۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق

پروژه مقطع کارشناسی مهندسی برق

[تحلیل تأثیر تأخیر زمانی بر مکان هندسی ریشه‌ها]

[نیکی مهدیان]

استاد درس:

[دکتر تقی راد]

1. مقدمه

تأخیر زمانی یکی از ویژگی‌های ذاتی بسیاری از سیستم‌های کنترلی در دنیای واقعی است که ناشی از محدودیت‌های فیزیکی مانند انتقال داده، پاسخ محرک‌ها یا پردازش محاسباتی است. این تأخیرها می‌توانند به طور قابل توجهی بر پایداری و عملکرد سیستم تأثیر بگذارند. در طراحی سیستم‌های کنترلی، درک رفتار مکان هندسی ریشه‌ها در یک سیستم دارای تأخیر برای تضمین عملکرد مناسب ضروری است.

این پژوهش بررسی می‌کند که چگونه تأخیر زمانی بر مکان هندسی ریشه‌ها تأثیر می‌گذارد. دو روش مورد استفاده قرار می‌گیرد:

1. بررسی اثر مستقیم تأخیر زمانی با استفاده از تابع نمایی.
2. استفاده از تقریب پاد (Padé) برای تبدیل تابع تأخیر به یک تابع گویای قابل تحلیل.

برای نمایش این مفاهیم، شبیه‌سازی‌هایی در MATLAB انجام می‌شود تا اثر تأخیر بر پایداری و پاسخ سیستم مورد ارزیابی قرار گیرد.

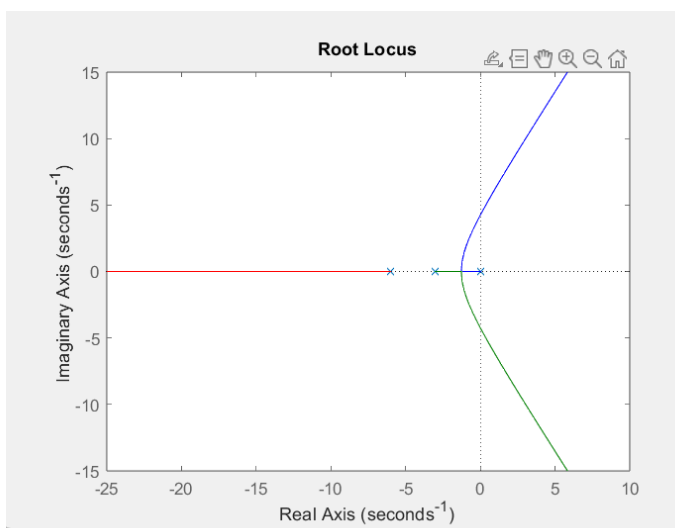
2. مکان هندسی ریشه‌ها بدون تأخیر زمانی

ما با یک سیستم کنترلی استاندارد حلقه باز شروع می‌کنیم که به صورت زیر تعریف شده است:

$$H(s) = \frac{1}{s(s+3)(s+6)}$$

این مدل به عنوان مبنای تحلیل قبل از افزودن تأخیر در نظر گرفته می‌شود.

```
clc;
clear;
close all;
s = tf('s');
H = 1/(s*(s+3)*(s+6));
figure;
rlocus(H);
```



این نمودار نشان می‌دهد که چگونه قطب‌های سیستم در اثر تغییر پارامترها جابجا می‌شوند.

3. اضافه کردن تأخیر زمانی به سیستم

تأخیر زمانی رفتار سیستم را تغییر می‌دهد. تابع تبدیل جدید به شکل زیر خواهد بود:

$$H(s) = \frac{e^{-Ts}}{s(s+3)(s+6)}$$

برای تحلیل، مقدار T= 1.5 در نظر گرفته می‌شود. حضور عبارت نمایی باعث می‌شود که تحلیل مکان هندسی ریشه‌ها به طور مستقیم قابل انجام نباشد و MATLAB امکان رسم مکان هندسی ریشه‌ها برای توابع متعالی را پشتیبانی نمی‌کند، لذا نیاز به یک تقریب داریم.

4. استفاده از تقریب پاد(Padé)

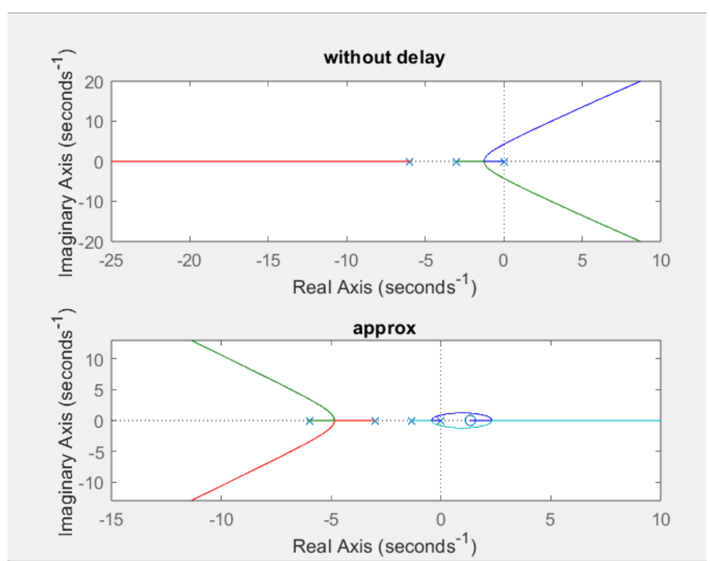
برای ساده‌سازی تحلیل مکان هندسی ریشه‌ها، تابع تأخیر را با استفاده از تقریب پاد جایگزین می‌کنیم: با بازنویسی سیستم با این تقریب، تابع تبدیل به شکل زیر در می‌آید:

$$e^{-Ts} \approx \frac{1 - \frac{Ts}{2}}{1 + \frac{Ts}{2}}$$

با بازنویسی سیستم با این تقریب، تابع تبدیل به شکل زیر در می‌آید:

کد MATLAB برای تقریب پاد:

```
clc; clear;
close all;
s = tf('s');T = 1.5;
H = 1/(s*(s+3)*(s+6));
[num, den] = pade(T, 1);
Delay_approx = tf(num, den);
H_approx = Delay_approx * H;
subplot(2,1,1)
rlocus(H);
```



```
title('without delay');
subplot(2,1,2)
rlocus(H_approx);
title('approx');
```

این روش به ما امکان می‌دهد تا رفتار سیستم را تحت تأخیر زمانی بهتر تحلیل کنیم.

5. نتایج و تحلیل

با مقایسه نمودارهای مکان هندسی ریشه‌ها، نتایج زیر مشاهده می‌شود:

- تأخیر زمانی قطب‌ها را به سمت ناپایداری سوق می‌دهد و حاشیه‌های بهره را تغییر می‌دهد.
- تمایلات نوسانی افزایش می‌یابد که باعث کاهش میزان میرایی سیستم می‌شود.
- عملکرد سیستم دچار افت می‌شود و نیاز به استراتژی‌های جبرانسازی مانند کنترلرهای پیش‌فاز-پس‌فاز دارد.
- تقریب پاد یک راهکار عملی فراهم می‌کند، اما دارای محدودیت‌هایی در دقت مدل‌سازی تمامی اثرات تأخیر است.

6. نتیجه‌گیری

تأخیر زمانی نقش مهمی در پایداری و عملکرد سیستم‌های کنترلی دارد و می‌تواند منجر به ناپایداری شود. از طریق تقریب پاد، می‌توان تأثیرات تأخیر را تحلیل کرد و همچنان یک نمایش منطقی از سیستم ارائه داد. پژوهش‌های آینده می‌توانند تقریب‌های مرتبه بالاتر و تکنیک‌های حوزه فرکانسی مانند نمودارهای بود و نایکوئیست را برای درک عمیق‌تر سیستم‌های دارای تأخیر مورد بررسی قرار دهند.