

ИЗПИТЕН ВАРИАНТ

Февраль

Nº 8

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

На задачи от 1 до 15, заключите, че отбележете верния отговор.

1. За функцията $f(x) = x\sqrt{x}$ стойността на $f''(1)$ е:

А) 1 Б) $\frac{3}{2}$ В) $\frac{9}{4}$ Г) $\frac{3}{4}$

2. Колко тетраедъра могат да се построят от 9 точки, лежащи на сфера, ако никои четири от тях не са в една равнина?

А) 63 Б) 126 В) 130 Г) 604

3. Ако $M(3; 5)$ и $N(7; 2)$, то дължината на MN е:

А) 1 Б) $2\sqrt{5}$ В) $5\sqrt{2}$ Г) 5

4. Общото уравнение на правата, минаваща през точките $(2; 0)$ и $(0; 5)$, е:

А) $5x + 2y - 10 = 0$ Б) $y = 5 - \frac{5}{2}x$
 В) $2x - 5y + 10 = 0$ Г) $2x + 5y + 10 = 0$

5. Полиномът $P(x) = x^5 + 3x^4 + ax^2 + 2x - 1$ дава остатък 9 при деление с $x - 1$. Стойността на a е:

А) 2 Б) 4 В) 12 Г) 14

6. Ако в развитието на бинома $(x^3 + 1)^n$ четвъртият член съдържа x^{12} , то стойността на n е:

А) 3 Б) 4 В) 7 Г) 8

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ е равна на:

А) 1 Б) 0 В) $+\infty$ Г) $-\infty$

8. Ако цилиндър има лице на пълната повърхнина S и височина h , то радиусът на основата му е:

А) $\frac{S}{2\pi h}$ Б) $\frac{1}{2} \left(\pm \sqrt{h^2 + \frac{2}{\pi} S} - h \right)$
 В) $\frac{1}{2} \left(\sqrt{h^2 + \frac{1}{\pi} S} - h \right)$ Г) $\frac{1}{2} \left(\sqrt{h^2 + \frac{2}{\pi} S} - h \right)$

9. Локалните екстремуми на функцията $y = x^2\sqrt{x+1}$ са:

A) $y_{max} = \frac{16\sqrt{5}}{125}, y_{min} = 0$

B) $y_{max} = \frac{4\sqrt{5}}{25}, y_{min} = \frac{1}{2}$

Б) $y_{max} = \frac{32\sqrt{5}}{125}, y_{min} = 0$

Г) $y_{max} = \frac{16\sqrt{5}}{25}, y_{min} = 0$

10. Функцията $y = \frac{3x+1}{\sqrt{9x^2+3x+1}}$ има хоризонтални асимптоти:

A) $y = 1$ и $y = -1$ Б) $y = 1$ и $y = \frac{1}{3}$ В) $y = -1$ и $y = \frac{1}{9}$ Г) $y = \frac{1}{9}$ и $y = -\frac{1}{9}$

11. Към параболата $y = x^2 - 2x + 3$ е построена допирателна, успоредна на правата $y = x - 1$. Уравнението на допирателната е:

A) $y = x + \frac{3}{4}$ Б) $y = x + 1$ В) $y = x + \frac{3}{2}$ Г) $y = x + \frac{1}{4}$

12. Точките $A(-2; 5)$ и $B(6; 1)$ са краища на диаметър на окръжност. Напишете уравнението на окръжността.

A) $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 12$ Б) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$
B) $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$ Г) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 80$

13. Най-голямата стойност на функцията $y = \frac{2}{1 + \cos x}$ за $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ е:

A) 1 Б) $2(2 - \sqrt{2})$ В) $2(2 + \sqrt{2})$ Г) 2

14. Равнобедрен правоъгълен триъгълник с дължина на катета 4 см се върти около права, успоредна на единия катет, на разстояние 2 см от него. Лицето на повърхнината на полученото тяло (m^2) е:

A) $8\pi(4\sqrt{2} + 5)$ Б) $8\pi(4\sqrt{2} + 7)$ В) $16\pi(2\sqrt{2} + 3)$ Г) $8\pi(\sqrt{2} + 5)$

15. В пирамида с обем V е построено сечение, успоредно на основата, което минава през средата на околнния ръб. Обемът на получената пресечна пирамида е:

A) $\frac{7}{8}V$ Б) $\frac{8}{7}V$ В) $\frac{7}{24}V$ Г) $\frac{3}{4}V$

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

На задачи 16., 17. и 18. напишете пълно решение.

16. Да се изследва функцията $y = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 1$ и да се построи графиката ѝ.

17. В прав кръгов конус с осно сечение $\triangle ABC (AC = BC)$ е вписана сфера с център O_1 и радиус r . Ако $\angle A O_1 C = \alpha$, изразете обема на конуса чрез r и α .

18. Топка отскача на височина 80% от височината, от която е пусната. Намерете:

- до каква височина ще достигне топката след третия отскок, ако е пусната от 50 м;
- от каква най-малка височина с точност до стотните трябва да се пусне топката, така че след четвъртия отскок да достигне височина не по-малка от 4 м.