

Занятие №3. Корреляция дискретных сигналов

1. Цель работы

Получить представление о том, что такое корреляционная функция и нормализованная взаимная корреляционная функция, как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи.

2. Краткие теоретические сведения

Корреляция – это статистическая зависимость двух и более случайных величин. Корреляционная взаимосвязь в случае с сетями мобильной связи и используемыми в них радиосигналами позволяет обнаруживать сигналы синхронизации для того, чтобы с их помощью корректно разбивать ось времени на интервалы, предусматриваемые стандартами связи (например, слоты, кадры и пр.).

Корреляция бывает *положительная*, когда два процесса на прямую зависят друг от друга, то есть увеличение одной величины вызывает пропорциональный рост другой и наоборот. Например, можно проследить рост объемов продаж мороженого при повышении суточной температуры. *Отрицательная* корреляция свидетельствует об обратной взаимосвязи процессов – рост суточной температуры приводит к снижению объема продаж пуховиков. Бывает также *нейтральная* корреляция, когда явная взаимосвязь между процессами отсутствует (например, связь курса доллара и среднего балла за ЕГЭ у выпускников неочевидна).

Существуют различные подходы к измерению корреляции. Рассмотрим один из вариантов оценить ее значение (3.1)-(3.2):

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n y_n \quad (3.1)$$

или

$$Corr_{x,y} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n \quad (3.2)$$

Рассмотрим пример вычисления взаимной корреляции между массивами дискретных временных отсчетов, показанных на рисунке 16.

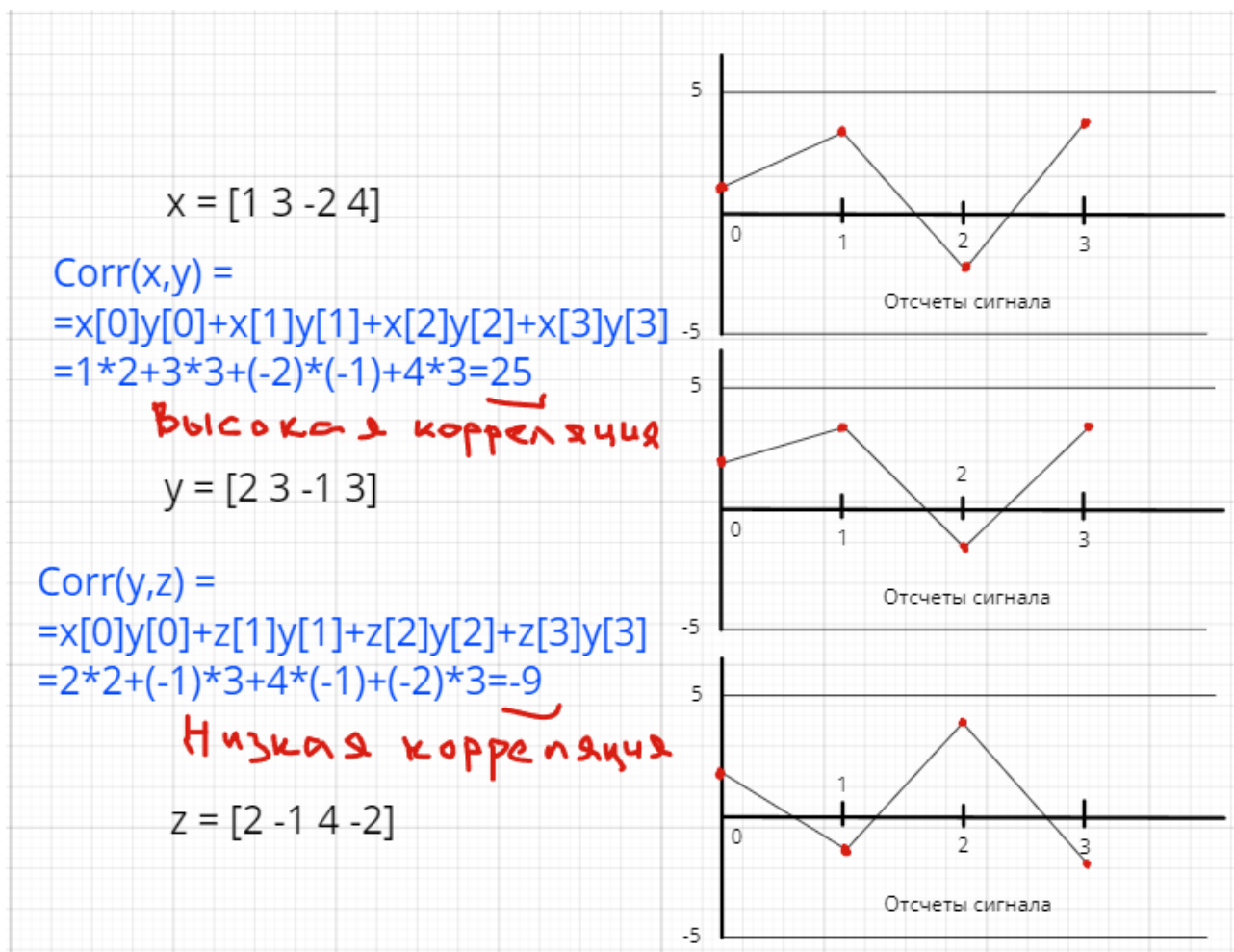


Рис. 16. Пример определения взаимной корреляции массивов с временными отсчетами.

На данном рисунке визуализированы временны отсчеты сигнала, сохраненные в трех массивах. Невооруженным глазом видно сходство массива x с массивом y и различия с z . Вычисление корреляции по формуле (3.2) подтверждает интуитивные догадки о том, что между x и y корреляция высокая (25), а между y и z слабая (-9).

Однако у данного способа подсчета корреляции есть существенные недостатки.

Рассмотрим пример, представленный на рисунке 17. Визуально совершенно очевидно, что сходство между массивом x и y гораздо больше, чем между y и z , однако результаты вычисления по формуле (3.2) свидетельствуют об обратном.

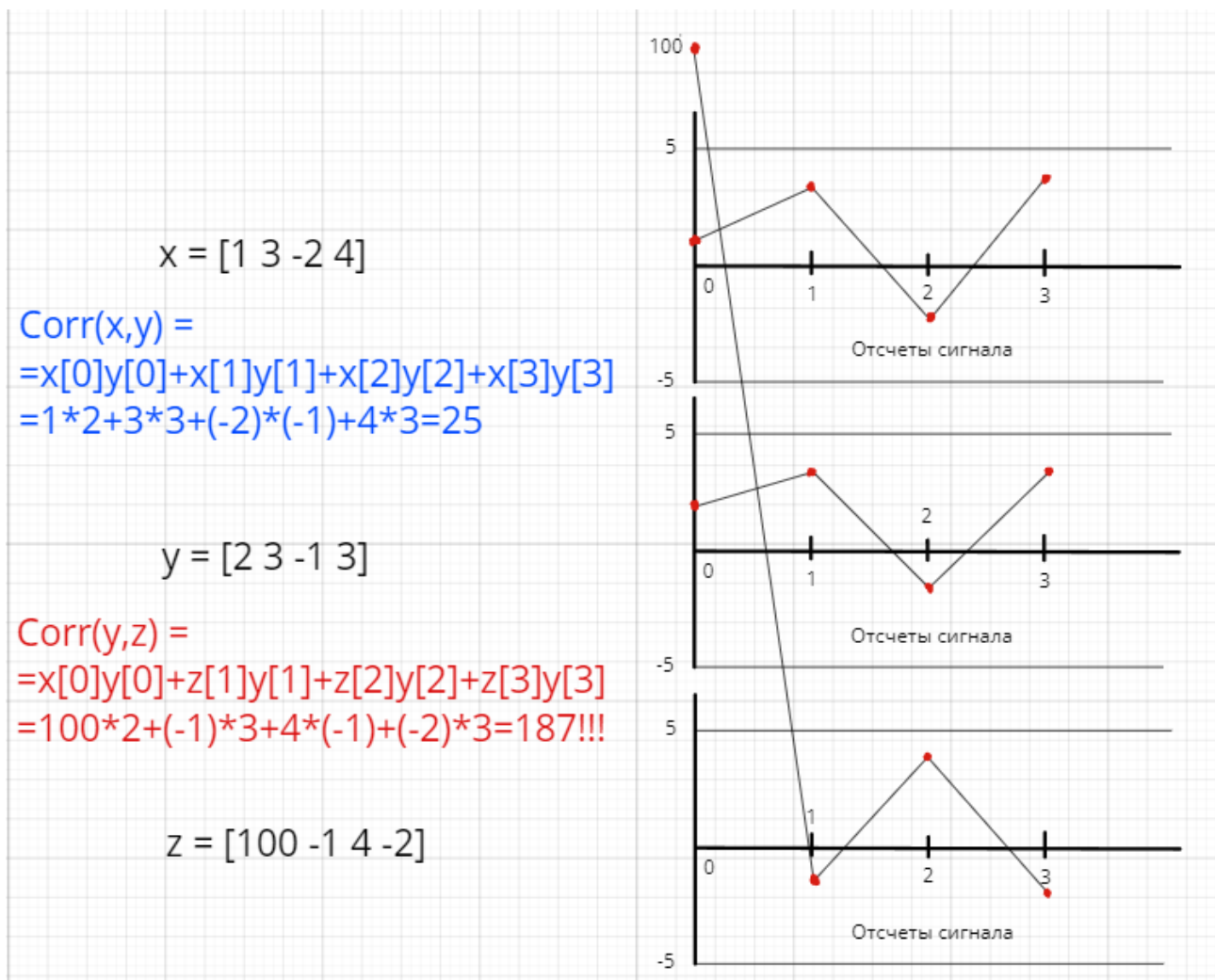


Рис. 17. Пример определения взаимной корреляции массивов с временными отсчетами.

Для того, чтобы корректно определять корреляцию между функциями/процессами «энергия», которых столь различна, используется нормализованная функция корреляции (3.3).

$$\text{Corr}_{x,y} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} x_n y_n}{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 \sum_{n=0}^{N-1} y_n^2}} \quad (3.3)$$

Рассчитав нормализованную корреляцию для x и y , можно получить значение, равное 0.95, а для y и z - 0.38. Диапазон возможных значений для нормализованной корреляции от -1 до 1, где 1 и -1 – это максимальные значения положительной и отрицательной корреляции, 0 и близкие к нему значения – означает отсутствие корреляции.

3. Задание для выполнения практической работы

В рамках данной работы студенты должны выполнить расчеты автокорреляции и взаимной корреляции, в том числе нормализованной, для различных сигналов, описанных ниже, используя языки C/C++ и Matlab.

Порядок выполнения работы:

- 1) Напишите на языке C/C++ функцию вычисления корреляции и нормализованной корреляции между массивами a , b и c , заданными в таблице 2, согласно варианту, используя формулы (3.2) и (3.3). Номер варианта – порядковый номер в журнале группы.

Табл. 2. Варианты заданий.

№ варианта	Непрерывная периодическая функция	№ варианта	Непрерывная периодическая функция
1	$a = [1\ 2\ 5\ -2\ -4\ -2\ 1\ 4]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-1\ 0\ -3\ -9\ 2\ -2\ 5\ 1]$	15	$a = [4\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [2\ 4\ 7\ 0\ -3\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -4\ 2\ -6\ 4\ -1]$
2	$a = [7\ -2\ 8\ -1\ -9\ -7\ 5\ 6]$ $b = [3\ 0\ 4\ 0\ -4\ -3\ 2\ 4]$ $c = [-2\ 2\ 1\ -7\ 2\ -2\ 5\ -2]$	16	$a = [7\ 3\ 2\ -2\ -2\ -4\ 1\ 5]$ $b = [2\ 1\ 5\ 0\ -2\ -3\ 2\ 4]$ $c = [2\ -1\ 3\ -9\ -2\ -8\ 4\ -1]$
3	$a = [6\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -1]$	17	$a = [6\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 0\ -5\ -4\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$
4	$a = [3\ 4\ 7\ 8\ 3\ -2\ -4\ 0]$ $b = [2\ 5\ 8\ 10\ 4\ -3\ -1\ 2]$ $c = [-2\ 0\ -3\ -7\ 2\ -3\ 5\ 9]$	18	$a = [2\ 3\ 6\ -1\ -4\ -2\ 2\ 5]$ $b = [2\ 5\ 8\ 10\ 4\ -3\ -1\ 2]$ $c = [-3\ -1\ 3\ -7\ 2\ -8\ 5\ -1]$
5	$a = [4\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [2\ 1\ 5\ 0\ -2\ -3\ 2\ 4]$ $c = [-4\ -1\ -3\ 1\ 2\ 5\ -1\ -2]$	19	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [4\ 1\ 7\ 0\ -6\ -5\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$
6	$a = [2\ 3\ 6\ -1\ -4\ -2\ 2\ 5]$ $b = [4\ 6\ 8\ -2\ -6\ -4\ 2\ 7]$ $c = [-3\ -1\ 3\ -7\ 2\ -8\ 5\ -1]$	20	$a = [8\ 3\ 7\ 2\ -2\ -4\ 1\ 4]$ $b = [4\ 2\ 5\ -1\ -3\ -7\ 2\ 1]$ $c = [-1\ 0\ -3\ -9\ 2\ -2\ 5\ 1]$
7	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [4\ 1\ 7\ 0\ -6\ -5\ 2\ 5]$ $c = [-6\ -1\ -3\ -9\ 2\ -8\ 4\ 1]$	21	$a = [9\ 1\ 8\ -2\ -2\ -4\ 1\ 3]$ $b = [5\ 6\ 5\ 0\ -5\ -6\ 2\ 5]$ $c = [-4\ -1\ 3\ -9\ 2\ -1\ 4\ -1]$
8	$a = [8\ 3\ 7\ 2\ -2\ -4\ 1\ 4]$ $b = [4\ 2\ 5\ -1\ -3\ -7\ 2\ 1]$ $c = [-2\ -1\ 3\ -6\ 5\ -1\ 4\ -1]$	22	$a = [6\ 2\ 3\ -2\ -4\ -4\ 1\ 1]$ $b = [3\ 1\ 5\ 0\ -3\ -4\ 2\ 3]$ $c = [-4\ -1\ 3\ -9\ 2\ -1\ 4\ -1]$
9	$a = [9\ 1\ 8\ -2\ -2\ -4\ 1\ 3]$ $b = [5\ 6\ 5\ 0\ -5\ -6\ 2\ 5]$ $c = [-4\ -1\ 3\ -9\ 2\ -1\ 4\ -1]$	23	$a = [8\ 3\ 7\ 2\ -2\ -4\ 1\ 4]$ $b = [2\ 1\ 5\ 0\ -2\ -3\ 2\ 4]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -9\ 2\ 3\ 4\ -4]$
10	$a = [6\ 2\ 3\ -2\ -4\ -4\ 1\ 1]$ $b = [3\ 1\ 5\ 0\ -3\ -4\ 2\ 3]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -4]$	24	$a = [5\ 2\ 8\ -2\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 10\ -5\ -2\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -9\ 2\ 3\ 4\ -4]$
11	$a = [7\ 2\ 8\ 12\ -4\ -4\ 1\ 3]$ $b = [3\ 6\ 7\ 10\ -5\ -2\ 2\ 5]$ $c = [-5\ -1\ 3\ -9\ 2\ 3\ 4\ -4]$	25	$a = [6\ 2\ 3\ -2\ -4\ -4\ 1\ 1]$ $b = [8\ 6\ 4\ 0\ -5\ -6\ 0\ 3]$ $c = [-1\ -1\ 3\ -9\ 2\ -8\ 4\ -4]$

12	a= [1 3 5 -1 -4 -5 1 4] b= [2 4 7 0 -3 -4 2 5] c= [-5 -1 3 -4 2 -6 4 -1]	26	a= [13 14 10 8 3 -2 -5 2] b= [2 4 3 2 1 0 -1 1] c= [-12 0 -13 -17 -5 2 5 6]
13	a= [7 3 2 -2 -2 -4 1 5] b= [8 6 4 0 -5 -6 0 3] c= [2 -1 3 -9 -2 -8 4 -1]	27	a= [7 2 9 -1 -4 -7 1 2] b= [6 3 5 0 -2 -3 5 4] c= [-7 -1 -3 1 2 5 -1 -1]
14	a= [6 2 8 -2 -4 -4 1 3] b= [3 6 7 0 -5 -4 2 5] c= [-1 -1 3 -9 2 -8 4 -1]	28	a= [3 4 6 -1 -5 -2 3 7] b= [1 6 8 -2 -6 -4 2 6] c= [-6 -1 3 -8 2 -8 2 -5]

2) Выведите в терминале полученные значения в виде таблицы:

Корреляция между a , b и c :

\\ a | b | c

a | - | 11 | 23

b | 11 | - | 4

c | 23 | 4 | -

Нормализованная корреляция между a , b и c :

\\ a | b | c

a | - | 11 | 23

b | 11 | - | 4

c | 23 | 4 | -

3) Используя Matlab определите корреляцию и нормализованную корреляцию между сигналом $s1(t)$ и сигналами a и b .

$$s1(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

$$s2(t) = \cos(2\pi f_2 t)$$

$$s3(t) = \cos(2\pi f_3 t)$$

где f_1 = ваш порядковый номер в журнале;

f_2 = ваш порядковый номер в журнале + 4;

f_3 = ваш порядковый номер в журнале * 2 + 1.

Сигналы a и b заданы согласно вариантам в таблице 3.

Табл. 3. Варианты заданий.

№ варианта	Непрерывная периодическая функция	№ варианта	Непрерывная периодическая функция
1	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t)$	15	$a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/4 * s2(t)$
2	$a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s3(t)$	16	$a(t) = 4s1(t) + 2s2(t) + 2s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t)$
3	$a(t) = 2s1(t) + 3s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s2(t) + s3(t)$	17	$a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 3s1(t) + s3(t)$
4	$a(t) = 3s1(t) + 3s2(t) + s3(t)$	18	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$

	$b(t) = s1(t) + 1/2 * s2(t)$		$b(t) = 1/2 * s1(t) + 1/3 * s3(t)$
5	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 1/2s1(t) + s2(t)$	19	$a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t)$
6	$a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1$	20	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/3 * s2(t)$
7	$a(t) = 5s1(t) + 2s2(t) + 2s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + 3s2(t)$	21	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 2s3(t)$
8	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t)$	22	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t)$
9	$a(t) = 4s1(t) + 3s2(t) + 2s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t)$	23	$a(t) = 3s1(t) + 2s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s3(t)$
10	$a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 3s1(t) + s3(t)$	24	$a(t) = 2s1(t) + 3s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s2(t) + s3(t)$
11	$a(t) = 2s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + s2(t) + s3(t)$	25	$a(t) = 3s1(t) + s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/5 * s2(t)$
12	$a(t) = 4s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 2s1(t) + s2(t) + 2s3(t)$	26	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = 1/3s1(t) + 1/3 * s2(t)$
13	$a(t) = 5s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1/3 * s2(t)$	27	$a(t) = 4s1(t) + 5s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1$
14	$a(t) = s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 2s3(t)$	28	$a(t) = 3s1(t) + 4s2(t) + s3(t)$ $b(t) = s1(t) + 1$

4) Для того чтобы задать время в Matlab можно воспользоваться выражением:

```
1 time = [0:100-1]/100;
```

5) Пример реализации цикла в Matlab:

```
1 for n = 1:N
2     mult = a(n)*b(n)
3 end
4
5 % Или альтернативная реализация цикла
6 % внутри которого сумма произведений:
7
8 corr = sum(a.*b)
```

6) Возьмите два массива значений и выведите их на графиках друг под другом

```
a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];
b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];
```

Определите значение функции взаимной корреляции.

7) Сдвигайте последовательность b поэлементно вправо и на каждом шаге сдвига вычисляйте значение взаимной корреляции между a и сдвинутой последовательностью b. Постройте зависимость взаимной корреляции последовательностей от величины циклического сдвига. Определите значение сдвига, при котором достигается максимальная корреляция. Нарисуйте графики a и b, сдвинутой на величину, где зафиксирована максимальная корреляция. Сформулируйте выводы.

8) Составьте отчет. Отчет должен содержать титульный лист, содержание, цель и задачи работы, теоретические сведения, исходные данные, этапы выполнения работы, сопровождаемые скриншотами и

графиками, демонстрирующими успешность выполнения, и промежуточными выводами, результирующими таблицами, ответы на контрольные вопросы, и заключение и **ссылка в виде QR-кода на репозиторий с кодом (git)**.

4. Контрольные вопросы

- 1) Какие виды корреляции существуют?
- 2) Что значит положительная корреляция сигналов?
- 3) Что такое корреляционный прием сигналов?
- 4) Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?