

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Януари

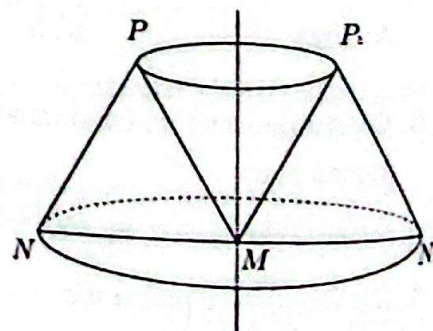
Nº 7

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

- Косинусът на ъгъла между векторите $\vec{a}(3; 2)$ и $\vec{b}(2; -1)$ е:
А) $\frac{4\sqrt{65}}{65}$ Б) $\frac{\sqrt{13}}{5}$ В) $\frac{5}{13}$ Г) $\frac{4}{3}$
- В $\triangle ABC$ уравнението на правата AB е $3x + 4y - 4 = 0$, а върхът C има координати $(2; 2)$. Дължината на височината CH е:
А) 2 Б) 10 В) 14 Г) $\frac{4}{3}$
- Обемът на правилна шестоъгълна призма, изразен чрез нейния основен ръб a и лицето на околната повърхнина S , е:
А) aS Б) $\frac{aS}{6}$ В) $\frac{aS\sqrt{3}}{4}$ Г) $\frac{aS\sqrt{3}}{8}$
- Отношението на лицето на повърхнината S_1 и лицето на околната повърхнина S на конус с ъгъл на основното сечение 120° е:
А) $\frac{3}{2}$ Б) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ В) 1 Г) $1+\sqrt{3}$
- Стойността на полинома $A(x) = x^{2022} - x^{2021} + x^{2020} + \dots + (-1)^{2020}x^2 + (-1)^{2021}x + (-1)^{2022}$ за $x = 1$ е:
А) 2023 Б) 0 В) -1 Г) 1
- Коефициентът на едночлена в развитието на бинома $\left(\sqrt[3]{x^4} + \frac{2}{\sqrt[6]{x^5}}\right)^{13}$, който не съдържа x , е:
А) 9.11.13.512 Б) 13.12.11.256 В) 9.11.13.256 Г) 9.11.13
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ е равна на:
А) 0 Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{3}{2}$ Г) -1

8. Втората производна на $f(x) = x^2 \sin x$ е:
 А) $-2 \sin x$ Б) $2x \sin x + x^2 \cos x$
 В) $(2 - x^2) \sin x + 4x \cos x$ Г) $(2 + x^2) \sin x - 4x \cos x$
9. Ако допирателната към графиката на функцията $f(x) = -x^2 + x + 1$ в точка M сключва с положителната посока на абсцисната ос ъгъл 45° , то координатите на точка M са:
 А) (1; 1) Б) (1; 0) В) (3; -1) Г) (0; 1)
10. Функцията $y = \frac{x+2}{x-3}$ намалява за всяко реално число, което принадлежи на:
 А) $(-\infty; +\infty)$ Б) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ В) $(-\infty; 3)$ Г) $(3; +\infty)$
11. Абсцисите на инфлексните точки на функцията $y = x^4 - 3\frac{1}{3}x^3 + 1\frac{1}{2}x^2 + 5x + 1\frac{1}{3}$ са:
 А) $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{2}$ Б) $\frac{1}{12}$ и $\frac{3}{4}$ В) $-\frac{3}{2}$ и $-\frac{1}{6}$ Г) $\frac{1}{6}$ и $\frac{3}{2}$
12. Колко различни равнини минават през 10 точки, никон три от които не лежат в една равнина?
 А) 45 Б) 120 В) 1 Г) 210
13. Най-малката стойност на функцията $y = \frac{2 + \sin x}{5}$ за $x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$ е:
 А) $\frac{4 + \sqrt{3}}{10}$ Б) $\frac{1}{5}$ В) $\frac{3}{5}$ Г) $\frac{4 - \sqrt{3}}{10}$
14. Координатите на центъра и дължината на радиуса на окръжността $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ са:
 А) (-2; 3), 4 Б) (2; -3), 4 В) (-2; 3), 5 Г) (2; -3), 5
15. Равностранен $\triangle MNP$ се завърта около права, която минава през върха M и е перпендикулярна на страната MN . Отношението между лицата на повърхнините на фигурите, описани съответно от страните му MN , NP и MP , е:
 А) 3 : 1
 Б) 11 : 4
 В) 2 : 3 : 1
 Г) 4 : 11 : 4



ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Определете интервалите на растеж на функцията $y = x^2 - |x - 1|$.
17. Дадена е функцията $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2px^2 + 3p^2x + p - 1$, където p е реален параметър. Намерете стойностите на параметъра p , за който $f'(2) + f''(1) \leq 21$. За най-малката от получените стойности на параметъра p изследвайте функцията и постройте графиката ѝ.
18. Вторият член на безкрайно намаляваща геометрична прогресия е 6, а сборът на членовете ѝ е 8 пъти по-малък от сбора на квадратите на тези членове. Да се намери прогресията.