

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Март

№ 13

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Дадени са векторите $\vec{a}(2; 3)$, $\vec{b}(3; 6)$ и $\vec{c}(-1; 3)$. За коя стойност на реалното число m , векторът $\vec{a} + m\vec{b}$ е колинеарен на вектора \vec{c} ?

A) $\frac{3}{5}$

Б) $-\frac{3}{5}$

В) $-\frac{5}{3}$

Г) $\frac{3}{5}$

2. За $\triangle ABC$ с върхове $A(3; 2)$, $B(7; 5)$, $C(2; 7)$ дължината на височината през върха C е:

A) $\frac{27}{4}$

Б) $\frac{31}{3}$

В) $\frac{39}{5}$

Г) $\frac{23}{5}$

3. Дадени са параболите $y = x^2 - 5x + 7$ и $y = -x^2 + 5x - 5$. Уравнението на правата, която минава през пресечните точки на двете параболы, е:

A) $y = 2$

Б) $y = 1$

В) $y = 21$

Г) $y = x + 1$

4. Едночленът в развитието на бинома $\left(x + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$, който съдържа x^0 , е:

A) 252

Б) 90

В) 63

Г) 45

5. Броят на нулите на полинома $P(x) = (2x + 1)^4 + (2x + 1)^3 + 2x + 2$ е:

A) 4

Б) 3

В) 2

Г) 0

6. Правилна триъгълна призма има основен ръб 3 cm и околен ръб 2 cm. Диаметърът на описаната сфера около призмата е:

A) $2\sqrt{3}$ cm

Б) 2 cm

В) 4 cm

Г) $\sqrt{7}$

7. Локалните екстремуми на функцията $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ са:

A) $y_{\min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ и $y_{\max} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$

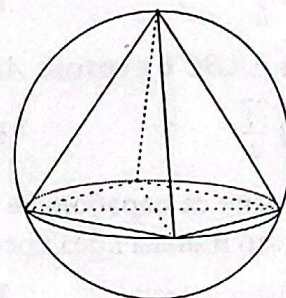
Б) $y_{\min} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ и $y_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

В) $y_{\min} = -2\sqrt{3}$ и $y_{\max} = 2\sqrt{3}$

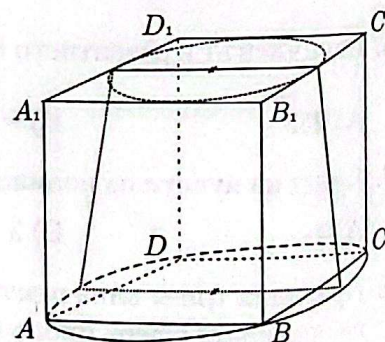
Г) $y_{\min} = -2 + \sqrt{3}$ и $y_{\max} = -2 - \sqrt{3}$

8. Абсолютните екстремуми на функцията $y = -\sin^2 x + \sin x + \frac{1}{2}$ за $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ са:
- А) $y_{\min} = \frac{1}{2}$ и $y_{\max} = \frac{3}{4}$ Б) $y_{\min} = -\frac{1}{2}$ и $y_{\max} = \frac{3}{4}$
 В) $y_{\min} = \frac{1}{4}$ и $y_{\max} = \frac{1}{2}$ Г) $y_{\min} = -\frac{3}{4}$ и $y_{\max} = \frac{1}{4}$
9. Координатите на инфлексните точки на функцията $y = x^4 - x^2 + 1$ са:
- А) $(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}; \pm \frac{31}{36})$ Б) $(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}; 31)$ В) $(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{31}{36})$ Г) $(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{31}{36})$
10. През средата на височината на прав кръгов конус е построено успоредно сечение. То е горната основа на цилиндър, а долната му основа лежи в основата на конуса. Обемът на цилиндъра се отнася към обема на конуса, както:
- А) 1 : 8 Б) 3 : 4 В) 1 : 4 Г) 3 : 8

11. В сфера с радиус 5 cm е вписана правилна четириъгълна пирамида, за която центърът на сферата е вътрешна точка. Намерете обема на пирамидата, ако радиусът на окръжността, описана около основата ѝ, е 3 cm.
- А) 162 cm³
 Б) 54 cm³
 В) 13,5 cm³
 Г) 27 cm³



12. Даден е куб с ръб 1. Горната основа на пресечен конус е вписана в горната основа на куба, а долната основа е описана около долната основа на куба. Лицето на околната повърхнина на пресечения конус е:



- А) $\frac{\pi}{4} \sqrt{17 + 11\sqrt{2}}$ Б) $\pi \sqrt{13 + 8\sqrt{2}}$ В) $\frac{\pi}{4} \sqrt{13 + 8\sqrt{2}}$ Г) $\frac{\pi}{4} \sqrt{29 - 20\sqrt{2}}$
13. Материална точка се движи по закона $S(t) = \frac{2}{3}t^3 + t^2 - 2t + 2$. Колко е изминатия път в момента t , когато скоростта е $V = 10$ m/s?
- А) $\frac{14}{3}$ Б) $\frac{22}{3}$ В) 23 Г) 21

14. За коя стойност на параметъра m функцията $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}, & x \neq \frac{\pi}{4} \\ 3\sqrt{2}m, & x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$ е непрекъсната за всяко x ?

А) $-\frac{1}{6}$

Б) $\frac{1}{6}$

В) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

Г) $-\frac{\sqrt{2}}{6}$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx}$ е равна на:

А) $e^{\frac{m}{k}}$

Б) e^{km}

В) e^{-km}

Г) $e^{\frac{k}{m}}$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Решете неравенството $(x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 1) \leq 5$ и намерете броя на целите му решения.
17. Дадена е правилна триъгълна пирамида с двустепенен ъгъл при основата α и ъгъл между околните ръбове γ .
- а) Докажете, че $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$.
- б) От центъра на основата към околна стена е построен перпендикуляр с дължина $\sqrt{6}$. Ако $\gamma = 90^\circ$, намерете височината на пирамидата.
18. Дадена е функцията $f(x) = ax^3 + bx + c$. Да се намерят коефициентите a, b и c , ако при $x = 0$ функцията има локален максимум равен на 2, при $x = 2$ има локален минимум и при $x = 1$ приема стойност 0.