стр. 68 / 11 зад.

производната на $f(x)$ е функция от втора степен и щом p и q са екстремуми, то p и q са корени на $f'(x)$

$$\Rightarrow f'(x) = c(x-p)(x-q), \quad c \neq 0$$

/ това е видът на произволна функция от втора степен с корени p, q /

$$\Rightarrow f'(x) = c(x^2 - px - qx + pq)$$

/ сега смятаме втората производна /

$$f''(x) = (f'(x))' = (c(x^2 - px - qx + pq))' =$$

$$= c(x^2 - px - qx + pq)' =$$

$$= c(2x - p - q + 0) =$$

$$= 2c\left(x - \left(\frac{p+q}{2}\right)\right)$$

/ изследваме вдлъбнатост / изпъкналост /

$$f''(x) \geq 0$$

$$2c\left(x - \frac{p+q}{2}\right) \geq 0 \quad /:2$$

$$c\left(x - \frac{p+q}{2}\right) \geq 0$$

при $c > 0$ $\quad x \in \left[\frac{p+q}{2}; +\infty\right)$

и $f(x)$ е изпъкнала за $\left[\frac{p+q}{2}; +\infty\right)$

и вдлъбната за $\left(-\infty; \frac{p+q}{2}\right]$

$f''(x)$ $\quad - \quad +$

$\frac{p+q}{2}$ $\quad x$

$f(x)$ вдлъбнета $\quad \frac{p+q}{2} \quad$ изпъкнета

при $c < 0 \quad x \in \left(-\infty; \frac{p+q}{2}\right]$

и $f(x)$ е изпъкнела за $\left(-\infty; \frac{p+q}{2}\right)$

и вдл-та за $\left[\frac{p+q}{2}; +\infty\right)$

$f''(x) \quad + \quad \frac{p+q}{2} \quad - \quad x$

$f(x)$ изпъкнела $\quad \frac{p+q}{2} \quad$ вдлъбнета $\quad x$

в двата случая, $\frac{p+q}{2}$ е инфлексна точка