

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 12-13-2 得分
 适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | |

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$ 表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.645) = 0.05$; $\Phi(-1.96) = 0.025$; $\Phi(0) = 0.5$; $\Phi(1) = 0.8413$

$\Phi(1.3) = 0.9032$; $\Phi(1.96) = 0.975$; $\Phi(2) = 0.9772$

$t_{0.05}(8) = 1.86$, $t_{0.025}(8) = 2.31$, $t_{0.05}(9) = 1.83$, $t_{0.025}(9) = 2.26$

一、填充题 (每空格 2', 共 36')

- 1) 已知 $P(B)=0.2$, $P(A)=0.3$, $P(A|B)=0.5$, 则 $P(B-A)=$ _____; $P(A \cup B)=$ _____。
- 2) 一盒中有 2 个白球, 3 个黑球, 每次抽取一球, 取后放回, 连续抽取 5 次, 则第 5 次首次取到黑球的概率为 _____, 第一次和第五次都取到白球概率为 _____。
- 3) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(1, 4)$, $P(X < 3) =$ _____。
- 4) 随机变量 X, Y 服从二元正态分布, $EX=EY=1, DX=DY=4$, X 和 Y 的相关系数为 0.5, 则 $P(X-Y > 2) =$ _____。
- 5) 随机变量 X, Y 的联合分布律为: $P(X=1, Y=1)=0.1$; $P(X=1, Y=2)=0.4$; $P(X=2, Y=1)=0.4$; $P(X=2, Y=2)=0.1$. 则 $X-Y$ 分布律为 _____。
 X 的边缘分布律为 _____。
- 6) 随机变量 X, Y 的相互独立, $DX=DY=1$, 则 $\text{cov}(X-2Y, X+Y) =$ _____。
- 7) 设随机变量序列 $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$ 独立同分布于 $N(1, 1)$, 则 $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{P} \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8) 设总体 X 服从正态分布 $N(1, 2)$, X_1, X_2, \dots, X_{10} 是来此该总体的样本, \bar{X}, S^2 分别

表示样本均值和样本方差, 则 $D(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $D(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9) 随机变量 X 的分布律为 $P(X=2)=0.1$, $P(X=3)=0.2$, $P(X=4)=0.7$, 则其分布函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10) 随机变量 X 服从均值为 1 的指数分布, 则 $Y=2X+1$ 的密度函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自正态总体 $N(0,9)$ 的简单随机样本, 若 $c(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2)$ 服从 $\chi^2(3)$ 分布, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$, 若 $b \frac{X_1^2}{X_2^2 + X_3^2 + X_4^2} \sim F(1,3)$, 则常数 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12) 设某假设检验问题在水平 $\alpha=0.1$ 时, 根据样本得到的结论是拒绝原假设。若 $\alpha=0.2$, 则基于同样的样本和检验统计量得到的结论是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13) 设总体 $X \sim f(x, a)$, a 为未知参数, 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自该总体的简单随机样本, \bar{X}, S^2 分别表示表示样本均值和样本方差。设 $\frac{\bar{X}-a}{S}$ 的密度函数为 $g(t)=2t, 0 < t < 1, g(t)=0$, 其他; 则 a 的置信度为 95% 的置信区间为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、(10') 设有甲乙两个箱子, 甲中有红球 3 只, 白球 2 只; 乙箱中有红球 4 只, 白球 1 只。随机地选一箱子, 然后再随机的从该箱中任选一球。(1) 求取出的球为红球的概率; (2) 如果取出的球为红球, 则该球取自甲箱的概率是多少?

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} a & x > 0, y > 0, x + y < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases},$$

求 (1) 常数 a ; (2) Y 的边缘密度函数; (3) 求条件概率 $P(Y < 0.2 | X = 0.5)$ 。

四、(10') 设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从标准正态分布。令 $Z = X^2 + Y^2$ ，求随机变量 Z 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

五、(10') 某灯泡企业每月生产 20 万只节能灯泡，每只灯泡的寿命服从均值为 1000 小时的指数分布。现在从一大批灯泡中随机抽取 100 只进行检验。试用中心极限定理求 100 只灯泡的平均寿命超过 1200 小时的概率。

六、(10') 设总体 X 的概率分布密度函数如下,

$$f(x, a) = \begin{cases} e^{-(x-a)} & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

X_1, \dots, X_n 为来自该总体的样本, (1) 求参数 a 的最大似然估计量 \hat{a} , (2) \hat{a} 是否是 a 的无偏估计量, 说明理由。

七、(9') 设总体 X 服从正态分布 $N(u, b)$, u, b 未知。现有来自该总体样本容量为 9 的样本, 其样本均值为 2.4, 样本方差为 4. 试检验 $H_0: u=2.0$ v.s. $H_1: u>2.0$. (检验水平 $\alpha = 0.05$)