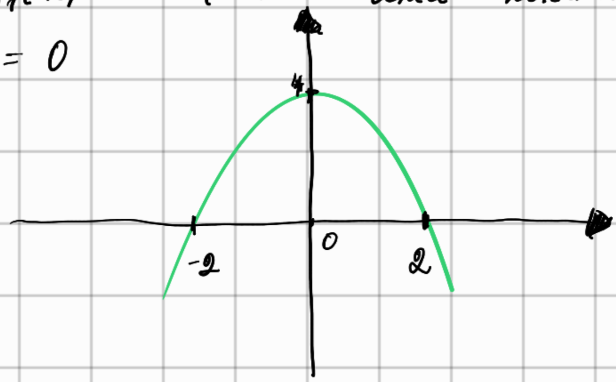
① Теорема на Ферма

Ако функцията $f(x)$ има локален екстремум в т. $x_0$ и $f(x)$ е диференцируема в т. $x_0$, то $f'(x_0) = 0$.

**Пример** $f_1(x) = 4 - x^2$ има локален екстремум при $x_0 = 0$




Може да се види, че $f'(x_0) = 0$:

$$f'(x) = (4 - x^2)' = -2x$$

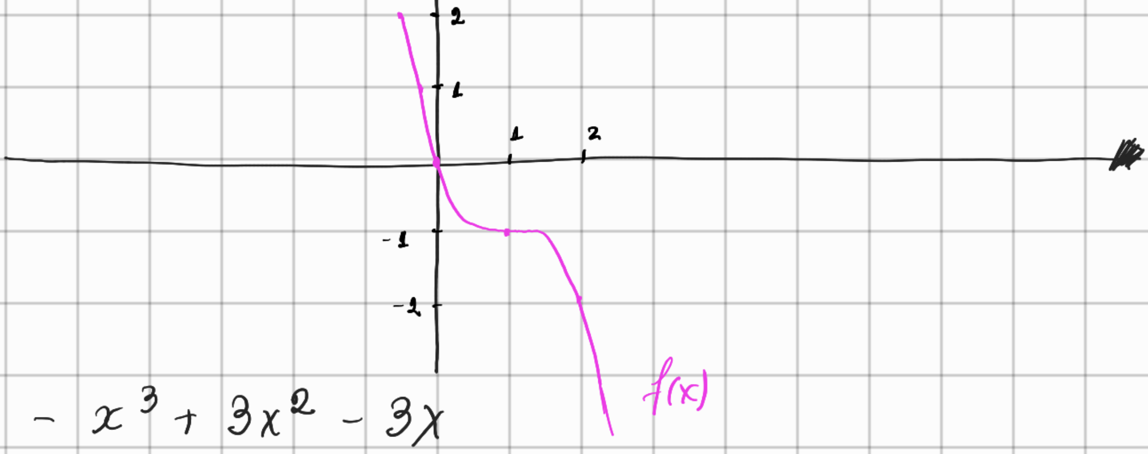
$$f'(x_0) = f'(0) = 0$$

! Не можем да кажем, че ако за $x_0 : f'(x_0) = 0$ то $f(x)$ достига локален екстремум при т. $x_0$.

! Съществуват случаи в които $f'(x_0) = 0$ и т. $x_0$ НЕ Е екстремум на $f(x)$

1) $x_0$ е екстремум на $f(x) \Rightarrow f'(x) = 0$
2) $f'(x_0) = 0 \not\Rightarrow x_0$ е екстремум

**Пример 2**




$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x$

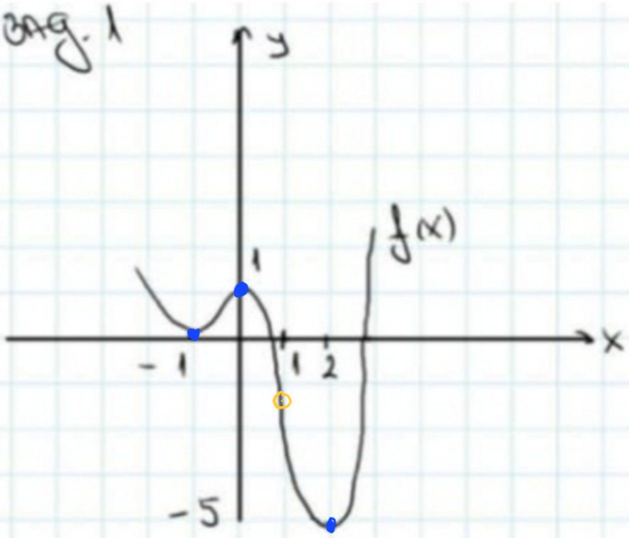
$f'(x) = -3x^2 + 6x - 3$

$x_0 = 1$

$f'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0 - 3 = -3 + 6 - 3 = 0$

## Задача.

Зад. 1




На чертежа е графиката на $f(x)$. За $f'(x)$ е вярно, че:

а) $f'(0) = 0$ → вярно

б) $f'(1) = 0$ → Не може да се определи.

в) $f'(2) = -5,1$ → Не вярно.

Неверно ← г) $f'(x) < 0$ за $x \in [0; 2]$

д) $f'(2) = 0$ → вярно

На чертежа се вижда че $x_0 = -1$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ $f(x)$ достига локален екстремум.

Теорема на Ферма: Ако функцията $f(x)$ има екстремум в $x_0$, то $f'(x_0) = 0$

Функцията $f(x)$ има екстремум в $-1$, $1$, $2$ (от данните), следователно $f'(-1)=0$

$f'(1)=0$

$f'(2)=0$

$\Rightarrow$ А) - вярно, В) - невярно, Д) - вярно

Забелязваме, че при $x=1$ функцията $f(x)$ няма екстремум.

Тогава не можем със сигурност да кажем, че $f'(1)=0$

Но не можем да кажем със сигурност, че $f'(1)\neq 0$.

Нямаме достатъчно информация.

Б) - не може да се определ.

Тъй като $f(0)=0$, то $f(0) \not< 0$, тогава съществува $x\in[0;2]: f(x)<0$ не е изпълнено

Г) - невярно.