东南大学考试卷(A)

课程名称	线性代数	考试学期	06-07-3（上）	得分	
适用专业	非电类各专业	考试形式	闭卷	考试时间长度	120分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七
得分							

一. (18%)填空题（E表示单位矩阵）

1. 假设$\alpha=(1,3),\beta=(1,-1)$，则$\left(\alpha^T\beta\right)^{100}=$________________；
2. 矩阵$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$的逆矩阵$A^{-1}=$________________；
3. 若3×3矩阵$A=(\alpha,\beta,\gamma)$的行列式等于2，矩阵$B=(\beta,\gamma,\alpha)$，则矩阵$A+B$的行列式$|A+B|=$________________；
4. 齐次线性方程组$3x+2y-5z=0$的一个基础解系是________________；
5. 向量组$\alpha_1=(1,2,3,4)^T,\alpha_2=(2,-1,1,0)^T$, $\alpha_3=(1,-3,-2,-4)^T$，$\alpha_4=(3,1,4,1)^T$的一个极大线性无关组是________________；
6. 若矩阵$\begin{pmatrix}1&a\\2&b\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\0&-1\end{pmatrix}$合同，则参数$a,b$满足条件________________。

二. （12%）选择题

1. 假设A,B是同阶方阵，数$k\neq0$，则正确的命题是（　　　　　　）

（A） $|A+B|=|A|+|B|$；　（B）$|kA|=k|A|$；

（C） $r(A+B)=r(A)+r(B)$；　（D）$r(kA)=r(A)$。

2. 假设矩阵$A=\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}$，则**不**与$A$相似的矩阵为（　　　　　　）

（A）$\begin{pmatrix}1&0\\3&2\end{pmatrix}$；　（B）$\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$；　（C）$\begin{pmatrix}2&0\\3&1\end{pmatrix}$；　（D）$\begin{pmatrix}0&1\\3&2\end{pmatrix}$

3. 假设A,B都是非零矩阵且$AB=O$，则正确的命题是（　　　　　　）

（A）A的行向量组线性相关；　（B）B的行向量组线性相关；

（C）A,B的行向量组都线性相关；　（D）A,B的列向量组都线性相关。

学号______　姓名______

密 封 线

三．（16%）设线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+kx_3=4 \\ -x_1+kx_2-x_3=k^2 \\ x_1-x_2+2x_3=-4 \end{cases}$

1．参数 k 取何值时，线性方程组有唯一解？k 取何值时，方程组没有解？

2．当 k 取何值时，方程组有无穷多组解？当方程组有无穷多组解时，求其通解。

四．（16%）设 $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，$\Lambda=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，并且 $AP=P\Lambda$，求 A 及 A^{2008}。

五．（14%）已知向量$\eta=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$是矩阵$A=\begin{pmatrix}3&-1&2\\5&a&3\\-1&b&-1\end{pmatrix}$的一个特征向量。

1．求参数a,b的值，并求A的相应于特征向量η的特征值；

2．问：矩阵A是否相似于对角阵？说明你的理由。

六．（14%）已知矩阵$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$。求一正交矩阵$Q$使得$Q^TAQ$为对角阵；

七．（10%）假设n维实行向量$\alpha=(a_1,a_2,\cdots a_n),\beta=(b_1,b_2,\cdots b_n)$，矩阵$A=\alpha^T\beta$。

1．证明：A是对称矩阵当且仅当α,β线性相关；

2．当α,β线性相关时，求实数k的取值范围，使得$kE+A$是正定矩阵。