

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Декември

Nº 4

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Кое твърдение е вярно?

- А) Всеки два колинеарни вектора са линейно независими.
- Б) Всеки три компланарни вектора са линейно зависими.
- В) Всеки два ненулеви вектора образуват векторна база в равнината.
- Г) Всеки три вектора образуват векторна база в пространството.

2. За векторите $\vec{a}(2; 3)$ и $\vec{b}(1; -2)$ стойността на скаларното произведение $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 2\vec{b})$ е:

- А) (0; 7) Б) (3; 8) В) $\sqrt{65}$ Г) 7

3. В $\triangle ABC$ $A(3; 5)$, $B(9; 3)$, $C(5; 8)$ точката M е средата на AB . Декартовото уравнение на медианата CM е:

- А) $y = 4x - 28$ Б) $y = -4x - 28$ В) $y = -4x + 28$ Г) $y = 4x + 28$

4. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+10}-2}{x+2}$ е:

- А) $+\infty$ Б) $\sqrt{3}$ В) $\frac{3}{4}$ Г) -1

5. За допустимите стойности на x , първата производна на функцията $y = \frac{\sin x}{x}$ е:

- А) $\frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2}$ Б) $\cos x$ В) $\frac{\cos x}{x} + \frac{\sin x}{x}$ Г) $\frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x}$

6. За допустимите стойности на x , първата производна на функцията $y = \sqrt{(x+1)^3}$ е:

- А) $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ Б) $\frac{3}{2\sqrt{x+1}}$ В) $\frac{3}{2}\sqrt{x+1}$ Г) $\frac{1}{2\sqrt{(x+1)^3}}$

7. Разстоянието от върха на пирамида с височина h до успоредното на основата сечение, с лице $\frac{4}{9}$ от лицето на нейната основа, е:

- А) $\frac{4}{9}h$ Б) $\frac{3}{2}h$ В) $\frac{2}{3}h$ Г) $\frac{1}{3}h$

8. Правоъгълен триъгълник с катети 5 cm и 12 cm се върти около по-малкия катет. Лицето на повърхнината на полученото ротационно тяло е:
 А) $300\pi \text{ cm}^2$ Б) $600\pi \text{ cm}^2$ В) $156\pi \text{ cm}^2$ Г) $209\pi \text{ cm}^2$
9. Сборът от коефициентите в нормалния вид на полинома $P(x) = (x^9 - 8x^6 - 1)^n(x^9 + 8x^6 - 1)^n$ е:
 А) -2^{6n} Б) 2^{6n} В) $(-1)^n 2^6$ Г) $(-1)^n 2^{6n}$
10. Намерете коефициента пред x^6 в нормалния вид на полинома $(2x + 3)^8$.
 А) $C_8^6 2^2 3^6$ Б) $28 \cdot 2^6 \cdot 3^2$ В) $70 \cdot 16 \cdot 81$ Г) $56 \cdot 2^3 \cdot 3^5$
11. Границата на редицата с общ член $a_n = \frac{\sqrt{n} + 3n}{2\sqrt{3} - 4n}$, където $n \rightarrow \infty$, е:
 А) 0 Б) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ В) $\frac{3}{4}$ Г) $-\frac{3}{4}$
12. Безкрайната периодична десетична дроб $0,58(3)$ е равна на обикновената дроб:
 А) $\frac{7}{12}$ Б) $\frac{583}{1000}$ В) $\frac{11}{12}$ Г) $\frac{29}{50}$
13. Ако лицето на основата на цилиндър се отнася към лицето на основото сечение както $\pi : 4$, то косинусът на ъгъла между диагоналите на основото му сечение е:
 А) 1 Б) 0 В) $\frac{3}{5}$ Г) $\frac{4}{5}$
14. Основата на права призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ е ромб със страна $2\sqrt{3}$ cm и $\angle BAD = 60^\circ$. Ако лицето на околната стена е 6 cm^2 , то ъгълът между равнините (BDC_1) и (ABC) е:
 А) 30° Б) 45° В) 60° Г) 90°
15. За кои стойности на a и b полиномът $P(x) = ax^{100} - bx^{99} - 1$ се дели на $(x - 1)^2$?
 А) $a = 100, b = 99$ Б) $a = 101, b = -100$
 В) $a = -99, b = -100$ Г) $a = b = -100$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Да се намерят стойностите на параметъра a , за които функцията
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x} - 3}{\sqrt{x+6} - \sqrt{2x+3}}, & x \in [0; 3) \cup (3; +\infty) \\ a^2 - 4a, & x = 3 \end{cases}$$
- е непрекъсната.

17. Да се докаже, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ е изпълнено равенството:
- $$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}.$$

18. Дадена е правилна четириъгълна пирамида с основен ръб a . Околният ръб сключва с височината на пирамидата ъгъл с мярка 30° .

а) Да се намери обемът на пирамидата.

б) Да се построи сечението на пирамидата с равнина, минаваща през връх на основата и перпендикулярна на противоположния околн ръб.

в) Да се намери лицето на полученото сечение.