

Федеральное агентство связи
Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и
Информатики

**Временная и частотная формы сигналов.
Преобразования Фурье. Дискретизация сигналов**

По дисциплине: Основы систем
мобильной связи

Выполнил: Шаповал Никита
Олегович

Группа: ИА-232

Вариант: 16

Проверила: Дроздова Вера
Геннадьевна

Новосибирск, 2024 г

Краткие теоретические сведения

Сигнал – это некоторый физический процесс, несущий в себе информацию.

Аналого-цифровое преобразование (АЦП) – это элемент приемника радиосигнала, на вход которого поступает входное напряжение

(например, как на рисунке 1), а на выходе – временные отсчеты данного

сигнала – цифровые значения дискретизированной амплитуды сигнала,

которые уже можно «сложить» в регистры памяти, например, в виде *int16* или

float значений. То есть задача АЦП – превратить аналоговый сигнал в цифровой для последующей обработки цифровым

устройством с целью извлечения из него данных

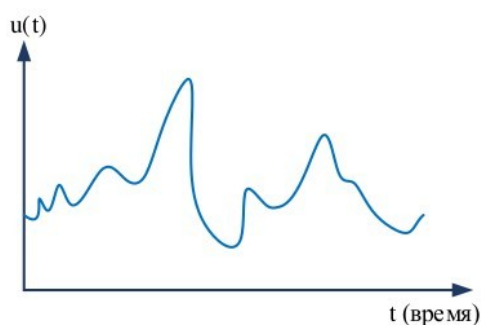


Рис. 1. Пример зависимости амплитуды (напряжения) радиосигнала от времени.

Приемная
антенна

Процедура оцифровки аналогового радиосигнала в приемнике базовых станций или абонентских терминалов

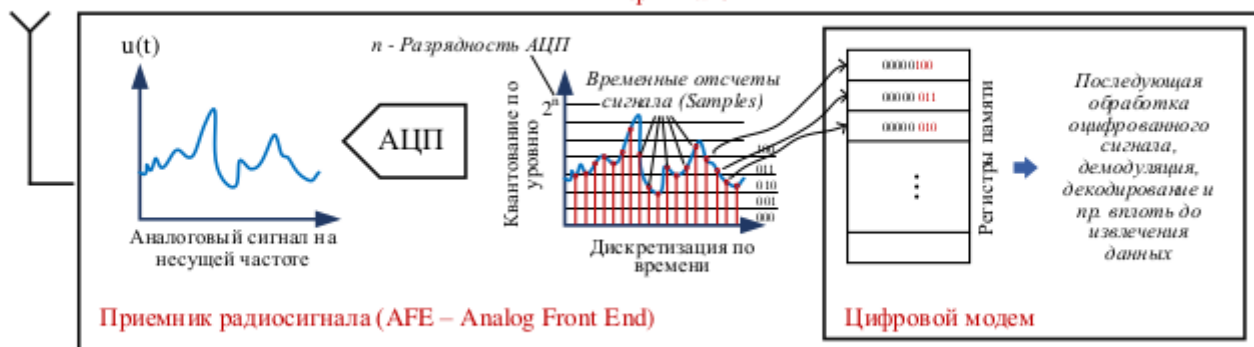


Рис. 2. Аналого-цифровое преобразование радиосигнала.

теорема Котельникова (или Найквиста): непрерывный сигнал с

ограниченным спектром можно точно восстановить по его дискретным

отсчетам, если они были взяты с частотой дискретизации, превышающей

максимальную частоту сигнала минимум в два раза.

Преобразования Фурье

Важнейшим утверждением для цифровой обработки сигналов стало

утверждение математика Ж.Б.Фурье о том, что любой сколь угодно сложный

сигнал можно представить в виде суммы простых сигналов, например,

Синусоид. Для начала вспомним, что данные функции можно

записать в комплексном виде следующим образом (тождества Эйлера):

$$\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx}); \sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx}),$$

$$\cos(2\pi f t) = \frac{1}{2}(e^{j2\pi f t} + e^{-j2\pi f t}); \sin(2\pi f t) = \frac{1}{2j}(e^{j2\pi f t} - e^{-j2\pi f t})$$

Задача прямого преобразования Фурье (ППФ) –

получить частотное

представление радиосигнала, имея его временные значения. И наоборот –

обратное преобразование Фурье (ОПФ), зная частотную характеристику

сигнала, восстанавливает его временной вид.

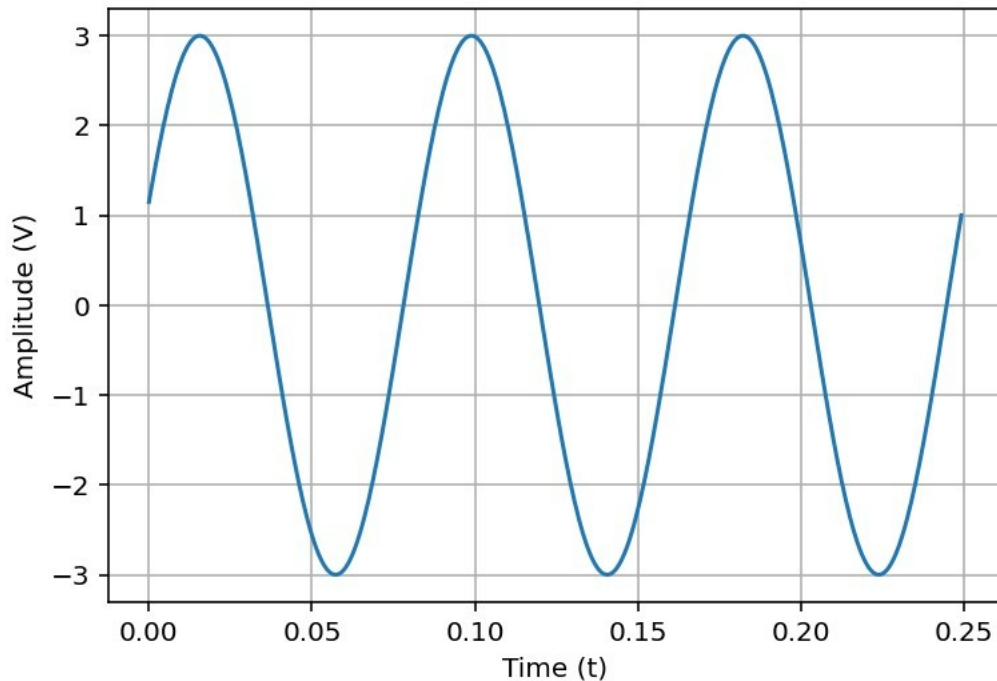
БПФ группирует слагаемые с одинаковыми множителями, существенно уменьшая число умножений за счет исключения повторных

Вычислений.

Ход работы:

$$y(t) = 3 \sin\left(2\pi f t + \frac{\pi}{8}\right),$$
$$f = 12$$

1.



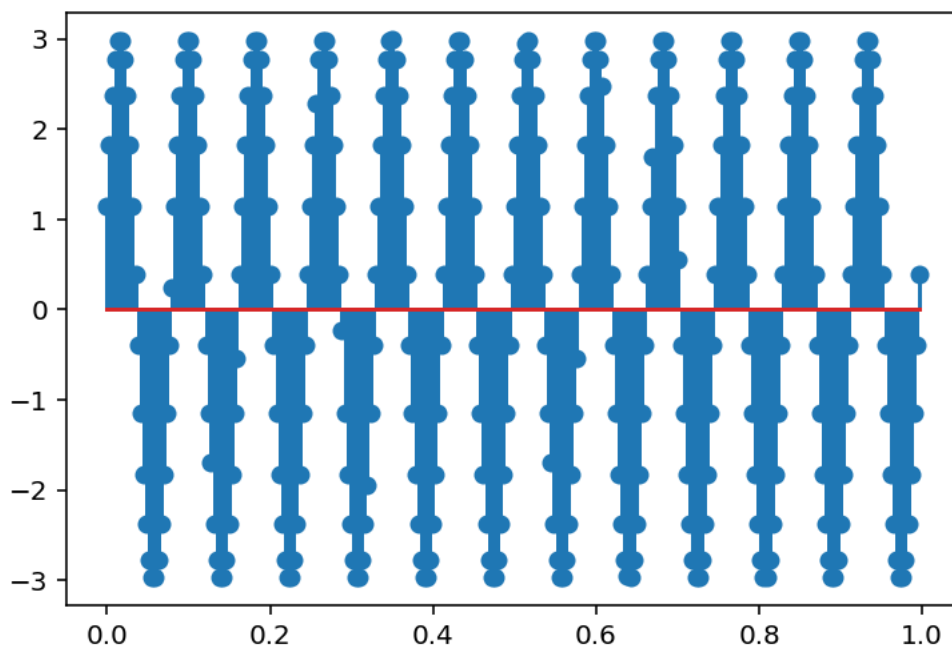
```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 f = 12
5 T = int(1 / f)
6 A = 3
7 ph = np.pi / 8
8 L = 1/12 # длина волны
9
10 t = np.arange(0, L * 3, 1/(12*120))
11
12 y = 3 * np.sin(2*np.pi*f*t + ph)
13
14 plt.plot(t, y)
15 plt.xlabel('Time (t)')
16 plt.ylabel('Amplitude (V)')
17 plt.grid()
18 plt.show()
19
```

2. Минимальная частота: 12 Гц

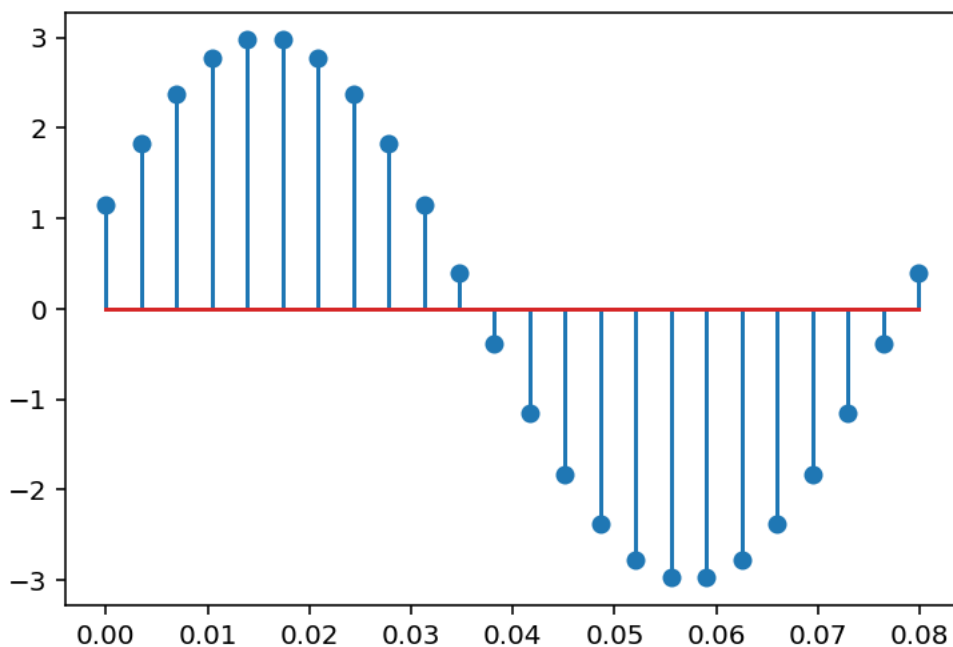
3. $f = 2F_{\max}$
 $f = 24 \text{ Гц}$

4. Оцифровать сигнал с полученной частотой дискретизации

Частота дискретизации за 1 секунду
Равна: $2 * f * 12$



Т.к. частота равна 12 Гц, то за 1 секунду устанавливается достаточно много точек, что теряет видимость. Для наглядности прилагаю оцифровку на 1 Период времени.



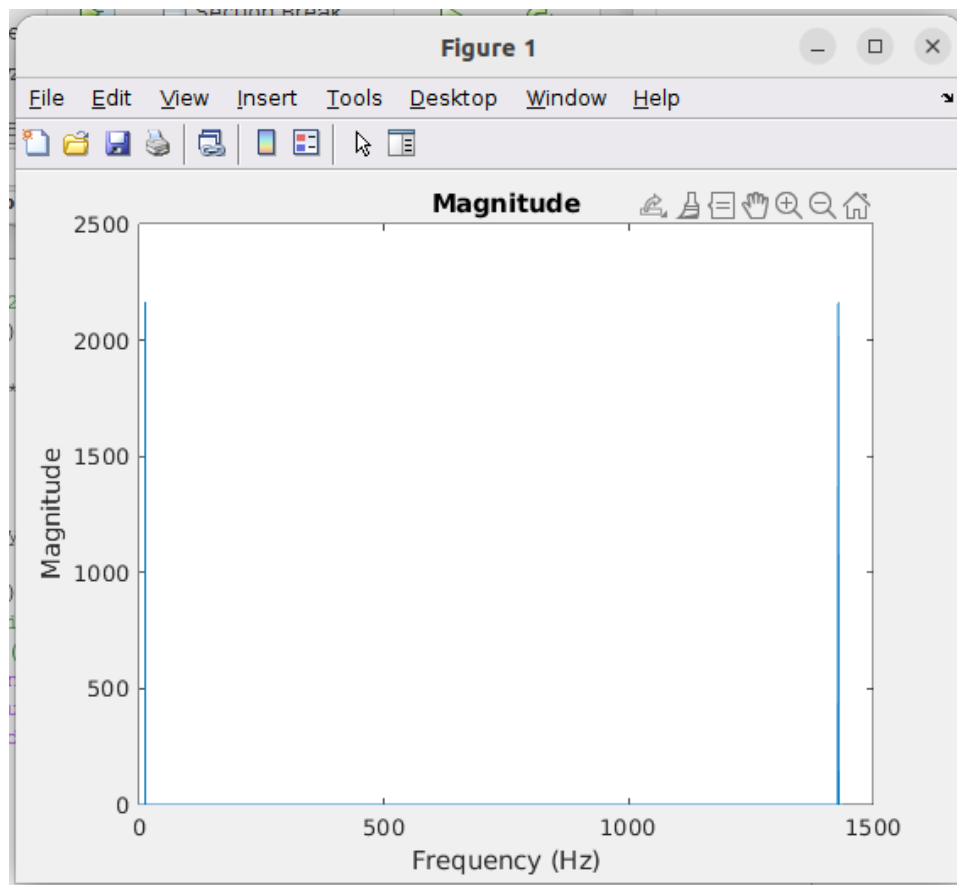
```

1  import matplotlib.pyplot as plt
2  import numpy as np
3
4  f = 12
5  T = int(1 / f)
6  A = 3
7  ph = np.pi / 8
8  L = 1/12 # длина волны
9  #print(phase)
10
11  t = np.arange(0, 1, 1/(12*120))
12  #print(x)
13
14  y = 3 * np.sin(2*np.pi*f*t + ph)
15  print(len(y))
16  print(len(t))
17
18  w = 2 * f * 12 #частота дискретизации
19  array_w_y = []
20  array_w_t = []
21  for i in range(w):
22      div_w = i / w
23      index = int(len(y) * div_w)
24      #print(index)
25      array_w_y.append(y[index])
26      array_w_t.append(t[index])
27
28  plt.stem(array_w_t, array_w_y)
29  plt.grid()
30  plt.show()
31
32

```

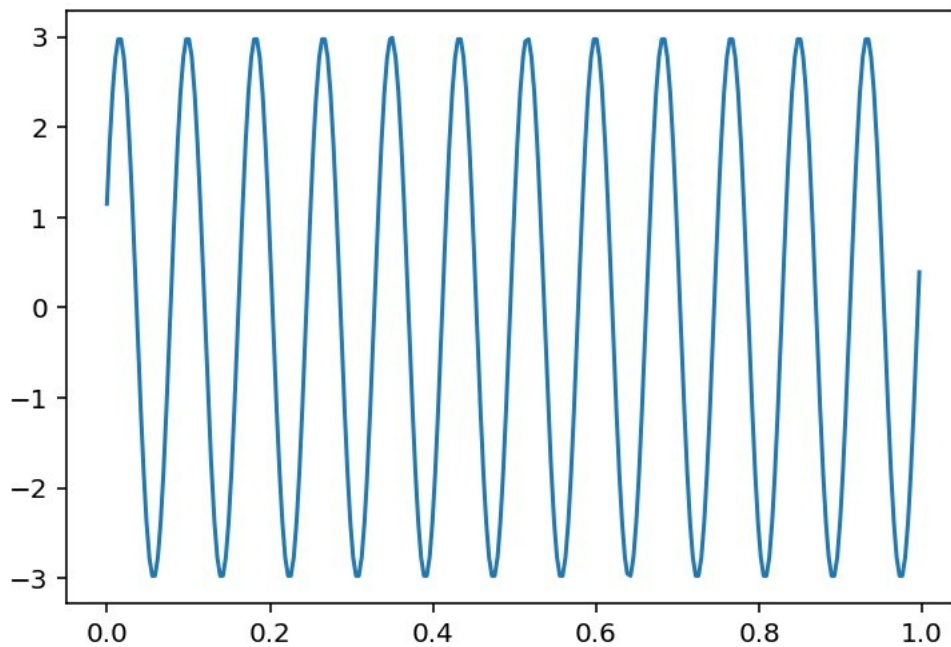
Алгоритм сохраняет данные в массив, затем происходит визуализация.

5.

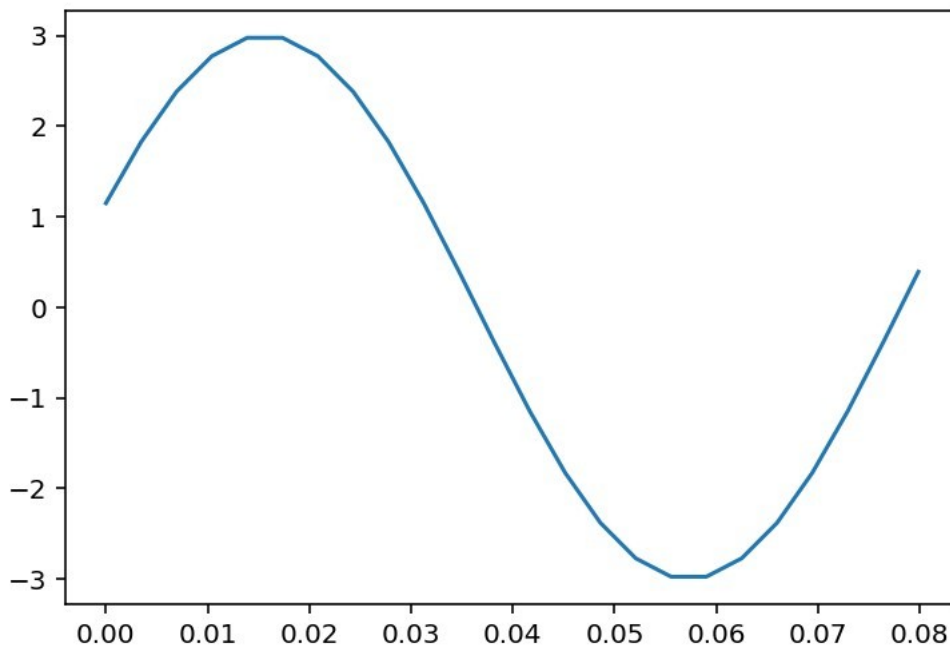


6. Восстановить оригинальный аналоговый сигнал по массиву имеющихся отсчетов.

Протяженность: 1 с



Протяженность: 1 период T

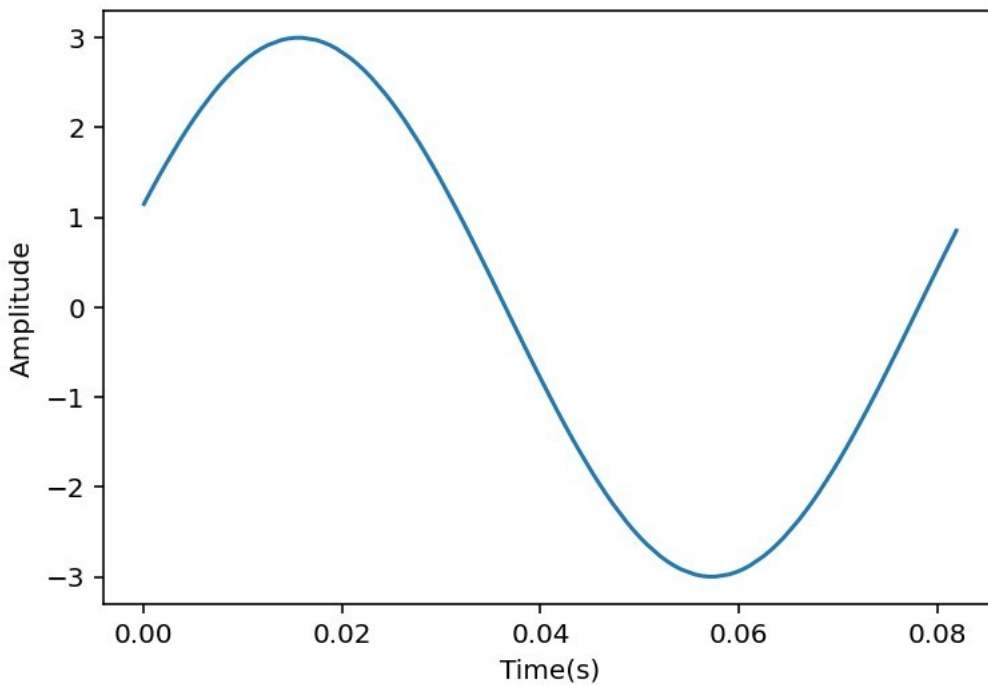
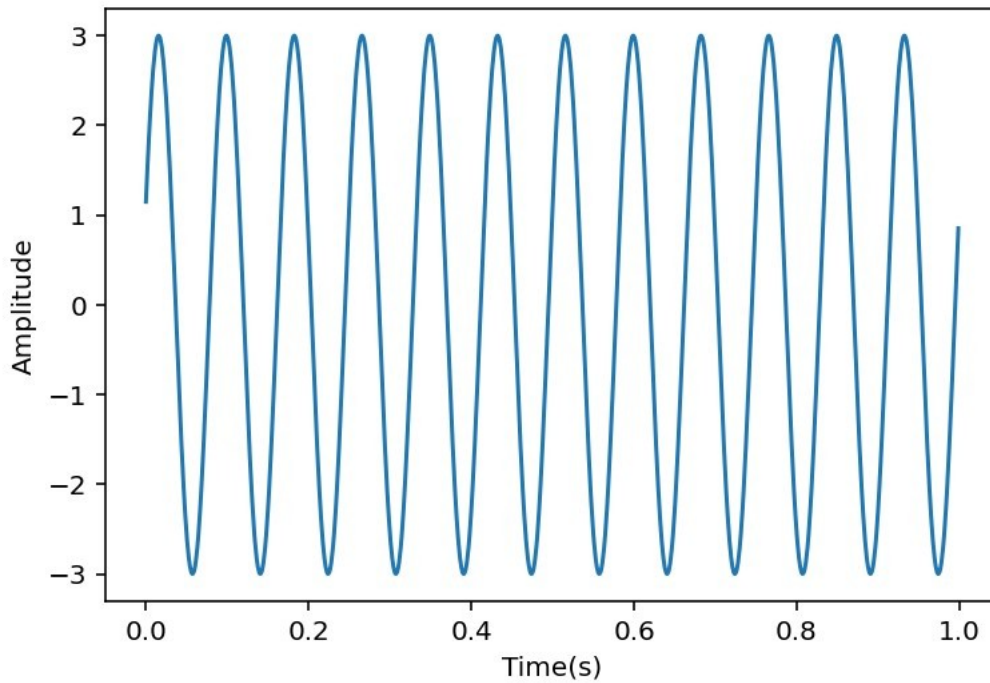


Алгоритм используется из 4-ого пункта, изменилась лишь функция вывода

6. Увеличение частоты дискретизации в 4 раза

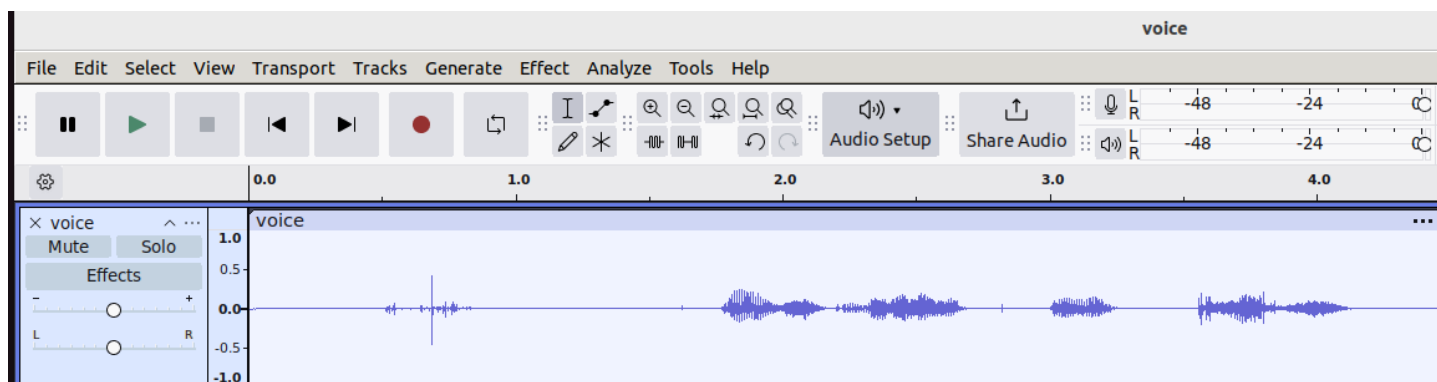
Для 1 секунды: $f = 2 * 12 * 12 * 4$

Для одного периода: $f = 2 * 12 * 4$

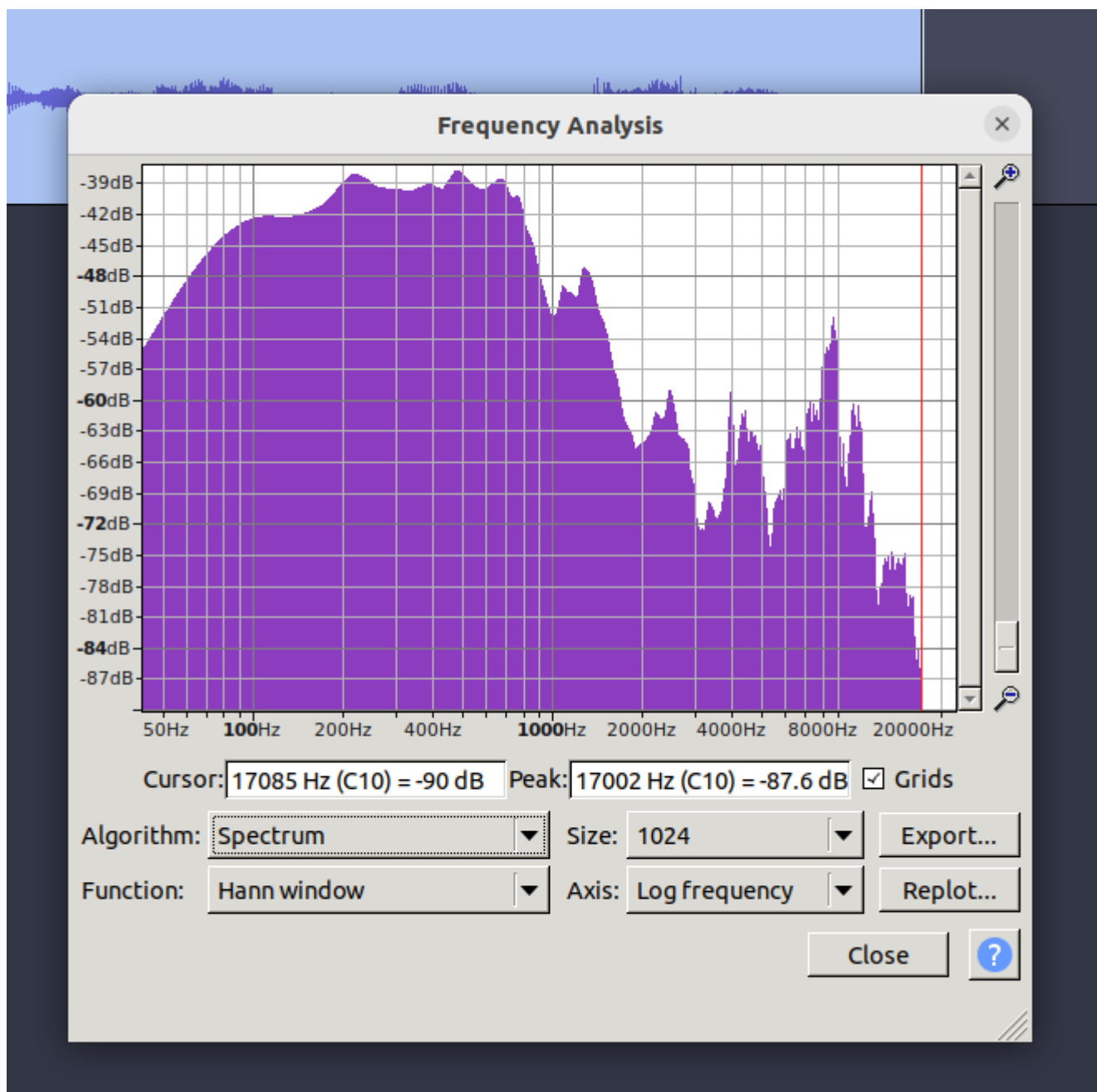


8. Работа с аудиофайлом

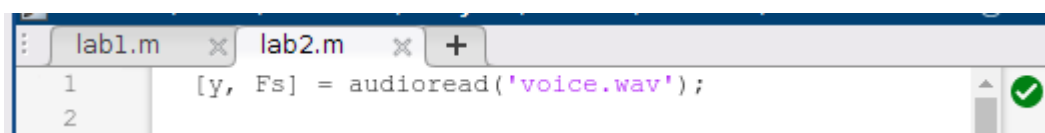
Записанный голос



Спектр голоса. Макимальная частота около 17100 Гц

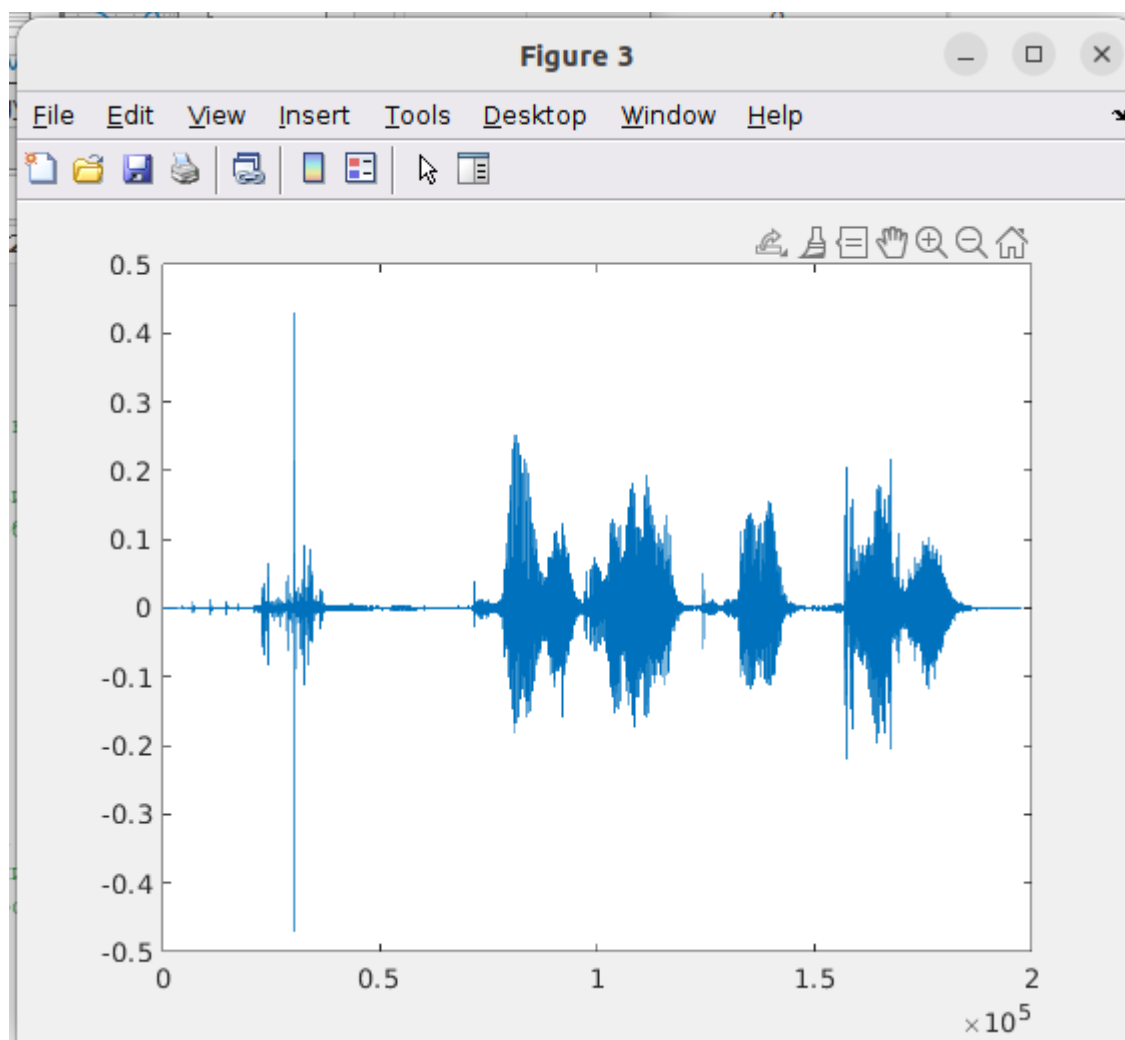


9. Работа с аудиофайлом в Matlab



```
lab1.m  lab2.m  +
1      [y, Fs] = audioread('voice.wav');
2
```

Отображение в графическом виде



10. Определить частоту дискретизации

1. Время записи: 4.48 с
2. Объём памяти 395 180 byte
3. 16 бит - 1 sample

Кол-во отчетов = $395180 * 8 / 16 = 197590$

$F = 197590 / 4.48 = 44105 \text{ Гц}$



Fs

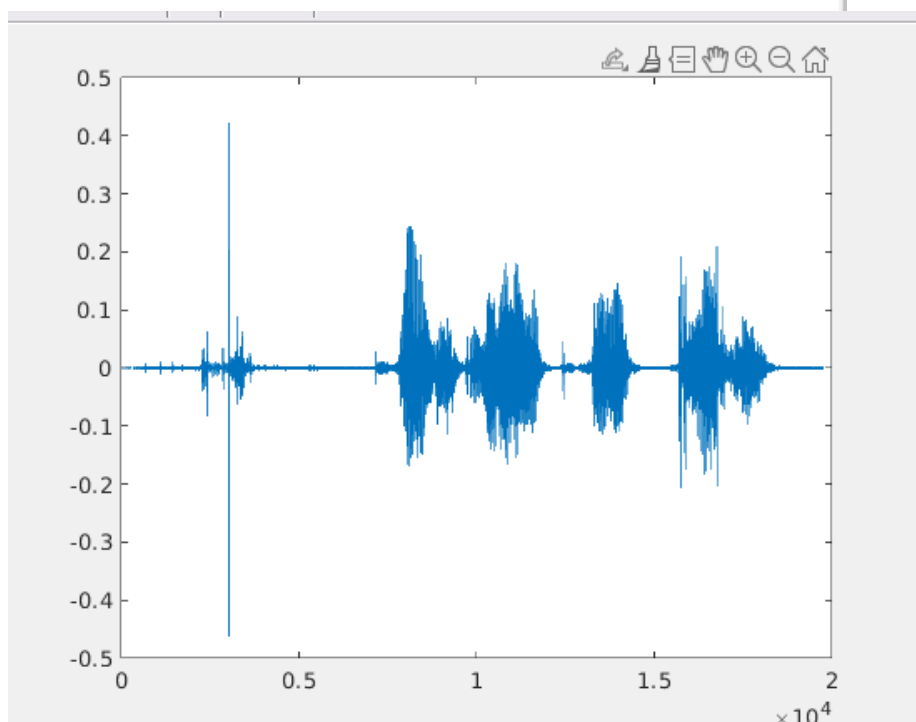
44100

my_f

4.4105e+04

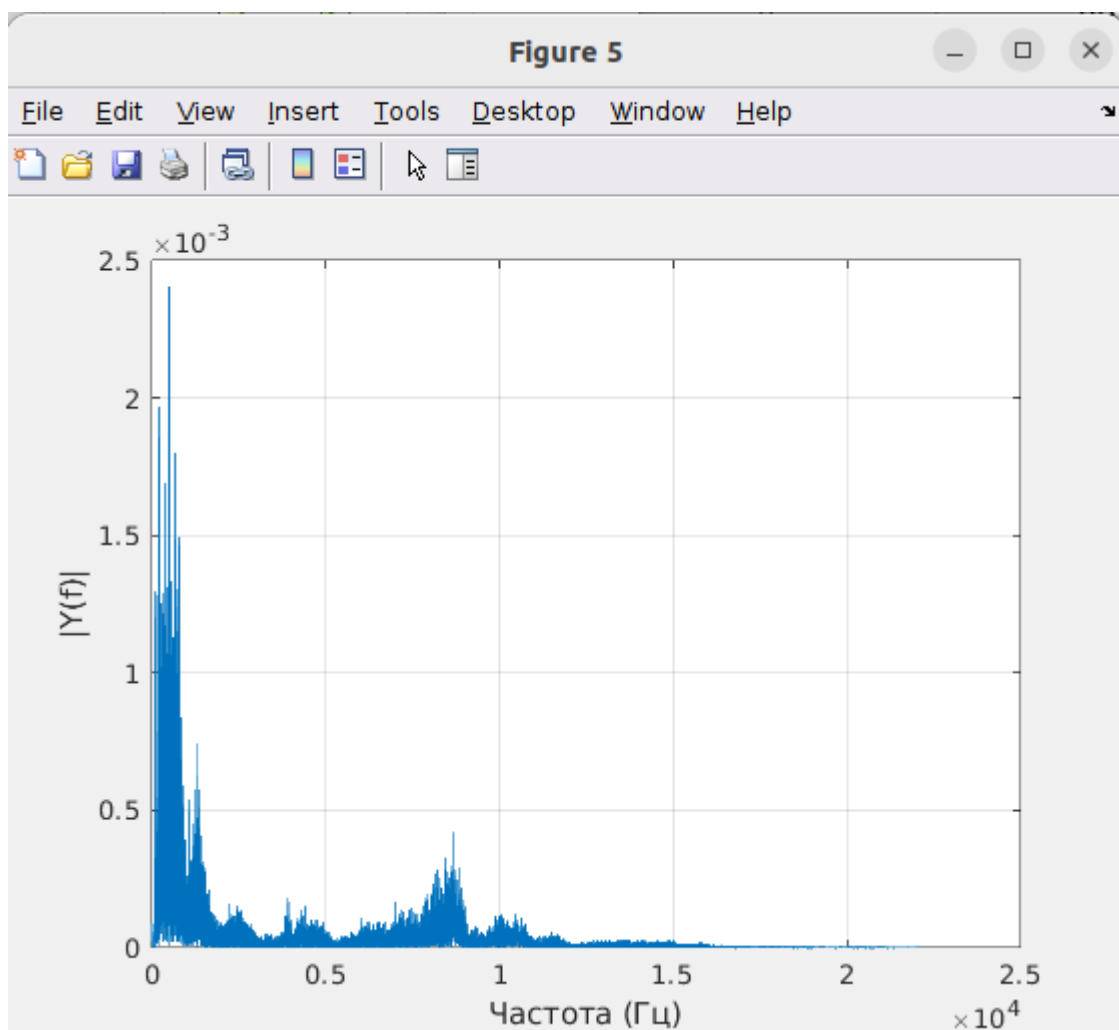
11. Уменьшение частоты дискретизации

```
y1=downsample(y, 10); % прореживаем массив y, оста  
zvuk = audioplayer(y1,Fs/10); %создаем объект gong  
play(zvuk); %воспроизводим звук  
plot(y1); %виз
```



12. Прямое преобразование Фурье

```
15 |
16 % 3. Определение частотного спектра
17 L = length(y); % длина сигнала
18 P2 = abs(Y/L); % двухсторонняя амплитуда
19 P1 = P2(1:L/2 + 1); % односторонняя амплитуда
20 P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1); % корректировка амплитуды
21
22 f = Fs*(0:(L/2))/L; % ось частоты
23
24 % 4. Построение графика
25 figure;
26 plot(f, P1);
27 xlabel('Частота (Гц)');
28 ylabel('|Y(f)|');
29 grid on;
```



13. Влияние разрядности АЦП

```
11 x = np.arange(0, 1, 1/(12*120))
12 #print(x)
13
14 y = 3 * np.sin(2*np.pi*f*t + ph)
15 #print(len(y))
16 #print(len(t))
17
18 w = 2 * f * 12 #частота дискретизации
19 array_w_y = []
20 array_w_t = []
21 for i in range(w):
22     div_w = i / w
23     index = int(len(y) * div_w)
24     #print(index)
25     if y[index] > 7:
26         array_w_y.append(7)
27     else:
28         array_w_y.append(y[index])
29         array_w_t.append(t[index])
30
```

Контрольные вопросы и задания

Для чего используются прямое и обратное преобразование Фурье?

При прямом преобразование Фурье мы переходим от временного представления сигнала к частотному, что является у

Что такое ошибка квантования и дискретизации?

Ошибка дискретизации – отсчеты будут браться не совсем в предполагаемые моменты времени. Это вызывает джиттер – фазовый шум.

Ошибка квантования - округление (усечение) результатов арифметических операций, шум аналого-цифрового квантования входных аналоговых сигналов.

Какое количество разрядов АЦП требуется, чтобы оцифровать голос?

Минимальное кол-во разрядов - 8

Как математически получить дискретные отсчеты непрерывного сигнала?

Если взять интеграл произведения непрерывной функции $x(t)$ и дельта-функции, то он будет равен произведению значения функции $x(t)$ в t , на множитель, стоящий перед дельта-функцией

Какой спектр у периодического сигнала $\sin(10\pi t + \pi/2)$?

Спектр – набор частот. В данном сигнале $f = 5 \text{ Hz}$

Что такое быстрое преобразование Фурье?

Алгоритмы быстрого преобразования Фурье основываются на том, что в вычислениях есть много периодически повторяющихся значений (в силу периодичности функций синуса и косинуса). БПФ группирует слагаемые с одинаковыми множителями, существенно уменьшая число умножений за счет исключения повторных вычислений.

Как определяется минимальная требуемая для оцифровки частота дискретизации сигнала?

По теореме Котельникова минимальная частота дискретизации равна удвоенной частоте сигнала