

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Януари

Nº 6

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

- В декартова координатна система с единична отсечка 1 cm са дадени точки $A(-2; 7)$ и $B(3; -5)$. Колко сантиметра е дължината на отсечката AB ?
А) $\sqrt{5}$ Б) $\sqrt{12}$ В) 12 Г) 13
- Коя равнинна крива може да има канонично уравнение $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$?
А) окръжност Б) хипербола В) елипса Г) парабола
- Куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ има ръб $AB = 3$ cm. Колко сантиметра е разстоянието между правите AD_1 и BA_1 ?
А) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm Б) $\sqrt{3}$ cm В) 2 cm Г) $\sqrt{5}$ cm
- Кое от дадените уравнения е декартово уравнение на права?
А) $5x - 2y - 3,5 = 0$ Б) $3,2x + 1,2y = 5$ В) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-5}$ Г) $y = 2,5x - 0,5$
- Кое от дадените уравнения е уравнение на окръжност с радиус 2?
А) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$ Б) $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{y}{2} + 2\right)^2 = 1$
В) $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{y}{2} - 2\right)^2 = 2^2$ Г) $\left(\frac{x}{2} - 3\right)^2 - \left(\frac{y}{2} - 2\right)^2 = 1$
- Коя е втората производна на функцията $f(x) = \frac{x^2 - \sin^2 x}{4}$?
А) $\sin^2 x$ Б) $\cos^2 x$ В) $\frac{x - \sin x}{2}$ Г) $\frac{x - \sin x \cos x}{2}$
- Колко локални екстремума има функцията $y = 2x^3 - 9x^2 + 30x - 7$?
А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3
- В колко интервала от дефиниционната си област функцията $y = x + \frac{1}{x}$ е монотонно намаляваща?
А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3

9. В колко интервала от дефиниционната си област функцията $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ е изпъкнала?
 А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3
10. Коя от дадените прави е допирателна към параболата $y = x^2 - 2x + 1$?
 А) $y = 2x - 3$ Б) $y = -2x - 3$ В) $y = 2x + 3$ Г) $y = -2x + 3$
11. Коя е хоризонталната асимптота на функцията $y = \frac{x - 4}{x - 5}$?
 А) $y = 0$ Б) $y = \frac{4}{5}$ В) $y = 1$ Г) $y = 5$
12. Кой е коефициентът пред $x^7 y^2$ в нормалния вид на $(x - 2y)^9$?
 А) -36 Б) 36 В) 72 Г) 144
13. Колко рационални корена има уравнението $x^4 + x^2 + 6x - 8 = 0$?
 А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4
14. Кое от дадените твърдения за числовата редица $a_n = -1 + (-1)^n$ ($n \in \mathbb{N}$) е вярно?
 А) Редицата е монотонна. Б) Редицата е сходяща.
 В) Редицата е крайна. Г) Редицата е ограничена.
15. На колко е равна $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$?
 А) 1 Б) e В) e^2 Г) Не е определена.

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Решете уравнението $6x^5 - 11x^4 - 11x + 6 = 0$.
17. Докажете, че съществуват точки от графиките на функциите $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ и $g(x) = x^3 - x + 1$, които имат равни абсциси и в които съответните допирателни към графиките са успоредни. Намерете координатите им.
18. Лицето на успоредното сечение на прав кръгов цилиндър се отнася към основото му сечение както 1 : 2. Намерете отношението на лицето на околната повърхнина на цилиндъра към лицето на пълната му повърхнина.