

Крива на Безие

Никола Георгиев, 4MI0600288

1. Теоретична част

1.1 Същност и цел на алгоритъма

Кривите на Bezier са параметрични криви, широко използвани в компютърната графика, CAD системи и анимация. Те се дефинират чрез набор от контролни и интервал (0,1). Контролните точки определят формата на кривата, като крива „следва“ тези точки, но не е задължително да преминава през всички тях, освен първата и последната.

Чрез кривите на Bezier можем да описваме гладка и контролирана форма, която е лесно модифицируема чрез преместване на контролните точки.

Често е необходимо да разглеждаме част от кривата. За параметър "с" частта на кривата, съответстваща на интервала (0,с) или (с,1), също е крива на Bezier. Subdivision (подразделяне) на кривата позволява да намерим новите контролни точки за тези части.

Идеята е проста: алгоритъмът на de Casteljau, който изчислява точките по кривата, автоматично генерира и новите контролни точки за лявото и дясното подразделение на кривата. Тези точки се извеждат от таблицата на алгоритъма, използвана за изчисление на кривата.

1.2 Алгоритъм на de Casteljau

Алгоритъмът на de Casteljau изчислява точка на кривата за дадена стойност на параметъра t чрез последователни линейни интерполации между контролни точки.

Нека имаме контролни точки (b_0, b_1, \dots, b_n). Поставяме $b_i^0 = b_i$ и изчисляваме новите точки рекурсивно:

$$b_i^r(t) = (1 - t) b_i^{r-1} + t b_{i+1}^{r-1}, \quad r = 1, \dots, n; i = 0, \dots, n - r$$

След като таблицата се попълни, точката на кривата при параметър t е $b_0^n(t)$.

1.3 Subdivision (Подразделяне)

Subdivision методът позволява да разделим кривата на две части за дадена стойност на c :

- Ляво подразделение: частта на кривата (0, c) се определя чрез точките по „хипотенузата“ на таблицата на de Casteljau.
- Дясно подразделение: частта на кривата (c, 1) се определя чрез точките по долния катет на таблицата.

Така получаваме нови контролните полигони за всяка част от кривата, без да се налага допълнително изчисление. Това е ефективен и стабилен метод за:

Разрязване на криви на Bezier.
Рисуване на части от кривата.
Анимации и графични приложения, където се изисква частично манипулиране на кривата.

2. Описание на приложението

2.1 Цел и функционалност

Приложението реализира интерактивно рисуване на криви на Bezier с `<canvas>` и JavaScript. Основните функционалности са:

- Добавяне на контролни точки чрез клик върху платното.
- Преместване на контролни точки чрез плъзгане с мишката.
- Визуализиране на кривата на Bezier чрез чекбокс „Show/Hide“.
- Бутон за стъпка назад (Undo) и бутон за започване отначало (Fresh).
- Слайдър позволява динамично показване на междинни точки по алгоритъма на de Casteljau.

2.2 Структура на кода

Основен клас на приложението съдържа:

- Списък с контролни точки `pts`.
- Параметър `t`, който определя позицията за визуализация на De Casteljau.
- Флаг `showBezier` за показване/скриване на кривата.
- Методи за рисуване:
 - `calc(p0, p1, t)` – линейна интерполация между две точки.
 - `dcs1j(t, pts)` – рекурсивно изчисление на точка на кривата.
 - `drawpts` и `drawLines` – визуализация на контролни точки и линии.
 - `drawBezierCurve` – чертаене на самата крива на Bezier.

Събития:

- `mousedown`, `mousemove`, `mouseup` – плъзгане на контролни точки.
- `click` – добавяне на нови точки.
- `input (slider)` – промяна на `t`.
- `change (checkbox)` – показване/скриване на кривата.
- `click (бутоните)` – изтриване на последна точка или на всички точки.

2.3 Визуализация

- Контролните точки са зелени.
- Линиите между контролните точки са зелени.
- Междинните точки, изчислени от алгоритъма на de Casteljau, са сини.
- Кривата на Bezier е червена и се показва само когато е активиран чекбоксът.

2.4 Интерактивна работа

1. Кликнете върху canvas, за да добавите точки.
2. Плъзнете точки с мишката, за да промените формата на кривата.
3. Активирайте чекбокс „Show/Hide“, за да видите кривата на Bezier.
4. Използвайте слайдера, за да наблюдавате междинните точки при различни стойности на `t`.
5. Бутоните „Fresh“ и „Back“ позволяват изчистване на всички точки или изтриване на последната точка.

2.5 Заключение

Приложението демонстрира интерактивното използване на алгоритъма на de Casteljau и subdivision метода за криви на Bezier. С него се илюстрират както контролните полигони, така и междинните точки, което прави процеса на обучение и визуализация ясен и интуитивен.

Изготвеното приложение цели да онагледя subdivision алгоритъма и прилагането му. То е web базирано. Написано е изцяло с web технологии – HTML, CSS, JavaScript. Приложението е интерактивно. Включва лесен за използване потребителски интерфейс.

Приложението предоставя визуализация на получените от subdivision и de Casteljau контролни точки и контролни полигони.

С клик върху бялото платно потребителят може да поставя произволно контролни точки, необходими за построяване на криви на Bezier. В случай на допусната грешка може да бъде премахната последната поставена точка или цялото платно да бъде изчистено.

Визуализацията на кривата на Bezier се контролира от checkbox-ът под бутоните. В случай че потребителят е скрил кривата, се показват единствено контролните точки и полигони. Отношението, в което отсечките, образуванни между две съседни контролни точки, може да се регулира от slider-a най-долу в екрана. По-подробно делението е в отношение 1:1.

2.6 Приложени снимки от апликацията



