

东南大学考试卷 (A卷)

课程名称 高等数学B(下) 考试学期 12-13-3 得分

适用专业 选学高数B的各类专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 150 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

一、填空题 (本题共9小题, 每小题4分, 共36分)

1. 曲面 $x^2y + \ln(1+z) - \cos z = 1$ 在点 $(1, 2, 0)$ 处的切平面方程为

2. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x=2$ 处条件收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} (x-1)^{2n}$ 的收敛半径 $R =$

3. 将二次积分 $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ 转化为极坐标系下的二次积分

4. 设 L 为由原点 $O(0, 0, 0)$ 到点 $A(-2, -3, 6)$ 的直线段, 则曲线积分

$\int_L (x+y+z)^3 ds$ 之值为

5. 设圆周 $C: x^2 + y^2 = 1$, 取逆时针方向, 则曲线积分 $\oint_C -y dx + \frac{1}{3} x^3 dy =$

6. 已知 $(axe^{x^2} \cos y + y^3) dx + (bxy^2 - e^{x^2} \sin y) dy$ 为某函数 $u(x, y)$ 的全微分,

则 $a =$, $b =$

7. 向量场 $A = xyi + \cos(xy)j + \cos(xz)k$ 在点 $M(\frac{\pi}{2}, 1, 1)$ 处的散度 $\text{div} A|_M =$

8. 函数 $u = x^2yz$ 在点 $M_0(1, 1, 1)$ 处沿方向 $l = \{2, -2, 1\}$ 的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial l}|_{M_0} =$

9. 过点 $(0, 1, 2)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ 垂直相交的直线方程是

二、计算下列各题 (本题共5小题, 每小题7分, 满分35分)

1. 设方程 $z = \int_{\cos x^2}^{y^2} f(t) dt$ 确定了隐函数 $z = z(x, y)$, 其中 f 为连续函数, 求 $z = z(x, y)$ 的全微分.

2. 设 $z = \sin(xy) + \varphi(\frac{x}{y})$, 其中 $\varphi(u, v)$ 有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3. 计算二重积分 $\iint_D e^{x+y} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | |x| + |y| \leq 1\}$.

5. 计算积分 $\int_0^3 dy \int_0^{\sqrt{9-y^2}} dx \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) dz$.

4. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 2x$ 所围成的区域.

三、(本题满分8分) 计算第二型曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} x^3 dy \wedge dz + 2xz^2 dz \wedge dx + 3y^2(z-1) dx \wedge dy$$

其中 $\Sigma: z = 4 - x^2 - y^2 (0 \leq z \leq 4)$, 取下侧.

四、(本题满分7分) 计算第二型曲线积分

$$I = \oint_L (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz,$$

其中 L 是柱面 $x^2 + y^2 = a^2$ 与平面 $\frac{x}{a} + \frac{z}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的交线, 若从 z 轴的正向看去, L 取逆时针方向.

五、(本题满分8分) 求原点到曲线 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$ 的最长距离和最短距离.

六、(本题满分6分) 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_n}{u_n} = 1$, 如果级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 问级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 是否一定收敛? 若判断 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 一定收敛, 请证明. 若判断 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 不一定收敛, 请举例说明.