

Занятие №4. Изучение корреляционных свойств последовательностей, используемых для синхронизации в сетях мобильной связи.

1. Цель работы

Получить представление о том, какие существуют псевдослучайные двоичные последовательности, какими корреляционными свойствами они обладают и как используются для синхронизации приемников и передатчиков в сетях мобильной связи.

2. Краткие теоретические сведения

Псевдослучайные двоичные последовательности

Псевдослучайные двоичные последовательности (PN-sequences – Pseudo-Noise) – это частный случай псевдослучайных последовательностей, элементами которой являются только 2 возможных значения (1 и 0 или -1 и +1). Такие последовательности очень часто используются в сетях мобильной связи. Возможные области применения:

- оценка вероятности битовой ошибки (BER – Bit Error Rate). В этом случае передатчик передает приемнику заранее известную PN-последовательность бит, а приемник анализируя значения бит на конкретных позициях, вычисляет количество искаженных бит и вероятность битовой ошибки в текущих радиоусловиях, что затем может быть использовано для работы алгоритмов, обеспечивающих помехозащищенность системы;

- временная синхронизация между приемником и передатчиком. Включаясь абонентский терминал начинает записывать сигнал, дискретизируя его с требуемой частотой, в результате чего формируется массив временных отсчетов и требуется понять, начиная с какого элемента в этом массиве собственно содержатся какие-либо данные, как именно структурирована ось времени, где начинаются временные слоты. Используя заранее известную синхронизирующую PN-последовательность (синхросигнал), приемник сравнивает полученный сигнал с этой последовательностью на предмет «сходства» - корреляции. И если фиксируется корреляционный пик, то на стороне приема можно корректно разметить буфер с отсчетами на символы, слоты, кадры и пр.

- расширение спектра. Используется для повышения эффективности передачи информации с помощью модулированных сигналов через канал с сильными линейными искажениями (замираниями), делая систему устойчивой к узкополосным помехам (например, в 3G WCDMA).

Псевдослучайная битовая последовательность должна обладать следующими свойствами, чтобы казаться почти случайной:

- 1) *Сбалансированность (balance)*, то есть число единиц и число нулей на любом интервале последовательности должно отличаться не более чем на одну.
- 2) *Цикличность*. Циклом в данном случае является последовательность бит с одинаковыми значениями. В каждом фрагменте псевдослучайной

битовой последовательности примерно половину составляли циклы длиной 1, одну четверть – длиной 2, одну восьмую – длиной 3 и т.д.

- 3) *Корреляция*. Корреляция оригинальной битовой последовательности с ее сдвинутой копией должна быть минимальной. Автокорреляция этих последовательностей – это практически дельта-функция во временной области, как для аддитивного белого гауссовский шума AWGN (Additive white Gaussian noise), а в частотной области – это константа.

Как можно сгенерировать последовательность, обладающую вышеперечисленными свойствами?

Для этого можно использовать, например, линейный четырехразрядный регистр сдвига с обратной связью, сумматора по модулю 2 и контуром обратной связи со входом регистра [3]. Работа регистра тактируется синхроимпульсами и с каждым новым тактом осуществляется сдвиг битовой последовательности вправо, а содержимое регистров 3 и 4 суммируется по модулю два, при этом результат суммирования подается на вход регистра 1, как показано на рисунке 4.1.

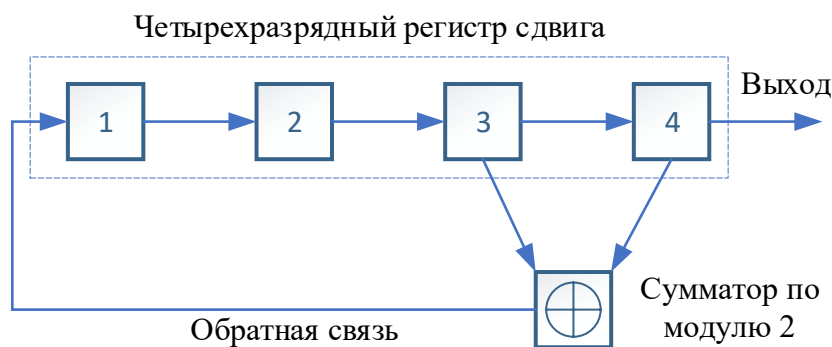


Рис. 4.1. Пример способа формирования псевдослучайной битовой последовательности.

Рассмотрим пример формирования псевдослучайной битовой последовательности с помощью схемы, показанной на рисунке 4.1, при условии, что регистр проинициализирован последовательностью 1 0 0 0. На каждом такте эта последовательность будет сдвигаться на одну позицию вправо, при этом на выходе будут появляться биты псевдослучайной последовательности. В таблице 4.1 показаны состояния разрядов регистра на каждом такте и выходные биты.

Табл. 4.1. Формирование псевдослучайной битовой последовательности.

1	2	3	4	Выход
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	0	0	0
0	1	1	0	0

1	0	1	1	1
0	1	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
1	0	0	1	1

На выход всегда идут биты из 4-го разряда регистра. Очевидно, что длина полученной последовательности равна $2^m-1=15$ – максимальное число различных состояний нашего регистра, где $m=4$ – число разрядов в сдвиговом регистре, используемом для формирования последовательности, а затем, начиная с 16-го бита, значения на выходе начинают циклически повторяться. Такие последовательности еще называются **m-последовательностями** (от англ. слова *maximum* – последовательности максимальной длины). Важно заметить, что инициализирующая битовая последовательность (или полином) не может быть нулевой, так как из всех нулей невозможно создать последовательность, содержащую единицы, данным способом.

Проанализируем последовательность, полученную в таблице 4.1 с точки зрения наличия свойств псевдослучайных битовых последовательностей:

1) Сбалансированность: 8 единиц и 7 нулей.

2) Цикличность: нет циклов длиннее 4х (1 цикл из 4-х единиц, 1 цикл из 3-х нулей, 2 цикла из нулей и единиц, и 4 цикла длиной, равной одному).

3) Корреляция: автокорреляционная функция периодического сигнала $x(t)$ с периодом T_0 в нормированной форме (4.1) - (4.2)

$$R_x(\tau) = \frac{1}{K} \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)x(t+\tau)dt, \quad (4.1)$$

$$\text{где } K = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x^2(t)dt \quad (4.2)$$

Нормированная автокорреляционная функция псевдослучайного сигнала с длительностью символа, равной единице и периодом $p=2^m-1$ может быть определена как (4.3):

$$R_x(\tau) = \frac{1}{p} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \text{число различающихся бит} \\ \text{при сравнении оригинальной} \\ \text{и сдвинутой последовательностей} \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

Для примера, определим значение автокорреляции последовательности из таблицы 4.1 со сдвигом на 1 элемент.

0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1

1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1

о с с о о с о с о о о о с с с

о – отличаются; с – совпадают.

Число совпадений: 7;

Число несовпадений: 8.

Следовательно,

$$R_x(\tau = 1) = \frac{1}{15} (7 - 8) = -\frac{1}{15}.$$

Автокорреляция для любого сдвига будет равна $-1/15$, и лишь в момент полного совпадения всех элементов будет наблюдаться пик корреляционной функции $R_x(\tau = 0) = +1$. На рисунке 4.2 показана автокорреляционная функция псевдослучайной бинарной последовательности.

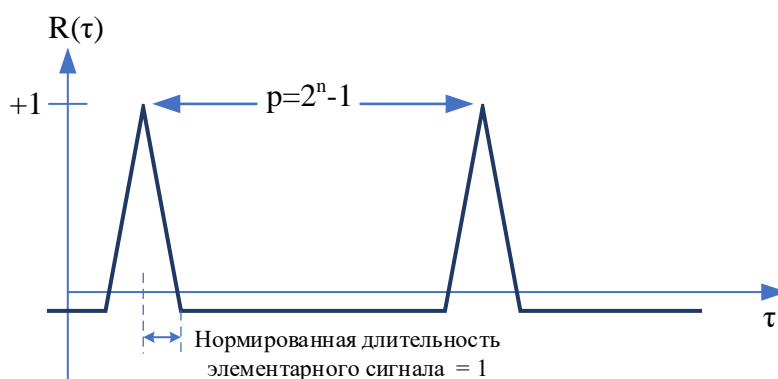


Рис. 4.2. Автокорреляционная функция псевдослучайной бинарной последовательности в зависимости от величины задержки

Чем длиннее последовательность, тем выше пик ее автокорреляционной функции, и тем больше напоминает дельта-функцию. Такого типа автокорреляцией характеризуется и белый гауссовский шум, поэтому в англоязычной литературе такие последовательности называют pseudo noise sequences.

Чем острее автокорреляционный пик (то есть чем длиннее последовательность), тем удобнее использовать данные последовательности для решения проблем синхронизации в сетях мобильной связи. Действительно, абонентский терминал при начальном включении должен засинхронизировать начало своих временных слотов на временной оси приемника и передатчика. Поэтому обычно базовые станции периодически отправляют специальные синхронизирующие последовательности, в качестве которых часто используются именно m-последовательности, и терминал вычисляет автокорреляцию этой заранее известной последовательности с полученным записанным сигналом, и в тот момент, когда фиксируется автокорреляционный пик, абонент отмечает начало слота на своей оси времени (а точнее номер отсчета в буфере, начиная с которого идет передаваемый базовой станцией слот с данными).

Стоит отметить, что даже в случае наличия ошибок в принятой синхропоследовательности, возникших вследствие помех, присутствующих в канале связи, приемник все равно достаточно легко обнаружит явный корреляционный пик.

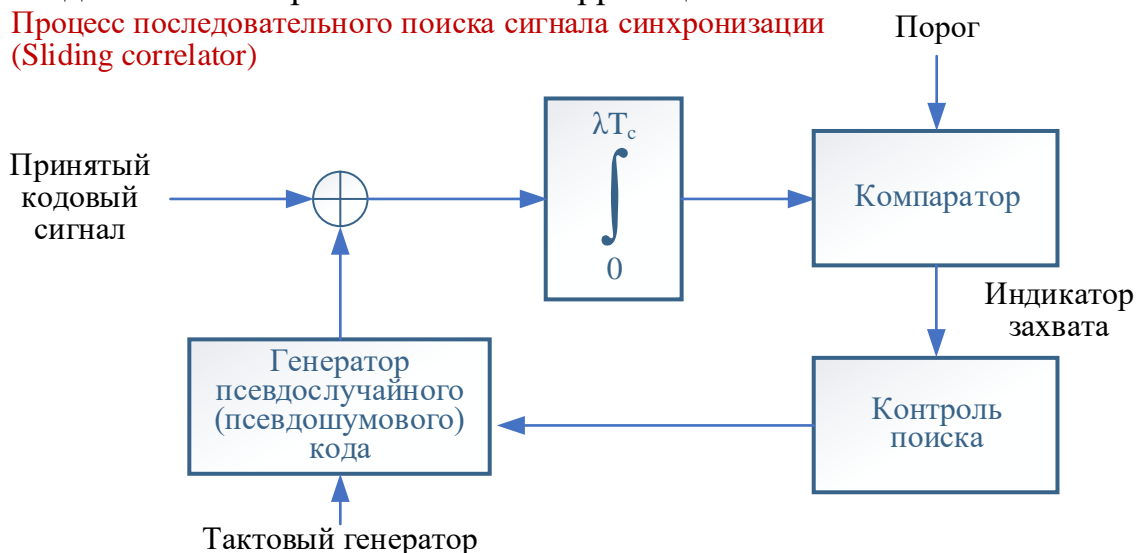
На рисунке 4.3 представлены варианты реализации схемы синхронизации с помощью последовательного и параллельного поиска.

Разновидности псевдо-шумовых битовых последовательностей

М-последовательности – не единственные PN-последовательности, используемые в системах мобильной связи. Существуют также коды Баркера, коды Голда, коды Касами, коды Уолша-Адамара.

Коды Голда формируются путем суммирования по модулю 2 двух М-последовательностей одинаковой длины. Коды Касами также формируются из М-последовательностей путем взятия периодических выборок из этих последовательностей и суммированием их по модулю два. Данные коды обладают очень хорошими взаимокорреляционными свойствами.

Процесс последовательного поиска сигнала синхронизации (Sliding correlator)



Процесс параллельного поиска сигнала синхронизации

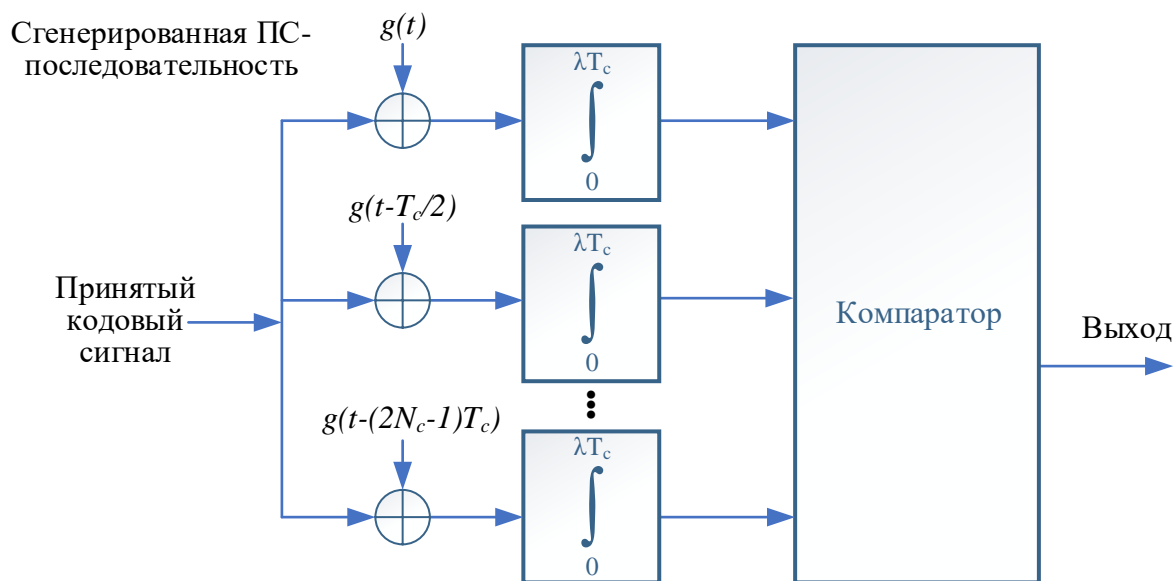


Рис. 4.3. Синхронизация с помощью последовательного и параллельного поиска

3. Задание для выполнения практической работы

В рамках данной работы студенты должны научиться формировать псевдослучайные битовые последовательности (коды Голда), изучить их автокорреляционные и взаимокорреляционные свойства.

Порядок выполнения работы:

1) Напишите программу на языке C/C++ для генерации последовательности Голда, используя схему, изображенную на рисунке 4.4, если ваша группа с четным номером и 4.5 – если с нечетным, и порождающие полиномы x и y , при этом x – это ваш порядковый номер в журнале в двоичном формате (5 бит), а y – это $x+7$ (5 бит). Например, ваш номер 22, значит:

$$x = 1\ 0\ 1\ 1\ 0, y = 1\ 1\ 1\ 0\ 1.$$

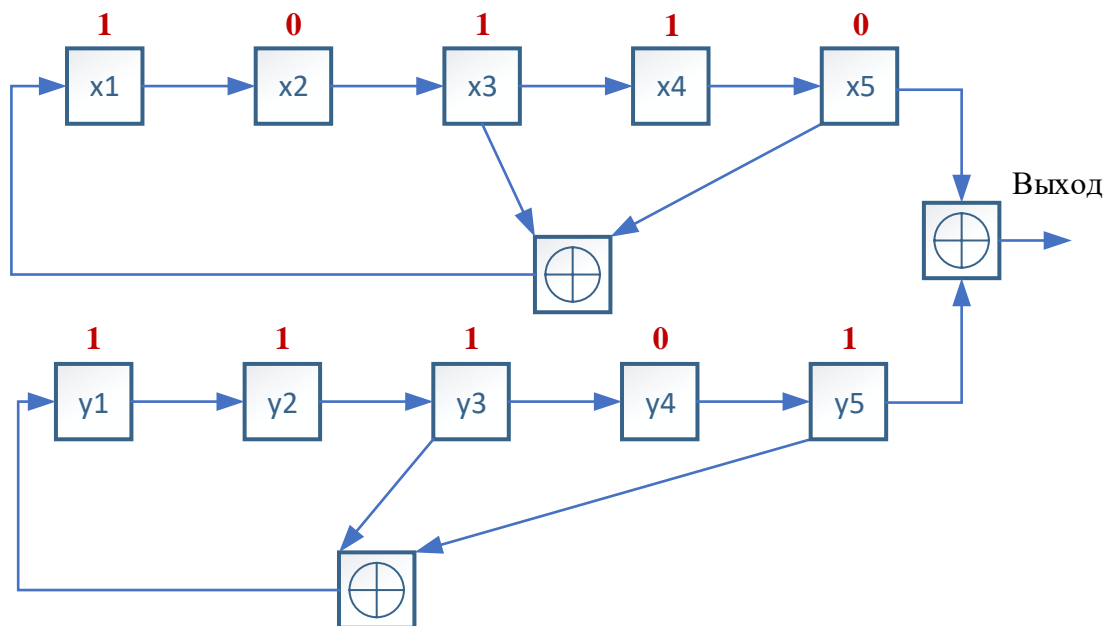


Рис. 4.4. Генерация последовательности Голда (вариант для четного номера группы)

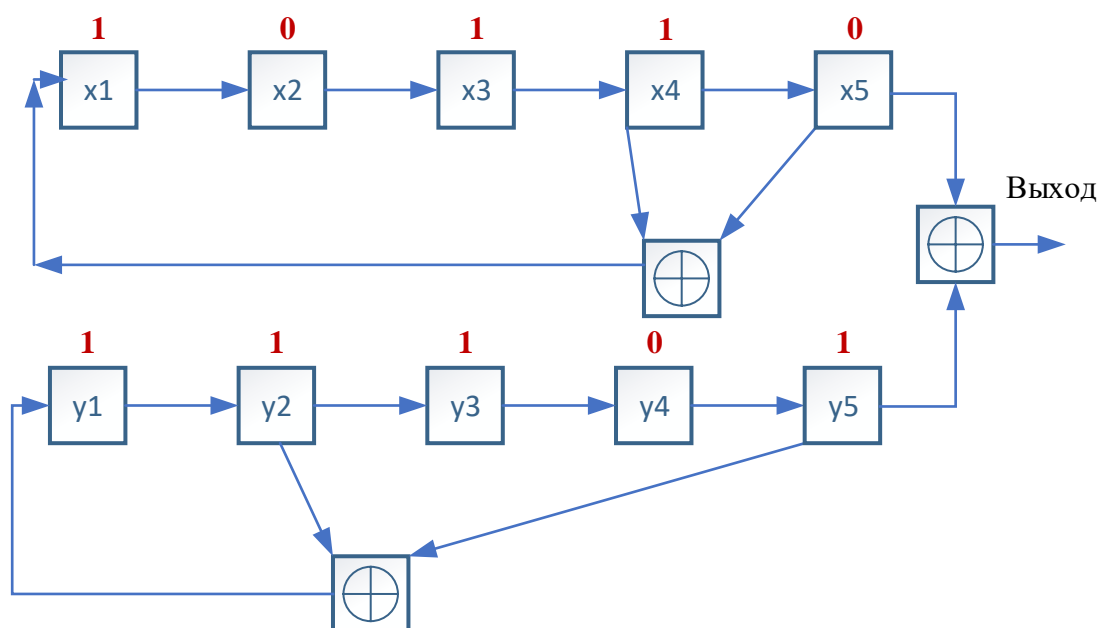


Рис. 4.5. Генерация последовательности Голда (вариант для нечетного номера группы)

- 1) Выведите получившуюся последовательность на экран.
- 2) Сделайте поэлементный циклический сдвиг последовательности и посчитайте автокорреляцию исходной последовательности и сдвинутой. Сформируйте таблицу с битовыми значениями последовательностей, в последнем столбце которой будет вычисленное значение автокорреляции, как показано в примере ниже.

Сдвиг	бит 1	бит 2	бит 3	Автокорреляция
0	1	1	0	1
1	0	1	1	-1/3
2	0	1	1	-1/3
3	1	1	0	1

- 3) Сформируйте еще одну последовательность Голда, используя свою схему (рис.4.4 или 4.5), такую что $x = x + 1$, а $y = y - 5$.
- 4) Вычислите значение взаимной корреляции исходной и новой последовательностей и выведите в терминал.
- 5) Прodelайте шаги 1-5 в Matlab. Используйте функции `xcorr()` и `autocorr()` для вычисления соответствующих корреляций. Сравните результаты, полученные в Matlab и C/C++.
- 6) Выведите на график в Matlab функцию автокорреляции в зависимости от величины задержки (lag).
- 7) Составьте отчет. Отчет должен содержать титульный лист, содержание, цель и задачи работы, теоретические сведения, исходные данные, этапы выполнения работы, сопровождаемые скриншотами и графиками, демонстрирующими успешность выполнения, и

промежуточными выводами, результирующими таблицами, ответы на контрольные вопросы, и заключение и **ссылка в виде QR-кода на репозиторий с кодом (git)**.

4. Контрольные вопросы

- 1) Для чего в мобильных сетях могут использоваться псевдослучайные последовательности?
- 2) Что значит положительная корреляция сигналов?
- 3) Что такое корреляционный прием сигналов?
- 4) Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемникам и передатчикам в сетях мобильной связи?
- 5) Какими свойствами обладают псевдослучайные битовые последовательности?
- 6) Какие разновидности PN-последовательностей вам известны?