НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
"ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ"
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ
СІКОРСЬКОГО"
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА
з предмету "Математична статистика"

Виконав студент групи
КА-81
Фордуй Нікіта

Київ 2020

1 Завдання

Дана конкретна реалізація вибірки об'ємом n = 100:

2	0	8	0	15	1	1	1	7	1	0	0	3	1	1	1	0	0	3	1
2	4	10	6	1	0	1	0	0	2	0	1	5	0	1	9	4	2	11	3
2	0	8	1	6	3	0	1	1	4	0	9	5	3	3	0	0	10	2	0
3	11	0	9	0	1	4	1	0	2	0	1	1	3	4	7	1	3	3	0
4	7	6	0	3	0	1	15	11	1	2	4	0	2	0	0	0	26	4	0

2 Побудова варіаційного ряду вибірки

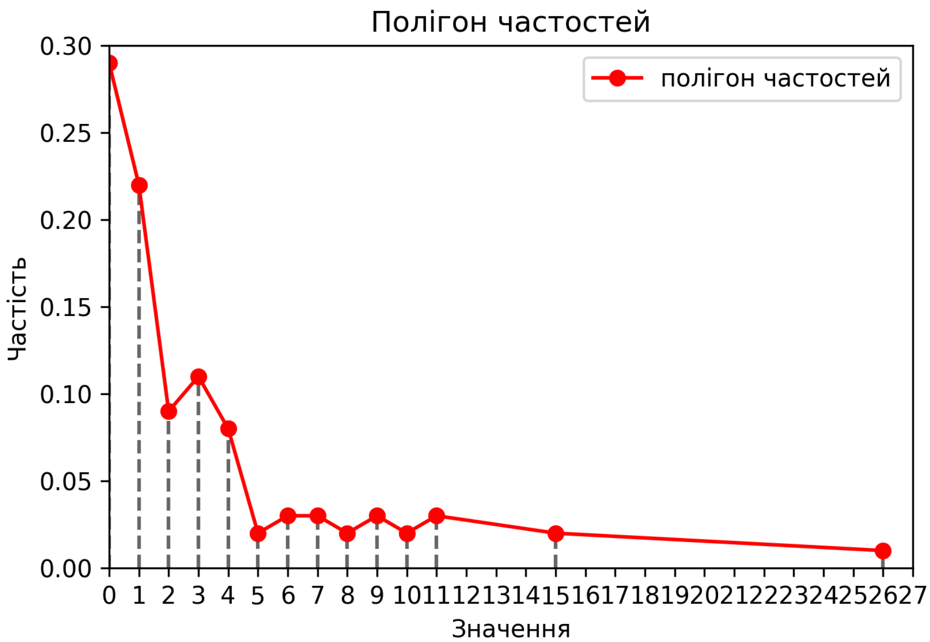
Маємо невелику кількість різних значень - тому побудуємо дискретний варіаційний ряд. Підрахувавши кількість варіант (14) та їх частоти і знаючи об'єм вибірки отримаємо дискретний варіаційний ряд :

x_i^*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15	26
n_i	29	22	9	11	8	2	3	3	2	3	2	3	2	1
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\frac{29}{100}$	$\frac{22}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{11}{100}$	$\frac{8}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{1}{100}$

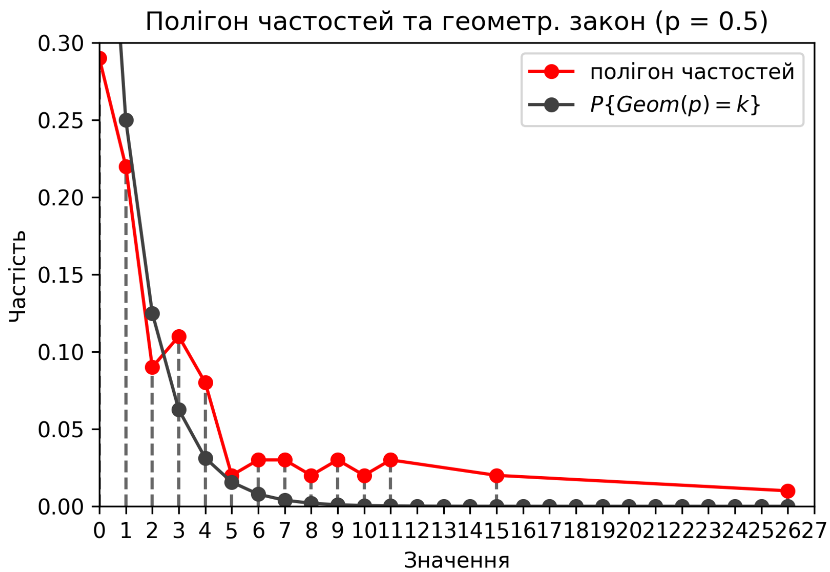
де x_i^* - варіанти реалізації вибірки, n_i - частота варіанти, $\omega_i = \frac{n_i}{n}$ - частість варіанти або відносна частота.

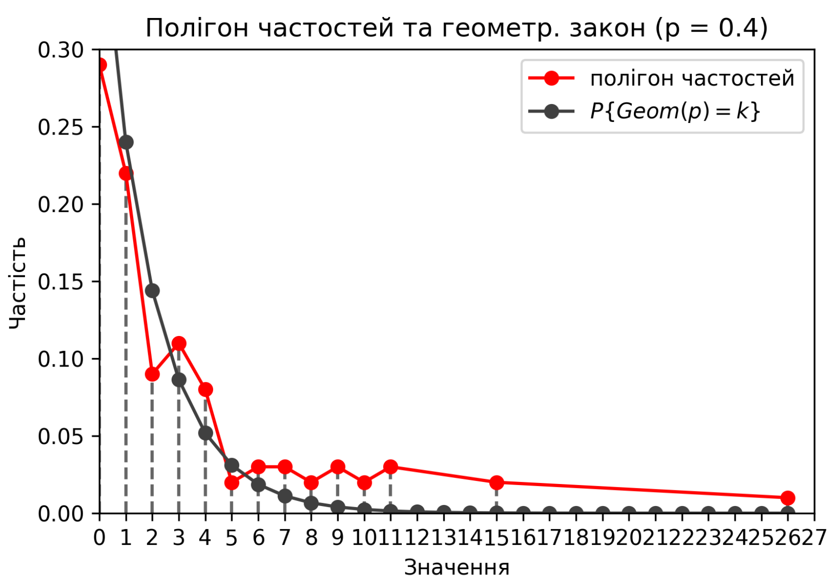
Далі літерою ξ будемо позначати генеральну сукупність, реалізацію вибірки якої ми маємо.

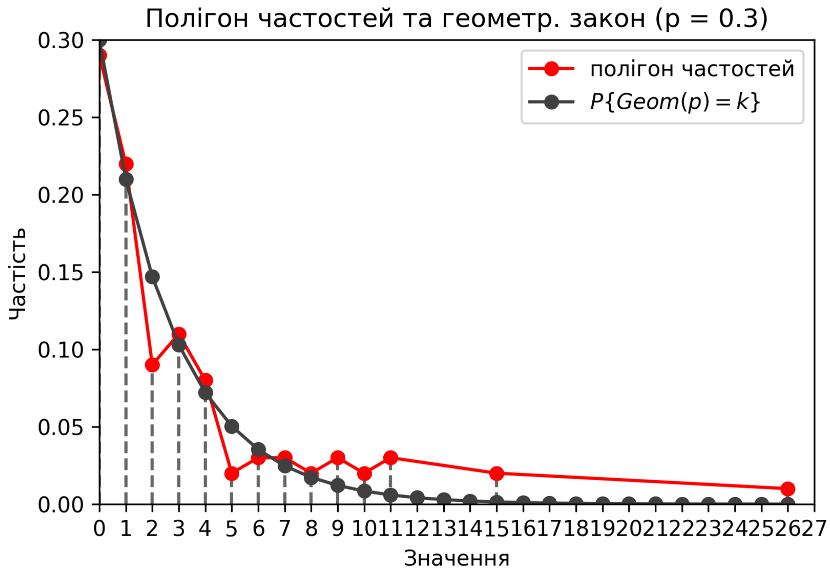
За дискретним варіаційним рядом побудуємо його геометричну інтерпретацію - полігон відносних частот (частостей):

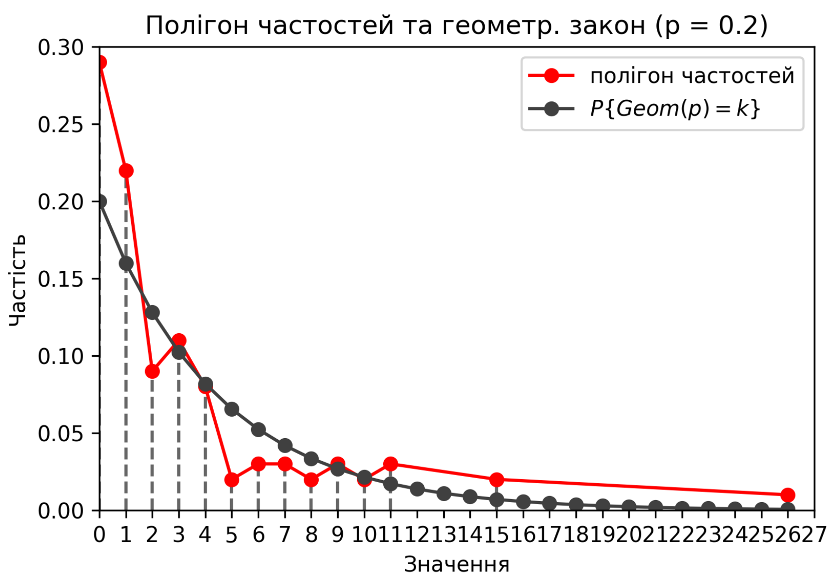


Порівняємо полігон частостей нашої реалізації виборки із полігонами ймовірностей геометричного закону при різних значеннях його параметра. В цьому й наступному розділах мається на увазі геометричний закон зі значеннями $\in \{0, 1, 2, \dots\}$









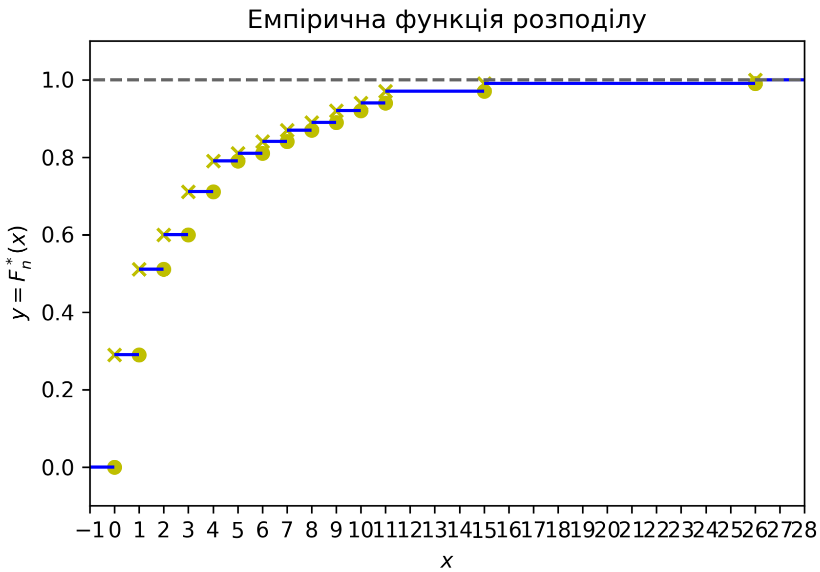
Можна побачити, що полігон ймовірностей геометричного закону при певних значеннях його параметра ($p = 0.3, 0.4, 0.5$) дуже схожий на полігон частостей нашої реалізації вибірки.

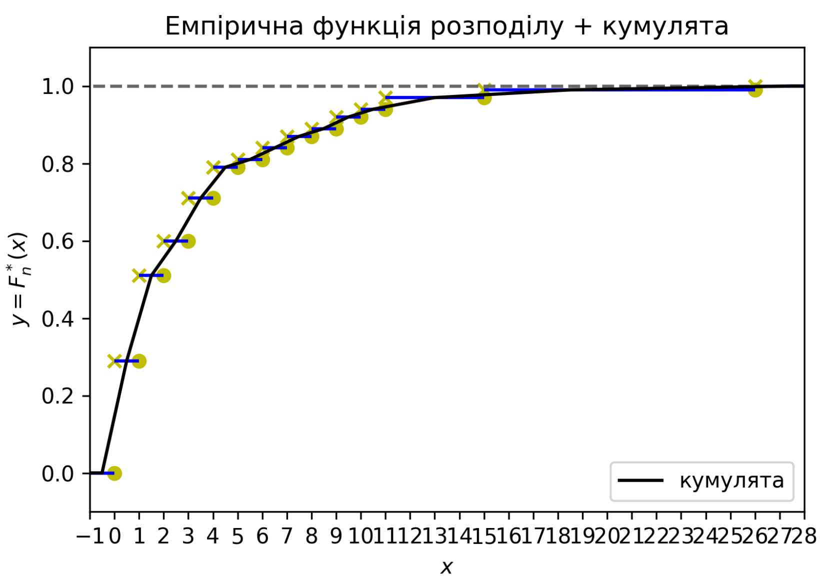
3 Емпірична функція розподілу

Побудуємо емпіричну функцію розподілу за вже побудованим дискретним варіаційним рядом:

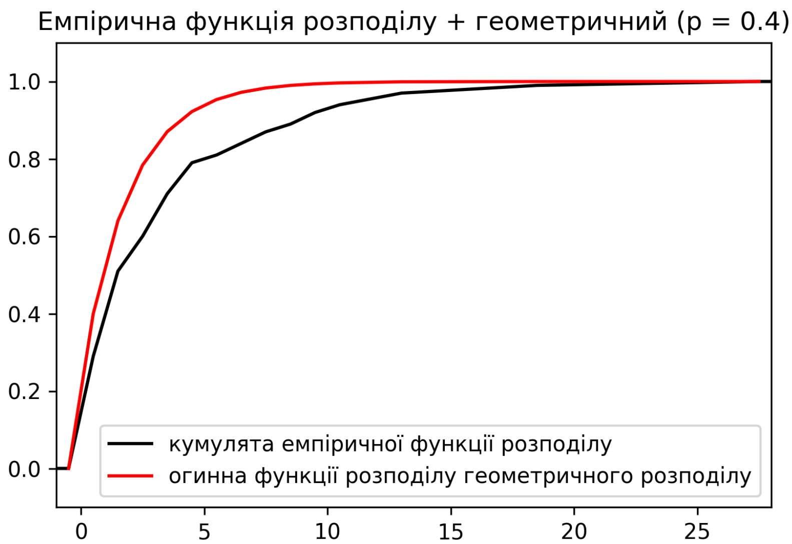
$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{29}{100}, & 0 < x \le 1 \\ \frac{29+22}{100} = \frac{51}{100}, & 1 < x \le 2 \\ \frac{51}{100} + \frac{9}{100} = \frac{60}{100}, & 2 < x \le 3 \\ \frac{60}{100} + \frac{11}{100} = \frac{71}{100}, & 3 < x \le 4 \\ \frac{71}{100} + \frac{8}{100} = \frac{79}{100}, & 4 < x \le 5 \\ \frac{79}{100} + \frac{2}{100} = \frac{81}{100}, & 5 < x \le 6 \\ \frac{81}{100} + \frac{3}{100} = \frac{84}{100}, & 6 < x \le 7 \\ \frac{84}{100} + \frac{3}{100} = \frac{87}{100}, & 7 < x \le 8 \\ \frac{87}{100} + \frac{2}{100} = \frac{89}{100}, & 8 < x \le 9 \\ \frac{89}{100} + \frac{3}{100} = \frac{92}{100}, & 9 < x \le 10 \\ \frac{92}{100} + \frac{2}{100} = \frac{94}{100}, & 10 < x \le 11 \\ \frac{94}{100} + \frac{3}{100} = \frac{97}{100}, & 11 < x \le 15 \\ \frac{97}{100} + \frac{2}{100} = \frac{99}{100}, & 15 < x \le 26 \\ \frac{99}{100} + \frac{1}{100} = 1, & x > 26 \end{cases}$$

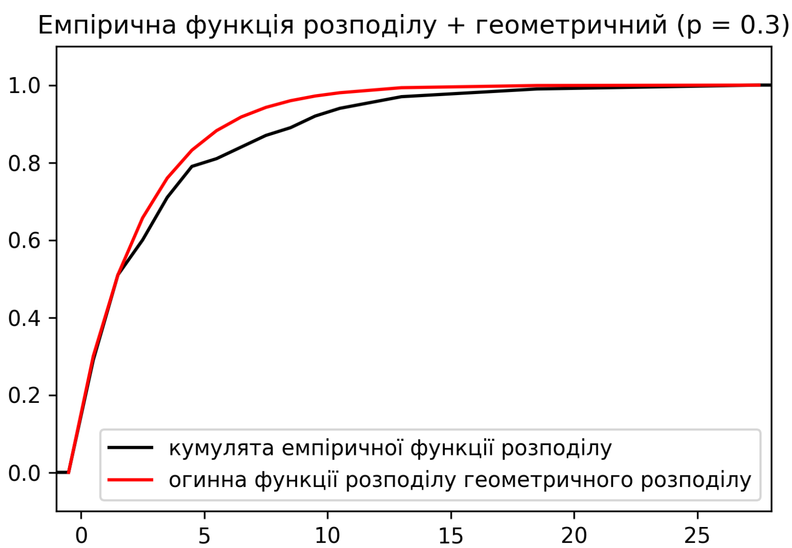
Зобразимо емпіричну функцію розподілу геометрично та проведемо кумуляту:

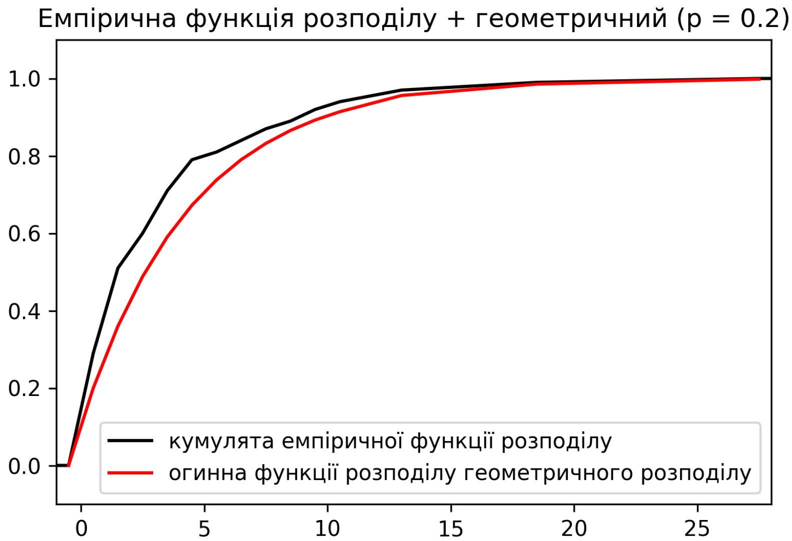




Порівняємо кумуляту емпіричної функції розподілу варіаційного ряду з огинною графіку функції розподілу геометричного закону при різних параметрах(p = 0.4, 0.3, 0.2):







З рисунків вище можна побачити що кумулята емпіричної функції розподілу нашої реалізації вибірки схожа при певних значеннях параметра p на огинну функції розподілу геометричного закону.

4 Обчислення вибіркових характеристик генеральної сукупності (медіана, мода, ассиметрія)

Для початку знайдемо $(Mo^*_\xi)_{\text{знач.}}$ - значення вибіркової моди (тієї варіанти, якій відповідає найбільша частість). Для знаходження цієї варіанти використаємо вже побудований дискретний варіаційний ряд (див. ст. 1 пункт 2). Проаналізувавши варіаційний ряд побачимо, що:

$$(Mo^*_\xi)_{\text{знач.}} = x^*_1 = 0$$

Зауважимо, що випадкова величина μ, розподілена за геометричним закон при будь-яких значеннях параметра p має моду $Mo_{\mu} = 0$.

Знайдемо значення вибіркової медіани $(Me_{\xi}^{*})_{\text{знач.}}$ для нашої реалізації виборки. З варіаційного ряду (див. ст. 1 пункт 2), враховуючи те що кількість варіант - парна, знайдемо:

$$(Me_{\xi}^{*})_{\text{знач.}} = \frac{x_7^* + x_8^*}{2} = 6.5$$

Для знаходження значення вибіркової ассиметрія спочатку потрібно знайти значення вибіркової дисперсії, а тому й вибіркового середнього:

$$\overline{x} = (E_{\xi}^{*})_{\text{знач.}} = \frac{1}{100} \sum_{k=1}^{14} x_k^* n_k = 3.06$$

За допомогою цього знайдемо значення вибіркової дисперсії:

$$(D_{\xi}^{*})_{\text{знач.}} = \frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} (x_k - 3.06)^2 = 17.136400000000002$$

Отримавши значення вибіркової дисперсії, можна отримати значення вибіркової ассиметрії для даної реалізації вибірки:

$$(As_{\xi}^{*})_{\text{знач.}} = \frac{\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} (x_k - 3.06)^3}{(17.136400000000002)^{\frac{3}{2}}} = 2.504088773053977$$