ИЗПИТЕН ВАРИАНТ № 14

Април

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1. до 15. включително отбележете верния отговор.

1. Вектор $\vec{a}$ с дължина 10 е колинеарен на $\vec{b}(3;-4)$. Координатите на $\vec{a}$ са:

А) $(6;-8)$ и $(-6;4)$

Б) $\left(\frac{3}{2};-2\right)$ и $\left(-\frac{3}{2};2\right)$

В) $\left(\frac{30\sqrt{7}}{7};-\frac{40\sqrt{7}}{7}\right)$ и $\left(-\frac{3}{2};2\right)$

Г) $(6;-8)$ и $(-6;8)$

2. Функцията $y=\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2022}$ е изпъкнала в интервалите:

А) $(-3;1)$

Б) $\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$

В) $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$

Г) $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$

3. Точките $A(2;4)$ и $B(0;6)$ са върхове на равнобедрен $\triangle ABC(AC=BC)$. Ако третият връх C лежи на правата $g:2x-y-6=0$, то координатите му са:

А) $(0;-6)$ Б) $(10;14)$ В) $(1;-4)$ Г) $(5;9)$

4. Дадени са параболите $y=\frac{1}{4}x^2$ и $y=(x-1)^2$. Уравнението на правата, която минава през пресечните точки на двете параболи, е:

А) $2x-3y-1=0$ Б) $3x-2y+1=0$ В) $2x+3y-7=0$ Г) $2x+y-5=0$

5. Ламарина с форма на правоъгълник с диагонал d служи за изработване на околна повърхнина на цилиндър с обиколка на основата по-голямата страна на правоъгълника. Ако диагоналът сключва ъгъл α с тази страна, то обемът на цилиндъра е:

А) $d^3\sin 2\alpha\cos\alpha$ Б) $\frac{d^3\sin 2\alpha sin\alpha}{8\pi}$ В) $\frac{d^3\sin 2\alpha}{8\pi}$ Г) $\frac{d^3\sin 2\alpha\cos\alpha}{8\pi}$

6. Сборът от нулите на полинома $P(x)=(x^2+2x+4)^2+2(x^3-8)+(x-2)^2$ е:

А) 3 Б) 0 В) -3 Г) -6

7. В правилна шестоъгълна пирамида $ABCDEFM$ с основен ръб 1 cm и околен ръб 2 cm $\sin\sphericalangle((ACM),(ABC))$ е:

А) $\frac{\sqrt{39}}{13}$ Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ В) $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ Г) $\frac{4\sqrt{39}}{13}$

8. Разликата между коефициентите на третото и последното събираемо в развитието на $\left(x^{\frac{1}{5}} + x^{-\frac{1}{3}}\right)^n$ е 14. Коефициентът на събираемото, което съдържа $x^{\frac{2}{3}}$, е равен на:

А) 5 Б) 6 В) 9 Г) 15

9. Най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$ за $x \in [2;5]$ са съответно:

А) $\frac{41}{40}$ и $\frac{5}{4}$ Б) 1 и $\frac{41}{40}$ В) 1 и $\frac{9}{4}$ Г) 1 и $\frac{5}{4}$

10. В полусфера с радиус 3 cm е вписан куб така, че четири от върховете му лежат на нея, а останалите - в равнината на голямата окръжност на полусферата. Обемът на куба е:

А) $6\sqrt{6}$ cm^3 Б) $\frac{81\sqrt{6}}{4}$ cm^3 В) $3\sqrt{6}$ cm^3 Г) $6\sqrt{2}$ cm^3

11. Материална точка се движи по закона $S(t) = t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t - 2$ (в метри). На колко е равно ускорението в момента, когато скоростта е $V = 15$ m/s?

А) 10 Б) 15 В) 13 Г) 12

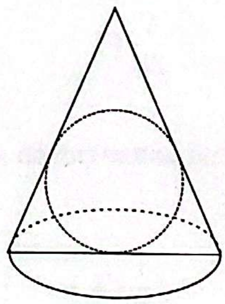
12. Ако кълбо е вписано в конус с образувателна 16 cm и височина 140 mm, то лицето на повърхнината на кълбото е:

А) $\frac{4\pi}{49}(79 - 16\sqrt{15})$ cm^2

Б) $\frac{240\pi}{49}(79 - 16\sqrt{15})$ cm^2

В) $\frac{240\pi}{49}(8 + \sqrt{15})$ cm^2

Г) $\frac{16\pi}{49}(79 - 16\sqrt{15})$ cm^2



13. За коя стойност на параметъра a функцията $f(x) = \begin{cases} x+4, & x \geq 2 \\ a.2^{x+1}, & x < 2 \end{cases}$ е непрекъсната в цялото си дефиниционно множество?

А) $\frac{3}{4}$ Б) $\frac{3}{2}$ В) 14 Г) -2

14. Локалните екстремуми на функцията $y = \sin 2x + 2\cos x$ за $x \in (0; 2\pi)$ са:

А) $y_{min} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ и $y_{max} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ Б) $y_{min} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ и $y_{max} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

В) $y_{min} = -3\sqrt{3}$ и $y_{max} = 3\sqrt{3}$ Г) $y_{min} = 3\sqrt{3}$ и $y_{max} = -3\sqrt{3}$

15. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1}$ е равна на:

А) e^4 Б) e^{-6} В) e^6 Г) e^2

Изпитен вариант №14

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Намерете сбора от корените на уравнението $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)=40$.

17. Дадена е правилна четириъгълна пирамида с основен ръб $\sqrt{3}$ и ъгъл между два съседни околни ръба 60°. Намерете лицето на повърхнината и обема на пирамидата.

18. В окръжност с радиус 2 е вписан трапец с малка основа 2 и остър ъгъл α.

а) Да се докаже, че лицето на трапеца $S=8\sin^2(2\alpha-60^\circ)$.

б) Да се намери стойността на α, за която лицето на трапеца е най-голямо.