

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Февруари

Nº 10

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

- В Декартова координатна система с начало точка O са дадени точките $M(-3; 2)$ и $K(1; 4)$. Скаларното произведение $\vec{OM} \cdot \vec{OK}$ е:
А) -11 Б) -5 В) 5 Г) 10
- В Декартова координатна система с начало точка O са дадени точките $M(2; 2)$ и $K(-2; 4)$. Точката A е среда на отсечката MK . Косинусът на ъгъла между векторите \vec{OM} и \vec{OA} е:
А) 0 Б) 45 В) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ Г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- В Декартова координатна система с начало точка O са дадени точките $A(2; -5)$ и $B(-1; -3)$. Коя от посочените прави е перпендикулярна на правата AB ?
А) $y = -x + 2$ Б) $y = 1,5x + 1$ В) $y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$ Г) $y = x$
- Дадена е елипсата $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$. Коя от посочените точки е от елипсата?
А) $A(-2\sqrt{2}; 2,5\sqrt{2})$ Б) $M(4; 5)$ В) $K(\sqrt{2}; 5)$ Г) $B(-4; \sqrt{5})$
- В Декартова координатна система с начало точка O е дадена окръжност с уравнение $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Коя от точките не е вътрешна за окръжността?
А) $C(1; 3)$ Б) $K(1, 5; 3, 5)$ В) $M(0, 5; 0, 25)$ Г) $T(3; \sqrt{2})$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - 14n + 8}{2n^2 - 7n - 5}$ е:
А) $\frac{2}{3}$ Б) $+\infty$ В) $1, 5$ Г) $-1, 6$
- Дадена е сходяща редица a_n . Намерете $\lim_{n \rightarrow -4} \frac{7a_n^2 + 26a_n - 8}{2a_n^2 - a_n - 28}$.
А) $\frac{2}{7}$ Б) 0 В) 2 Г) $3, 5$

8. Кое от числата не е решение на неравенството $\frac{36 - 6^x}{9 + \sqrt{36 - x^2}} \geq 0$?
- А) -6 Б) -2 В) 2 Г) 5
9. Сумата на безкрайна геометрична прогресия с $a_1 = \frac{2}{7}$ и частно $q = -\frac{1}{2}$ е:
- А) $\frac{4}{21}$ Б) $\frac{3}{7}$ В) $-\frac{1}{21}$ Г) $-\frac{7}{10}$
10. Коя от посочените редици е монотонно растяща, но не е сходяща?
- А) $a_n = (-2)^n \cdot \frac{1}{n}$ Б) $a_n = \frac{n^2 + 3n}{n^2 - 1}$ В) $a_n = n \left(\frac{1}{3}\right)^n$ Г) $a_n = \frac{0,3^{-n}}{n}$
11. В кутия има 6 бели, 5 сини и 8 черни топки. По случаен начин е извадена една топка и без тя да се връща, е извадена втора топка. Каква е вероятността втората топка да е бяла?
- А) $\frac{5}{57}$ Б) $\frac{8}{57}$ В) $\frac{6}{19}$ Г) $\frac{5}{18}$
12. В куб с ръб 10 см се намира друг куб с ръб 2 см и кълбо с радиус 3 см. Намерете вероятността произволно избрана точка от големия куб да не е нито в малкия куб, нито в кълбото.
- А) $\frac{1}{125}$ Б) $\frac{9\pi}{250}$ В) $\frac{2 + 9\pi}{250}$ Г) $\frac{248 - 9\pi}{250}$
13. Дадена е функцията $f(x) = x^4 - 8x^2 + 15$. Колко положителни корена има уравнението $f'(x) = 0$?
- А) 3 Б) 2 В) 1 Г) 0
14. Дадена е функцията $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$. Колко е $f'(2) + f'(1)$?
- А) $\frac{235}{36}$ Б) $\frac{133}{36}$ В) $\frac{157}{36}$ Г) $\frac{17}{18}$
15. Дадена е функцията $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 1 \\ ax, & x < 1 \end{cases}$.
За кои стойности на реалния параметър a функцията е непрекъсната?
- А) 2 Б) 1 В) 2 и -2 Г) $\forall |a| \geq 2$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Даден е полиномът $P(x) = 4x^6 - 8x^5 - 49x^4 - 22x^3 - 168x^2 + 6x + 45$.
- а) Намерете сумата $P(2) + P(-3)$.
- б) Разложете полинома $P(x)$ на множители.
- в) Решете неравенството $P(x) \leq 0$ и намерете сбора на целите му корени.

17. Дадена е функцията $f(x) = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} - \operatorname{tg} 2x$. Намерете $f'(x)$ и пресметнете стойността на $f'(\alpha)$, ако $\sin 2\alpha = \frac{5}{13}$ и $\alpha < 45^\circ$.
18. Дадена е права призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основа ромб $ABCD$, в който $AB = 4$ cm, $\angle BAD = 60^\circ$ и $AA_1 = 5$ cm. Точките M и K са среди съответно на BC_1 и $D_1 C_1$.
- а) Изразете векторите \overrightarrow{AM} и \overrightarrow{AK} в базата $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$ и намерете косинуса на ъгъла между правите AM и AK .
- б) Постройте сечението на призмата с равнината (A, M, K) и намерете лицето му.