

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

№ 9

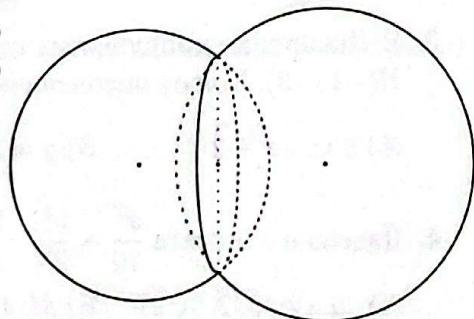
Февруари

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Дадени са векторите $\vec{a}(3; -2)$ и $\vec{b}(-4; 1)$. Координатите на вектор $2\vec{a} + 3\vec{b}$ са:
A) (6; 1) B) (-6; 1) C) (-6; -1) D) (18; -1)
2. Декартовото уравнение на правата, минаваща през точка $M(4; -1)$ и успоредна на правата $x - y + 3 = 0$, е:
A) $y = -x + 3$ B) $y = x - 5$
B) $y = x + 5$ C) $y = x + 4$
3. В колко прави се пресичат 10 равнини, четири от които минават през една права и две са успоредни?
A) 38 B) 40 C) 39 D) 45
4. Остатъкът при деление на полинома $P(x) = 2x^5 + x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 2x - 3$ с $x + 2$ е:
A) -3 B) 0 C) 69 D) 5
5. Коефициентът пред x^3 в нормалния вид на полинома $(x - 1)^6$ е:
A) -6 B) 15 C) -20 D) -15
6. Границата на редицата с общ член $a_n = \frac{3n^2 + 2n + 4}{n^3 - 1}$ за $n \rightarrow \infty$ е:
A) 3 B) 2 C) 4 D) 0
7. Петата производна на функцията $f(x) = \frac{1}{x+1}$ е:
A) $24(x+1)^{-5}$ B) $-5!(x+1)^{-6}$ C) $5!(x+1)^{-6}$ D) $-5!(x+1)^6$
8. Дадена е функцията $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$. Уравнението на допирателната към графиката ѝ в точка $M(2; 5)$ е:
A) $y = 3,5x - 3$ B) $y = 3,5x + 12$ C) $y = 3x - 1$ D) $y = 3,5x - 2$
9. Функцията $y = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}$ е изпъкнала в интервалите:
A) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$ B) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$
B) $(-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$ C) $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

10. Материална точка се движи по закона $S(t) = t^3 + t + 1$ (в метри). Моментът t (в секунди), в който ускорението е равно на 9 m/s^2 , е:
- A) $\frac{3}{4}$ Б) $\frac{47}{8}$ В) $\frac{3}{2}$ Г) $2\sqrt{\frac{2}{3}}$
11. Най-малката стойност на функцията $y = \frac{3 - \sin x}{2}$ за $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ е:
- A) $\frac{6 - \sqrt{3}}{4}$ Б) $\frac{3}{2}$ В) 1 Г) $\frac{6 + \sqrt{2}}{4}$
12. Намерете координатите на фокусите на елипсата $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.
- A) $(-10; 0), (10; 0)$ Б) $(-6; 0), (6; 0)$
B) $(0; 8), (0; -8)$ Г) $(-8; 0), (8; 0)$
13. Основният ръб и височината на правилна четириъгълна пирамида са с дължина 4 см. Радиусът на описаната около пирамидата сфера е:
- A) 6 см Б) $3\sqrt{2}$ см В) 4 см Г) 3 см
14. Ако точка M е на разстояние 13 см от върховете на равностранния $\triangle ABC$ и е на разстояние 5 см от равнината на този триъгълник, то страната на $\triangle ABC$ е:
- A) 6 см Б) 12 см В) 18 см Г) $12\sqrt{3}$ см
15. Ако радиусите на две сфери са 8 и 7 и разстоянието между центровете им е 5, дължината на сечението на сферите е:
- A) $8\pi\sqrt{3}$
Б) 4π
В) $2\pi\sqrt{3}$
Г) $4\pi\sqrt{3}$



ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Да се изследва функцията $y = \frac{x+2}{x-3}$ и да се построи графиката ѝ.
17. Сборът на първите два члена на безкрайно малка геометрична прогресия с положителни членове е 135, а сборът ѝ е 243. Пресметнете $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + \frac{17}{4}b}{x-2}$, ако a и b са съответно третият и петият член на прогресията.
18. Правоъгълният трапец $ABCD$ с острър ъгъл α ($AB \parallel CD, AD \perp AB$), в който може да се впише окръжност с радиус r , е завъртян около малката си основа. Намерете обема на полученото ротационно тяло.