

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Януари

№ 5

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Уравнението на окръжност, която се допира до абсцисната ос и е с център точка  $M(3; 1)$ , е:  
A)  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 16$       B)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$   
B)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$       Г)  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$
2. Коя от дадените прави не минава през точката  $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{7}\right)$ ?  
A)  $y = \frac{3}{7}$       Б)  $y = \frac{9}{7}x$       В)  $3x + 7y - 1 = 0$       Г)  $2x + y - \frac{23}{21} = 0$
3. Коя от дадените прави е успоредна на правата  $5x - 3y - 11 = 0$ ?  
A)  $-5x + 3y - 5 = 0$       Б)  $3x = y$   
Б)  $3x - 5y - 11 = 0$       Г)  $\frac{1}{5}x + \frac{1}{3}y - 15 = 0$
4. В пространствена Декартова координатна система  $(O, x, y, z)$  са дадени векторите  $\vec{m} = (3; 2; 1)$ ,  $\vec{n} = (2; 3; -1)$ . Намерете  $\vec{m} \cdot \vec{n}$ .  
A) 24      Б) 13      В) 11      Г) -1
5. Правоъгълен трапец е завъртън на  $360^\circ$  около малкото си бедро в равнина, перпендикулярна на основите. Ако голямата основа и по-голямото бедро имат дължина 5 см, а малкото бедро е 4 см, намерете обема на полученото ротационно тяло в  $\text{cm}^3$ .  
A)  $\frac{196}{3}\pi$       Б)  $52\pi$       В)  $35\pi$       Г)  $\frac{76}{3}\pi$
6. Даден е куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с ръб 6 см. Разстоянието от върха  $B_1$  до равнината  $(A_1, B, C_1)$  е:  
A)  $3\sqrt{2}$  см      Б)  $2\sqrt{3}$  см      В)  $3\sqrt{3}$  см      Г)  $6\sqrt{3}$  см
7. Намерете  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n - 3)^2 + 3n - 1}{4n^2 + 5}$ .  
A) -0,2      Б) 1,25      В) 0,2      Г) 0,25

8. Намерете  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{11-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+2}}$ .
- А)  $-\frac{2}{3}$       Б)  $\frac{9}{2}$       В)  $\frac{4}{3}$       Г) 2
9. Функцията  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}}$  е производна на функцията:
- А)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5} + 1$       Б)  $f(x) = \frac{-5}{x^2 - 5}$   
 В)  $f(x) = (x^2 - 5)^{\frac{2}{3}}$       Г)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 5}} - 1$
10. Тяло се движи по закона  $s(t) = \frac{5t}{t+1}$ , където  $t$  е времето в секунди. Скоростта на тялото в края на 4-тата секунда е:
- А) 5 m/s      Б) 4 m/s      В) 0,2 m/s      Г) 0,1 m/s
11. Решенията на неравенството  $7^{2x} - 7^{x+1} > 18$  са:
- А)  $x \in (-\infty; -2) \cup (9; +\infty)$       Б)  $x \in (0; +\infty)$   
 В)  $x \in (\log_7 9; +\infty)$       Г)  $x \in (9; +\infty)$
12. Броят на корените на уравнението  $\log_{x+1}(x^2 - x) = \log_{x+1}(3x - 2) + \log_{x+1}(x + 2)$  е:
- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 4
13. В школа по бойни изкуства за обучение по карате се записали 24 ученици, по таекуондо – 35 и по джудо – 41. От записаните 6 ще тренират и трите спорта, 10 – само таекуондо, 14 – само карате и 16 – само джудо. Каква е вероятността ученик да не тренира джудо, но да тренира карате и таекуондо?
- А)  $\frac{2}{67}$       Б)  $\frac{19}{67}$       В)  $\frac{2}{26}$       Г)  $\frac{21}{67}$
14. Монета е хвърлена 7 пъти. Вероятността да се падне "Ези" от 3 до 6 пъти е:
- А)  $\frac{23}{128}$       Б)  $\frac{77}{128}$       В)  $\frac{49}{64}$       Г)  $\frac{105}{128}$
15. Вероятността за събъдане на събитие  $A$  при всеки от  $n$  независими опита е  $p = \frac{1}{32}$ . Определете най-вероятният брой събъдания на  $A$ , ако  $n = 4096$ .
- А) 1024      Б) 512      В) 256      Г) 128

Изпитен вариант №5

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

**На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.**

16. В правоъгълна координатна система са дадени точките  $A(4; -2)$ ,  $B(2; 6)$  и  $C(0; 4)$ .
- Напишете общото уравнение на правата  $AB$  и на симетралата на отсечката  $AB$ .
  - Намерете координатите на центъра на описаната около триъгълник  $ABC$  окръжност и напишете уравнението ѝ.
  - Напишете уравнението на правата на Ойлер за  $\triangle ABC$ .
17. Дадени са функциите  $y = 2^x$ ,  $y = 2^{-(x+1)}$  и  $y = 4$ . Намерете лицето на фигураната (в кв. м. ед.), върховете на която са пресечните точки на графиките на трите функции.
18. Дадена е функцията  $f(x) = 4x^4 - x^3 + 5x^2 - 7$ .
- Намерете допирателната към графиката на функцията в точка  $x = -0,5$ .
  - Намерете интервалите на монотонност и определете функцията има ли инфлексни точки.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Януари

Nº 6

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. В декартова координатна система с единична отсечка 1 см са дадени точки  $A(-2; 7)$  и  $B(3; -5)$ . Колко сантиметра е дължината на отсечката  $AB$ ?  
A)  $\sqrt{5}$       B)  $\sqrt{12}$       C) 12      D) 13
2. Коя равнинна крива може да има канонично уравнение  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ ?  
A) окръжност      B) хипербола      C) елипса      D) парабола
3. Куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  има ръб  $AB = 3$  см. Колко сантиметра е разстоянието между правите  $AD_1$  и  $BA_1$ ?  
A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  см      B)  $\sqrt{3}$  см      C) 2 см      D)  $\sqrt{5}$  см
4. Кое от дадените уравнения е декартово уравнение на права?  
A)  $5x - 2y - 3,5 = 0$       B)  $3,2x + 1,2y = 5$       C)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-5}$       D)  $y = 2,5x - 0,5$
5. Кое от дадените уравнения е уравнение на окръжност с радиус 2?  
A)  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$       B)  $\left(\frac{x}{2}-3\right)^2 + \left(\frac{y}{2}+2\right)^2 = 1$   
C)  $\left(\frac{x}{2}-3\right)^2 + \left(\frac{y}{2}-2\right)^2 = 2^2$       D)  $\left(\frac{x}{2}-3\right)^2 - \left(\frac{y}{2}-2\right)^2 = 1$
6. Коя е втората производна на функцията  $f(x) = \frac{x^2 - \sin^2 x}{4}$ ?  
A)  $\sin^2 x$       B)  $\cos^2 x$       C)  $\frac{x - \sin x}{2}$       D)  $\frac{x - \sin x \cos x}{2}$
7. Колко локални екстремума има функцията  $y = 2x^3 - 9x^2 + 30x - 7$ ?  
A) 0      B) 1      C) 2      D) 3
8. В колко интервала от дефиниционната си област функцията  $y = x + \frac{1}{x}$  е монотонно намаляваща?  
A) 0      B) 1      C) 2      D) 3

### *Изпитен вариант №6*

9. В колко интервала от дефиниционната си област функцията  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$  е изпъкнала?

А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3

10. Коя от дадените прави е допирателна към параболата  $y = x^2 - 2x + 1$ ?

А)  $y = 2x - 3$       Б)  $y = -2x - 3$       В)  $y = 2x + 3$       Г)  $y = -2x + 3$

11. Коя е хоризонталната асимптота на функцията  $y = \frac{x - 4}{x - 5}$ ?

А)  $y = 0$       Б)  $y = \frac{4}{5}$       В)  $y = 1$       Г)  $y = 5$

12. Кой е коефициентът пред  $x^7y^2$  в нормалния вид на  $(x - 2y)^9$ ?

А) -36      Б) 36      В) 72      Г) 144

13. Колко рационални корена има уравнението  $x^4 + x^2 + 6x - 8 = 0$ ?

А) 1      Б) 2      В) 3      Г) 4

14. Кое от дадените твърдения за числовата редица  $a_n = -1 + (-1)^n$  ( $n \in N$ ) е вярно?

А) Редицата е монотонна.      Б) Редицата е сходяща.  
 В) Редицата е крайна.      Г) Редицата е ограничена.

15. На колко е равна  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ ?

А) 1      Б)  $e$       В)  $e^2$       Г) Не е определена.

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Решете уравнението  $6x^5 - 11x^4 - 11x + 6 = 0$ .

17. Докажете, че съществуват точки от графиките на функциите  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$  и  $g(x) = x^3 - x + 1$ , които имат равни абсциси и в които съответните допирателни към графиките са успоредни. Намерете координатите им.

18. Лицето на успоредното сечение на прав кръгов цилиндър се отнася към осното му сечение както  $1 : 2$ . Намерете отношението на лицето на околната повърхнина на цилиндъра към лицето на пълната му повърхнина.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Януари



## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Косинусът на ъгъла между векторите  $\vec{a}(3; 2)$  и  $\vec{b}(2; -1)$  е:

A)  $\frac{4\sqrt{65}}{65}$

Б)  $\frac{\sqrt{13}}{5}$

В)  $\frac{5}{13}$

Г)  $\frac{4}{3}$

2. В  $\triangle ABC$  уравнението на правата  $AB$  е  $3x + 4y - 4 = 0$ , а върхът  $C$  има координати  $(2; 2)$ . Дължината на височината  $CH$  е:

A) 2

Б) 10

В) 14

Г)  $\frac{4}{3}$

3. Обемът на правилна шестоъгълна призма, изразен чрез нейния основен ръб  $a$  и лицето на околната повърхнина  $S$ , е:

A)  $aS$

Б)  $\frac{aS}{6}$

В)  $\frac{aS\sqrt{3}}{4}$

Г)  $\frac{aS\sqrt{3}}{8}$

4. Отношението на лицето на повърхнината  $S_1$  и лицето на околната повърхнина  $S$  на конус с ъгъл на осното сечение  $120^\circ$  е:

A)  $\frac{3}{2}$

Б)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

В) 1

Г)  $1 + \sqrt{3}$

5. Стойността на полинома

$$A(x) = x^{2022} - x^{2021} + x^{2020} + \dots + (-1)^{2020}x^2 + (-1)^{2021}x + (-1)^{2022}$$
 за  $x = 1$  е:

A) 2023

Б) 0

В) -1

Г) 1

6. Коефициентът на едночлена в развитието на бинома  $\left(\sqrt[3]{x^4} + \frac{2}{\sqrt[6]{x^5}}\right)^{13}$ , който не съдържа  $x$ , е:

A) 9.11.13.512

Б) 13.12.11.256

В) 9.11.13.256

Г) 9.11.13

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$  е равна на:

A) 0

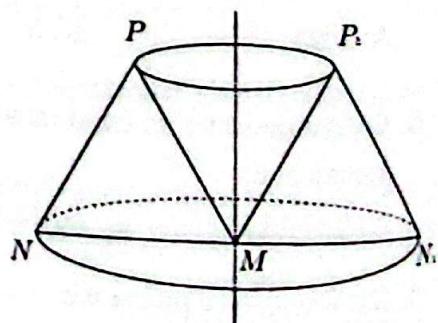
Б)  $\frac{1}{2}$

В)  $\frac{3}{2}$

Г) -1

*Изпитен вариант №7*

8. Втората производна на  $f(x) = x^2 \sin x$  е:
- A)  $-2 \sin x$   
 Б)  $2x \sin x + x^2 \cos x$   
 В)  $(2 - x^2) \sin x + 4x \cos x$   
 Г)  $(2 + x^2) \sin x - 4x \cos x$
9. Ако допирателната към графиката на функцията  $f(x) = -x^2 + x + 1$  в точка  $M$  съвпада с положителната посока на абсцисната ос ъгъл  $45^\circ$ , то координатите на точка  $M$  са:
- A)  $(1; 1)$   
 Б)  $(1; 0)$   
 В)  $(3; -1)$   
 Г)  $(0; 1)$
10. Функцията  $y = \frac{x+2}{x-3}$  намалява за всяко реално число, което принадлежи на:
- A)  $(-\infty; +\infty)$   
 Б)  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$   
 В)  $(-\infty; 3)$   
 Г)  $(3; +\infty)$
11. Абцисите на инфлексните точки на функцията  $y = x^4 - 3\frac{1}{3}x^3 + 1\frac{1}{2}x^2 + 5x + 1\frac{1}{5}$  са:
- A)  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{3}{2}$   
 Б)  $\frac{1}{12}$  и  $\frac{3}{4}$   
 В)  $-\frac{3}{2}$  и  $-\frac{1}{6}$   
 Г)  $\frac{1}{6}$  и  $\frac{3}{2}$
12. Колко различни равнини минават през 10 точки, никои три от които не лежат в една равнина?
- A) 45  
 Б) 120  
 В) 1  
 Г) 210
13. Най-малката стойност на функцията  $y = \frac{2 + \sin x}{5}$  за  $x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$  е:
- A)  $\frac{4 + \sqrt{3}}{10}$   
 Б)  $\frac{1}{5}$   
 В)  $\frac{3}{5}$   
 Г)  $\frac{4 - \sqrt{3}}{10}$
14. Координатите на центъра и дължината на радиуса на окръжността  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$  са:
- A)  $(-2; 3), 4$   
 Б)  $(2; -3), 4$   
 В)  $(-2; 3), 5$   
 Г)  $(2; -3), 5$
15. Равностррен  $\triangle MNP$  се завърта около права, която минава през върха  $M$  и е перпендикулярна на страната  $MN$ . Отношението между лицата на повърхнините на фигурите, описани съответно от страните му  $MN, NP$  и  $MP$ , е:
- A)  $3 : 1$   
 Б)  $11 : 4$   
 В)  $2 : 3 : 1$   
 Г)  $4 : 11 : 4$



**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)***На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Определете интервалите на растеж на функцията  $y = x^2 - |x - 1|$ .
17. Дадена е функцията  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2px^2 + 3p^2x + p - 1$ , където  $p$  е реален параметър. Намерете стойностите на параметъра  $p$ , за който  $f'(2) + f''(1) \leq 21$ . За най-малката от получените стойности на параметъра  $p$  изследвайте функцията и постройте графиката ѝ.
18. Вторият член на безкрайно намаляваща геометрична прогресия е 6, а сборът на членовете ѝ е 8 пъти по-малък от сума на квадратите на тези членове. Да се намери прогресията.

## **ИЗПИТЕН ВАРИАНТ**

Февраль

Nº 8

## **ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)**

*На задачи от 1 до 15, закрасьте то отображение, верный ответ.*

1. За функцията  $f(x) = x\sqrt{x}$  стойността на  $f''(1)$  е:

А) 1      Б)  $\frac{3}{2}$       В)  $\frac{9}{4}$       Г)  $\frac{3}{4}$

2. Колко тетраедъра могат да се построят от 9 точки, лежащи на сфера, ако никои четири от тях не са в една равнина?

А) 63      Б) 126      В) 130      Г) 604

3. Ако  $M(3; 5)$  и  $N(7; 2)$ , то дължината на  $MN$  е:

А) 1      Б)  $2\sqrt{5}$       В)  $5\sqrt{2}$       Г) 5

4. Общото уравнение на правата, минаваща през точките  $(2; 0)$  и  $(0; 5)$ , е:

А)  $5x + 2y - 10 = 0$       Б)  $y = 5 - \frac{5}{2}x$   
 В)  $2x - 5y + 10 = 0$       Г)  $2x + 5y + 10 = 0$

5. Полиномът  $P(x) = x^5 + 3x^4 + ax^2 + 2x - 1$  дава остатък 9 при деление с  $x - 1$ . Стойността на  $a$  е:

А) 2      Б) 4      В) 12      Г) 14

6. Ако в развитието на бинома  $(x^3 + 1)^n$  четвъртият член съдържа  $x^{12}$ , то стойността на  $n$  е:

А) 3      Б) 4      В) 7      Г) 8

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$  е равна на:

А) 1      Б) 0      В)  $+\infty$       Г)  $-\infty$

8. Ако цилиндър има лице на пълната повърхнина  $S$  и височина  $h$ , то радиусът на основата му е:

А)  $\frac{S}{2\pi h}$       Б)  $\frac{1}{2} \left( \pm \sqrt{h^2 + \frac{2}{\pi} S} - h \right)$   
 В)  $\frac{1}{2} \left( \sqrt{h^2 + \frac{1}{\pi} S} - h \right)$       Г)  $\frac{1}{2} \left( \sqrt{h^2 + \frac{2}{\pi} S} - h \right)$

9. Локалните екстремуми на функцията  $y = x^2\sqrt{x+1}$  са:

A)  $y_{max} = \frac{16\sqrt{5}}{125}, y_{min} = 0$

B)  $y_{max} = \frac{32\sqrt{5}}{125}, y_{min} = 0$

B)  $y_{max} = \frac{4\sqrt{5}}{25}, y_{min} = \frac{1}{2}$

Г)  $y_{max} = \frac{16\sqrt{5}}{25}, y_{min} = 0$

10. Функцията  $y = \frac{3x+1}{\sqrt{9x^2+3x+1}}$  има хоризонтални асимптоти:

A)  $y = 1$  и  $y = -1$       Б)  $y = 1$  и  $y = \frac{1}{3}$       В)  $y = -1$  и  $y = \frac{1}{9}$       Г)  $y = \frac{1}{9}$  и  $y = -\frac{1}{9}$

11. Към параболата  $y = x^2 - 2x + 3$  е построена допирателна, успоредна на правата  $y = x - 1$ . Уравнението на допирателната е:

A)  $y = x + \frac{3}{4}$       Б)  $y = x + 1$       В)  $y = x + \frac{3}{2}$       Г)  $y = x + \frac{1}{4}$

12. Точките  $A(-2; 5)$  и  $B(6; 1)$  са краища на диаметър на окръжност. Напишете уравнението на окръжността.

A)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 12$       Б)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$   
B)  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$       Г)  $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 80$

13. Най-голямата стойност на функцията  $y = \frac{2}{1 + \cos x}$  за  $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$  е:

A) 1      Б)  $2(2 - \sqrt{2})$       В)  $2(2 + \sqrt{2})$       Г) 2

14. Равнобедрен правоъгълен триъгълник с дължина на катета 4 см се върти около права, успоредна на единия катет, на разстояние 2 см от него. Лицето на повърхнината на полученото тяло ( $\text{m}^2$ ) е:

A)  $8\pi(4\sqrt{2} + 5)$       Б)  $8\pi(4\sqrt{2} + 7)$       В)  $16\pi(2\sqrt{2} + 3)$       Г)  $8\pi(\sqrt{2} + 5)$

15. В пирамида с обем  $V$  е построено сечение, успоредно на основата, което минава през средата на околнния ръб. Обемът на получената пресечна пирамида е:

A)  $\frac{7}{8}V$       Б)  $\frac{8}{7}V$       В)  $\frac{7}{24}V$       Г)  $\frac{3}{4}V$

## ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Да се изследва функцията  $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 1$  и да се построи графиката ѝ.

17. В прав кръгов конус с осно сечение  $\triangle ABC (AC = BC)$  е вписана сфера с център  $O_1$  и радиус  $r$ . Ако  $\angle A O_1 C = \alpha$ , изразете обема на конуса чрез  $r$  и  $\alpha$ .

18. Топка отскача на височина 80% от височината, от която е пусната. Намерете:

- до каква височина ще достигне топката след третия отскок, ако е пусната от 50 м;
- от каква най-малка височина с точност до стотните трябва да се пусне топката, така че след четвъртия отскок да достигне височина не по-малка от 4 м.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

№ 9

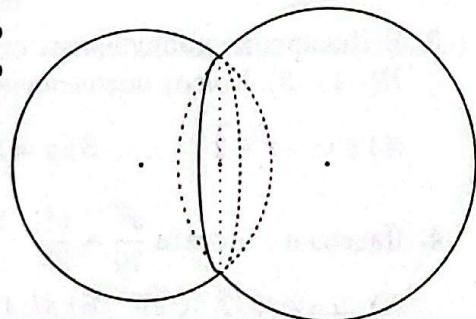
Февруари

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Дадени са векторите  $\vec{a}(3; -2)$  и  $\vec{b}(-4; 1)$ . Координатите на вектор  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  са:  
A) (6; 1)      B) (-6; 1)      C) (-6; -1)      D) (18; -1)
2. Декартовото уравнение на правата, минаваща през точка  $M(4; -1)$  и успоредна на правата  $x - y + 3 = 0$ , е:  
A)  $y = -x + 3$       B)  $y = x - 5$   
B)  $y = x + 5$       C)  $y = x + 4$
3. В колко прави се пресичат 10 равнини, четири от които минават през една права и две са успоредни?  
A) 38      B) 40      C) 39      D) 45
4. Остатъкът при деление на полинома  $P(x) = 2x^5 + x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 2x - 3$  с  $x + 2$  е:  
A) -3      B) 0      C) 69      D) 5
5. Коефициентът пред  $x^3$  в нормалния вид на полинома  $(x - 1)^6$  е:  
A) -6      B) 15      C) -20      D) -15
6. Границата на редицата с общ член  $a_n = \frac{3n^2 + 2n + 4}{n^3 - 1}$  за  $n \rightarrow \infty$  е:  
A) 3      B) 2      C) 4      D) 0
7. Петата производна на функцията  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  е:  
A)  $24(x+1)^{-5}$       B)  $-5!(x+1)^{-6}$       C)  $5!(x+1)^{-6}$       D)  $-5!(x+1)^6$
8. Дадена е функцията  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ . Уравнението на допирателната към графиката ѝ в точка  $M(2; 5)$  е:  
A)  $y = 3,5x - 3$       B)  $y = 3,5x + 12$       C)  $y = 3x - 1$       D)  $y = 3,5x - 2$
9. Функцията  $y = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}$  е изпъкнала в интервалите:  
A)  $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$       B)  $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$   
B)  $(-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$       C)  $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$

10. Материална точка се движи по закона  $S(t) = t^3 + t + 1$  (в метри). Моментът  $t$  (в секунди), в който ускорението е равно на  $9 \text{ m/s}^2$ , е:
- A)  $\frac{3}{4}$       Б)  $\frac{47}{8}$       В)  $\frac{3}{2}$       Г)  $2\sqrt{\frac{2}{3}}$
11. Най-малката стойност на функцията  $y = \frac{3 - \sin x}{2}$  за  $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$  е:
- A)  $\frac{6 - \sqrt{3}}{4}$       Б)  $\frac{3}{2}$       В) 1      Г)  $\frac{6 + \sqrt{2}}{4}$
12. Намерете координатите на фокусите на елипсата  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ .
- A)  $(-10; 0), (10; 0)$       Б)  $(-6; 0), (6; 0)$   
B)  $(0; 8), (0; -8)$       Г)  $(-8; 0), (8; 0)$
13. Основният ръб и височината на правилна четириъгълна пирамида са с дължина 4 см. Радиусът на описаната около пирамидата сфера е:
- A) 6 см      Б)  $3\sqrt{2}$  см      В) 4 см      Г) 3 см
14. Ако точка  $M$  е на разстояние 13 см от върховете на равностранния  $\triangle ABC$  и е на разстояние 5 см от равнината на този триъгълник, то страната на  $\triangle ABC$  е:
- A) 6 см      Б) 12 см      В) 18 см      Г)  $12\sqrt{3}$  см
15. Ако радиусите на две сфери са 8 и 7 и разстоянието между центровете им е 5, дължината на сечението на сферите е:
- A)  $8\pi\sqrt{3}$   
Б)  $4\pi$   
В)  $2\pi\sqrt{3}$   
Г)  $4\pi\sqrt{3}$



**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Да се изследва функцията  $y = \frac{x+2}{x-3}$  и да се построи графиката ѝ.
17. Сборът на първите два члена на безкрайно малка геометрична прогресия с положителни членове е 135, а сборът ѝ е 243. Пресметнете  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - ax + \frac{17}{4}b}{x-2}$ , ако  $a$  и  $b$  са съответно третият и петият член на прогресията.
18. Правоъгълният трапец  $ABCD$  с острър ъгъл  $\alpha$  ( $AB \parallel CD, AD \perp AB$ ), в който може да се впише окръжност с радиус  $r$ , е завъртян около малката си основа. Намерете обема на полученото ротационно тяло.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Февруари

Nº 10

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15, включително отбележете верния отговор.

1. В Декартова координатна система с начало точка  $O$  са дадени точките  $M(-3; 2)$  и  $K(1; 4)$ . Скаларното произведение  $\vec{OM} \cdot \vec{OK}$  е:  
А) -11      Б) -5      В) 5      Г) 10
2. В Декартова координатна система с начало точка  $O$  са дадени точките  $M(2; 2)$  и  $K(-2; 4)$ . Точката  $A$  е среда на отсечката  $MK$ . Косинусът на ъгъла между векторите  $\vec{OM}$  и  $\vec{OA}$  е:  
А) 0      Б) 45      В)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$       Г)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
3. В Декартова координатна система с начало точка  $O$  са дадени точките  $A(2; -5)$  и  $B(-1; -3)$ . Коя от посочените прави е перпендикулярна на правата  $AB$ ?  
А)  $y = -x + 2$       Б)  $y = 1,5x + 1$       В)  $y = \frac{2}{3}x - \frac{11}{3}$       Г)  $y = x$
4. Дадена е елипсата  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ . Коя от посочените точки е от елипсата?  
А)  $A(-2\sqrt{2}; 2, 5\sqrt{2})$       Б)  $M(4; 5)$       В)  $K(\sqrt{2}; 5)$       Г)  $B(-4; \sqrt{5})$
5. В Декартова координатна система с начало точка  $O$  е дадена окръжност с уравнение  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ . Коя от точките не е вътрешна за окръжността?  
А)  $C(1; 3)$       Б)  $K(1,5; 3,5)$       В)  $M(0,5; 0,25)$       Г)  $T(3; \sqrt{2})$
6.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - 14n + 8}{2n^2 - 7n - 5}$  е:  
А)  $\frac{2}{3}$       Б)  $+\infty$       В) 1,5      Г) -1,6
7. Дадена е сходяща редица  $a_n$ . Намерете  $\lim_{a_n \rightarrow -4} \frac{7a_n^2 + 26a_n - 8}{2a_n^2 - a_n - 28}$ .  
А)  $\frac{2}{7}$       Б) 0      В) 2      Г) 3,5

8. Кое от числата не е решение на неравенството  $\frac{36 - 6^x}{9 + \sqrt{36 - x^2}} \geq 0$ ?
- A) -6      B) -2      C) 2      D) 5
9. Сумата на безкрайна геометрична прогресия с  $a_1 = \frac{2}{7}$  и частно  $q = -\frac{1}{2}$  е:
- A)  $\frac{4}{21}$       B)  $\frac{3}{7}$       C)  $-\frac{1}{21}$       D)  $-\frac{7}{10}$
10. Коя от посочените редици е монотонно растяща, но не е сходяща?
- A)  $a_n = (-2)^n \cdot \frac{1}{n}$       B)  $a_n = \frac{n^2 + 3n}{n^2 - 1}$       C)  $a_n = n \left(\frac{1}{3}\right)^n$       D)  $a_n = \frac{0,3^{-n}}{n}$
11. В кутия има 6 бели, 5 сини и 8 черни топки. По случаен начин е извадена една топка и без тя да се връща, е извадена втора топка. Каква е вероятността втората топка да е бяла?
- A)  $\frac{5}{57}$       B)  $\frac{8}{57}$       C)  $\frac{6}{19}$       D)  $\frac{5}{18}$
12. В куб с ръб 10 см се намира друг куб с ръб 2 см и кълбо с радиус 3 см. Намерете вероятността произволно избрана точка от големия куб да не е нито в малкия куб, нито в кълбото.
- A)  $\frac{1}{125}$       B)  $\frac{9\pi}{250}$       C)  $\frac{2+9\pi}{250}$       D)  $\frac{248-9\pi}{250}$
13. Дадена е функцията  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 15$ . Колко положителни корена има уравнението  $f'(x) = 0$ ?
- A) 3      B) 2      C) 1      D) 0
14. Дадена е функцията  $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ . Колко е  $f'(2) + f'(1)$ ?
- A)  $\frac{235}{36}$       B)  $\frac{133}{36}$       C)  $\frac{157}{36}$       D)  $\frac{17}{18}$
15. Дадена е функцията  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 1 \\ ax, & x < 1 \end{cases}$ .
- За кои стойности на реалния параметър  $a$  функцията е непрекъсната?
- A) 2      B) 1      C) 2 и -2      D)  $\forall |a| \geq 2$

## ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Даден е полиномът  $P(x) = 4x^6 - 8x^5 - 49x^4 - 22x^3 - 168x^2 + 6x + 45$ .
- Намерете сумата  $P(2) + P(-3)$ .
  - Разложете полинома  $P(x)$  на множители.
  - Решете неравенството  $P(x) \leq 0$  и намерете сума на целите му корени.

*Изпитен вариант №10*

17. Дадена е функцията  $f(x) = \frac{1 + \tan^2 x}{1 + \cot^2 x} - \tan 2x$ . Намерете  $f'(x)$  и пресметнете стойността на  $f'(\alpha)$ , ако  $\sin 2\alpha = \frac{5}{13}$  и  $\alpha < 45^\circ$ .
18. Дадена е права призма  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с основа ромб  $ABCD$ , в който  $AB = 4$  см,  $\angle BAD = 60^\circ$  и  $AA_1 = 5$  см. Точките  $M$  и  $K$  са среди съответно на  $BC_1$  и  $D_1C_1$ .
- Изразете векторите  $\vec{AM}$  и  $\vec{AK}$  в базата  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ ,  $\vec{AA_1} = \vec{c}$  и намерете косинуса на ъгъла между правите  $AM$  и  $AK$ .
  - Постройте сечението на призмата с равнината  $(A, M, K)$  и намерете лицето му.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

№ 11

Март

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

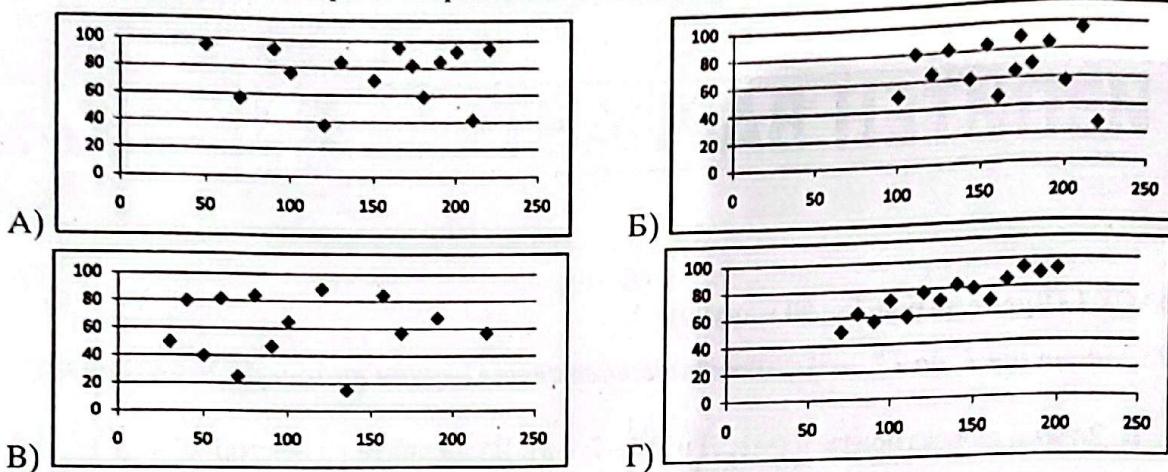
На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Коя е стойността на скаларното произведение на векторите  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , ако  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{3}$  и ъгълът между векторите е  $30^\circ$ ?  
A) 1      B)  $\sqrt{3}$       C) 2      D) 3
2. Коя равнинна крива може да има канонично уравнение  $y^2 = 4x$ ?  
A) окръжност      B) парабола      C) елипса      D) хипербола
3. Кое от следните твърдения за правите  $p : 5x - 3y + 1 = 0$  и  $q : -30x + 18y + 6 = 0$  е вярно?  
A)  $p \equiv q$       B)  $p \perp q$       C)  $p \parallel q$       D)  $\hat{(p; q)} < 90^\circ$
4. В правоъгълна координатна система с единична отсечка 1 см са отбелязани точките  $A(-4; -3)$ ,  $B(2; -1)$  и  $C(3; 2)$ . Колко квадратни сантиметра е лицето на  $\triangle ABC$ ?  
A) 7      B) 8      C) 11,5      D) 14
5. Коя е стойността на  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}}{x}$ ?  
A) 0      B) 1      C) 2      D) Не е определена.
6. Кое от дадените твърдения е вярно?
  - A) Ако функцията  $f(x)$  е диференцируема в дадена точка, то тя е непрекъсната в тази точка.
  - B) Ако функцията  $f(x)$  е непрекъсната в дадена точка, то тя е диференцируема в тази точка.
  - C) Функцията  $f(x)$  е непрекъсната в дадена точка тогава и само тогава, когато тя е диференцируема в тази точка.
  - D) Ако функцията  $f(x)$  е дефинирана в дадена точка, то тя е непрекъсната в тази точка.

*Изпитен вариант №II*

7. Кое от дадените твърдения е вярно?
- А) Ако числова редица е ограничена и монотонна, то тя е сходяща.  
 Б) Ако безкрайна числова редица е сходяща, то тя е ограничена и монотонна.  
 В) Ако безкрайна числова редица не е монотонна, то тя е разсходяща.  
 Г) Ако безкрайна числова редица е ограничена и монотонна, то тя е сходяща.
8. Коя е първата производна на функцията  $f(x) = x^3 \cos x$ ?
- А)  $3x^2 \cos x - x^3 \sin x$   
 Б)  $3x^2 \sin x$   
 В)  $3x^2 \cos x + x^3 \sin x$   
 Г)  $3x \cos x - x^3 \sin x$
9. Коя от дадените характеристики на функцията  $f(x) = \frac{\cos x}{x} + \frac{\sin x}{x^2}$  е вярна?
- А) намаляваща  
 Б) нечетна  
 В) периодична  
 Г) ограничена
10. Коя е стойността на  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^x$ ?
- А) 1  
 Б)  $e$   
 В)  $e^3$   
 Г)  $+\infty$
11. Колко вертикални асимптоти има функцията  $y = \frac{x^3 - 9x^2 + 20x}{x^3 - 10x^2 + 25x}$ ?
- А) 0  
 Б) 1  
 В) 2  
 Г) 3
12. Коя от посочените по-долу дейности не е етап на научния метод?
- А) наблюдение и събиране на данни  
 Б) предполагане  
 В) експериментиране  
 Г) презентиране
13. На диаграмата са представени отсъствията в един клас по учебни дни през три поредни седмици. Ако има, кои са аутлайерите в тези данни?
- 
- A) 0 и 5  
 Б) 1 и 2  
 В) 1 и 19  
 Г) Няма аутлайер

14. В коя от дадените диаграми на разсейване съществува корелационна зависимост?



15. В магазин има 3 вида хляб. По колко начина може да купим от магазина 5 хляба?

А) 7

Б) 14

В) 21

Г) 125

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

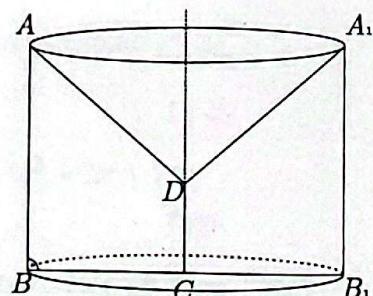
16. Разложете на множители полинома  $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$ .

17. Напишете уравненията на допирателните към параболата  $y = x^2 - 2x + 4$ , които минават през началото на координатната система.

18. В полукръг с радиус 10 см е вписан трапец с възможно най-голямо лице. Пресметнете лицето на трапеца.



8. За функцията  $f(x) = \frac{1+2\sqrt{x}}{1-2\sqrt{x}}$  стойността на  $f'(9)$  е:
- A)  $-1\frac{2}{5}$       Б)  $\frac{2}{75}$       В)  $1\frac{2}{5}$       Г)  $-\frac{2}{15}$
9.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}(4x - \pi)}{2x - \frac{\pi}{2}}$  е равна на:
- A)  $\frac{1}{2}$       Б)  $-2$       В)  $2$       Г)  $4$
10. Функцията  $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{4}x^2 - 7x + 5$  е растяща в интервала:
- A)  $(-\infty; 2) \cup (3, 5; +\infty)$       Б)  $(4; 7)$   
 Б)  $(2; 3, 5)$       Г)  $(-3, 5; -2)$
11. Реалните стойности на параметъра  $a$ , за които функцията  $y = x^4 + 2ax^3 + 6ax^2 - 60x + 18a$  е изпъкнала за всяко  $x$ , са:
- A)  $(0; 4)$       Б)  $(0; 1)$       В)  $(1; 4)$       Г)  $(-4; 0)$
12. За коя стойност на параметъра  $a$  функцията  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 2a + 4, & x = 3 \end{cases}$  е непрекъсната за всяко  $x$ ?
- A)  $-1$       Б)  $0$       В)  $1$       Г)  $2$
13. Правоъгълен трапец  $ABCD$  с основи  $AB = 4CD$ , височина  $h$  и оствъръгъл  $\alpha$  е завъртят около малката си основа. Обемът на полученото тяло е:
- A)  $4\pi h^3 \cot \alpha$   
 Б)  $\pi h^3 \operatorname{tg} \alpha$   
 В)  $\pi h^3 \cot 2\alpha$   
 Г)  $\pi h^3 \operatorname{cot} \alpha$
14. Най-голямата стойност на функцията  $f(x) = 8 \sin x \cos^2 \frac{x}{2}$  за  $x \in [0; \pi]$  е:
- A)  $0$       Б)  $\frac{1}{2}$       В)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       Г)  $3\sqrt{3}$
15. Прав кръгов конус е вписан в сфера с радиус  $R$ . Ако ъгълът между образувателната и височината на този конус е  $\alpha$ , то лицето на повърхнината му е:
- A)  $8\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha$   
 Б)  $8\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$   
 В)  $8\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$   
 Г)  $4\pi R^2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$



*Изпитен вариант №12*

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Дадена е функцията  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x + 1$ .

а) Намерете стойностите на  $a$  и  $b$ , за които функцията има локални екстремуми при  $x = 2$  и  $x = 3$ ;

б) За получените стойности на  $a$  и  $b$  намерете уравнението на допирателната към графиката на функцията в точка с абсциса 4.

17. Решете уравнението  $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 4 = 0$ .

18. Даден е куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Разстоянието между  $AB_1$  и  $BC_1$  е равно на  $d$ . Намерете обема на куба.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Март

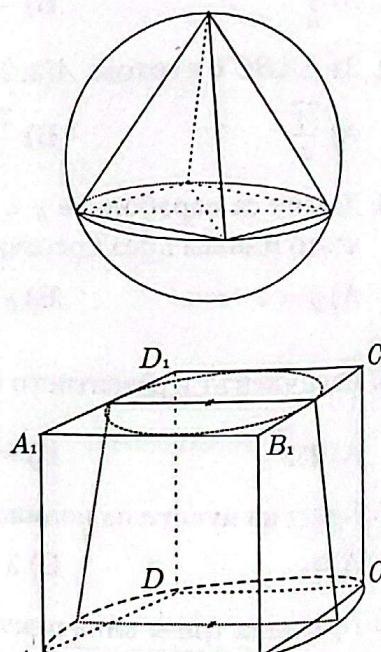


## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Дадени са векторите  $\vec{a}(2; 3)$ ,  $\vec{b}(3; 6)$  и  $\vec{c}(-1; 3)$ . За коя стойност на реалното число  $m$ , векторът  $\vec{a} + m\vec{b}$  е колинеарен на вектора  $\vec{c}$ ?  
A)  $\frac{3}{5}$       Б)  $-\frac{3}{5}$       В)  $-\frac{5}{3}$       Г)  $\frac{3}{5}$
2. За  $\triangle ABC$  с върхове  $A(3; 2)$ ,  $B(7; 5)$ ,  $C(2; 7)$  дължината на височината през върха  $C$  е:  
A)  $\frac{27}{4}$       Б)  $\frac{31}{3}$       В)  $\frac{39}{5}$       Г)  $\frac{23}{5}$
3. Дадени са параболите  $y = x^2 - 5x + 7$  и  $y = -x^2 + 5x - 5$ . Уравнението на правата, която минава през пресечните точки на двете параболи, е:  
A)  $y = 2$       Б)  $y = 1$       В)  $y = 21$       Г)  $y = x + 1$
4. Едночленът в развитието на бинома  $\left(x + \frac{1}{x^4}\right)^{10}$ , който съдържа  $x^0$ , е:  
A) 252      Б) 90      В) 63      Г) 45
5. Броят на нулите на полинома  $P(x) = (2x + 1)^4 + (2x + 1)^3 + 2x + 2$  е:  
A) 4      Б) 3      В) 2      Г) 0
6. Правилна триъгълна призма има основен ръб 3 см и околнен ръб 2 см. Диаметърът на описаната сфера около призмата е:  
A)  $2\sqrt{3}$  см      Б) 2 см      В) 4 см      Г)  $\sqrt{7}$
7. Локалните екстремуми на функцията  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$  са:  
A)  $y_{min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  и  $y_{max} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$   
Б)  $y_{min} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$  и  $y_{max} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$   
Г)  $y_{min} = -2 + \sqrt{3}$  и  $y_{max} = -2 - \sqrt{3}$

Изпитен вариант №13

8. Абсолютните екстремуми на функцията  $y = -\sin^2 x + \sin x + \frac{1}{2}$  за  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$  са:
- A)  $y_{min} = \frac{1}{2}$  и  $y_{max} = \frac{3}{4}$   
 Б)  $y_{min} = -\frac{1}{2}$  и  $y_{max} = \frac{3}{4}$   
 В)  $y_{min} = \frac{1}{4}$  и  $y_{max} = \frac{1}{2}$   
 Г)  $y_{min} = -\frac{3}{4}$  и  $y_{max} = \frac{1}{4}$
9. Координатите на инфлексните точки на функцията  $y = x^4 - x^2 + 1$  са:
- A)  $\left(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}; \pm \frac{31}{36}\right)$   
 Б)  $\left(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}; 31\right)$   
 В)  $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{31}{36}\right)$   
 Г)  $\left(\pm \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{31}{36}\right)$
10. През средата на височината на прав кръгов конус е построено успоредно сечение. То е горната основа на цилиндър, а долната му основа лежи в основата на конуса. Обемът на цилиндъра се отнася към обема на конуса, както:
- A) 1 : 8  
 Б) 3 : 4  
 В) 1 : 4  
 Г) 3 : 8
11. В сfera с радиус 5 см е вписана правилна четириъгълна пирамида, за която центърът на сферата е вътрешна точка. Намерете обема на пирамидата, ако радиусът на окръжността, описана около основата ѝ, е 3 см.
- A)  $162 \text{ cm}^2$   
 Б)  $54 \text{ cm}^2$   
 В)  $13,5 \text{ cm}^2$   
 Г)  $27 \text{ cm}^2$
12. Даден е куб с ръб 1. Горната основа на пресечен конус е вписана в горната основа на куба, а долната основа е описана около долната основа на куба. Лицето на околната повърхнина на пресечения конус е:
- 
- A)  $\frac{\pi}{4} \sqrt{17 + 11\sqrt{2}}$   
 Б)  $\pi \sqrt{13 + 8\sqrt{2}}$   
 В)  $\frac{\pi}{4} \sqrt{13 + 8\sqrt{2}}$   
 Г)  $\frac{\pi}{4} \sqrt{29 - 20\sqrt{2}}$
13. Материална точка се движи по закона  $S(t) = \frac{2}{3}t^3 + t^2 - 2t + 2$ . Колко е изминатият път в момента  $t$ , когато скоростта е  $V = 10 \text{ m/s}$ ?
- A)  $\frac{14}{3}$   
 Б)  $\frac{22}{3}$   
 В) 23  
 Г) 21

14. За коя стойност на параметъра  $m$  функцията  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{tg} x}, & x \neq \frac{\pi}{4} \\ 3\sqrt{2}m, & x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$  е непрекъсната за всяко  $x$ ?

A)  $-\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{\sqrt{2}}{6}$

Г)  $-\frac{\sqrt{2}}{6}$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx}$  е равна на:

A)  $e^{\frac{m}{k}}$

B)  $e^{km}$

B)  $e^{-km}$

Г)  $e^{\frac{k}{m}}$

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Решете неравенството  $(x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 1) \leq 5$  и намерете броя на целите му решения.

17. Дадена е правилна триъгълна пирамида с двустенен ъгъл при основата  $\alpha$  и ъгъл между околните ръбове  $\gamma$ .

- а) Докажете, че  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$ .

- б) От центъра на основата към околната стена е построен перпендикуляр с дължина  $\sqrt{6}$ . Ако  $\not\gamma = 90^\circ$ , намерете височината на пирамидата.

18. Дадена е функцията  $f(x) = ax^3 + bx + c$ . Да се намерят кофициентите  $a, b$  и  $c$ , ако при  $x = 0$  функцията има локален максимум равен на 2, при  $x = 2$  има локален минимум и при  $x = 1$  приема стойност 0.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

№ 14

Април

**ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)**

*На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.*

1. Вектор  $\vec{d}$  с дължина 10 е колинеарен на  $\vec{b}(3; -4)$ . Координатите на  $\vec{d}$  са:

- A)  $(6; -8)$  и  $(-6; 4)$       B)  $\left(\frac{3}{2}; -2\right)$  и  $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$   
B)  $\left(\frac{30\sqrt{7}}{7}; -\frac{40\sqrt{7}}{7}\right)$  и  $\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$       Г)  $(6; -8)$  и  $(-6; 8)$

2. Функцията  $y = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2022}$  е изпъкнала в интервалите:

- A)  $(-3; 1)$       B)  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$   
B)  $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$       Г)  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

3. Точките  $A(2; 4)$  и  $B(0; 6)$  са върхове на равнобедрен  $\triangle ABC(AC = BC)$ . Ако третият връх  $C$  лежи на правата  $g: 2x - y - 6 = 0$ , то координатите му са:

- A)  $(0; -6)$       B)  $(10; 14)$       C)  $(1; -4)$       D)  $(5; 9)$

4. Дадени са параболите  $y = \frac{1}{4}x^2$  и  $y = (x - 1)^2$ . Уравнението на правата, която минава през пресечните точки на двете параболи, е:

- A)  $2x - 3y - 1 = 0$       B)  $3x - 2y + 1 = 0$       C)  $2x + 3y - 7 = 0$       D)  $2x + y - 5 = 0$

5. Ламарина с форма на правоъгълник с диагонал  $d$  служи за изработване на оконна по-върхнина на цилиндър с обиколка на основата по-голямата страна на правоъгълника. Ако диагоналът сключва ъгъл  $\alpha$  с тази страна, то обемът на цилиндъра е:

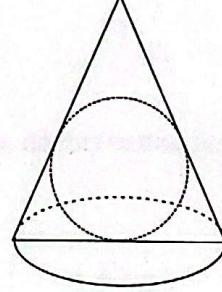
- A)  $d^3 \sin 2\alpha \cos \alpha$       B)  $\frac{d^3 \sin 2\alpha \sin \alpha}{8\pi}$       C)  $\frac{d^3 \sin 2\alpha}{8\pi}$       D)  $\frac{d^3 \sin 2\alpha \cos \alpha}{8\pi}$

6. Сборът от нулите на полинома  $P(x) = (x^2 + 2x + 4)^2 + 2(x^3 - 8) + (x - 2)^2$  е:

- A) 3      B) 0      C) -3      D) -6

7. В правилна шестоъгълна пирамида  $ABCDEFM$  с основен ръб 1 cm и околен ръб  $2 \text{ cm } \sin \frac{\pi}{6}$  (( $ACM$ ), ( $ABC$ )) е:

- A)  $\frac{\sqrt{39}}{13}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C)  $\frac{2\sqrt{39}}{13}$       D)  $\frac{4\sqrt{39}}{13}$

8. Разликата между коефициентите на третото и последното събирамо в развитието на  $(x^{\frac{1}{5}} + x^{-\frac{1}{3}})^n$  е 14. Коефициентът на събирамо, което съдържа  $x^{\frac{2}{3}}$ , е равен на:
- A) 5      B) 6      C) 9      D) 15
9. Най-малката и най-голямата стойност на функцията  $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$  за  $x \in [2; 5]$  са съответно:
- A)  $\frac{41}{40}$  и  $\frac{5}{4}$       B) 1 и  $\frac{41}{40}$       C) 1 и  $\frac{9}{4}$       D) 1 и  $\frac{5}{4}$
10. В полусфера с радиус 3 см е вписан куб така, че четири от върховете му лежат на нея, а останалите - в равнината на голямата окръжност на полусферата. Обемът на куба е:
- A)  $6\sqrt{6}$  cm<sup>3</sup>      B)  $\frac{81\sqrt{6}}{4}$  cm<sup>3</sup>      C)  $3\sqrt{6}$  cm<sup>3</sup>      D)  $6\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup>
11. Материална точка се движи по закона  $S(t) = t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t - 2$  (в метри). На колко е равно ускорението в момента, когато скоростта е  $V = 15$  m/s?
- A) 10      B) 15      C) 13      D) 12
12. Ако кълбо е вписано в конус с образувателна 16 см и височина 140 mm, то лицето на повърхнината на кълбото е:
- A)  $\frac{4\pi}{49}(79 - 16\sqrt{15})$  cm<sup>2</sup>  
 B)  $\frac{240\pi}{49}(79 - 16\sqrt{15})$  cm<sup>2</sup>  
 C)  $\frac{240\pi}{49}(8 + \sqrt{15})$  cm<sup>2</sup>  
 D)  $\frac{16\pi}{49}(79 - 16\sqrt{15})$  cm<sup>2</sup>
- 
13. За коя стойност на параметъра  $a$  функцията  $f(x) = \begin{cases} x+4, & x \geq 2 \\ a \cdot 2^{x+1}, & x < 2 \end{cases}$  е непрекъсната в цялото си дефиниционно множество?
- A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{3}{2}$       C) 14      D) -2
14. Локалните екстремуми на функцията  $y = \sin 2x + 2 \cos x$  за  $x \in (0; 2\pi)$  са:
- A)  $y_{min} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$  и  $y_{max} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$   
 B)  $y_{min} = -3\sqrt{3}$  и  $y_{max} = 3\sqrt{3}$   
 C)  $y_{min} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  и  $y_{max} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
 D)  $y_{min} = 3\sqrt{3}$  и  $y_{max} = -3\sqrt{3}$
15.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$  е равна на:
- A)  $e^4$       B)  $e^{-6}$       C)  $e^6$       D)  $e^2$

*Изпитен вариант №14*

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Намерете сума от корените на уравнението  $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$ .
17. Дадена е правилна четириъгълна пирамида с основен ръб  $\sqrt{3}$  и ъгъл между два съседни околнни ръба  $60^\circ$ . Намерете лицето на повърхнината и обема на пирамидата.
18. В окръжност с радиус 2 е вписан трапец с малка основа 2 и острър ъгъл  $\alpha$ .
  - а) Да се докаже, че лицето на трапеца  $S = 8 \sin^2(2\alpha - 60^\circ)$ .
  - б) Да се намери стойността на  $\alpha$ , за която лицето на трапеца е най-голямо.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Април

Nº 15

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Дадена е функцията на разпределение на случайна величина:  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{за } x \leq 3 \\ 0,2 & \text{за } 3 < x \leq 4 \\ 0,7 & \text{за } 4 < x \leq 5 \\ 1 & \text{за } x > 5 \end{cases}$

Вероятността на събитието  $3 \leq x \leq 5$  е:

- A) 0,7      B) 0,5      C) 0,2      D) 0,9

2. В един колектив има 5 жени и 4 мъже. На колектива са дадени 4 билета за театър. Каква е вероятността на театър да отидат две жени и двама мъже?

- A)  $\frac{1}{126}$       B)  $\frac{10}{63}$       C)  $\frac{10}{21}$       D)  $\frac{2}{63}$

3. Функцията  $f(x) = \begin{cases} 0; x < 1 \\ cx; 1 \leq x \leq 2 \\ 1; x > 2 \end{cases}$  е функция на плътността на случайна величина  $x$ , ако се равно на:

- A)  $\frac{3}{2}$       B) 1      C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{1}{3}$

4. Допустимите стойности на израза  $\log_{x-1} \frac{3-x}{x}$  са:

- A)  $x \in (3; +\infty)$       B)  $x \in (1; 2) \cup (2; 3)$       C)  $x \in (0; 1) \cup (1; 3)$       D)  $x \neq 0$

5. Решенията на уравнението  $3^x + 6(\sqrt{3})^x - 27 = 0$  са числата:

- A)  $x = 3$  или  $x = -9$       B)  $x = 2$  или  $x = -2$   
C)  $x = 3$       D)  $x = 2$

6. Ако  $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ , то стойността на  $\operatorname{tg} 2\alpha$  е:

- A)  $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$       B)  $\pm \frac{4\sqrt{2}}{7}$       C)  $-\pm \frac{2\sqrt{2}}{7}$       D)  $\frac{7\sqrt{2}}{8}$

*Изпитен вариант №15*

7. В правоъгълна координатна система са дадени точките  $A(2; -1)$ ,  $B(3; 3)$  и  $C(-1; 4)$ . Уравнението на медианата на  $\triangle ABC$ , построена през върха  $C$  е:
- А)  $7x + 6y - 22 = 0$     Б)  $x + 2y - 7 = 0$     В)  $2x + 3y + 5 = 0$     Г)  $6x + 7y - 22 = 0$
8. Дадена е окръжност с уравнение  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 20$ . Коя от посочените прави допират една към окръжността?
- А)  $5y = 2x + 13$     Б)  $2y - x - 5 = 0$     В)  $3x - 2y = 0$     Г)  $y = x + 2$
9. Дадена е параболата  $y = 10x^2$ . Права, успоредна на директрисата и на разстояние 5 от фокуса, има уравнение:
- А)  $x = 9,5$     Б)  $x = -5$     В)  $y = 9,5$     Г)  $y = 7,5$
10. Намерете границата на редицата с обикновен член  $b_n = \frac{4a_n^2 - 25a_n + 25}{2a_n^2 - 15a_n + 25}$ , ако  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 5$ .
- А) 1    Б) 2    В) 3    Г)  $\frac{1}{3}$
11. Границата на функцията  $f(x) = \sin 8x \cotg 4x$  при  $x \rightarrow 0$  е:
- А) 2    Б) 0,5    В) 0    Г)  $+\infty$
12. Сумата на периодичните дроби  $0,(23) + 1,(78)$  е:
- А) 2,0201    Б) 2,0(2)    В)  $2\frac{2}{99}$     Г)  $2\frac{1}{90}$
13. Коя от посочените функции не е диференцируема навсякъде в дефиниционното си множество?
- А)  $f(x) = \frac{(x - 3)^3}{x^2}$     Б)  $f(x) = \left| \frac{x - 2}{5} \right|$     В)  $f(x) = \frac{x^2}{|x^2 + 1|}$     Г)  $f(x) = \frac{2x - 1}{\sin x}$
14. Коя от посочените функции има най-голям локален максимум в интервал  $[2; 4]$ ?
- А)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$     Б)  $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x}$   
 В)  $f(x) = -x^3 + 27x - 5$     Г)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$
- 15.Правоъглен триъгълник, катетите на който се отнасят както  $2 : 3$ , е завъртят на  $360^\circ$  около права, успоредна на по-малкия катет, минаваща през срещуположния връх. Ако обемът на полученото ротационно тяло е  $12\pi \text{ cm}^3$ , то лицето на повърхността му е:
- А)  $(16\pi + 2\sqrt{13}\pi) \text{ cm}^2$     Б)  $(21\pi + 3\sqrt{13}\pi) \text{ cm}^2$   
 В)  $(16\pi + 2\sqrt{11}\pi) \text{ cm}^2$     Г)  $(21\pi + 3\sqrt{11}\pi) \text{ cm}^2$

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)***На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Даден е правоъгълник  $ABCD$  със страни  $AB = 9$  см и  $BC = 15$  см. Точките  $M, N, K$  и  $P$  са средите на страните на правоъгълника. Точките  $A_1, B_1, C_1$  и  $D_1$  са средите на страните на четириъгълника  $MNKP$ .
- Намерете периметъра на  $MNKP$  и лицето на  $A_1B_1C_1D_1$ .
  - Ако продължим да образуваме четириъгълници с върхове средите на страните на всеки получен четириъгълник, то намерете сумата от периметрите на всички четириъгълници от вида на  $MNKP$  и сумата от лицата на всички правоъгълници.
17. Дадена е функцията  $f(x) = x^3 - 2x + 1$ .
- Намерете интервалите на монотонност на функцията.
  - Намерете уравненията на допирателните към графиката на функцията, успоредни на правата  $y = x + 1$ .
  - Докажете, че уравнението  $2^{3x} - 2^{x+1} + 1 = 0$  има 2 реални корена, единият от които е отрицателен.
18. Дадена е четириъгълна пирамида  $ABCD M$  с основа правоъгълник  $ABCD$ . Ръбовете са  $AB = AM = 3$  см и  $AD = 4$  см, и ръбът  $AM$  е перпендикулярен на равнината на основата.
- Ако точките  $K$  и  $G$  са съответно медицентрове на стените  $BCM$  и  $ADM$ , то намерете косинуса на ъгъла между правите  $AK$  и  $AG$ .
  - Намерете обема на описаното около пирамидата кълбо.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

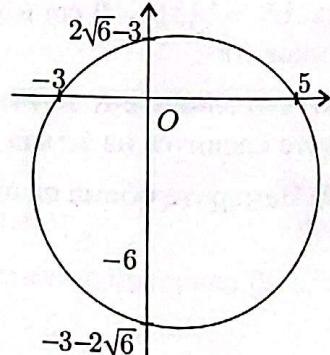
Nº 16

Април

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. В декартова координатна система са дадени точките  $A(2; 1)$  и  $B(-1; 3)$ . Ако насочената отсечка  $\overrightarrow{AB}$  е представител на вектора  $\vec{p}$ , кои са координатите на  $\vec{p}$ ?  
A)  $(1; 4)$       B)  $(3; -2)$       C)  $(-1; 3)$       D)  $(-3; 2)$
2. Правите  $p$  и  $q$  имат съответни декартови уравнения  $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}$  и  $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{5}$ . Кое от дадените твърдения е вярно?  
A)  $p \equiv q$       B)  $p \perp q$       C)  $p \parallel q$       D)  $\measuredangle(p, q) < 90^\circ$
3. Кое е каноничното уравнение на окръжността от дадения чертеж?  
A)  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$   
B)  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$   
C)  $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 8^2$   
D)  $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 = 10^2$
4. Ортогоналната проекция на  $\triangle ABC$  в равнината  $\lambda$  има лице  $27 \text{ cm}^2$ . Ако страните на триъгълника са 9 см, 12 см и 15 см, колко градуса е ъгълът между равнините  $\lambda \llcorner (ABC)$ ?  
A)  $30^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $60^\circ$       D)  $90^\circ$
5. Кой е записът на числото  $2304_{(5)}$  в десетична бройна система?  
A) 69      B) 329      C) 576      D) 1152
6. Кой е остатъкът при разделяне на полинома  $4x^5 - 2x^3 + 4$  с полинома  $x^2 - 2$ ?  
A) 0      B)  $6x^3 + 4$       C)  $12x + 4$       D)  $4x^3 + 6x$
7. Кой е коефициентът пред  $x^3y^4$  в нормалния вид на  $(2x - y)^7$ ?  
A) -280      B) -35      C) 35      D) 280



8. Коя е стойността на сумата  $\frac{5}{8} - \frac{5}{12} + \frac{5}{18} - \frac{5}{27} + \dots$ ?
- A)  $\frac{3}{8}$       Б)  $\frac{5}{12}$       В)  $\frac{5}{8}$       Г)  $\frac{15}{8}$
9. Колко инфлексни точки има функцията  $f(x) = x^3 e^{-x}$ ?
- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3
10. Успоредникът  $ABCD$  има  $\angle DAB = 30^\circ$ , а страните му са  $AB = 9$  см и  $BC = 4$  см. Колко кубични сантиметра е обемът на тялото, получено при завъртане на  $ABCD$  около правата  $CD$ ?
- А)  $12\pi$       Б)  $36\pi$       В)  $48\pi$       Г)  $144\pi$
11. Кой от дадените признаци за учениците в едно училище е качествен ординален?
- А) оценки      Б) ръст  
В) пол      Г) навършени години
12. Конспект за студентски изпит съдържа 25 теми. От явилите се на изпита 20 студенти половината са подготвили всички теми, 8 знаят по 20 теми и двама – по 15 теми. Първият изпитан студент говори вярно по изтеглената от него тема. Каква е вероятността той да е подготвен по всички теми?
- А)  $\frac{1}{2}$       Б)  $\frac{25}{44}$       В)  $\frac{22}{25}$       Г) 1
13. В таблицата е дадено разпределението на случайната величина  $X$ .
- |        |       |       |     |     |       |
|--------|-------|-------|-----|-----|-------|
| $X$    | 2     | 3     | 4   | 5   | 6     |
| $P(X)$ | $k^2$ | $k^2$ | $k$ | $k$ | $k^2$ |
- Колко е математическото очакване на  $X$ , ако  $k \in (0; 1)$ ?
- А)  $\frac{1}{3}$       Б) 1      В)  $4\frac{2}{9}$       Г)  $4\frac{1}{5}$
14. Коя е приблизителната стойност (с точност до стотни) на дисперсията на случайната величина, която има даденото разпределение?
- |        |               |               |               |               |               |               |
|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $X$    | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             |
| $P(X)$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |
- А) 2,92      Б) 2,95      В) 3,25      Г) 3,50
15. Каква е вероятността при 5 хвърляния на монета поне 4 пъти да се падне герб?
- А)  $\frac{4}{5}$       Б)  $\frac{1}{3}$       В)  $\frac{3}{16}$       Г)  $\frac{1}{16}$

*Изпитен вариант №16*

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Докажете, че за всяко естествено число  $n$  е вярно равенството

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

17. Изследвайте функцията  $f(x) = \frac{1-x}{x+2}$  и начертайте графиката ѝ.

18. В правилна четириъгълна пирамида  $ABCDM$  с височина  $MH = 40$  см и основен ръб  $AB = 60$  см е вписана сфера. В тази сфера е вписан куб. Колко квадратни сантиметра е лицето на повърхнината на куба?

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

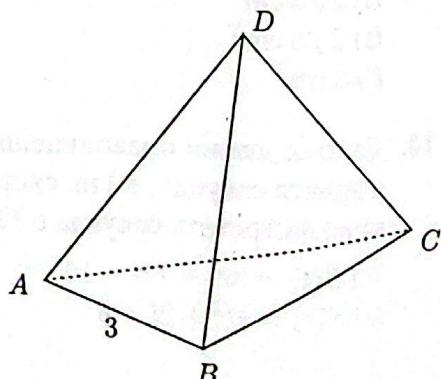
Май

№ 17

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете върхния отговор.

1. Представянето на числото  $6032_{(8)}$  в десетична бройна система е:  
A) 3098      B) 387      C) 1222      D) 4826
2. Даден е векторът  $\overrightarrow{AB}(1; -3)$ . Ако точка  $A(2; 5)$ , то координатите на точка  $B$  са:  
A) (3; 2)      B) (1; 8)      C) (-1; -8)      D) (3; 8)
3. Броят на общите точки на хиперболата  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$  и правата  $y = x - 2$  е:  
A) 0      B) 1      C) 2      D) 3
4. Дадена е права  $g : x + 3y - 1 = 0$ . От точка  $C(0; -3)$  е построен перпендикуляр  $CH$  към  $g$  ( $H \in g$ ). Координатите на точка  $H$  са:  
A) (0; 1)      B) (2; 3)      C) (1; 0)      D) (-1; 2)
5. Кодът на училищното шкафче на Мартин е дума от шест букви, които се избират от 15 различни. Възможните несполучливи опити за отваряне са:  
A)  $15^6 - 1$       B)  $15^6$       C) 1      D)  $15^5 - 1$
6. Първата производна на функцията  $y = \sqrt[3]{1 + \cos 6x}$  е:  
A)  $\frac{-2 \sin 6x}{\sqrt[3]{(1 + \cos 6x)^2}}$       B)  $\frac{1 - \sin 6x}{\sqrt[3]{(1 + \cos 6x)^2}}$   
C)  $\frac{-2 \sin 6x}{1 + \cos 6x}$       D)  $\frac{1 - \sin 6x}{\sqrt[3]{1 + \cos 6x}}$
7. Триъгълна пирамида има един ръб с дължина 3 см, а останалите ръбове са с дължина 4 см.  
Обемът на пирамидата е:  
A)  $\sqrt{11} \text{ cm}^3$   
B)  $\sqrt{39} \text{ cm}^3$   
C)  $6 \text{ cm}^3$   
D)  $3\sqrt{39} \text{ cm}^3$



*Изпитен вариант №17*

8. Сборът на целите числа, които са решения на неравенството  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1 < 0$  е:

A) 3

B) 2

B) -2

Г) -3

9. Дадена е случаина величина със закон на разпределение

X	-2	-1	0	1	2
P	0,2	$2a$	0,3	$a$	0,2

Дисперсията на случаината величина  $X$  е:

A) 0,01

B) 1,9

B) 1,89

Г) 1,53

10. В правилна шестоъгълна пирамида  $ABCDEFM$  с височина  $\sqrt{3}$  см и основен ръб 1 см е построено сечението  $ACM$ . Отношението на лицето на сечението към лицето на основата е:

A)  $\frac{13}{6}$

B)  $\frac{\sqrt{13}}{6}$

B)  $\frac{\sqrt{13}}{24}$

Г)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

11. Пресметнете  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{9x^2 + 5} + 3x)$ .

A)  $\frac{5}{6}$

B)  $+\infty$

B)  $-\frac{5}{6}$

Г)  $-\infty$

12. Интервалите, в които функцията  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  е намаляваща, са:

A)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Б)  $(-1; 1)$

В)  $(-\infty; -0) \cup (10; +\infty)$

Г)  $(-1; 0) \cup (0; 1)$

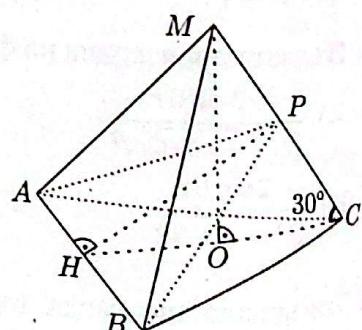
13. В триъгълна пирамида  $ABCM$ ,  $AB \perp CM$ ,  $\angle(CM, (ABC)) = 30^\circ$  и  $S_{\Delta ABC} = 6 \text{ cm}^2$  е построено сечение с равнина, която минава през  $AB$  и е перпендикулярна на  $CM$ . Лицето на сечението е:

A)  $12 \text{ cm}^2$

Б)  $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$

В)  $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Г)  $3 \text{ cm}^2$



14. Тяло се движи праволинейно по закона  $S(t) = at^3 + bt + c$ . Ако първата първа секунда, е 1 м, скоростта в края на втората секунда е 72 м/с, то законоят за движение на тялото е:

A)  $S(t) = 3t^3 + 14t - 16$

Б)  $S(t) = 4t^3 + 2t + 5$

Б)  $S(t) = 4t^3 + 2t - 5$

Г)  $S(t) = 2t^3 - 5t + 4$

15. Произведението от корените на уравнението  $2x^5 - 3x^4 - 13x^3 + 9x^2 + 11x - 6 = 0$  е:
- A) -3      Б) -2      В) 3      Г) 6

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

**На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.**

16. Даден е  $\angle pOq = 45^\circ$ . Върху  $Op^\rightarrow$  е построена точка  $A$  така, че  $OA = 5\sqrt{2}$  см. От точка  $A$  е построен перпендикуляр  $AA_1$  към  $Oq^\rightarrow$  ( $A_1 \in Oq^\rightarrow$ ). От т.  $A_1$  е построен перпендикуляр  $A_1A_2$  към  $Op^\rightarrow$  ( $A_2 \in Op^\rightarrow$ ) и т.н. Намерете дължината на начупената линия.

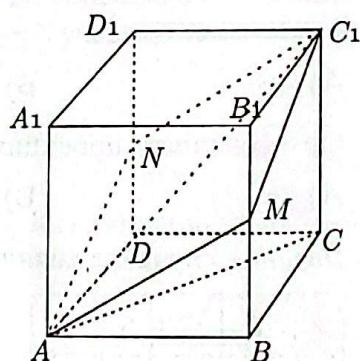
17. Дадена е функцията  $f(x) = 2ax^3 - (4a+7)x^2 + 6ax + 4$ , където  $a$  е реален параметър,  $a \neq 0$ .

а) Ако  $a = -1$ , изследвайте получената функция и постройте графиката ѝ.

б) Намерете стойностите на  $a$ , за които корените  $x_1$  и  $x_2$  на уравнението  $f'(x) = 0$  удовлетворяват неравенството  $9(x_1^2 + x_2^2) + 14x_1x_2 > 0$ .

в) За най-голямата получена цяла стойност на  $a$  намерете координатите на точка  $A$  от графиката на функцията  $F(x) = f'(x)$ , в която допирателната има ъглов коефициент 10.

18. Куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  е пресечен с равнина, която минава през диагонала му  $AC_1$  и пресича ръба  $BB_1$  във вътрешна точка. Ако ъгълът между полученото сечение и основата на куба е  $\alpha$ , докажете, че най-малкото лице на това сечение се получава при  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .



## **ИЗПИТЕН ВАРИАНТ**

Май

Nº 18

## **ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)**

*На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.*

1. Броят на локалните минимуми на функцията  $= x^4 - 8x^2$  е:

A) 1      B) 3      C) 2      D) 4

2. Пресметнете  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 - 8x + 16}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$ .

A) 4      B)  $\frac{16}{5}$       C) 12      D) -12

3. Ако  $x = 5$  е решение на уравнението  $ax^3 + 3x^2 + 3x + a = 0$ , то сборът на корените му е:

A) 3,8      B) 5,8      C) 6,2      D) 4,2

4. Ортогоналната проекция на точката  $M(-6; 4)$  върху правата  $g : 4x - 5y + 3 = 0$  е:

A) (2; -1)      B) (-2; -1)      C) (-2; 1)      D) (2; 3)

5. Дадена е случаен величина със закон на разпределение

$x$	1	3	5	7
$p$	0,1	0,4	a	0,2

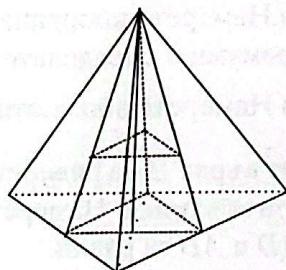
Средноквадратичното отклонение на случайната величина

6. Страната  $AB$  на  $\triangle ABC$  се дели на три равни части от точките  $M$  и  $N$  ( $M$  е между  $A$  и  $N$ ). Точките  $P$  и  $Q$  лежат съответно върху  $CM$  и  $CN$  така, че  $\overrightarrow{CP} = a \overrightarrow{CM}$  и  $\overrightarrow{CQ} = b \overrightarrow{CN}$ . Ако  $PQ \parallel AC$ , то за  $a$  и  $b$  е изпълнено:

A)  $a = \frac{1}{2}b$       B)  $a = b$       C)  $a = 2b$       D)  $2a = 3b$

7. По-малкото бедро на правоъгълен трапец лежи в равнина  $\alpha$ . Едната основа на трапеца е три пъти по-голяма от ортогоналната си проекция върху  $\alpha$ . Ако лицето на ортогоналната проекция на трапеца върху  $\alpha$  е  $18 \text{ cm}^2$ , то лицето на трапеца е:

A)  $52 \text{ cm}^2$       B)  $54 \text{ cm}^2$       C)  $27 \text{ cm}^2$       D)  $6 \text{ cm}^2$

8. Броят на общите точки на елипсата  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$  и правата  $4x + 9y + 9 = 0$  е:
- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3
9. Първата производна на функцията  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  е:
- А)  $2 \sin 2x$       Б)  $\frac{1}{2} \sin 4x$       В)  $\sin 4x$       Г)  $-\sin 4x$
10. Триъгълникът  $ABC$  с  $AC = 5$  см,  $BC = 8$  см и  $\angle ACB = 60^\circ$  се върти около права, която минава през точка  $C$  и е перпендикулярна на страната  $BC$ . Лицето на повърхнината на полученото ротационно тяло е:
- А)  $150\pi$  см $^2$       Б)  $166\pi$  см $^2$       В)  $136\pi$  см $^2$       Г)  $95\pi$  см $^2$
11. Медицентровете на три от стените на правилен тетраедър са съединени с отсечки. Отношението на лицето на получения триъгълник към лицето на стена на тетраедъра е:
- А) 1 : 3      Б) 2 : 3      В) 1 : 9      Г) 4 : 9
- 
12. По колко начина могат да се разпределят 8 задачи между 5 ученици така, че всеки от тях да получи поне по една задача?
- А) 35      Б) 210      В) 30      Г) 42
13. В коя точка допирателната към парабола  $y = x^2 - 2x + 3$  сключва ъгъл  $45^\circ$  с положителната посока на абсцисната ос?
- А)  $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$       Б)  $\left(\frac{9}{4}; \frac{3}{2}\right)$       В)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$       Г)  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{4}\right)$
14. Представянето на числото  $42031_{(5)}$  в десетична бройна система е:
- А) 2766      Б) 553      В) 1014      Г) 21015
15. Частното на безкрайно малка геометрична прогресия, на която всеки член е равен на  $1\frac{1}{2}$  от сума на всички членове след него, е:
- А)  $\frac{3}{5}$       Б)  $\frac{1}{3}$       В)  $\frac{2}{3}$       Г)  $\frac{2}{5}$

*Изпитен вариант №18*

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

**На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.**

16. Да се реши уравнението  $15x^5 + 17x^4 - 314x^3 - 718x^2 - 69x + 45 = 0$ .
17. Дадена е функцията  $f(x) = \frac{1}{12}ax^3 - \frac{1}{16}bx^2 + \frac{1}{100}cx - \frac{1}{2}$ , за която кофициентите  $a$  и  $c$ , взети в този ред, образуват геометрична прогресия с частно  $|q| < 6$ . Ако от  $c$  се извади 64, трите числа образуват аритметична прогресия. Ако от извадените член на аритметичната прогресия се извади 8, получените три числа отново образува геометрична прогресия.
- a) Намерете  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
  - б) Намерете координатите на точките, в които функцията  $f(x)$  достига локални екстремуми и определете вида им.
  - в) Намерете абсолютните екстремуми на функцията  $f(x)$  за  $x \in [0; 3]$ .
18. От върха  $B$  на равностранен  $\triangle ABC$  е издигнат перпендикуляр  $BD$  към равнината на триъгълника. Намерете тангенса на ъгъла между правите  $AD$  и  $BC$ , ако отсечките  $BD$  и  $AB$  са равни.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Май

№ 19

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Седемцифрените числа, записани само с четни цифри, са:

- A)  $4.5^6$       B)  $7^5$       C)  $4.9^4$       D)  $7^4$

2. Ако  $\vec{a} = (2; 3)$  и  $\vec{b} = (-3; 4)$ , то координатите на вектор  $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - 2\vec{b}$  са:

- A)  $\left(-5; \frac{19}{2}\right)$       B)  $\left(7; \frac{19}{2}\right)$   
C)  $\left(-5; -\frac{13}{2}\right)$       D)  $\left(7; -\frac{13}{2}\right)$

3. Дадена е случайна величина със закон на разпределение

$X$	-1	0	1	2
$p$	0,35	0,2	$a$	0,3

Математическото очакване на случайната величина  $X$  е:

- A) 0,85      B) 0,4      C) 0,3      D) 0,5

4. Втората производна на функцията  $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$  е:

- A)  $\frac{1}{2}\cos x$       B)  $-\frac{1}{2}\sin x$       C)  $\sin x$       D)  $2\cos x$

5. Тяло се движи по закона  $S(t) = \frac{2}{t+1}$  ( $S$  в см,  $t$  в с). В кой момент от движението ускорението на тялото ще бъде  $\frac{1}{16}$  см/ $s^2$ ?

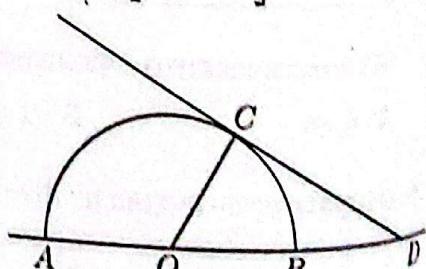
- A) 3 s      B) 5 s      C) 7 s      D) 2 s

6. Представянето на числото  $2022_{(10)}$  в троична бройна система е:

- A)  $12202102_{(3)}$       B)  $2101002_{(3)}$       C)  $222022_{(3)}$       D)  $2202220_{(3)}$

Изпитен вариант №19

7. Сборът на корените на уравнението  $15x^5 - 58x^4 - 174x^3 + 432x^2 + 71x - 30 = 0$  е
- А)  $-4\frac{13}{15}$       Б)  $4\frac{13}{15}$       В)  $3\frac{13}{15}$       Г)  $-3\frac{13}{15}$
8. Дадена е окръжност  $k$  с център  $O$  и перпендикуляри диаметри  $AB$  и  $CD$ .  
Ако точка  $N \in OB$  и  $ON = \frac{1}{3}OB$ , а точка  $M \in OD$  и  $OM = \frac{1}{2}OD$ , то за правите  $CN$  и  $AM$  е вярно:
- А)  $CN \parallel AM$       Б)  $CN \cap AM = P, P$  вътрешна за  $k$   
Б)  $CN \cap AM = P, P \in k$       Г)  $CN \cap AM = P, P$  външна за  $k$
9. Пресметнете  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{2 \cos x - 1}$
- А)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       Б)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       В) 1      Г)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
10. Отношението на лицето на многоъгълник към лицето на неговата ортогонална проекция върху равнина  $\alpha$  е  $2\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ . Мярката на двустенния ъгъл между равнината и многоъгълника е:
- А)  $75^\circ$       Б)  $15^\circ$       В)  $30^\circ$       Г)  $45^\circ$
11. Ако числата  $\sqrt{2}$  и  $-\frac{5}{6}$  са решения на уравнението  $6 + mx + nx^2 + mx^3 + 6x^4 = 0$ , решението на неравенството  $6 + mx + nx^2 + mx^3 + 6x^4 \geq 0$  са:
- А)  $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup \left[-\frac{5}{6}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup (\sqrt{2}; +\infty)$       Б)  $[-\sqrt{2}; -\frac{5}{6}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}]$   
В)  $(-\infty; -\frac{5}{6}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$       Г)  $(-\infty; -\frac{6}{5}] \cup \left[-\frac{5}{6}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$
12. Върху полуокръжност с радиус  $R$  и диаметър  $AB$  е взета точка  $C$  така, че  $\widehat{BC} = 60^\circ$  и в точка  $C$  е построена допирателна, която пресича  $AB$  в точка  $D$ . Повърхнината на тялото, получено при въртене на  $\triangle ACD$  около права  $AD$ , е:
- А)  $\sqrt{3}\pi R^2$       Б)  $2\pi R^2$       В)  $3\pi R^2$       Г)  $4\pi R$
13. Един от ръбовете на триъгълна пирамида е с дължина  $a$  см, а останалите ръбове с дължина  $b$  см. Лицето на повърхнината на пирамидата в  $\text{cm}^2$  е:
- А)  $b^2\sqrt{3} + a\sqrt{4b^2 - a^2}$       Б)  $\frac{1}{2}(b^2\sqrt{3} + a\sqrt{4b^2 + a^2})$   
Б)  $3b^2 + a\sqrt{4b^2 - a^2}$       Г)  $\frac{1}{2}(b^2\sqrt{3} + a\sqrt{4b^2 - a^2})$



14. Броят на локалните екстремуми на функцията  $y = (x - 3)^2(x + 2)^3$  е:
- А) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3
15. Всеки член на безкрайно малка геометрична прогресия се отнася към сума на всички членове след него както  $4 : 7$ . Частното на прогресията е:
- А)  $\frac{3}{11}$       Б)  $\frac{7}{11}$       В)  $\frac{4}{11}$       Г)  $\frac{7}{10}$

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Дадени са права  $g: 2x + 3y - 21 = 0$  и точка  $M(1; 2)$ . Намерете координатите на точката, която е симетрична на  $M$  относно  $g$ .
17. Дадена е функцията  $f(x) = \sqrt{2 + 5x - 3x^2}$ .
- Определете дефиниционното множество и множеството от функционални стойности на  $f(x)$ .
  - Намерете първата и втората производна на  $f(x)$ .
  - Определете координатите на точките, в които  $f(x)$  достига локални екстремуми.
18. Около сфера с радиус  $r$  е описана правилна четириъгъльна пирамида. Намерете най-малката стойност на лицето на околната повърхнина на пирамидата.

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Май

№ 20

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. В таблицата е записан закона за разпределение на случайната величина  $X$ .

$X$	0	1	2	3
$p$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{13}{35}$	$\frac{9}{35}$

Вероятността на събитието  $X \leq 1$  е:

- A)  $\frac{1}{35}$       B)  $\frac{9}{35}$       C)  $\frac{13}{35}$       D)  $\frac{1}{2}$

2. В група от 30 ученици има 10 отличници. Групата е разделена на две равни части. Каква е вероятността във всяка от тях да има по 5 отличници?

- A)  $\frac{C_{10}^5}{C_{30}^{15}}$       B)  $\frac{C_{20}^{10}}{C_{30}^{15}}$       C)  $\frac{5}{C_{30}^{15}}$       D)  $\frac{C_{20}^{10} \cdot C_{10}^5}{C_{30}^{15}}$

3. Функцията на плътност на нормално разпределение е  $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{18}}$ . Математическото очакване  $\mu$  и стандартното отклонение  $\sigma$  са:

- A)  $\mu = -3; \sigma = 3$       B)  $\mu = 3; \sigma = -3$       C)  $\mu = -3; \sigma = 9$       D)  $\mu = \sigma = 3$

4. Решенията на уравнението  $\log_2(x-1)^6 = 6 \log_2 3$  са числата:

- A) 9      B) 3 или -3      C) 4      D) 4 или -2

5. Колко са целите числа, които не са решения на неравенството  $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 > 0$ ?

- A) 5      B) 4      C) 1      D) 0

6. Броят на корените на уравнението  $4 \sin x \cos x = 1$ , принадлежащи на интервала  $[0; 2\pi]$  е:

- A) 5      B) 4      C) 2      D) 1

7. Равнобедрен трапец е с височина 6 см и с тангенс на ъгъла между основа и диагонал равен на 0,25. Лицето на трапеца е:

- A)  $72 \text{ cm}^2$       B)  $108 \text{ cm}^2$       C)  $144 \text{ cm}^2$       D)  $288 \text{ cm}^2$

8. В правоъгълна координатна система с начало точка  $O$  са дадени точките  $A(-2; 1)$ ,  $B(1; 5)$  и  $C(5; -1)$ . Лицето на четириъгълника  $ABCO$  в квадратни мерни единици е:
- А) 37      Б) 18,5      В) 18      Г) 13
9. В Декартова координатна система са дадени точките  $A(5; 0)$ ,  $B(1; 8)$  и  $C(-3; -4)$ . Кое от уравненията е уравнението на описаната около  $\triangle ABC$  окръжност?
- А)  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 40$       Б)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 40$   
 В)  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 29$       Г)  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 32$
10. Дадена е елипса с уравнение  $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{8} = 1$ . Разстоянието между фокусите на елипсата е:
- А) 9      Б) 6      В)  $2\sqrt{3}$       Г)  $\sqrt{3}$
11. Коя от посочените редици е сходяща?
- А)  $a_n = \sqrt{3n^2 - n} - \sqrt{3n^2 + 2n}$       Б)  $a_n = \frac{n^3 - 2n^2 + 5}{3n^2 - n + 5}$   
 В)  $a_n = \frac{7^n - 5}{5^n - 7}$       Г)  $a_n = n \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^n$
12. Намерете  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{27}{x^3 - 27} \right)$ .
- А)  $\frac{1}{27}$       Б)  $\frac{1}{3}$       В)  $\frac{2}{3}$       Г)  $+\infty$
13. Тяло се движи по права по закон  $s(t) = t^4 - t^3 - 12t + 7$  (м), времето се измерва в секунди. Каква ще е скоростта в (м/с) след 3 секунди?
- А) 25      Б) 49      В) 69      Г) 90
14. Дадена е функцията  $f(x) = 2x^5 - e^{3x}$ . Стойността  $f'(0)$  е:
- А) -3      Б)  $10 - 3e^2$       В) -1      Г)  $10 - e^2$
15. Ъгловият коефициент на допирателната към графиката на функцията  $f(x) = 4 \cos^2 x - 4 \sin^4 x$ , за  $x = \frac{\pi}{12}$  е:
- А)  $\frac{8\sqrt{3} + 1}{4}$       Б)  $\sin^2 \frac{\pi}{12}$       В) 1      Г)  $\sqrt{3} - 4$

*Изпитен вариант №20*

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Дадена е правилна четириъгълна призма  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с основен ръб 5 см и височина 8 см. Призмата е пресечена с равнина, минаваща през средата  $M$  на ръба  $AA_1$ , точка  $K$  от ръба  $BB_1$  такава, че  $BK = 3KB_1$  и точка  $P$  от ръба  $DD_1$  такава, че  $D_1P = 3PD$ .
- Определете вида на сечението и намерете косинуса на ъгъла между равнината на основата и равнината на сечението.
  - Намерете обемите на телата, получени след разделянето на призмата.
17. а) Намерете най-голямото цяло число, решение на неравенството  $\frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4 - 7x^2 + 12} \geq 1$
- б) Намерете произведението на корените на уравнението  $(9\sqrt{2x+7} - 3^{x+4})(x^2 - 16) = 0$
- в) Намерете стойностите на реалния параметър  $k$ , за които уравнението  $3k \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$  има решение.
18. Дадена е функцията  $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{20-x^2}$ . Намерете най-голямата и най-малката стойност на  $f(x)$ . Определете колко реални корена има уравнението  $f(x) = 3$ .

# ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

№ 21

Май

## ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15, включително отбележете верния отговор.

1. Векторите  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуват ортонормирана база в равнината.

Ако  $\vec{m} = -\vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{n} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ , намерете  $\cos \varphi(\vec{m}, \vec{n})$ .

A)  $-\frac{4\sqrt{65}}{65}$

Б)  $-\frac{8\sqrt{65}}{65}$

В)  $\frac{4\sqrt{65}}{65}$

Г)  $-\frac{4\sqrt{3}}{15}$

2. Квадрат  $PMQN$  с координати на два противоположни върха  $P(3; 5)$  и  $Q(1; -3)$  има лице:

А)  $2\sqrt{5}$

Б) 10

В) 34

Г)  $2\sqrt{2}$

3. Коя двойка прави са успоредни?

А)  $3x + 5y - 4 = 0$  и  $6x + 10y + 7 = 0$

Б)  $2x - 4y + 3 = 0$  и  $2x - y = 0$

В)  $2x - 1 = 0$  и  $2x + y - 1 = 0$

Г)  $y + 3 = 0$  и  $x + 5y - 7 = 0$

4. Даден е куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Намерете ъгъла между правите  $AC$  и  $DA_1$ .

А)  $90^\circ$

Б)  $60^\circ$

В)  $45^\circ$

Г)  $30^\circ$

5. Даден е полиномът  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ .

Ако  $a_n = 2$ ,  $a_0 = 8$ ,  $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1 \in \mathbb{Z}$ , то кое от числата НЕ може да е корен на  $f(x) = 0$ ?

А)  $\frac{1}{2}$

Б) -2

В) -4

Г)  $\frac{1}{4}$

6. Намерете границата  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{3 - \sqrt{x+3}}$ .

А) -12

Б) 12

В) 6

Г) -72

7. Намерете първата производна на функцията  $f(x) = \sin^3 5x$ .

А)  $f'(x) = 15 \sin 5x$

Б)  $f'(x) = 3 \sin^2 5x$

В)  $f'(x) = 3 \sin^2 5x \cos 5x$

Г)  $f'(x) = 15 \sin^2 5x \cos 5x$

*Изпитен вариант №21*

8. За коя стойност на  $m$  функцията  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-5)}{x-5}, & x < 5 \\ 3m+5, & x \geq 5 \end{cases}$  е непрекъсната при  $x=5$ ?
- A)  $m = -1$       B)  $m = 1$       C)  $m = 2$       D)  $m = 5$
9. За коя стойност на параметъра  $m$  функцията  $f(x) = x^3 - 6x^2 + mx + 1$  има минимум при  $x = 3$ ?
- A)  $m = 3$       B)  $m = -3$       C)  $m = -9$       D)  $m = 9$
10. Кои са вертикалните асимптоти към графиката на функцията  $f(x) = \frac{5x}{4-x^2}$ ?
- A)  $y = 2$       B)  $x = 2$  и  $x = -2$   
B)  $y = 2$  и  $y = -2$       C)  $x = 0, x = 2, x = -2$
11. От 4 вида детски играчки трябва да се закупят 7 броя. По колко начина може да се изберат това?
- A) 120      B) 35      C) 28      D) 7
12. Да се намери дължината на радиуса  $R$  на окръжността  $k$ , зададена с уравнението  $x^2 + 4x + y^2 - 10y + 13 = 0$ .
- A)  $R = \sqrt{13}$       B)  $R = 4$       C)  $R = 16$       D)  $R = 6$
13. Даден е триъгълник  $ABC$  със страни  $AB = 5 \text{ cm}$ ,  $AC = 4 \text{ cm}$  и  $\angle CAB = 60^\circ$ . В  $\triangle ABC$  е вписан успоредник  $APQT$  (т.  $P \in AB$ , т.  $Q \in BC$ , т.  $T \in AC$ ). Ако  $AP = m$ , намерете стойността на  $m$ , при която лицето на успоредника е най-голямо.
- A)  $m = 3 \text{ cm}$       B)  $m = 2 \text{ cm}$       C)  $m = 2,5 \text{ cm}$       D)  $m = 2,4 \text{ cm}$
14. Определете коя функция е нечетна.
- A)  $f(x) = 5x^2$       B)  $f(x) = x \cot g x$       C)  $f(x) = x \cos 2x$       D)  $f(x) = 5 \sin^2 x$
15. Обемът на кълбо, описано около куб с ръб  $2\sqrt{3}$ , е:
- A)  $36\pi$       B)  $288\pi$       C)  $12\pi$       D)  $24\pi$

**ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)**

*На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.*

16. Дадени са точките  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 7)$  и  $C(5; -13)$ . За  $\triangle ABC$  да се намерят:
- уравнението на медианата през връх  $B$ ;
  - уравненията на страните на триъгълника;
  - уравнението на височината през връх  $C$ ;
  - лицето на триъгълника;
  - координатите на центъра на описаната окръжност около  $\triangle ABC$ .

17. Изследвайте функцията  $f(x) = x^4 - 4x^3 - 5$  и начертайте графиката ѝ.
18. Даден е куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$ . Точки  $N, M, P$  и  $Q$  са съответно от страните  $A_1B_1$ ,  $C_1D_1$ ,  $DD_1$  и  $AD$  така, че  $\frac{C_1M}{C_1D_1} = \frac{A_1N}{A_1B_1} = \frac{1}{4}$  и  $D_1P = PD; AQ = QD$ . Кубът е пресечен с равнина, съдържаща  $MN$  и успоредна на  $PQ$ . Намерете лицето на сечението, ако ръбът на куба е 8 cm.