

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Декември

№ 3

**ЧАСТ 1** (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Ако  $M(-3; 2)$  и  $N(3; -2)$ , то координатите на вектор с представител  $\overrightarrow{MN}$  са:  
А)  $(6; -4)$       Б)  $(-9; -4)$       В)  $(0; 0)$       Г)  $(4; 6)$
2. Първата производна на функцията  $y = \frac{2x - 3}{5x + 1}$  е:  
А)  $\frac{17}{5x + 1}$       Б)  $\frac{20x - 13}{(5x + 1)^2}$       В)  $\frac{17}{(5x + 1)^2}$       Г)  $\frac{2}{5}$
3. В пространството НЕ е определена единствена равнина от:  
А) три точки, които не лежат на една права  
Б) две различни прави, които имат обща точка  
В) права и точка, която не лежи на нея  
Г) права и точка, която лежи на нея
4. Даден е  $\triangle ABC$  с върхове  $A(-2; -3)$ ,  $B(5; -2)$  и  $C(-1; 4)$ . Колко е косинусът на  $\sphericalangle A$ ?  
А)  $\frac{7}{25}$       Б)  $\frac{14}{25}$       В)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$       Г)  $\frac{\sqrt{7}}{50}$
5. За правите с уравнения  $y = \frac{2}{5}x - 10$  и  $4x - 10y - 10 = 0$  е вярно, че:  
А) съвпадат      Б) са успоредни  
В) са перпендикулярни      Г) се пресичат
6. Числото 2022 е равно на:  
А)  $11111100010_{(2)}$       Б)  $12310_{(6)}$       В)  $2202220_{(3)}$       Г)  $222022_{(3)}$
7. Напишете уравнението на парабола с директриса  $x = -5$  и фокус  $F(5; 0)$ .  
А)  $y = 20x^2$       Б)  $y^2 = 20x$       В)  $y^2 = 10x$       Г)  $y^2 = 5x$



8. Даден е правилен тетраедър. Косинусът на двустенния ъгъл между основата и околната му стена е:

А)  $\frac{1}{3}$

Б)  $\frac{1}{2}$

В)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Г)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. Колко сфери могат да се построят през 12 точки, ако 5 от тях лежат в една равнина?

А) 489

Б) 491

В) 490

Г) 495

10. Лицето на триъгълник с върхове  $A(-2; -3)$ ,  $B(5; -2)$  и  $C(-1; 4)$  е:

А) 48

Б)  $24\sqrt{2}$

В)  $88\sqrt{10}$

Г) 24

11. Нормалният вид на многочлена  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^4$  е:

А)  $x^8 - 4x^5 + 6x^2 - 4x^{-1} + x^{-4}$

Б)  $x^8 - 4x^5 + 6x^2 - 4x + 1$

В)  $x^8 + 4x^5 + 6x^2 + 4x^{-1} + x^{-4}$

Г)  $x^8 + 4x^6 - 6x^2 + 4x^{-1} - x^{-4}$

12.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x}\right)^{2x}$  е равна на:

А)  $\frac{1}{e^6}$

Б)  $e^{-3}$

В)  $e^3$

Г)  $e^6$

13. Ако полиномът  $A(x) = x^5 + x^3 + 2$  се дели на полинома  $B(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 - 2x - b$ , то произведението от коефициентите на  $B(x)$  е:

А) 2

Б) -8

В) 6

Г) 8

14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{7}{5} + \frac{9}{5} + \dots + \frac{2n+3}{5}}{\frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \dots + \frac{2n-1}{3}}$  е равна на:

А) 0

Б)  $1\frac{2}{3}$

В) 0,6

Г)  $\infty$

15. Първата производна на функцията  $y = \sqrt{\sin x \cdot \cos x}$  е:

А)  $\frac{\sqrt{2} \cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$

Б)  $\frac{1}{2\sqrt{\sin x \cdot \cos x}}$

В)  $\sqrt{-\sin x \cdot \cos x}$

Г)  $\frac{\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$

## ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Сборът на първите пет члена на безкрайно намаляваща геометрична прогресия е 372, а сборът на членовете с четни номера е два пъти по-малък от сбора на членовете с нечетни номера. Да се намери прогресията.

17. Да се докаже, че редицата, дефинирана с равенствата  $a_1 = \frac{17}{9}$  и  $a_n = \sqrt{a_{n-1} + 2}$ , е сходяща.

18. Всички ръбове на правилна триъгълна призма  $ABCA_1B_1C_1$  имат дължина  $p$ . Точките  $M$  и  $N$  лежат съответно върху отсечките  $AB_1$  и  $BC_1$  така, че  $AM : MB_1 = 3 : 2$  и  $BN : NC_1 = \frac{2}{3}$ .
- а) Да се докаже, че  $MN$  е ос-отсечка на кръстосаните прави  $AB_1$  и  $BC_1$ ;
  - б) Да се намери дължината на  $MN$ .