

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Декември

№ 3

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Ако $M(-3; 2)$ и $N(3; -2)$, то координатите на вектор с представител \overrightarrow{MN} са:
A) $(6; -4)$ B) $(-9; -4)$ C) $(0; 0)$ D) $(4; 6)$
2. Първата производна на функцията $y = \frac{2x - 3}{5x + 1}$ е:
A) $\frac{17}{5x + 1}$ B) $\frac{20x - 13}{(5x + 1)^2}$ C) $\frac{17}{(5x + 1)^2}$ D) $\frac{2}{5}$
3. В пространството НЕ е определена единствена равнина от:
A) три точки, които не лежат на една права
B) две различни прости, които имат обща точка
C) права и точка, която не лежи на нея
D) права и точка, която лежи на нея
4. Даден е $\triangle ABC$ с върхове $A(-2; -3)$, $B(5; -2)$ и $C(-1; 4)$. Колко е косинусът на $\angle A$?
A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{14}{25}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{50}$
5. За правите с уравнения $y = \frac{2}{5}x - 10$ и $4x - 10y - 10 = 0$ е вярно, че:
A) съвпадат B) са успоредни
C) са перпендикуляри D) се пресичат
6. Числото 2022 е равно на:
A) $11111100010_{(2)}$ B) $12310_{(6)}$ C) $2202220_{(3)}$ D) $222022_{(3)}$
7. Напишете уравнението на парабола с директриса $x = -5$ и фокус $F(5; 0)$.
A) $y = 20x^2$ B) $y^2 = 20x$ C) $y^2 = 10x$ D) $y^2 = 5x$

8. Даден е правилен тетраедър. Косинусът на двустепенния ъгъл между основата и околната му стена е:
- A) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
9. Колко сфери могат да се построят през 12 точки, ако 5 от тях лежат в една равнина?
- A) 489 Б) 491 В) 490 Г) 495
10. Лицето на триъгълник с върхове $A(-2; -3)$, $B(5; -2)$ и $C(-1; 4)$ е:
- A) 48 Б) $24\sqrt{2}$ В) $88\sqrt{10}$ Г) 24
11. Нормалният вид на многочлена $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^4$ е:
- A) $x^8 - 4x^5 + 6x^2 - 4x^{-1} + x^{-4}$ Б) $x^8 + 4x^5 + 6x^2 + 4x^{-1} + x^{-4}$
 Б) $x^8 - 4x^5 + 6x^2 - 4x + 1$ Г) $x^8 + 4x^6 - 6x^2 + 4x^{-1} - x^{-4}$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{2x}$ е равна на:
- A) $\frac{1}{e^6}$ Б) e^{-3} В) e^3 Г) e^6
13. Ако полиномът $A(x) = x^5 + x^3 + 2$ се дели на полинома $B(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 - 2x - b$, то произведението от коефициентите на $B(x)$ е:
- A) 2 Б) -8 В) 6 Г) 8
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{7}{5} + \frac{9}{5} + \dots + \frac{2n+3}{5}}{\frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \dots + \frac{2n-1}{3}}$ е равна на:
- A) 0 Б) $1\frac{2}{3}$ В) 0,6 Г) ∞
15. Първата производна на функцията $y = \sqrt{\sin x \cdot \cos x}$ е:
- A) $\frac{\sqrt{2} \cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$ Б) $\frac{1}{2\sqrt{\sin x \cdot \cos x}}$ В) $\sqrt{-\sin x \cdot \cos x}$ Г) $\frac{\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Сборът на първите пет члена на безкрайно намаляваща геометрична прогресия е 372, а сборът на членовете с четни номера е два пъти по-малък от събира на членовете с нечетни номера. Да се намери прогресията.
17. Да се докаже, че редицата, дефинирана с равенствата $a_1 = \frac{17}{9}$ и $a_n = \sqrt{a_{n-1} + 2}$, е сходяща.

Изпитен вариант №3

18. Всички ръбове на правилна триъгълна призма $ABC A_1 B_1 C_1$ имат дължина p . Точките M и N лежат съответно върху отсечките AB_1 и BC_1 така, че $AM : MB_1 = 3 : 2$ и $BN : NC_1 = \frac{2}{3}$.
- а) Да се докаже, че MN е ос-отсечка на кръстосаните прости AB_1 и BC_1 ;
- б) Да се намери дълчината на MN .