XY}=-0.5$，则 $E(2X-3Y)^2=$____________。

3、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 是独立同分布的随机变量序列，其共同的概率密度为

$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, x>0\\ 0 \quad ,\text{其他}\end{cases}$，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{X_i}$ 依概率收敛于________________。

4、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$ 是独立同在区间[-1,1]上均匀分布的随机变量序列，则

$\lim_{n\to\infty}P(|\sum_{i=1}^{n}X_i|<2\sqrt{\frac{n}{3}})=$ ______________ 。

5、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 $Poisson$ 分布总体 $P(\lambda)$ 的简单随机样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，若 $E[\overline{X}^2-cS^2]=\lambda^2$，则 $c=$__________。

三、(10 分) 某实验室从甲、乙、丙三个芯片制造商处购得某芯片，数量比为 1:2:2，已知甲、乙、丙三个芯片制造商制造的芯片次品率分别为 0.001、0.005、0.01，求：

1、实验室随机使用的芯片是次品的概率；

2、若该实验室随机使用的芯片是次品，该次品是购自制造商甲或丙的概率。

四、(8 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}1, 1\le x<2\\ 0\text{ ,其它}\end{cases}$

求 $Y=-\ln(X-1)$ 的分布函数 $F_Y(y)$；

五、(12 分) 设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$f(x,y)=\begin{cases}1, |y|\le x, 0<x<1\\ 0,\text{其它}\end{cases}$ 求：

1、Y 的边缘分布密度；2、$Z=X+Y$ 的分布函数；3、EX。

六、(10 分) 盒子中有 6 个相同大小的球，其中有一个球标有号码 1，有二个球标有号码 2，有三个球标有号码 3，从盒子中有放回地抽取 n 个球。设 X_i 表示取出的第 $i(i=1,2,\cdots,n)$ 个球上标有的号码，利用独立同分布的中心极限定理求 n 最小值，使

$P\left(|\overline{X}-\frac{7}{3}|<0.1\right)\ge 0.6826$。

七、（15 分）设总体 X 的分布密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}(x-1)^{\sqrt{\theta}-1}, 1<x<2\\ 0, \text{其它}\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 是未知参数，$(X_1,\cdots,X_n)$ 是来自总体 X 的容量为 n 的简单随机样本，求：

1、θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$；

2、θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}_L$。

3、$\overline{X}-2$ 是否是 $-\dfrac{1}{\sqrt{\theta}+1}$ 的无偏估计量，证明你的结论。

八、（7 分）设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，σ 为未知参数，$(X_1,\cdots,X_{100})$ 是来自总体 X 的容量为 100 的简单随机样本，样本均值 $\overline{X}$ 的观察值 $\overline{x}=10.0$。若已知 μ 的置信度为 95%的双侧置信区间上限为 10.9921，求样本方差 $S^2=\dfrac{1}{99}\sum_{i=1}^{100}(X_i-\overline{X})^2$ 的观察值。

九、（8 分）设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,\cdots,X_{100})$ 是来自总体 X 的容量为 100 的简单随机样本，对检验问题：$H_0:\sigma^2=5^2 \leftrightarrow H_1:\sigma^2\neq 5^2$

求 $P(\sum_{i=1}^{100}(X_i-\overline{X})^2\geq 3249.875 \mid H_0\text{成立})$