

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Май

Nº 20

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. В таблицата е записан закона за разпределение на случайната величина X .

X	0	1	2	3
p	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{13}{35}$	$\frac{9}{35}$

Вероятността на събитието $X \leq 1$ е:

- А) $\frac{1}{35}$ Б) $\frac{9}{35}$ В) $\frac{13}{35}$ Г) $\frac{1}{2}$
2. В група от 30 ученици има 10 отличници. Групата е разделена на две равни части. Каква е вероятността във всяка от тях да има по 5 отличници?
- А) $\frac{C_{10}^5}{C_{30}^{15}}$ Б) $\frac{C_{20}^{10}}{C_{30}^{15}}$ В) $\frac{5}{C_{30}^{15}}$ Г) $\frac{C_{20}^{10} \cdot C_{10}^5}{C_{30}^{15}}$
3. Функцията на плътност на нормално разпределение е $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{18}}$. Математическото очакване μ и стандартното отклонение σ са:
- А) $\mu = -3; \sigma = 3$ Б) $\mu = 3; \sigma = -3$ В) $\mu = -3; \sigma = 9$ Г) $\mu = \sigma = 3$
4. Решенията на уравнението $\log_2(x-1)^6 = 6 \log_2 3$ са числата:
- А) 9 Б) 3 или -3 В) 4 Г) 4 или -2
5. Колко са целите числа, които не са решения на неравенството $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 > 0$?
- А) 5 Б) 4 В) 1 Г) 0
6. Броят на корените на уравнението $4 \sin x \cos x = 1$, принадлежащи на интервала $[0; 2\pi]$ е:
- А) 5 Б) 4 В) 2 Г) 1
7. Равнобедрен трапец е с височина 6 cm и с тангенс на ъгъла между основа и диагонал равен на 0,25. Лицето на трапеца е:
- А) 72 cm^2 Б) 108 cm^2 В) 144 cm^2 Г) 288 cm^2

8. В правоъгълна координатна система с начало точка O са дадени точките $A(-2; 1)$, $B(1; 5)$ и $C(5; -1)$. Лицето на четириъгълника $ABCO$ в квадратни мерни единици е:
 А) 37 Б) 18,5 В) 18 Г) 13
9. В Декартова координатна система са дадени точките $A(5; 0)$, $B(1; 8)$ и $C(-3; -4)$. Кое от уравненията е уравнението на описаната около $\triangle ABC$ окръжност?
 А) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 40$ Б) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 40$
 В) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 29$ Г) $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 32$
10. Дадена е елипса с уравнение $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{8} = 1$. Разстоянията между фокусите на елипсата е:
 А) 9 Б) 6 В) $2\sqrt{3}$ Г) $\sqrt{3}$
11. Коя от посочените редици е сходяща?
 А) $a_n = \sqrt{3n^2 - n} - \sqrt{3n^2 + 2n}$ Б) $a_n = \frac{n^3 - 2n^2 + 5}{3n^2 - n + 5}$
 В) $a_n = \frac{7^n - 5}{5^n - 7}$ Г) $a_n = n \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^n$
12. Намерете $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{27}{x^3 - 27} \right)$.
 А) $\frac{1}{27}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) $\frac{2}{3}$ Г) $+\infty$
13. Тяло се движи по права по закон $s(t) = t^4 - t^3 - 12t + 7(m)$, времето се измерва в секунди. Каква ще е скоростта в (m/s) след 3 секунди?
 А) 25 Б) 49 В) 69 Г) 90
14. Дадена е функцията $f(x) = 2x^5 - e^{3x}$. Стойността $f'(0)$ е:
 А) -3 Б) $10 - 3e^2$ В) -1 Г) $10 - e^2$
15. Ъгловият коефициент на допирателната към графиката на функцията $f(x) = 4 \cos^2 x - 4 \sin^4 x$, за $x = \frac{\pi}{12}$ е:
 А) $\frac{8\sqrt{3} + 1}{4}$ Б) $\sin^2 \frac{\pi}{12}$ В) 1 Г) $\sqrt{3} - 4$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Дадена е правилна четириъгълна призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основен ръб 5 см и височина 8 см. Призмата е пресечена с равнина, минаваща през средата M на ръба AA_1 , точка K от ръба BB_1 такава, че $BK = 3KB_1$ и точка P от ръба DD_1 такава, че $D_1P = 3PD$.
- а) Определете вида на сечението и намерете косинуса на ъгъла между равнината на основата и равнината на сечението.
- б) Намерете обемите на телата, получени след разделянето на призмата.
17. а) Намерете най-голямото цяло число, решение на неравенството $\frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4 - 7x^2 + 12} \geq 1$
- б) Намерете произведението на корените на уравнението $(9\sqrt{2x+7} - 3^{x+4})(x^2 - 16) = 1$
- в) Намерете стойностите на реалния параметър k , за които уравнението $3k \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$ има решение.
18. Дадена е функцията $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{20-x^2}$. Намерете най-голямата и най-малката стойност на $f(x)$. Определете колко реални корена има уравнението $f(x) = 3$.