

«Санкт-Петербургский государственный университет»

Математико-механический факультет

Прикладная математика и информатика

Отчет по заданию 3.2

Задача численного дифференцирования

Подготовил:

Ардашев Никита Алексеевич,

группа 21.Б06-мм

Санкт-Петербург

2023

Постановка задания

Для таблично-заданной функции f найти значение ее первой и второй производной в узлах x_i таблицы. Для этого воспользоваться известными простейшими формулами численного дифференцирования, имеющими погрешность, порядка $O(h^2)$

Решение

Программа написана на языке программирования C++. Для задачи численного дифференцирования используются следующие формулы:

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$$

$$f'(a) = \frac{-3f(a) + 4f(a+h) - f(a+2h)}{2h}$$

$$f'(a) = \frac{3f(a) - 4f(a-h) + f(a-2h)}{2h}$$

$$f''(a) = \frac{f(a-h) - 2f(a) + f(a+h)}{h^2}$$

Эти формулы точны для интерполяционного многочлена в форме Ньютона, построенного на заданных точках. В общем случае формулы имеют погрешность порядка $O(h^2)$

Вторая и третья формулы необходимы для вычисления производной в крайних точках, однако для производной второго порядка такие формулы не обсуждались, поэтому в выводе программы крайних значений для второй производной нет.

Формулы применимы к таблично-заданной функции с постоянным шагом между узлами, поэтому программа генерирует узлы с заданным шагом.

Результаты

Рассматривалась функция $f(x) = e^{3x}$. Ниже представлен вывод программы после численного дифференцирования для таблично заданной функции из десяти точек начиная с -0.4 с шагом 0.001:

```
Enter number of points: 10
Enter left bound: -0.4
Enter step: 0.001
Table of points:
-0.4: 0.301194
-0.399: 0.302099
-0.398: 0.303007
-0.397: 0.303917
-0.396: 0.30483
-0.395: 0.305746
-0.394: 0.306665
-0.393: 0.307586
-0.392: 0.30851
-0.391: 0.309437
```

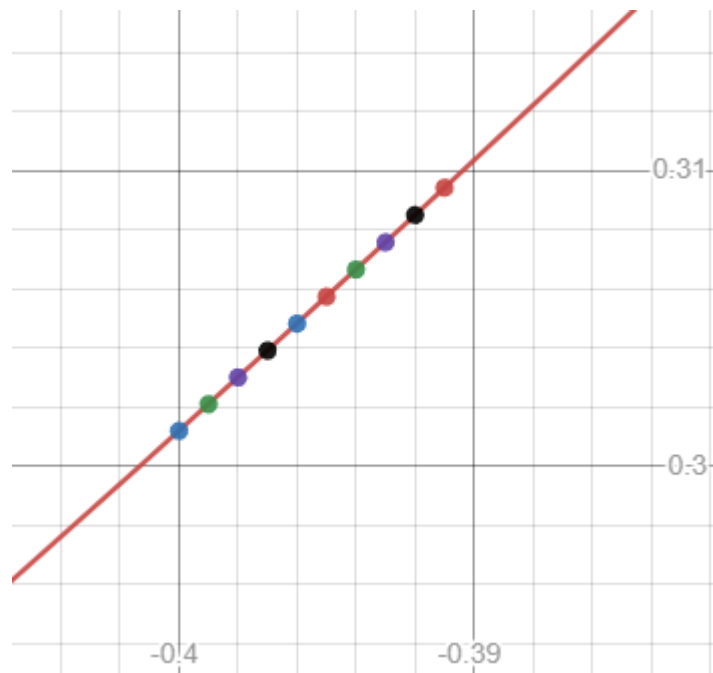
x	f(x)	f'(x)	Error	f''(x)	Error
-4.000000e-01	3.011942e-01	9.035799e-01	2.716856e-06		
-3.990000e-01	3.020992e-01	9.062988e-01	1.359447e-06	2.718894e+00	2.039117e-06
-3.980000e-01	3.030068e-01	9.090218e-01	1.363531e-06	2.727063e+00	2.045249e-06
-3.970000e-01	3.039172e-01	9.117530e-01	1.367628e-06	2.735257e+00	2.051401e-06
-3.960000e-01	3.048303e-01	9.144923e-01	1.371737e-06	2.743475e+00	2.057716e-06
-3.950000e-01	3.057462e-01	9.172399e-01	1.375858e-06	2.751718e+00	2.063784e-06
-3.940000e-01	3.066648e-01	9.199958e-01	1.379992e-06	2.759985e+00	2.069916e-06
-3.930000e-01	3.075862e-01	9.227599e-01	1.384138e-06	2.768278e+00	2.076200e-06
-3.920000e-01	3.085103e-01	9.255323e-01	1.388297e-06	2.776595e+00	2.082500e-06
-3.910000e-01	3.094372e-01	9.283089e-01	2.778678e-06		

```
Would you like to enter new parameters? (Yes|no):
```

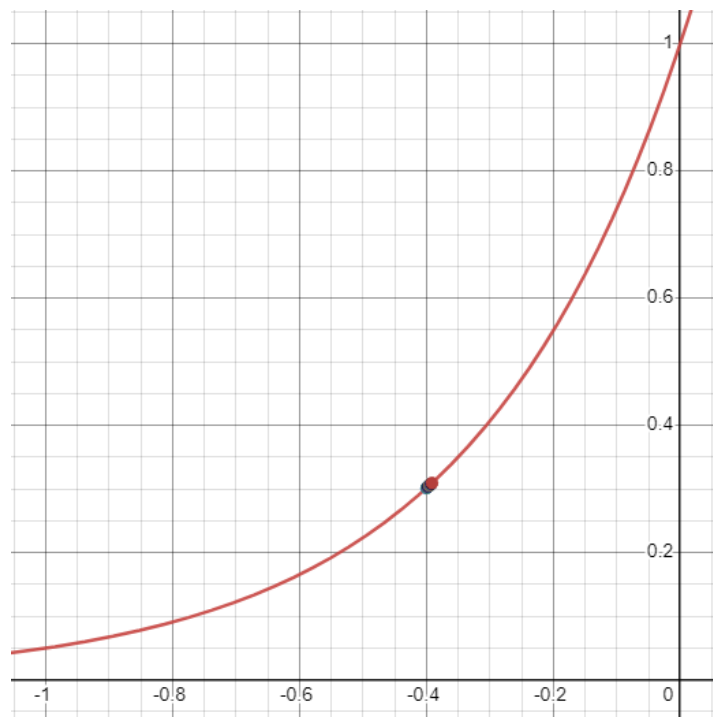
Эксперименты с входными данными показали, что зависимость значения модуля невязки от значения шага действительно близка к квадратичной.

График

Ниже представлены графики для вышеупомянутых входных данных.



Узлы таблично заданной функции.



Функция и узлы в другом масштабе.

Ссылка на репозиторий: <https://github.com/nikishefu/practicum>