东 南 大 学 考 试 卷答案（ A 卷）

课程名称 信号与线性系统 考试学期 11-12-3 得分

适用专业 信息科学与工程学院、吴健雄学院、理科班 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一		总分
得分													
批阅人													

姓名________ 学号________ 线 封 密

一、简单计算或论述证明题（共 7 题，共计 56 分）

1、已知某 LTI 连续因果系统的特征多项式为 $D(s)=s^5+s^4+2s^3+2s^2+2s+2$，试分析其特征根在 s 左半开平面、虚轴以及 s 右半开平面上的个数；并判断该系统的稳定性。

解：

$$
\begin{array}{llll}
S^5 & 1 & 2 & 2 \\
S^4 & 1 & 2 & 2 \\
S^3 & 0(\varphi) & 0(\varphi) & \\
S^2 & 1 & 2 & \\
S^1 & -4 & 0 & \\
S^0 & 2 & 0 &
\end{array}
$$

坐标轴左半平面 2 个根，右半平面 3 个根，所以该系统不稳定。

2、求序列 $f_1(k)=\{-1,-2,0,2,1;k=-2,-1,0,1,2\}$ 和 $f_2(k)=\{-1,2,1;k=-1,0,1\}$ 的卷积和。

解：

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & & -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\
 & & & & -1 & 2 & 1 \\
\hline
 & & -1 & -2 & 0 & 2 & 1 \\
 & -2 & -4 & 0 & 4 & 2 & \\
1 & 2 & 0 & -2 & -1 & & \\
\hline
1 & 0 & -5 & -4 & 3 & 4 & 1
\end{array}
$$

3、已知 LTI 离散因果系统 $y(k+2)+\frac{1}{6}y(k+1)-\frac{1}{6}y(k)=e(k+1)+2e(k)$，求该系统在激励 $e(k)=2^k,-\infty<k<+\infty$ 作用下的输出响应。

解：

$$H(z)=\frac{z+2}{z^2+6z-\frac{1}{6}}，\ H(z)\big|_{z=2}=\frac{24}{25}，\ y_{zs}(k)=\frac{24}{25}2^k,-\infty<k<+\infty$$

4、已知某系统函数为$H(z)=\dfrac{9.5z}{(z-0.5)(10-z)}$求在以下两种收敛域：

$|z|>10$和$0.5<|z|<10$情况下系统的单位样值响应，并说明这两种情况下系统的稳定性与因果性。

解：

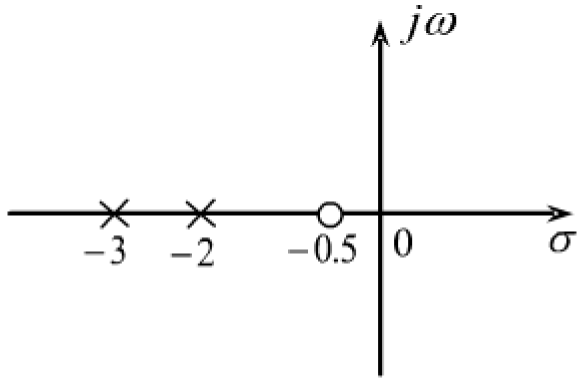
$$|z|>10,H(z)=\frac{k_1}{z-0.5}+\frac{k_2}{z-10}=\frac{\frac{1}{2}}{z-0.5}-\frac{10}{z-10}，\ h(k)=(0.5^k-10^k)\varepsilon(k)$$

由此判断该系统不稳定，为因果系统。

$$0.5<|z|<10,h(k)=0.5^k\varepsilon(k)+10^k\varepsilon(-k-1)$$

该系统稳定为非因果系统。

5、已知某系统函数 H(s)的极零点分布如图所示，且 H(0)=2。试写出系统函数，并判断该系统是否为最小相位系统，是否为全通系统。



解：

$$H(s)=k\frac{s+0.5}{(s+2)(s+3)},H(0)=k\frac{0.5}{6}=2\Rightarrow k=24\Rightarrow H(s)=\frac{24(s+0.5)}{(s+2)(s+3)},$$

所以有：零极点均位于左平面，为最小相位系统

零极点不是镜像对称，为非全通系统

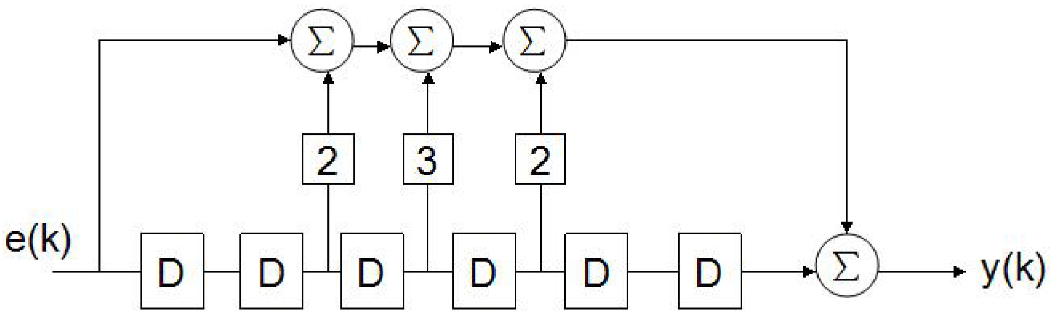
6、已知一 LTI 离散系统的单位函数响应为$h(k)=\{1,0,2,3,2,0,1;k=0,1,2,3,4,5,6\}$，试画出其框图，并判断它的稳定性。

解：

$$h(k)=\delta(k)+2\delta(k-2)+3\delta(k-3)+2\delta(k-4)+\delta(k-6),$$

所以：$H(z)=\dfrac{z^6+2z^4+3z^3+2z^2+1}{6}$，$H(z)$零极点位于单位圆内部，所以系统稳定

系统框图如下：



二（14 分）LTI 离散因果系统 $y(k)-\dfrac{1}{4}y(k-1)-\dfrac{1}{8}y(k-2)=e(k)+e(k-1)$,已知 $y_{zi}(-1)=6,\quad y_{zi}(-2)=36$，若$e(k)=\varepsilon(k)$，

1、求系统的零输入响应、零状态响应和全响应；并分别指出上述全响应中的自然响应和受迫响应， 以及瞬态响应和稳态响应。

2、试给出系统直接型框图，并写出系统的状态方程和输出方程。

解：

1. $H(z)=\dfrac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\dfrac{z^2+z}{z^2-\frac{1}{4}z-\frac{1}{8}}=\dfrac{z(z+1)}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{4})}$，$v_1=\dfrac{1}{2},v_2=-\dfrac{1}{4}$，

$$\begin{cases} y_{zi}(k)=c_1{v_1}^k+c_2{v_2}^k, k\ge -2 \\ y_{zi}(-1)=c_1{v_1}^{-1}+c_2{v_2}^{-2}=2c1-4c2=6 \\ y_{zi}(-2)=c_1{v_1}^{-2}+c_2{v_2}^{-2}=4c1+16c2=36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=5 \\ c_2=1 \end{cases}$$

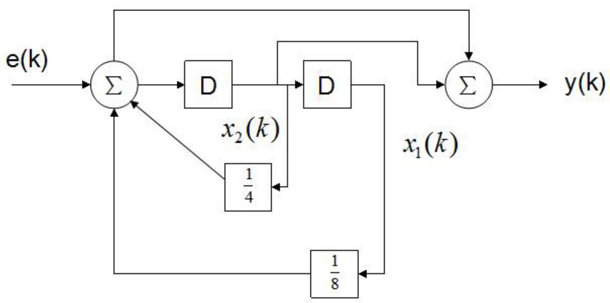
所以：$y_{zi}(k)=\left[5(\dfrac{1}{2})^k+(-\dfrac{1}{4})^k\right]\varepsilon(k+2)$，

$y_{zs}(z)=H(z)E(z)=\dfrac{z(z+1)}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{4})}\dfrac{z}{z-1}=\dfrac{-2z}{z-\frac{1}{2}}+\dfrac{-\frac{1}{5}z}{z+\frac{1}{4}}+\dfrac{\frac{16}{5}z}{z-1}$，所以有：

$y_{zs}(k)=\left[-2\left(\dfrac{1}{2}\right)^k-\dfrac{1}{5}\left(-\dfrac{1}{4}\right)^k+\dfrac{16}{5}\right]\varepsilon(k)$ ，

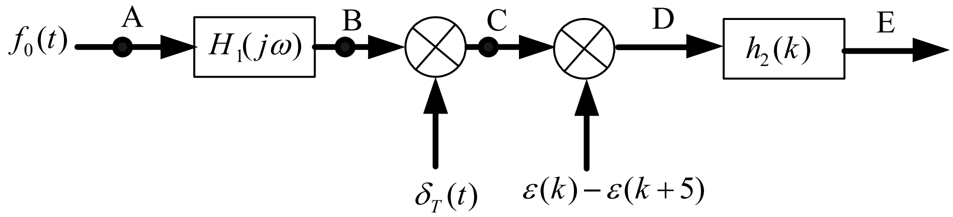
$y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)=\left[3(\dfrac{1}{2})^k+\dfrac{4}{5}(-\dfrac{1}{4})^k+\dfrac{16}{5}\right]\varepsilon(k)$。

2.



$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e(k),\quad y(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{5}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + e(k)。$$

三（**16** 分）所示，一信号 $f_0(t)$ 包含了有用信号 $s(t)$ 和干扰信号 $j(t)$，$f_0(t) = s(t) + j(t)$，其中：$s(t) = \cos 2\pi t + 0.5\cos 4\pi t$，$j(t) = 100\cos 6\pi t$，$T = 0.125$秒，$h_2(k) = \varepsilon(k) - \varepsilon(k-4)$，需要经过图示的各种处理。问题如下：



1、给出 A 点信号的幅度谱；

2、给出滤波器 $H_1(j\omega)$ 频域表达式，其应能有效去除干扰信号；

3、采样周期 T 为 0.125 秒时，通过 C 点是否可以恢复出 B 点信号；

4、 给出 C 点频谱；

5、画出 D 点时域波形；

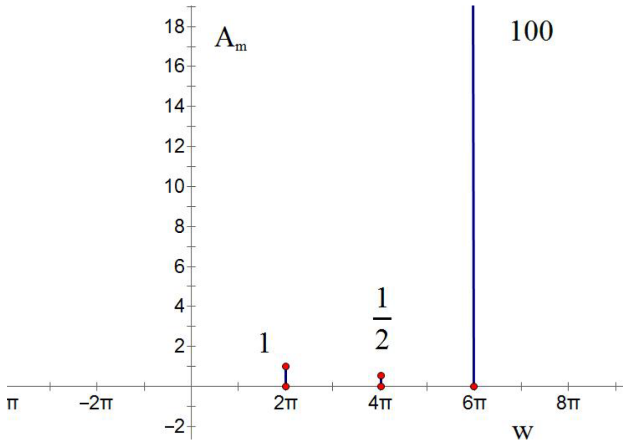
6、给出 E 点的时域表达式。

解：

1. $f_0(-1) = s(-1) + h(-1) = \cos 2\pi t + 0.5\cos 4\pi t + 100\cos 6\pi t$

$$F\{f_0(-1)\} = \pi\left[\delta(w+2\pi) - \delta(w-2\pi) + \tfrac{1}{2}(\delta(w+4\pi) - \delta(w-4\pi)) + 100\left[\delta(w+6\pi) - \delta(w-6\pi)\right]\right]$$

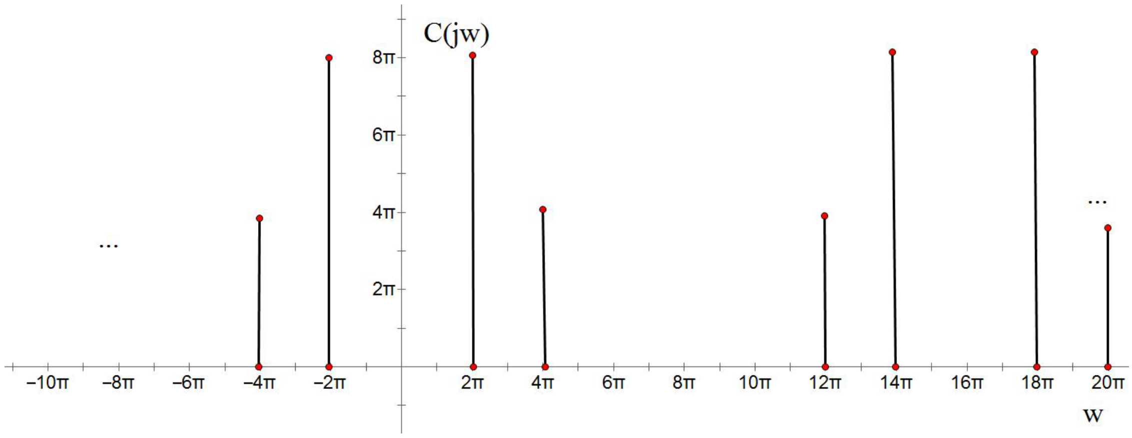
频谱图为：



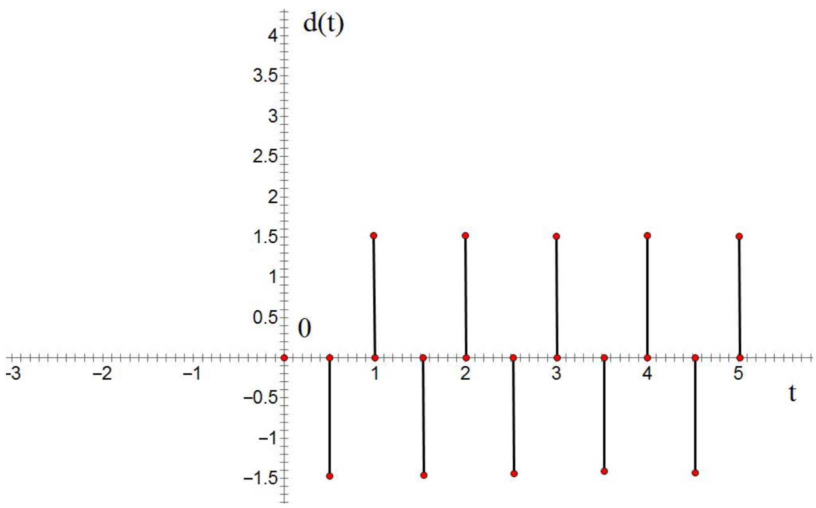
2. $H_1(jw)=\begin{cases} k,|w|<6\pi,(k\neq 0) \\ 0,其他 \end{cases}$

3. $T=0.125s \to f_s=8 \Rightarrow w_s=16\pi, w_m=4\pi, w_s>2w_m$,可以恢复

4.



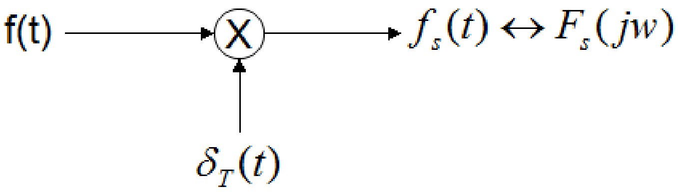
5. $d(t)=s(t)\bullet\delta_T(t)\bullet[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-5)]$，在$[0\sim 5]$的时间内，间隔 0.125s 时 $s(t)$ 为理想抽样



四．（12 分）请叙述并证明带限信号的理想抽样定理

解：

带限信号 $f(t) \leftrightarrow F(jw)$,



抽样周期 $T_s = \dfrac{2\pi}{w_s}$，当 $w_s > 2w_m$ 时，抽样不会发生混叠

经过低通滤波器 w_c， $w_m < w_c < w_s - w_m$ 恢复出原信号

证明：

$$f_s(t) = \frac{1}{2\pi} F(jw) * w_s \delta_{ws}(w) = \frac{1}{T} F(jw) * \delta_{ws}(w) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F\left[j(w - nw_s)\right]$$

证毕。