

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Януари

N^o 5

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Уравнението на окръжност, която се допира до абсцисната ос и е с център точка $M(3; 1)$, е:
А) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$
Б) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$
В) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$
Г) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$
2. Коя от дадените прави не минава през точката $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{7}\right)$?
А) $y = \frac{3}{7}$
Б) $y = \frac{9}{7}x$
В) $3x + 7y - 1 = 0$
Г) $2x + y - \frac{23}{21} = 0$
3. Коя от дадените прави е успоредна на правата $5x - 3y - 11 = 0$?
А) $-5x + 3y - 5 = 0$
Б) $3x = y$
В) $3x - 5y - 11 = 0$
Г) $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y - 15 = 0$
4. В пространствена Декартова координатна система (O, x, y, z) са дадени векторите $\vec{m} = (3; 2; 1)$, $\vec{n} = (2; 3; -1)$. Намерете $\vec{m} \cdot \vec{n}$.
А) 24
Б) 13
В) 11
Г) -1
5. Правоъгълен трапец е завъртян на 360° около малкото си бедро в равнина, перпендикулярна на основите. Ако голямата основа и по-голямото бедро имат дължина 5 cm, а малкото бедро е 4 cm, намерете обема на полученото ротационно тяло в cm^3 .
А) $\frac{196}{3}\pi$
Б) 52π
В) 35π
Г) $\frac{76}{3}\pi$
6. Даден е куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ръб 6 cm. Разстоянието от върха B_1 до равнината (A_1, B, C_1) е:
А) $3\sqrt{2}$ cm
Б) $2\sqrt{3}$ cm
В) $3\sqrt{3}$ cm
Г) $6\sqrt{3}$ cm
7. Намерете $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-3)^2 + 3n - 1}{4n^2 + 5}$.
А) -0,2
Б) 1,25
В) 0,2
Г) 0,25

8. Намерете $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{11-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+2}}$.
- А) $-\frac{2}{3}$ Б) $\frac{9}{2}$ В) $\frac{4}{3}$ Г) 2
9. Функцията $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}}$ е производна на функцията:
- А) $f(x) = \sqrt{x^2-5} + 1$ Б) $f(x) = \frac{-5}{x^2-5}$
 В) $f(x) = (x^2-5)^{\frac{2}{3}}$ Г) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-5}} - 1$
10. Тяло се движи по закона $s(t) = \frac{5t}{t+1}$, където t е времето в секунди. Скоростта на тялото в края на 4-тата секунда е:
- А) 5 m/s Б) 4 m/s В) 0,2 m/s Г) 0,1 m/s
11. Решенията на неравенството $7^{2x} - 7^{x+1} > 18$ са:
- А) $x \in (-\infty; -2) \cup (9; +\infty)$ Б) $x \in (0; +\infty)$
 В) $x \in (\log_7 9; +\infty)$ Г) $x \in (9; +\infty)$
12. Броят на корените на уравнението $\log_{x+1}(x^2-x) = \log_{x+1}(3x-2) + \log_{x+1}(x+2)$ е:
- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 4
13. В школа по бойни изкуства за обучение по карате се записали 24 ученици, по таекуондо – 35 и по джудо – 41. От записаните 6 ще тренират и трите спорта, 10 – само таекуондо, 14 – само карате и 16 – само джудо. Каква е вероятността ученик да не тренира джудо, но да тренира карате и таекуондо?
- А) $\frac{2}{67}$ Б) $\frac{19}{67}$ В) $\frac{2}{26}$ Г) $\frac{21}{67}$
14. Монета е хвърлена 7 пъти. Вероятността да се падне "Ези" от 3 до 6 пъти е:
- А) $\frac{23}{128}$ Б) $\frac{77}{128}$ В) $\frac{49}{64}$ Г) $\frac{105}{128}$
15. Вероятността за събъждане на събитие A при всеки от n независими опита е $p = \frac{1}{32}$. Определете най-вероятния брой събъждания на A , ако $n = 4096$.
- А) 1024 Б) 512 В) 256 Г) 128

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. В правоъгълна координатна система са дадени точките $A(4; -2)$, $B(2; 6)$ и $C(0; 4)$.
- а) Напишете общото уравнение на правата AB и на симетралата на отсечката AB .
 - б) Намерете координатите на центъра на описаната около триъгълник ABC окръжност и напишете уравнението ѝ.
 - в) Напишете уравнението на правата на Ойлер за $\triangle ABC$.
17. Дадени са функциите $y = 2^x$, $y = 2^{-(x+1)}$ и $y = 4$. Намерете лицето на фигурата (в кв. м. ед.), върховете на която са пресечните точки на графиките на трите функции.
18. Дадена е функцията $f(x) = 4x^4 - x^3 + 5x^2 - 7$.
- а) Намерете допирателната към графиката на функцията в точка $x = -0,5$.
 - б) Намерете интервалите на монотонност и определете функцията има ли инфлексни точки.