

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Март

№ 12

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Дадени са векторите $\vec{a}(-1; 5)$ и $\vec{b}(-7; -3)$. Дължината на вектор $\vec{a} - \vec{b}$ е:
- А) 8 Б) $2\sqrt{10}$ В) $2\sqrt{17}$ Г) 10

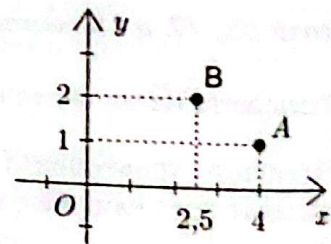
2. Уравнението на окръжност с център $C(2; 3)$ и радиус 5 е:

А) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$
Б) $x^2 + y^2 + 4x + 6y = 25$

В) $x^2 + y^2 + 2xy = 25$
Г) $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 25$

3. Коя права минава през точките А и В?

А) $x + 3y + 5 = 0$
Б) $2x + 3y - 11 = 0$
В) $2x + 3y - 21 = 0$
Г) $2x + 3y + 10 = 0$



4. Намерете шестия член в развитието на бинома $(y^{\frac{1}{5}} + x^{\frac{1}{2}})^n$, ако коефициентът на предпоследния член е 10.

А) $252xy^{\frac{5}{2}}$ Б) $126x^{\frac{5}{2}}y$ В) $252x^{\frac{5}{2}}y$ Г) $125x^5y^5$

5. Полиномът $P(x) = x^5 + bx^4 + 4x^2 + 2x - 1$ има остатък 27 при деление на $x + 2$. Стойността на b е:

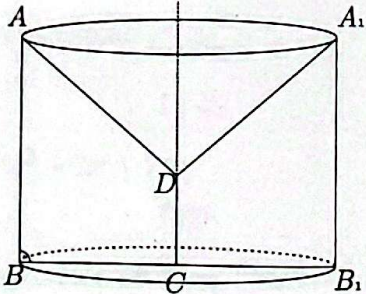
А) -3 Б) 1 В) 3 Г) 4

6. Материална точка се движи по закона $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + t - 1$ (в метри). При каква стойност на t (в секунди) скоростта на точката е $V = 7$ m/s?

А) 4 Б) 1 В) 2 Г) 3

7. В правилна шестоъгълна пирамида с основен ръб $a = 1$ cm и околн ръб $l = 2$ cm е построено сечение, което минава през най-големия диагонал на основата и е перпендикулярно на нея. Лицето на това сечение в квадратни дециметри е:

А) 3 Б) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ В) $\frac{\sqrt{3}}{200}$ Г) $\frac{\sqrt{3}}{100}$

8. За функцията $f(x) = \frac{1+2\sqrt{x}}{1-2\sqrt{x}}$ стойността на $f'(9)$ е:
- А) $-1\frac{2}{5}$ Б) $\frac{2}{75}$ В) $1\frac{2}{5}$ Г) $-\frac{2}{15}$
9. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}(4x - \pi)}{2x - \frac{\pi}{2}}$ е равна на:
- А) $\frac{1}{2}$ Б) -2 В) 2 Г) 4
10. Функцията $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{4}x^2 - 7x + 5$ е растяща в интервала:
- А) $(-\infty; 2) \cup (3; 5; +\infty)$ Б) $(4; 7)$
 В) $(2; 3; 5)$ Г) $(-3; 5; -2)$
11. Реалните стойности на параметъра a , за които функцията $y = x^4 + 2ax^3 + 6ax^2 - 60x + 18a$ е изпъкнала за всяко x , са:
- А) $(0; 4)$ Б) $(0; 1)$ В) $(1; 4)$ Г) $(-4; 0)$
12. За коя стойност на параметъра a функцията $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 2a + 4, & x = 3 \end{cases}$ е непрекъсната за всяко x ?
- А) -1 Б) 0 В) 1 Г) 2
13. Правоъгълен трапец $ABCD$ с основи $AB = 4CD$, височина h и остър ъгъл α е завъртян около малката си основа. Обемът на полученото тяло е:
- А) $4\pi h^3 \cotg \alpha$
 Б) $\pi h^3 \operatorname{tg} \alpha$
 В) $\pi h^3 \cotg 2\alpha$
 Г) $\pi h^3 \cotg \alpha$
- 
14. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = 8 \sin x \cos^2 \frac{x}{2}$ за $x \in [0; \pi]$ е:
- А) 0 Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Г) $3\sqrt{3}$
15. Прав кръгов конус е вписан в сфера с радиус R . Ако ъгълът между образувателната и височината на този конус е α , то лицето на повърхнината му е:
- А) $8\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha$ Б) $8\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$
 В) $8\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$ Г) $4\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Дадена е функцията $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x + 1$.
- а) Намерете стойностите на a и b , за които функцията има локални екстремуми при $x = 2$ и $x = 3$;
 - б) За получените стойности на a и b намерете уравнението на допирателната към графиката на функцията в точка с абсциса 4.
17. Решете уравнението $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 4 = 0$.
18. Даден е куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Разстоянието между AB_1 и BC_1 е равно на d . Намерете обема на куба.