



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

[دلیل مشتق گیری در روش راث هرویتز هنگام صفر شدن سطر]

نیکی مهدیان

استاد درس:

دکتر تقی راد

مقدمه

معیار راث-هرویتز روشی سیستماتیک برای بررسی پایداری سیستم‌های کنترلی است که از طریق تغییرات علامت در ستون اول آرایه راث انجام می‌شود. این معیار بیان می‌کند که تعداد قطب‌های سیستم در نیم‌صفحه راست صفحه مختلط برابر با تعداد تغییرات علامت در ستون اول آرایه راث است.

یکی از چالش‌های مهم در تشکیل آرایه راث، پیدایش یک سطر شامل تمام صفرها است. وقوع چنین سطری نشان‌دهنده وجود ریشه‌های تکراری در معادله مشخصه سیستم است که تحلیل پایداری را پیچیده می‌کند. در چنین شرایطی، استفاده مستقیم از معیار راث-هرویتز ممکن است منجر به نتایج نامعتبر شود.

برای حل این مشکل، می‌توان از مشتق چندجمله‌ای ساخته‌شده از سطر قبل از سطر صفرها استفاده کرد. این مشتق اطلاعات ارزشمندی درباره ریشه‌های تکراری ارائه داده و امکان تکمیل آرایه راث و بررسی دقیق‌تر پایداری سیستم را فراهم می‌کند. هدف این مقاله بررسی مبانی نظری استفاده از مشتق در آرایه راث و نشان دادن چگونگی کاربرد این روش در تحلیل پایداری سیستم‌ها است.

۱. مفهوم سطر صفر در آرایه راث

وقتی در آرایه راث یک سطر کاملاً صفر ظاهر می‌شود، دو احتمال وجود دارد:

- وجود ریشه‌های تکراری روی محور موهومی: این حالت به این معناست که سیستم دارای قطب‌های نوسانی بدون میرایی است چنین سیستمی لبه‌ی ناپایداری قرار دارد.
- وجود جفت‌های متقارن از قطب‌های مختلط: این نشان می‌دهد که معادله مشخصه دارای چندجمله‌ای درجه دوم تکراری است که باعث به هم ریختگی در آرایه می‌شود.

در هر دو حالت، سطر صفر مانع ادامه روند عادی ساخت آرایه می‌شود و نیاز به یک روش جایگزین داریم.

۲. مشتق‌گیری چگونه مشکل را حل می‌کند؟

مشتق‌گیری از چندجمله‌ای ساخته‌شده از سطر غیرصفر بالایی به ما یک چندجمله‌ای جدید می‌دهد که دارای اطلاعاتی درباره قطب‌های سیستم است. این چندجمله‌ای به جای سطر صفر قرار داده می‌شود و اجازه می‌دهد که ساخت آرایه ادامه یابد.

چرا این کار جواب می‌دهد؟

- مشتق یک چندجمله‌ای باعث می‌شود ریشه‌های چندجمله‌ای قبلی حفظ شوند، اما ریشه‌های تکراری کاهش یابند یا اطلاعات جدیدی درباره آن‌ها ارائه شود.

- وقتی سطر صفر داریم، مشتق گرفتن باعث حذف اثر ریشه‌های تکراری از روی محور موهومی شده و اجازه می‌دهد تحلیل پایداری ادامه پیدا کند.
- در واقع، مشتق گرفتن باعث می‌شود یک نمایش جدید از معادله مشخصه ایجاد شود که اطلاعات مرتبط با پایداری سیستم را حفظ می‌کند.